



Memorias

2019



Contribuyendo al desarrollo
del sistema financiero

ÍNDICE

PRESENTACIÓN

Ponencias ganadoras Call For Papers

- 1. Requerimientos de capital para la emisión de acciones y su influencia en el crecimiento económico**
Michael Duván Montoya Mosquera 4
 - 2. Competencia y toma de riesgos: un balance entre eficiencia y estabilidad**
Bernardo Ortega Guzmán 42
 - 3. Anomalías en el mercado de renta fija colombiano**
Brayan Ricardo Rojas Ormaza 79
 - 4. Un Estudio de los Efectos del Riesgo de Estimación de Parámetros en la Selección de Portafolios**
Sebastián Calcetero 109
 - 5. Searching for Alpha: Style-investing in Chile and Colombia using the Treynor-Black Model.**
Edisson Arredondo Hernandez 128
-

Ponencia ganadora Tesis de Maestría

- 6. Valoración de opciones PUT Barrera: caso de Estación Almirante en La Guajira**
Miguel Ángel Pérez Uribe 172
- 7. Índice Skew: análisis descriptivo, poder explicativo y pronóstico de corto plazo**
Esteban Vanegas y Andrés Mora 203

PRESENTACIÓN

Desde la Asociación Bancaria y de Entidades Financieras de Colombia -Asobancaria, hemos destacado desde nuestros inicios el rol de la academia como arquitecta de un tejido que contribuye al desarrollo del sistema financiero. En esta medida, el sector busca siempre mantenerse a la vanguardia de los últimos hallazgos investigativos que puedan esclarecer formas más eficientes para cumplir con su propósito en un entorno de constante innovación y crecimiento, buscando al tiempo preservar su estabilidad y solidez a lo largo del tiempo.

No obstante, las cifras de producción académica en Colombia señalan un relativo estancamiento en la participación de investigaciones relacionadas con economía y mercados financieros, pese a que contamos con facultades de Economía y Finanzas de muy alto nivel académico, con un cuerpo docente altamente preparado y reconocido nacional e internacionalmente. Este rezago contrasta también con las grandes inversiones en herramientas educativas para estudiantes, profesores y profesionales que estamos seguros deberían derivar en una mayor profundidad e incentivo a la investigación en estas áreas del conocimiento.

Es por ello que, desde 2017, estructuramos y dimos continuidad a dos grandes proyectos académicos para impulsar y reconocer públicamente a las investigaciones más pertinentes en estos ámbitos: el Call For Papers y el Premio a la Mejor Tesis de Maestría en economía y finanzas en el país, dos iniciativas que por su preponderancia ocupan un lugar protagónico en las distintas versiones de nuestro Simposio anual de Mercado de Capitales. Nos honra contar, para este propósito, con la participación de jurados altamente calificados, que por su trayectoria académica y profesional son considerados expertos en las áreas de análisis específicas que abordan estas investigaciones.

Compartimos en esta ocasión las memorias de las investigaciones ganadoras para la versión 2019, agradeciendo a las decenas de participantes y al selecto grupo de jurados por confiar en esta iniciativa. Felicitamos, desde luego, a los ganadores, para quienes estas memorias resultan ser el mejor honor a su trabajo. Confiamos en que los documentos aquí plasmados sean enriquecedores y contribuyan a continuar cimentando la estructura de un sistema financiero cada vez más eficiente, sólido y competitivo.

Extendemos de ante mano la invitación a las próximas ediciones que estaremos realizando en los años venideros. Estamos seguros de que las nuevas investigaciones continuarán dejando huella en nuestro tejido académico y empresarial.

Santiago Castro Gómez
Presidente Asobancaria

REQUERIMIENTOS DE CAPITAL PARA LA EMISIÓN DE ACCIONES Y SU INFLUENCIA EN EL CRECIMIENTO ECONÓMICO

Michael Duván Montoya Mosquera¹

¹ Estudiante, Departamento de Economía, Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Antioquia.
E-mail: michaelmtm@gmail.com; michael.montoya@udea.edu.co.

Trabajo para optar al título de Magister en Economía, realizado bajo la orientación de la profesora

RESUMEN

Este trabajo tiene como objetivo estudiar los efectos que podría tener sobre el crecimiento económico modificar los requerimientos de capital mínimo para formar parte del mercado accionario. Para esto se construye un modelo de equilibrio general dinámico que incorpora ciertas características del sistema financiero, dentro de las cuales se incluyen los requisitos de capital fijo mínimo. Una vez que se construye el modelo se procede a calibrarlo para que los valores de algunos parámetros permitan replicar algunas relaciones de la economía colombiana y de su sistema financiero. Por último, se estudian algunos escenarios en los que se procede a variar los valores de los parámetros relacionados con el sistema financiero, particularmente aquellos que atañen a los requerimientos de capital fijo mínimo que impone la regulación del mercado accionario. Los resultados muestran efectos poco sustanciales de las variaciones mencionadas sobre variables macroeconómicas tales como la tasa de interés y el crecimiento económico.

Palabras clave: fricciones financieras, sistema financiero, mercado accionario, costos hundidos, requerimientos de capital, Colombia.

Códigos JEL: E44, F41, G32, O16.

Capital requirements for equity issuance and its influence on economic growth

ABSTRACT

The objective of this paper is to study the effects that modifications on minimum capital requirements for stock issuance in the equity market could have on economic growth. For this purpose, a dynamic general equilibrium model is built incorporating some characteristics of the financial systems, with the minimum capital requirements among them. Once the model is built, it is calibrated in such a way that some parameter values allow replicating some relationships of the Colombian economy and its financial system. Finally, some scenarios are studied where the parameter values related to the financial systems are varied, particularly those that concern the minimum fixed capital imposed by the equity market regulation. The results suggest that the effects of the mentioned variations on macroeconomic variables such as the interest rate and economic growth are of little substance.

Keywords: financial frictions, financial system, equity market, sunk costs, capital requirements, Colombia.

JEL: E44, F41, G32, O16.

1 INTRODUCCIÓN

En los mercados financieros, y particularmente en el mercado accionario, por regulación se estipula que las empresas que deseen emitir acciones y que estén disponibles al público cumplan unos requisitos relacionados con número de accionistas, utilidades de los últimos años, presentación de la información financiera, entre otros (Reglamento General de la Bolsa de Valores de Colombia, 2018). Estos requisitos restringen el acceso de las firmas a fuentes de financiación que les permitan realizar inversiones en capital para la producción.

Las empresas en Colombia manifiestan que el mayor obstáculo para la inversión es el acceso al financiamiento, siendo las pequeñas empresas las que cuentan en mayor medida con este problema según el Enterprise Survey para Colombia del 2010. En cuanto al uso de las fuentes de financiación para la inversión, el porcentaje de inversiones financiado por acciones o contribuciones en Colombia es del 2,6%, comparándolas con financiación con fondos internos de 43,8%, bancos de 21,2%, proveedores y adelantos de clientes 10,1%, y otras fuentes de financiación con un 22,2% (Enterprise Survey, 2010). Estos niveles bajos de financiación por acciones, en comparación con las demás fuentes de financiación, podría deberse a los requerimientos de capital físico mínimo como restricción de acceso al mercado accionario.

En la literatura existente hay indicios que muestran cómo el desarrollo del sistema financiero genera crecimiento económico utilizando diferentes indicadores del desarrollo financiero y explicando cómo hay una relación entre las funciones que desempeña y el crecimiento económico. Sin embargo, hay pocos estudios acerca de cómo las restricciones de acceso al mercado accionario afectan a la economía. Entender esta relación entre los costos de acceso al mercado accionario y el crecimiento económico puede dar herramientas para diseñar políticas de regulación financiera que resulten en que los mercados de capitales, además de cumplir adecuadamente sus funciones como parte del sistema financiero, permitan un mayor crecimiento económico.

Por lo tanto, el objetivo de este trabajo se enfoca en las barreras de acceso a los mercados de capitales, y particularmente en aquellas propias del mercado accionario primario, y pretende responder la pregunta sobre los efectos que tendría la relajación de estas fricciones financieras sobre los niveles de capital y el crecimiento económico.

Para esto se pretende construir un modelo de equilibrio general dinámico que represente una economía con sistema financiero donde las empresas tomen la decisión de financiarse o no a través de fondos de terceros y que cuente con requisitos de acceso al sistema financiero. El modelo se calibra con el fin de representar algunas características de la economía colombiana, y particularmente de su mercado bursátil, tales como la razón de financiación con créditos que adquieren las empresas del mercado accionario y sus ventas, la razón entre la capitalización bursátil y las ventas de las empresas que están en el mercado accionario, la razón entre la inversión en capital físico mínimo de estas empresas para entrar a bolsa y sus ventas, la razón entre la inversión en capital intangible para entrar a bolsa y sus ventas, entre otras.

Los requisitos para tener acceso a bolsa podrían ser tan fuertes que una parte de la economía no los cumpla, impidiendo adquirir la financiación que se podría destinar para invertir en capital e incrementar la escala de producción. Por esto se espera que, si los requisitos de acceso a bolsa son menores, más empresas estarán en la capacidad de cumplirlos y tendrán acceso a fuentes de financiación para invertir en capital y aumentar la producción.

Para verificar esta hipótesis y una vez construido y calibrado el modelo con los datos de la economía colombiana, se procede a variar los valores de los parámetros que representan el sistema financiero y, particularmente, los que se refieren a los requisitos de capital fijo mínimo, con el fin de estudiar los efectos de estas variaciones sobre las variables macroeconómicas y sus posibles efectos sobre el crecimiento económico.

Además de esta introducción, este trabajo tiene la siguiente estructura: En la sección 2 se realiza una revisión de literatura, donde se discuten los resultados de algunos trabajos relacionados con el tema. La sección 3 explica la construcción del modelo, donde se explican las variables, sectores de la economía y parámetros que son tenidos en cuenta y la manera en que se relacionan. En la sección 4 se muestran los criterios de calibración y los datos con los que se pretende representar de manera aproximada ciertas características de la economía colombiana. En la sección 5 se realizan experimentos de política efectuando modificaciones a los parámetros y se realizan análisis basados en los resultados del modelo. Por último, en la sección 6 se presentan algunas conclusiones y se realizan algunas propuestas de trabajos adicionales. En los anexos se explican brevemente los métodos computacionales usados para encontrar una solución al modelo.

Estudios acerca de los efectos que la liberalización financiera podrían tener sobre el desarrollo económico han mostrado que este vínculo solo existe bajo condiciones específicas de las economías. Esta sección busca ilustrar dichas condiciones necesarias y, en este sentido, presenta algunos trabajos que evalúan si la economía colombiana las cumple.

Levine (2005) argumenta que la teoría y la evidencia sugieren que sistemas financieros desarrollados, es decir, sistemas financieros con más instituciones, instrumentos financieros y mercados, facilitan la financiación de las empresas que enfrentan restricciones de acceso, lo cual crea mecanismos por los cuales el desarrollo financiero influencia el crecimiento económico. La teoría muestra muchos posibles mecanismos por los cuales la creación de instrumentos financieros, mercados e instituciones afectan el desarrollo económico (Trew, 2010; Midrigan & Xu, 2014; Greenwood, Sanchez, & Wang, 2012). También existen diversos análisis empíricos, con diferentes aproximaciones metodológicas que muestran un fuerte vínculo entre el funcionamiento del sistema financiero y el crecimiento económico (Beck, Demirguc-Kunt, Laeven, & Levine, 2008; Brown, Fazzari, & Petersen, 2009; Bena & Jurajdaj, 2011). Sin embargo, según Levine (2005), los trabajos existentes sugieren que no es el sistema financiero el que sigue al sector productivo, pero tampoco hay razón alguna para creer que el sector productivo sigue al sistema financiero; por lo tanto, se necesitan estudios adicionales sobre la evolución mutua de las finanzas y el crecimiento.

Mercados financieros más libres, es decir, con menos restricciones de acceso, suelen asociarse con el crecimiento económico. Este efecto podría deberse en mayor medida al incremento de la productividad total de los factores (Buera, Kaboski, & Shin, 2011; Midrigan & Xu, 2014) que a la acumulación del capital (Bekaert, Harvey, & Lundblad, 2011), ya que las empresas que empiezan a acceder a los recursos del sistema financiero podrían, por ejemplo, mejorar su gobierno corporativo debido a las exigencias de los inversionistas. Al ser más relevante el aumento de la productividad que el aumento del capital, podría hacer que la liberalización financiera genere efectos permanentes sobre el crecimiento económico, en vez de temporales, como sugieren los modelos neoclásicos del crecimiento (Bekaert et al., 2011). En particular, la liberalización de los mercados accionarios en los países emergentes también podría promover el crecimiento económico, lo cual puede deberse al aumento en el tamaño de las firmas ya existentes y no al incremento en el número de empresas que acceden a la financiación del mercado accionario (Gupta & Yuan, 2009).

Cabe aclarar que la liberalización de los mercados financieros no necesariamente implica desregulación, pues la regulación financiera hace referencia a las reglas y leyes que el sistema financiero debe cumplir. Hay evidencia empírica que señala que una alta protección a los accionistas y mejor acceso a la financiación del mercado accionario puede llevar a aumentos sustanciales en la inversión en investigación y desarrollo (Ilyina & Samaniego, 2011), aunque estas características parecen poco significativas para la inversión de capital fijo (Brown, Martinsson, & Petersen, 2013). Del mismo modo, una alta protección a los inversionistas genera potenciales incrementos en las valoraciones de las empresas que cotizan en bolsa (Mosley & Singer, 2008).

Cuadro-Sáez & García-Herrero (2008) analizan la influencia que podría tener la estructura del sistema financiero, en términos del tamaño del sistema bancario relativo al del mercado de capitales, sobre el desarrollo económico. Los hallazgos sugieren que una estructura financiera más balanceada se asocia con un mayor crecimiento económico. Esto sugiere que los bancos y el mercado de capitales podrían ser más complementarios que sustitutos, lo que evidencia la importancia que tiene que ambos mercados se desarrollen de manera conjunta, en lugar de tener un sistema financiero altamente concentrado en un tipo particular de financiación.

Entonces, si el sistema bancario se ve perjudicado debido al desarrollo de los mercados de valores, al ser sustituido como fuente de fondos, puede perjudicar el crecimiento económico. Sin embargo, el desarrollo de los mercados accionarios podría traer un incremento del número de bancos y con ello de nuevos préstamos, además de proveer servicios financieros adicionales como la inscripción de acciones. Por lo tanto, es probable que el desarrollo de los mercados bursátiles acompañe al desarrollo del sector bancario (Arestis, Demetriades, & Luintel, 2001).

No obstante, las economías que concentran su financiación en mayor medida en el mercado de capitales pueden tener mayor crecimiento económico que aquellas que se concentran en el sistema bancario (Fecht, Huang, & Martin, 2008). Lo anterior podría ser explicado debido a que el desarrollo del sistema bancario tiene impactos modestos sobre la inversión en capital fijo e impactos despreciables sobre la investigación y desarrollo. Estos hallazgos conectan el desarrollo del mercado accionario con actividades de innovación, las cuales son clave para el desarrollo económico (Brown et al., 2013).

Cuando las empresas deciden financiarse por primera vez a través del mercado accionario deben realizar una oferta pública inicial (IPO, por sus siglas en inglés). Esta decisión depende de si los rendimientos esperados futuros son lo suficientemente altos (Pástor, Taylor, & Veronesi, 2009). Desde otro enfoque, las empresas están más dispuestas a realizar ofertas públicas iniciales cuando son más productivas, competitivas e intensivas en capital; asimismo,

cuando hay menos asimetrías de información en la economía y más empresas de la misma industria acceden a financiación en el mercado accionario (Chemmanur, He, & Nandy, 2010).

Después de realizar la emisión de acciones, es posible que la productividad de la firma en promedio disminuya. Esta predicción está soportada empíricamente y puede deberse a que las firmas usan los fondos de los inversionistas para rebalancear sus cuentas en lugar de financiar inversiones en capital fijo e investigación y desarrollo (Pástor et al., 2009). Esto puede llevar a menores valoraciones de las empresas después de la emisión de acciones (Hsu, Reed, & Rocholl, 2010). Sin embargo, también existe evidencia empírica que muestra que las firmas aumentan su productividad después de una oferta pública inicial, contradiciendo lo anterior (Wu, 2012; Aslan & Kumar, 2011). Esto podría suceder cuando el director administrativo es el fundador de la empresa (Fahlenbrach, 2009) o cuando este tiene participación accionaria (Lilienfeld-toal & Ruenzi, 2014), debido a que tomaría mejores decisiones para la asignación de los fondos obtenidos de la emisión de acciones.

Cooley & Quadrini (2001) estudian la manera en que las firmas toman decisiones de financiación en presencia de fricciones financieras. En particular, estos autores evalúan el comportamiento de firmas con diferentes tecnologías y con choques de productividad al elegir su financiamiento a través del mercado accionario o el mercado crediticio. En este trabajo se tiene en cuenta cómo el tamaño y la antigüedad de la empresa afectan no solo su apalancamiento financiero, sino que además se estudian los costos financieros asociados a las diferentes alternativas. En el modelo, las fricciones financieras están representadas por un costo asociado a la emisión de acciones, en comparación con aumentar el tamaño al reinvertir los beneficios y unos costos asociados al impago de deuda.

Estos autores encuentran que las empresas con mejor tecnología de producción están dispuestas a adquirir mayores niveles de endeudamiento y a asumir niveles de riesgo más elevados debido a sus mayores beneficios esperados. Estos altos niveles de endeudamiento provocan mayores volatilidades de los beneficios empresariales y que aumente la probabilidad de quebrar y salir del mercado. A medida que las empresas envejecen cambian a una tecnología de producción menor, los beneficios esperados son menores y por tanto son también menores los niveles de endeudamiento y los riesgos.

Blanco (2009) estudia la relación entre el desarrollo financiero y el desarrollo económico en Latinoamérica. Sus hallazgos sugieren que el desarrollo financiero tiene influencia significativa en el desarrollo económico solo en los países que cuentan con mayores regulaciones a los derechos de los inversionistas, guardando coherencia con los argumentos ya presentados. En particular, Salazar, Becerra y Wills (2011) analizan para Colombia la relación empírica entre la profundidad del sistema financiero y el nivel de la productividad total de los factores (ltp).

Los resultados sugieren que la profundidad del sector bancario (crédito privado por bancos/PIB) tiene un impacto potencial en la productividad de las firmas, al igual que la capitalización bursátil como porcentaje del PIB y el valor total de las transacciones en el mercado accionario como porcentaje del PIB.

En resumen, tanto los estudios teóricos como los empíricos sugieren que el desarrollo del sistema financiero tiene efectos positivos en el desarrollo económico. Esto se produce cuando la economía cumple condiciones particulares con respecto a las regulaciones del sistema financiero, la política y la administración de los recursos, entre otras posibles causas. Los mercados emergentes no son una excepción. En este sentido, los estudios apuntan a que el desarrollo financiero promueve el desarrollo económico solo cuando las condiciones lo permiten. El trabajo de Salazar, Becerra y Wills (2011) sugiere que Colombia puede cumplir condiciones para que el desarrollo del sistema bancario y el desarrollo del mercado accionario tengan efectos sobre la productividad total de los factores, haciendo que tenga sentido realizar estudios acerca de los efectos que puede tener la implementación de políticas relacionadas con el sistema financiero en Colombia. En particular para este trabajo, como se mencionó anteriormente, se estudian los efectos que puede tener una mayor libertad financiera en el mercado accionario sobre el crecimiento económico al reducir los requisitos de capital fijo mínimo para emitir acciones.

“En resumen, tanto los estudios teóricos como los empíricos sugieren que el desarrollo del sistema financiero tiene efectos positivos en el desarrollo económico.”

3 MODELO

Se construye un modelo tomando como base el desarrollado por Midrigan & Xu (2014), en el cual los empresarios toman decisiones frente a financiarse o no financiarse con terceros a través del sistema financiero. Sin embargo, se hacen algunas modificaciones a dicho modelo con el fin de realizar el estudio que se pretende en este trabajo. Estas modificaciones consisten en adicionarle el requisito de capital físico mínimo para acceder al sector corporativo, convirtiéndose en un capital inicial de la empresa que entra a este sector. Entonces se hace necesaria una modificación a la función de producción del sector corporativo para que cuente con este capital mínimo inicial.

El modelo consta de una economía con agentes heterogéneos donde los productores pueden operar en dos sectores: un sector no corporativo, donde se asume que no se obtiene deuda ni se utiliza capital en la producción. Los productores en este sector deben decidir sobre operar en el sector corporativo o seguir operando en el sector no corporativo. El otro sector es el sector corporativo, al cual solo se puede acceder realizando inversiones mínimas en capital intangible y una inversión en capital físico mínimo que exige la regulación para poder obtener financiación en los mercados financieros (a través de créditos y participación accionaria). Los fondos que se ofrecen en el sistema financiero son suministrados por los trabajadores de la economía, y los demandantes de estos fondos son las empresas del sector corporativo.

El modelo es calibrado con la intención de representar algunas características de la economía colombiana. Una vez hecho esto, se enfoca el estudio en cómo un relajamiento de las fricciones financieras, específicamente una reducción del nivel inicial mínimo de capital físico que deben tener las empresas para ser fondeadas mediante acceso al sistema financiero, cambios en la participación que las empresas otorgan a la emisión de acciones y cambios en el valor que se acepta como colateral de los créditos, afectan al crecimiento económico.

A. Planteamiento

La economía está poblada por un continuo de trabajadores y una cantidad Nt de empresarios. La eficiencia del trabajo y el número de trabajadores aumenta en el tiempo a una tasa constante γ . Existen dos sectores en la economía: el sector no corporativo, el cual opera con una tecnología improductiva que solo usa trabajo, y el sector corporativo que opera con una tecnología más productiva que usa capital y trabajo. Los productores operan en uno de estos dos sectores.

En el sector corporativo se usa como fuente de financiación el sistema financiero, mientras que las empresas en el sector no corporativo no lo usan, solo se financian con recursos propios. Entrar al sector corporativo requiere incurrir en unos costos hundidos de entrada. Una vez en este sector, los productores pueden

adquirir préstamos y ahorrar con intermediarios financieros. El monto que un productor puede pedir prestado está sujeto a una restricción de colateral.

Los trabajadores enfrentan un riesgo idiosincrático no asegurable de ingresos laborales y tienen acceso a los mercados financieros. Existen dos tipos de instrumentos financieros disponibles: un título de deuda contingente a un periodo, y acciones que dan derecho a reclamar las ganancias de los productores.

Productores

Al final de cada periodo t nacen $(\gamma - 1)N_t$ productores. Todos estos productores entran a la economía operando en el sector no corporativo. Con el tiempo, los productores pueden elegir entre permanecer en el sector no corporativo o entrar al sector corporativo pagando los costos hundidos de entrada. La condición para entrar al sector corporativo consta de realizar dos inversiones: una inversión en capital físico mínimo Ψ , el cual es asignado exógenamente como condición para acceder al sector corporativo, y una inversión en capital intangible $\exp(z)\kappa$ con el objetivo de adquirir una capacidad productiva que permita utilizar más eficientemente el capital físico mínimo inicial Ψ y el capital con el que se producirá en cada periodo K_t ya estando en el sector corporativo, y así se incremente la capacidad de cumplir con las obligaciones financieras adquiridas al entrar y obtener beneficios.

Sector no corporativo

Los productores en este sector tienen una tecnología de producción con rendimientos decrecientes que produce Y_t usando trabajo L_t como único factor de producción:

$$Y_t = \exp(z + e_t)^{1-\eta} L_t^\eta. \quad (1)$$

Aquí $\eta < 1$ es el grado de rendimientos de escala, z es un componente permanente de productividad del empresario y e_t es un componente de productividad transitorio que evoluciona en el tiempo de acuerdo con un proceso de Markov de estado finito $E = \{e_p, \dots, e_r\}$ con probabilidad de transición asociada f , la cual se denota con \bar{f}_p . De manera similar, los productores al nacer adquieren su productividad permanente z de una distribución $G(z)$ cuya media está normalizada a uno. Todos los productores nacen con riqueza cero.

El problema del productor en el sector no corporativo es maximizar la utilidad vitalicia

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \log(C_t).$$

La restricción presupuestaria depende de si decide permanecer en el sector no corporativo o entrar al corporativo. Si decide permanecer en el sector no corporativo tiene ganancias de $Y_t - WL_t$, y elige cuánto de sus ingresos ahorra y consume. La deuda de los productores está denotada por D_t . La restricción presupuestaria es:

$$C_t = Y_t - WL_t - (1 + r)D_t + D_{t+1}, \quad (2)$$

donde W y r son los salarios y tasas de interés de equilibrio en la economía. Estos productores no están en capacidad de pedir prestado, así que $D_{t+r} \leq 0$.

Estos productores financian los gastos en capital físico nuevo K_{t+p} , el capital inicial para poder acceder al sector corporativo Ψ y la inversión en capital intangible $\exp(z)\kappa$ usando fondos propios, pidiendo préstamos (i.e., usando el activo de deuda libre de riesgo) o emitiendo acciones. El monto que el productor puede pedir prestado está limitado por una restricción de colateral que requiere que la deuda no exceda una fracción de su capital acumulado:

$$D_{t+1} \leq \theta [K_{t+1} + \Psi + \exp \exp (z) \kappa], \quad (3)$$

donde $\theta \in [0,1]$ determina la magnitud de las fricciones financieras en esta economía. Se asume que tanto el capital nuevo como el capital mínimo inicial y el capital intangible sirven como colateral. De no ser así, las empresas tendrían que ahorrar, en uno o varios periodos, la totalidad de los fondos para adquirir el capital físico inicial más el capital intangible antes de poder tomar la decisión de entrar al sector corporativo. El supuesto anterior podría diferir de las reglas del sector financiero de algunas economías; así, por ejemplo, en Colombia el capital intangible no es aceptado como colateral.

Sea P_t el precio de una acción que da derecho a reclamar el flujo completo de beneficios de una empresa en el sector corporativo, donde los beneficios están definidos como el producto neto después de pagos al trabajo e interés sobre el capital:

$$\Pi_t^C = Y_t - WL - (r + \delta)K_t,$$

Se asume que los productores solo pueden emitir derechos a una fracción $\theta\chi$ de las ganancias futuras, donde $\chi \in [0,1]$, y solo lo pueden hacer una vez al entrar al sector corporativo.

La restricción presupuestaria de un productor que entra al sector corporativo es entonces

$$C_t + K_{t+1} + \exp(z) \kappa + \Psi = Y_t - WL - (1+r)D_t + D_{t+1} + \theta\chi P_t. \quad (4)$$

El productor usa sus fondos internos, los préstamos y lo recaudado a partir de emitir acciones para financiar su consumo y los gastos en capital nuevo, el capital inicial del sector corporativo y el capital intangible.

Sector Corporativo

La tecnología con la cual operan los productores en el sector corporativo es

$$Y_t = \exp(z + e_t + \phi)^{1-\eta} (L_t^\alpha (K_t + \Psi)^{1-\alpha})^\eta,$$

donde α representa la participación del trabajo en la producción, K_t es el capital instalado en el periodo anterior y $\phi \geq 0$ representa la productividad relativa del sector corporativo adquirida a través de la inversión en capital intangible.

Los productores en este sector pueden ahorrar y pedir préstamos a la tasa libre de riesgo r , sujeto a la restricción de colateral. La restricción presupuestaria es

$$C_t + K_{t+1} - (1-\delta)K_t = Y_t - WL - (1+r)D_t - \theta\chi\Pi_t^C + D_{t+1}, \quad (5)$$

donde el consumo y la inversión en el periodo t son adquiridos a través de fondos obtenidos de la producción y la nueva deuda adquirida para el periodo $t+1$, descontando el pago de salarios, el pago de los dividendos a los accionistas y el pago de la deuda del periodo t .

Trabajadores

La economía está poblada por un continuo de trabajadores, los cuales proveen $\gamma^t v_t$ unidades de trabajo eficiente, donde v_t es su eficiencia idiosincrática y evoluciona a través del tiempo de acuerdo con un proceso de Markov de estado finito.

Sea a_t las tenencias del activo libre de riesgo por un trabajador y ω_t^i el número de acciones que este tiene de la empresa i . El trabajador tiene preferencias logarítmicas idénticas a las del empresario, y elige cuánto ahorrar y cuánto consumir sujeto a una restricción presupuestaria dada por

$$c + a_{t+1} + \int P_t^i \omega_{t+1}^i di = W \gamma^t v_t + (1+r) a_t + \int (P_t^i + \Pi_t^{C,i}) \omega_t^i di.$$

Los trabajadores no pueden pedir prestado, así que las tenencias de activos, $a_{t+1} + \int P_t^i \omega_{t+1}^i di$, son no negativas. El último término del lado derecho corresponde al valor de todas las acciones sobre la empresa i en el periodo t . En particular, el término $\int P_t^i \omega_{t+1}^i di$, indica el valor neto que se pagará por la tenencia de todas las acciones en el periodo $t+1$. Estos dos términos se refieren al valor de la tenencia de todas las acciones en el mercado secundario en el periodo t y cuánto se debe pagar por este en el periodo $t+1$, respectivamente.

Dado que no hay riesgo agregado en esta economía, la condición de no arbitraje implica que el retorno sobre el activo libre de riesgo es igual al retorno esperado sobre las tenencias de acciones:

$$(1+r) = \frac{E_t[P_{t+1}^i + \Pi_{t+1}^{C,i}]}{P_t^i}.$$

B. Formulación recursiva y reglas de decisión

Productores en el sector corporativo

Sea $A=K-D$ el patrimonio neto de un empresario relativo a su productividad permanente. El supuesto relativo a la medición del capital implica que las ganancias de los productores son una función solamente de su valor patrimonial, no de su capital y deuda de forma aislada. Más aún, las ganancias, la producción y la elección óptima de capital y trabajo son todas homogéneas de grado uno en $(A, \exp(z))$, de modo que se pueden re-escalar todas las variables por $\exp(z)$.

Asumiendo precios constantes W y r , la ecuación de Bellman de un productor con patrimonio neto re-escalado $a = A/\exp(z)$ y productividad e_i está dada por

$$V^C(a, e_i) = \max_{a', c} \log(c) + \beta \sum_j f_{ij} V^C(a', e_j). \quad (6)$$

La restricción presupuestaria del productor es

$$c + a' = (1 - \theta\chi) \pi^C(a, e) + (1 + r)a, \quad (7)$$

donde

$$\pi^C(a, e) = \max_{k, l} \exp(e + \phi)^{1-\eta} (l^\alpha (k + \Psi)^{1-\alpha})^\eta - Wl - (r + \delta)k. \quad (8)$$

La restricción de endeudamiento, que parte de reorganizar la ecuación (3) y el re-escalamiento, es

$$k \leq \frac{1}{1-\theta} a + \frac{\theta}{1-\theta} (\kappa + \Psi). \quad (9)$$

La decisión de acumulación de patrimonio neto del productor está caracterizada por la condición de optimalidad intertemporal

$$\frac{1}{c(a, e_i)} = \beta \sum_j f_{ij} \left[(1 + r) + \frac{1}{1-\theta} \mu(a', e_j) \right] \frac{1}{c(a', e_j)}, \quad (10)$$

donde $\mu(a, e)$ es el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción de endeudamiento (9).

Finalmente, las elecciones de capital y trabajo se reducen a

$$\alpha \eta \frac{y(a, e)}{l(a, e)} = W \quad (11)$$

y

$$(1 - \alpha) \eta \frac{y(a, e)}{k(a, e) + \Psi} = r + \delta + \mu(a, e), \quad (12)$$

donde $r+\mu$ es el costo sombra del financiamiento, es decir, el costo en el que se debe incurrir para obtener una unidad adicional de capital físico como proporción de la productividad adicional generada por este capital.

Resolver el sistema de ecuaciones (11) y (12) arroja como resultado las demandas de factores

$$l(a, e) = \exp(e + \phi) \left(\frac{(1-\alpha)\eta}{r_{it} + \delta} \right)^{\frac{(1-\alpha)\eta}{1-\eta}} \left(\frac{\alpha\eta}{W} \right)^{\frac{1-(1-\alpha)\eta}{1-\eta}}, \quad (13)$$

$$k(a, e) = \exp(e + \phi) \left(\frac{(1-\alpha)\eta}{r_{it} + \delta} \right)^{\frac{1-\alpha\eta}{1-\eta}} \left(\frac{\alpha\eta}{W} \right)^{\frac{\alpha\eta}{1-\eta}} - \psi. \quad (14)$$

Al remplazar las ecuaciones (13) y (14) en la función de producción reescalada, se obtiene

$$y(a, e) = \exp(e + \phi) \left(\frac{(1-\alpha)\eta}{r_{it} + \delta} \right)^{\frac{(1-\alpha)\eta}{1-\eta}} \left(\frac{\alpha\eta}{W} \right)^{\frac{\alpha\eta}{1-\eta}}, \quad (15)$$

donde r_{it} es el costo sombra del financiamiento y toma los siguientes valores:

$$r_{it} \begin{cases} r \text{ si } \exp(e + \phi) \left(\frac{(1-\alpha)\eta}{r_{it} + \delta} \right)^{\frac{1-\alpha\eta}{1-\eta}} \left(\frac{\alpha\eta}{W} \right)^{\frac{\alpha\eta}{1-\eta}} - \psi < \frac{1}{1-\theta} [a_{it} + \theta(\kappa + \psi)] \\ \text{en otro caso } \left(\frac{\alpha\eta}{W} \right)^{\frac{\alpha\eta}{1-\alpha\eta}} (1-\alpha)\eta \left(\frac{\exp(e + \phi)}{\frac{1}{1-\theta} [a_{it} + \theta(\kappa + \psi)] + \psi} \right)^{\frac{1-\eta}{1-\alpha\eta}} - \delta \end{cases} \quad (16)$$

Productores en el sector no corporativo

Sea $a=d$ el patrimonio neto de este productor. La ecuación de Bellman de un productor con patrimonio neto a y productividad e_i está dada por

$$V^N(a, e_i) = \max_{a', c} \log(c) + \beta \max \left\{ \sum_j f_{ij} V^N(a', e_j), \sum_j f_{ij} V^C(a', e_j) \right\}$$

sujeto a

$$c + x = \pi^N(e) + (1+r)a, \quad (17)$$

donde

$$\pi^N(e) = \max_l \exp(e)^{1-\eta} l^\eta - Wl$$

son las ganancias y x son los ahorros.

El valor de continuación es la envoltura del valor esperado de las dos opciones que tiene este productor: permanecer en el sector no corporativo o cambiarse al corporativo. La evolución de su valor patrimonial depende de si el productor cambia de sector. Un productor que permanece en el sector no corporativo simplemente hereda sus ahorros pasados, $a' = x$. Por otro lado, un productor que entra al sector corporativo tiene

$$a' = x - (\psi + \kappa) + \theta\chi p(a', e_i), \quad (18)$$

donde $p(a', e_i)$ es el precio (re-escalado por $\exp(z)$) del derecho a reclamar el flujo de ganancias futuras y satisface

$$p(a, e_i) = \frac{1}{1+r} \sum_j f_{ij} \left[p(a', e_j) + \pi^C(a', e_j) \right]. \quad (19)$$

Un productor que decide cambiar de sector debe pagar el costo de entrada $\psi + \kappa$, y recibe una inyección de capital $\theta\chi p(a', e_i)$ al vender los derechos a una fracción $\theta\chi$ de su flujo futuro de ganancias.

El hecho de que los productores en el sector corporativo pueden pedir prestado contra la inversión inicial implica que el patrimonio neto puede ser negativo. Así, la restricción de colateral no es la única restricción que el productor enfrenta. Como la deuda no es contingente, la restricción de endeudamiento natural es

$$a > a_{min} = - \frac{(1-\theta\chi)\pi^C(a_{min}, e_1)}{r}, \quad (20)$$

la cual requiere que los productores puedan pagar su deuda bajo la peor sucesión de choques de productividad posible. Esta restricción es más rigurosa que la restricción de colateral.

C. Equilibrio

Sea $n_t^C(a, e)$ la medida de los productores del sector corporativo y $n_t^N(a, e)$ la medida de los productores del sector no corporativo. La medida de los productores en los dos sectores suma $N_t = \gamma^t$:

$$\int_{A \times E} dn_t^C(a, e) + \int_{A \times E} dn_t^N(a, e) = N_t$$

Para caracterizar la evolución de estas medidas, sea $\xi(a, e)$ una variable indicadora acerca de si el productor en el sector no corporativo cambia al sector corporativo.

La medida de los productores en el sector corporativo evoluciona en el tiempo de acuerdo con

$$n_{t+1}^C(A, e_j) = \int_A \sum_i f_{i,j} I_{\{a^C(a, e_i) \in A\}} dn_t^C(a, e_i) + \int_A \sum_i f_{i,j} I_{\{\xi(a, e_i) = 1, a^{N,C}(a, e_i) \in A\}} dn_t^{N,C}(a, e_i), \quad (21)$$

donde $a^C(\cdot)$ es la decisión de ahorro de un productor en el sector corporativo y $a^{N,C}(\cdot)$ es el monto del patrimonio neto que un productor que cambia de sector lleva al siguiente periodo. La ecuación de movimiento (21) simplemente suma los productores en el sector corporativo y los del sector no corporativo que deciden cambiar de sector.

De manera similar, la medida de los productores en el sector no corporativo evoluciona de acuerdo con

$$n_{t+1}^N(A, e_j) = \int_A \sum_i f_{i,j} I_{\{\xi(a, e_i) = 1, a^{N,C}(a, e_i) \in A\}} dn_t^{N,C}(a, e_i) + (\gamma - 1) N_t I_{\{0 \in A\}} \bar{f}_j, \quad (22)$$

donde \bar{f}_j es la distribución estacionaria de la productividad transitoria y $a^N(\cdot)$ es la decisión de ahorro de un productor que se mantiene en este sector. Esta expresión simplemente suma los productores que se mantienen en el sector no corporativo y los productores que nacen.

Un equilibrio de crecimiento balanceado consiste en un conjunto de precios W, r y $p(a, e)$; funciones de política para los trabajadores, $c_t^w(a, v)$ y $a_{t+1}^w(a, v)$; funciones de política para los productores, $c_t^j(a, v)$ y $a_{t+1}^j(a, v)$, donde $j \in \{C, N\}$; la decisión de cambiar $\xi(a, e)$ para los productores en el sector no corporativo; medidas $n_{t+1}^N(a, e)$ y $n_{t+1}^C(a, e)$ y $n_t^C(a, e)$, al igual que las decisiones de producción, trabajo y capital para los productores, $y^N(e)$, $l^N(e)$, $y^C(e)$, $l^C(e)$, $k^C(e)$, que satisfacen
(i) la condición de aclaramiento del mercado laboral:

$$L_t = \int_{A \times E} l^N(e) dn_t^N(a, e) + \int_{A \times E} l^C(a, e) dn_t^C(a, e)$$

donde $L_t = \gamma'$ es el monto total de unidades de eficiencia laboral suministrada por los trabajadores (se normaliza la media de v a la unidad);
 (ii) la condición de aclaramiento de los mercados de activos:

$$A_{t+1}^w + \sum_{i=C,N} \int_{A \times E} a_{t+1}^i(a, e) dn_{t+1}^i(a, e) = \int_{A \times E} k_{t+1}^C(a, e) dn_{t+1}^C(a, e); \quad (23)$$

(iii) la optimización de los productores y trabajadores;
 (iv) la condición de no arbitraje (19); y
 (v) las leyes de movimiento para las medidas (21) y (22).

La condición de aclaramiento de los mercados de activos se puede reescribir como

$$C_t + K_{t+1} - (1 - \delta)K_t + X_t = Y_t, \quad (24)$$

Que implica que el consumo total y la inversión en capital nuevo, capital físico inicial y capital intangible es igual al monto total del producto producido por ambos sectores.

Todas las variables que están indicadas con subíndices temporales crecen a una tasa constante γ a lo largo de la senda de crecimiento balanceado. Todas las otras variables, tales como las reglas de decisión y las funciones que asignan precios a las acciones, son invariantes en el tiempo. Para resolver el equilibrio de crecimiento balanceado, se re-escalan todas las variables que crecen en el tiempo por γ^t y se resuelve el sistema estacionario resultante.

4 CALIBRACIÓN

El modelo se calibra para ser consistente con algunas características de la economía colombiana. Se divide el vector de parámetros en dos grupos. El primer grupo incluye parámetros de preferencias y tecnología que son difíciles de identificar usando datos de la economía. La segunda categoría incluye parámetros que determinan tanto la productividad de los empresarios como el tamaño de las fricciones financieras. Estos parámetros se asignan con la intención de que el modelo represente algunas características de los mercados financieros y otras variables de la economía colombiana.

A. Parámetros asignados

Se asignan valores a estos parámetros de acuerdo con la literatura existente sobre modelos de equilibrio general dinámico (Tabla 1). La participación del trabajo se asume como $\alpha=2/3$, valor común en los modelos aludidos. A sí mismo, algunos valores de los parámetros están basados en el trabajo de Granda, Hamann, & Tamayo (2017) sobre restricciones al ahorro y al crédito en Colombia. En particular, los periodos se normalizan a un año y se adopta el factor de descuento $\beta=0,958$, la tasa de crecimiento $\gamma=1,038$, la participación de los factores variables en la producción $\eta=0,85$ y la tasa de depreciación $\delta=0,075$.

Tabla 1.
Parámetros
asignados

Parámetros asignados	Valor	Descripción	Fuente
β	0,958	Factor de descuento	Granda et al. (2017)
γ	1,038	Tasa de crecimiento económico	Granda et al. (2017)
η	0,850	Participación de los factores variables	Granda et al. (2017)
δ	0,075	Tasa de depreciación del capital	Granda et al. (2017)
α	0,667	Participación del trabajo	Literatura DGE

B. Parámetros calibrados

Los valores de los parámetros calibrados fueron hallados para representar los datos de algunas empresas que cotizan en el mercado accionario colombiano relevantes para este estudio. En particular, se calibran los parámetros que determinan el nivel de deuda y acciones que los productores pueden emitir, θ y χ , para que el modelo replique la razón de deuda sobre ventas de 1,01 y la razón de capitalización bursátil sobre ventas de 1,03. La información sobre deuda y ventas se obtuvo a partir de los estados financieros de 33 empresas que cotizaban en el mercado accionario colombiano en 2016. Para la selección de estas empresas, se utilizó el software Economatica del Laboratorio Financiero de la Universidad de Antioquia. Los datos acerca de la capitalización bursátil en 2016 se obtuvieron a partir de la base de datos del Banco Mundial.

Los costos hundidos para entrar al sector corporativo y tener acceso a los mercados financieros se calibraron para que repliquen la información sobre los estados financieros de las empresas usadas para el estudio. Específicamente, el capital fijo mínimo de las empresas que cotizan en los mercados accionarios Ψ está calibrado de modo que la razón de la inversión en capital fijo sobre las ventas del sector corporativo obtenida a partir del modelo se aproxime a 0,11 por ciento. Esta cifra corresponde al requerimiento de capital mínimo para emitir acciones en la Bolsa de Valores de Colombia (\$7.000 millones), multiplicado por las treinta y tres empresas consideradas en este estudio y dividido por la suma de las ventas de cada una de estas empresas. De la misma manera, el capital intangible κ se calibra para que el modelo replique la razón de inversión en activos intangibles sobre las ventas del sector corporativo, que es del 3 por ciento. Este valor se calcula a partir de los estados financieros de las empresas utilizadas para el estudio sumando el saldo de los activos intangibles, específicamente los saldos de marcas, software e investigación y desarrollo, y dividiendo dicha suma por las ventas.

La Tabla 2 lista los momentos relevantes usados para calibrar los parámetros referidos, los cuales se indican en la Tabla 3, comparando los valores que adquieren estos momentos en el modelo con los calculados para la economía colombiana según se describió arriba.

Tabla 2.
Criterios de
calibración

	Modelo	Datos
Desviación estándar de $\log(Y)$	0,639	0,642
Desviación estándar de $d\log(Y)$	0,020	0,021
Deuda agregada a ventas	0,970	1,010
Capitalización bursátil a ventas	0,980	1,030
Inversión en intangibles a ventas (%)	2,870	3,000
Inversión en capital fijo a ventas (%)	0,110	0,110

Parámetro calibrado	Valor	Descripción
θ	0,379	Restricción de colateral
χ	0,683	Restricción de emisión de acciones
ψ	0,667	Capital inicial para entrar al sector corporativo
κ	1,431	Capital intangible para entrar al sector corporativo

Tabla 3.
Parámetros
relacionados con
los mercados
y las fricciones
financieras

En otro orden de ideas, se asume que la productividad transitoria de los empresarios sigue un proceso autorregresivo de orden uno (AR(1)) con perturbaciones gaussianas. Se elige la volatilidad de los choques transitorios de la productividad σ_ϵ y la persistencia de los choques ρ para que la desviación estándar del PIB y del crecimiento del PIB se aproxime a los de la economía colombiana de 0,02 y 0,64, respectivamente, las cuales fueron calculadas según series históricas del Banco Mundial.

La eficiencia de los trabajadores sigue un proceso de Markov con $v_i \in \{0,1\}$. Se asume que la probabilidad de estar en el estado cero es igual a $\lambda_0=0,5$ y se elige la probabilidad de mantenerse en el estado uno igual a $\lambda_1=0,631$, para que la fracción de trabajadores que ofrecen su trabajo en cualquier periodo sea del 57,6%. Este número es consistente con la tasa de ocupación promedio de la economía colombiana desde diciembre de 2008 a diciembre del 2017, según datos del Boletín Técnico de la Gran Encuesta Integrada de Hogares del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE).

La productividad relativa del sector corporativo se calibró a un valor de $\Phi = 1,541^1$, valor que permitió que todos los aspectos de interés del sector corporativo en el modelo se aproximaran a los calculados para las empresas que participan en el mercado accionario colombiano, tal como se explicó anteriormente. La Tabla 4 presenta un resumen de estos parámetros.

¹ A diferencia de Midrigan y Xu (2004), donde se asume $\Phi=0,2((1-\eta))$, en este trabajo se calibró para facilitar la convergencia en el mercado de los factores.

Tabla 4.
Parámetros relacionados con los procesos estocásticos de las productividades de trabajadores y empresarios

Parámetro calibrado	Valor	Descripción
ρ	0,483	Persistencia de los choques transitorios
σ_e	0,001	Desviación estándar de los choques transitorios
λ_1	0,631	Persistencia del trabajador estado 1
λ_0	0,500	Persistencia del trabajador estado 0
ϕ	1,541	Eficiencia relativa del sector corporativo



Se realizan modificaciones a los valores de los parámetros que tienen relación con la regulación del sistema financiero con el fin de analizar los efectos que tendrían en la economía del modelo. Primero, se varía el porcentaje de emisión de acciones permitida al entrar al sector corporativo al igual que la fracción correspondiente al capital que se acepta como colateral de la deuda de manera independiente. Segundo, se analizan los efectos que tendría reducir los costos hundidos, referente al capital fijo mínimo para entrar al sector corporativo sobre la economía.

A. Mercado accionario

En el mercado accionario colombiano no existen regulaciones asociadas a la capacidad máxima que tienen las empresas de emitir acciones; sin embargo, el desarrollo que tenga este mercado en cuanto a liquidez, profundidad y tamaño sí son un determinante de la capacidad que tiene una empresa de captar fondos a la hora de hacer una emisión de acciones.

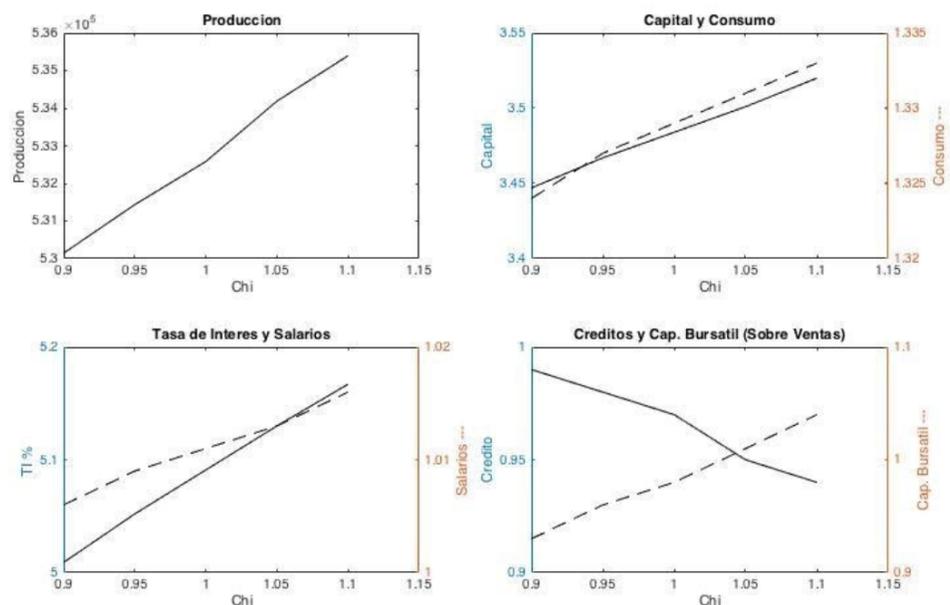
Para analizar los efectos que tendría un mayor desarrollo del mercado accionario y al mismo tiempo la capacidad de captar recursos a través de la emisión de acciones, se varía el parámetro χ relacionado con el desarrollo del mercado accionario en el modelo. Esta modificación consiste en realizar disminuciones e incrementos porcentuales al valor de χ en el modelo original, para luego evaluar los cambios en las distintas variables de la economía. En la Tabla 5 y en el Gráfico 1 se muestran estos resultados.

Como muestra la Tabla 5, aumentar χ en 5% y 10% genera un crecimiento de la producción agregada de 0,301% y 0,528%, respectivamente. De la misma manera, un mayor desarrollo del mercado accionario genera un aumento en el uso del capital, incrementa los salarios y las tasas de interés y aumenta el consumo. Estos resultados tienen sentido debido a que aumentar la capacidad de captar recursos a través de la emisión de acciones aumenta los fondos disponibles para inversión, aumentando así la utilización de capital y por tanto también la producción y el consumo. La oferta de trabajo es fija e igual a uno en la economía, además el salario W es igual a la productividad marginal del trabajo, por lo que un aumento de la producción con la misma cantidad de trabajadores representa una mayor productividad de estos, generando un aumento del salario de equilibrio. El incremento en la tasa de interés r se puede explicar debido al aumento en la demanda de capital para la producción.

	$\chi(0,9)$	$\chi(0,95)$	Benchmark	$\chi(1,05)$	$\chi(1,1)$
W	1,006	1,009	1,011	1,013	1,016
r	5,009%	5,052%	5,091%	5,130%	5,167%
Capital	3,447	3,467	3,484	3,501	3,520
Consumo por trabajador	1,324	1,327	1,329	1,331	1,333
Producción agregada	530.145	531.434	532.582	534.187	535.395
Deuda a producción del sector corporativo	0,99	0,98	0,97	0,95	0,94
Capitalización bursátil a ventas del sector corporativo	0,93	0,96	0,98	1,01	1,04

Tabla 5.
Efectos de variaciones en el desarrollo del mercado accionario

Gráfico 1.
Efectos del desarrollo del mercado accionario (χ)



Nota: Benchmark $\chi=1$.

En cuanto a la utilización de financiación a través de deuda y a la capitalización bursátil, un mayor desarrollo del mercado accionario genera una disminución de la financiación a través de deuda como proporción de las ventas de las firmas del sector corporativo y un aumento de la capitalización accionaria como proporción de las ventas de este mismo sector. Este resultado se debe a que aumenta la producción, mientras que la capacidad de endeudamiento permanece constante, por lo que sus proporciones se reducen. Con respecto a la capitalización bursátil, un aumento de la emisión de acciones genera un aumento de la capitalización accionaria superior al de las ventas de las empresas del sector corporativo.

Al reducir χ en 5% y 10% se observa una variación en el sentido opuesto de las variables analizadas, logrando consistencia en los efectos de χ en la economía. Así, se muestra que en este modelo el mercado accionario influye en la economía y, en particular, tiene el efecto esperado sobre el crecimiento económico, guardando correspondencia con la literatura sobre el tema.

B. Mercado crediticio

Los créditos están limitados por el valor de los activos que se aceptan como garantía sobre los préstamos que se realizan. Entre mayor desarrollo del sistema financiero crediticio, será más factible aceptar un valor más cercano al real como colateral. θ es el parámetro que indica el porcentaje del valor de los activos que se aceptan como colateral, y al mismo tiempo el desarrollo del mercado crediticio. Para estudiar los efectos que tendría variar el desarrollo del mercado crediticio tomando como medida el porcentaje del valor que se acepta como colateral, se varía el parámetro θ . Esta modificación consiste en realizar disminuciones e incrementos porcentuales al valor original de θ , para luego proceder a evaluar las variables de la economía. Los resultados se resumen en la Tabla 6 al igual que en el Grafico 2.

	$\theta(0,95)$	$\theta(0,975)$	Benchmark	$\theta(1,025)$	$\theta(1,05)$
W	1,006	1,009	1,011	1,013	1,016
r	5,013%	5,051%	5,091%	5,129%	5,166%
Capital	3,444	3,463	3,484	3,502	3,521
Consumo por trabajador	1,325	1,327	1,329	1,331	1,333
Producción agregada	530.463	531.172	532.582	534.232	535.568
Deuda a producción del sector corporativo	0,94	0,95	0,97	0,98	0,99
Capitalización bursátil a ventas del sector corporativo	0,98	0,98	0,98	0,99	0,99

Tabla 6.
Efectos de variaciones en el desarrollo del mercado crediticio

Como muestra la Tabla 6, aumentar θ en 2,5% y 5% genera un crecimiento de la producción agregada de 0,310% y 0,561%, respectivamente. De la misma manera, un mayor desarrollo del sistema bancario genera un aumento en el uso del capital, incrementa los salarios y las tasas de interés y aumenta el consumo. Al ser θ el porcentaje de los distintos capitales que se acepta como garantía de la deuda, aumentar su valor es lo mismo que aumentar el monto que el sistema crediticio estaría dispuesto a prestar, por tanto aumenta la capacidad de captar recursos a través de deuda para inversión, aumentando así la utilización de capital y por tanto también la producción neta y el consumo. El aumento en la demanda del factor capital para la producción genera un incremento en la tasa de interés r . Como ya se explicó, la oferta de trabajo es fija e igual a uno en esta economía, haciendo que los cambios en la producción sobre W tengan el efecto mencionado en la subsección anterior, de modo que un aumento de la producción genera un aumento del salario de equilibrio.

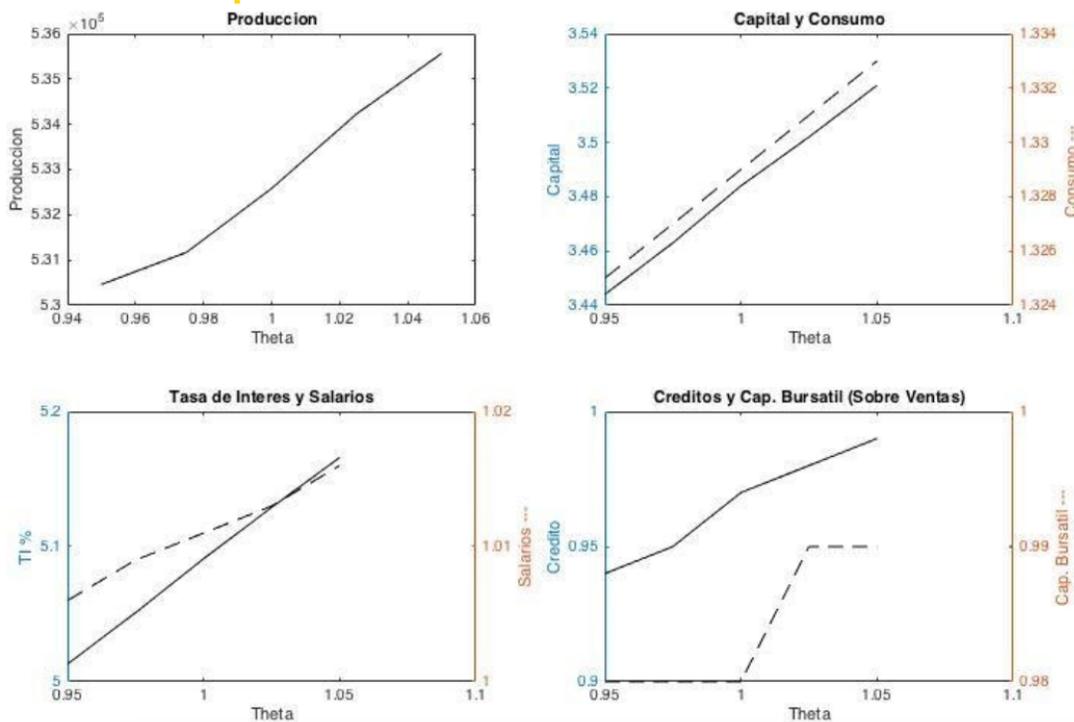


Gráfico 2.
Efectos del desarrollo del sistema crediticio (θ)

Nota: Benchmark $\theta=1$.

La capacidad de emitir acciones está determinada por $\theta\chi$, así que las variaciones en θ afectan tanto al mercado de deuda como al mercado accionario. Un mayor desarrollo del sistema bancario genera un aumento de la financiación a través de deuda como proporción de las ventas de las firmas del sector corporativo. Con respecto a la capitalización bursátil, un aumento de la garantía colateral genera un aumento en la producción de las empresas y un incremento de la capitalización bursátil superior al de las ventas de las empresas del sector corporativo. Ahora, en el mercado de deuda, se presenta un aumento de la capacidad de endeudamiento en mayor proporción que la producción, por lo que la deuda como proporción de las ventas aumenta.

Se muestra que este modelo guarda correspondencia con la literatura, en tanto que el mercado crediticio influye en la economía y, en particular, tiene el efecto esperado sobre el crecimiento económico. Al realizar el mismo ejercicio en el sentido contrario, es decir, reduciendo θ en 2,5% y 5%, se observa una variación en el sentido opuesto de las variables analizadas, por lo que los efectos de θ en la economía son consistentes.

C. Requerimientos de capital físico

Como ya se ha explicado, en los mercados accionarios existen unas restricciones de acceso que los entes reguladores imponen. En Colombia, una de ellas consiste en que las empresas deben tener un patrimonio mínimo de \$7.000 millones para poder emitir acciones, la cual se entiende como un costo hundido de capital fijo mínimo. Una vez entran al sector corporativo, las empresas empiezan a utilizar capital físico para su producción. Esta inversión se realiza con fondos de los accionistas, con créditos y con fondos propios. Se asume que la inversión en capital intangible se realiza con el fin de tener la capacidad de usar el capital físico mínimo para entrar a bolsa, más el capital en el que se invertirá. La inversión en capital intangible se interpreta también como un costo hundido.

El objetivo de este experimento es estudiar los efectos que tendría variar los costos hundidos de inversión en capital físico mínimo² que por regulación se imponen, pero sin afectar la posibilidad de que las empresas inviertan en capital intangible y alcancen el nivel tecnológico que necesitan para manejar el capital físico total que empezarán a usar. Se varía entonces el parámetro ψ , consistente en realizar disminuciones e incrementos porcentuales al valor de ψ original, para luego proceder a evaluar las variables de la economía. En la Tabla 7 y en el Gráfico 3 se presentan los experimentos y resultados de las modificaciones anteriormente descritas.

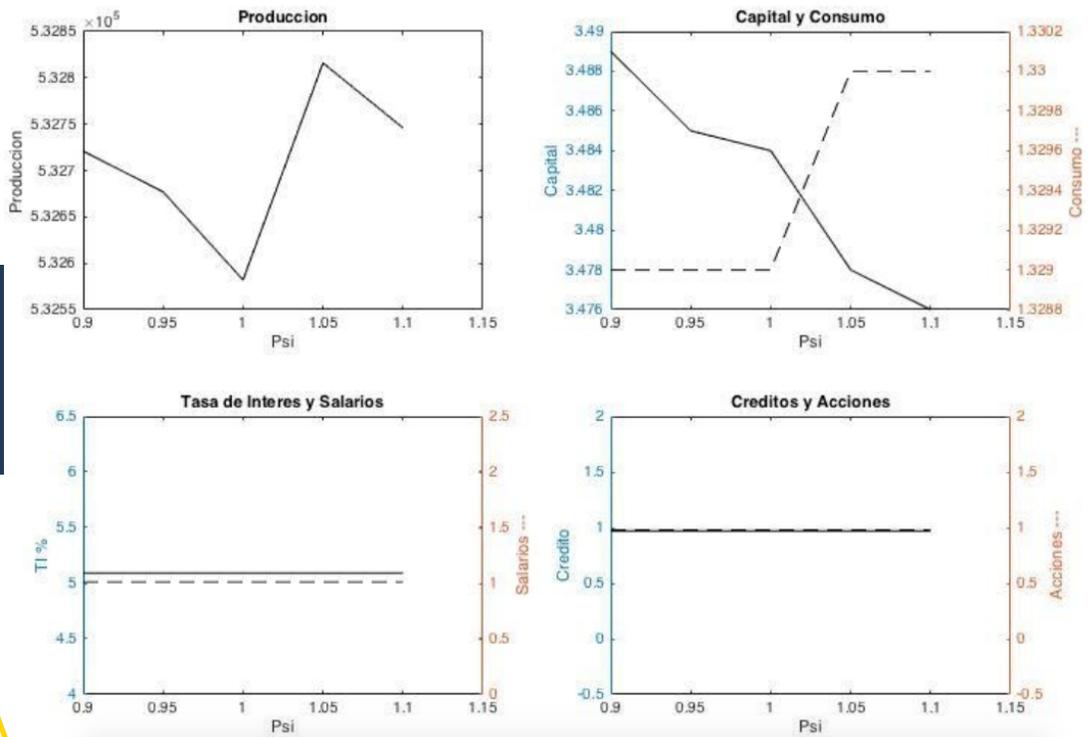
² Se realizaron experimentos con valores más extremos de χ , θ y ψ ; sin embargo, se observan problemas de convergencia con las simulaciones asociadas.

Ψ_m	$\psi (0,9)$	$\psi(0,95)$	Benchmark	$\psi (1,05)$	$\psi (1,1)$
W	1,011	1,011	1,011	1,011	1,011
r	5,091%	5,091%	5,091%	5,091%	5,091%
Capital	3,489	3,485	3,484	3,478	3,476
Consumo por trabajador	1,329	1,329	1,329	1,33	1,33
Producción agregada	532.721	532.677	532.582	532.816	532.746
Deuda a producción del sector corporativo	0,97	0,97	0,97	0,97	0,97
Capitalización bursátil a ventas del sector corporativo	0,98	0,98	0,98	0,98	0,98

Tabla 7.
Efectos de reducir los costos hundidos de capital físico

Los resultados muestran que las modificaciones en los requerimientos de capital físico mínimo para acceder al sector corporativo tienen pocos efectos en la economía, a excepción del capital físico que se adquiere cuando se entra al sector corporativo. Como se puede verificar en la ecuación (14), una reducción en el capital físico mínimo para entrar a bolsa ψ produce un efecto contrario y de igual magnitud en la demanda de capital, contrarrestando el efecto en la función de producción del sector corporativo. Esto indica que la utilización total de capital físico, es decir, el capital físico mínimo para entrar al sector corporativo ψ más el capital adquirido con inversión $k(a,e)$, no varía frente a la modificación de las regulaciones del sistema financiero.

Gráfico 3.
Efecto de los requisitos de capital mínimo (ψ)



Nota: Benchmark $\psi=1$

Con respecto a las tasas de interés r en la ecuación (12), como ya se explicó, los términos $k(a,e)+\psi$ varían en la misma magnitud y en sentido contrario, provocando que la igualdad quede inalterada y se conserven los valores en los demás componentes de la ecuación, incluyendo las tasas de interés. Al usar la misma cantidad de capital total en la economía, el precio del capital, o lo que es lo mismo, la tasa de interés no varía.

Los niveles de producción que cada empresa tiene son determinados según la ecuación (15). Como se puede confirmar, los requerimientos de capital físico mínimo no aparecen en la igualdad, por lo que la modificación de estos no generan ningún efecto en los niveles de producción. El requisito de capital físico mínimo es un costo hundido que no modifica los precios de los factores al mantener el capital total usado en la producción $k(a,e)+\psi$ constante. Las firmas toman la decisión sobre cuánto capital se va a utilizar producción pensando en el capital total. Esta decisión no se ve afectada por cuánto se debe invertir como costo hundido ψ y cuánto se va a invertir en adquisición de capital adicional $k(a,e)$.

El problema del productor de maximizar los beneficios no depende del capital físico mínimo ψ , al no generar cambios en el capital total usado para la producción ni en la tasa de interés. Este no cambia las cantidades producidas y adquiere el capital necesario para lograr este objetivo independiente de si lo hace antes de entrar al sector corporativo con fondos propios o si lo hace mediante financiación externa.

La decisión de entrar al sector corporativo o no solo depende de en cuál de los dos sectores genera más valor. Siempre que se genere más valor en el sector corporativo el productor estará dispuesto a realizar la inversión mínima inicial en capital físico independiente de su monto, y esto es así porque ese capital mínimo es usado en la producción.

MEMORIAS

CONCLUSIONES

El sistema financiero ha mostrado desempeñar funciones importantes en la economía; así, entender cómo sus características y modalidades influyen en el crecimiento promueve a que se realicen esfuerzos para su desarrollo. Políticas y regulaciones dentro del sistema financiero relacionadas con el valor que se acepta como colateral en el mercado crediticio y la capacidad de captar fondos del mercado accionario muestran que tienen efectos sobre el crecimiento económico, revelando la influencia que tiene el desarrollo del sistema financiero. La manera como está concebido el modelo que se utilizó para este estudio tiene en cuenta esta relación entre desarrollo financiero y crecimiento económico, mostrando que el modelo podría representar una economía donde las firmas toman decisiones frente a demandar o no fondos de terceros teniendo en cuenta los requerimientos de capital fijo mínimo para obtener acceso.

Bajo los supuestos del modelo construido, este estudio sugiere que no hay relación alguna entre los requisitos que la regulación del mercado accionario impone con el crecimiento económico. Estos requisitos, sin importar su valor, no son un limitante para que las empresas que obtendrían mayores beneficios financiándose con fondos de terceros hagan las inversiones necesarias cuando tengan la capacidad de hacerlo. Lo que genera la diferencia entre los empresarios que deciden entrar al sector corporativo y quienes no es la capacidad productiva innata, que determina la capacidad de generar beneficios mayores en el sector corporativo después del pago a los financiadores. Es conveniente contrastar estas conclusiones con estudios de tipo empírico que confirmen estadísticamente los resultados de este trabajo.

En este sentido, cabe considerar que los estudios empíricos revisados sugieren que siempre que las condiciones de regulación, política y administración creen condiciones adecuadas en la economía, la liberalización del sistema financiero tiene efectos positivos sobre el crecimiento económico, siendo potencialmente mayor el efecto de la liberalización del mercado accionario que la del sector bancario. En particular, la financiación a través del mercado de valores ha mostrado dar lugar a mayores incrementos en investigación y desarrollo que la financiación a través de bancos. En contraste, la literatura teórica generalmente asume que los fondos obtenidos del sistema financiero son usados en su totalidad para inversión en capital físico. Esta simplificación también fue adoptada en este trabajo y podría explicar por qué los resultados obtenidos difieren de los efectos encontrados en la literatura empírica sobre liberalización financiera y crecimiento económico.

Similarmente, las funciones y objetivos que los requerimientos de capital fijo mínimo desempeñan en el sistema financiero podrían estar más ligadas a la mitigación del riesgo para los capitalistas que invierten en acciones. Además, cabe la posibilidad de que una reducción de los requisitos de capital fijo mínimo facilite la entrada al mercado accionario en menor tiempo, generando que se alcance de manera temprana la maximización de beneficios de las firmas en el sector corporativo. Todas estas hipótesis, si bien requieren estudios adicionales con modelos teóricos diseñados para su contrastación, sugieren que relajar los requerimientos de capital mínimo para entrada a bolsa podría tener efectos no despreciables sobre el crecimiento económico y, por tanto, constituyen una alternativa viable de política financiera con potenciales efectos positivos.

MEMORIAS

ANEXOS

A. Método de solución del modelo

Se hace una aproximación a la función valor usando el método de colocación. Para esto se utilizó el software MATLAB con la librería CompEcon desarrollada por Miranda & Fackler (2002) y disponible en la Internet.

Se plantea la formulación recursiva del problema de los trabajadores, el problema de los empresarios del sector no corporativo y el problema de los empresarios del sector corporativo de manera separada, pero sin desvincular los problemas teniendo en cuenta las consideraciones plasmadas en el texto. De esta manera, se hallan las respectivas reglas de decisión de consumo, producción, oferta y demanda de capital y trabajo de cada sector, además de los precios de los factores en equilibrio.

Para resolver el modelo se efectúa una aproximación a las funciones valor (ecuaciones de Bellman) de cada agente construyendo una familia de funciones de aproximación. Primero, se especifica el espacio de estados constituido para cada problema por las diferentes productividades y niveles de activos. Estas conforman una retícula (*grid*) de nodos uniformes con valores máximos y mínimos considerados dentro del rango que podrían darle solución al sistema. Luego, se procede a construir el espacio de funciones de aproximación con una familia de funciones del tipo *spline*. Por último, se halla el vector de coeficientes asociados al espacio de funciones que, al ser multiplicado por las respectivas funciones evaluadas en los nodos de la retícula, permite aproximar las ecuaciones funcionales que representan el problema de cada tipo de agente de manera recursiva.

Para hallar dichos coeficientes, se utiliza el método de Newton a partir de las funciones de aproximación. De esta manera, al evaluar las funciones de aproximación en los nodos de la retícula, se halla cuál es el nivel de activos que maximiza la ecuación de Bellman para cada nivel de productividad, y por tanto se halla tanto la función valor como la función de política para cada tipo de agente.

Una vez encontradas las funciones de política y las funciones valor, es posible construir las distribuciones ergódicas de los productores como de los trabajadores. Con esto se determinan los niveles individuales y agregados de ahorro y consumo, así como la demanda y la oferta de factores de producción que equilibran la economía dados los parámetros establecidos.

Para que los resultados correspondan a los momentos de la economía colombiana, se calibran los parámetros en consonancia con el equilibrio estacionario de la economía, el cual se obtiene mediante un procedimiento de tanteo en el que se busca el equilibrio en los mercados de factores.

Para calibrar los parámetros, se estipulan los momentos de los datos presentados en la Tabla 4 y se realizan iteraciones, ajustando en cada iteración los valores de los parámetros calibrados de la Tabla 3 y los precios de los factores hasta lograr una convergencia entre los valores de los momentos correspondientes al equilibrio estacionario del modelo y los momentos correspondientes a los datos de la economía colombiana. Se permite un error de convergencia de $1e^{-3}$ y un máximo de 300 iteraciones.

B. Calibración de los parámetros

Para que los resultados correspondan a los momentos de la economía colombiana, se calibran los parámetros en consonancia con el equilibrio estacionario de la economía, el cual se obtiene mediante un procedimiento de tanteo en el que se busca el equilibrio en los mercados de factores.

Para calibrar los parámetros, se estipulan los momentos de los datos presentados en la Tabla 4 y se realizan iteraciones, ajustando en cada iteración los valores de los parámetros calibrados de la Tabla 3 y los precios de los factores hasta lograr una convergencia entre los valores de los momentos correspondientes al equilibrio estacionario del modelo y los momentos correspondientes a los datos de la economía colombiana. Se permite un error de convergencia de $1e^{-3}$ y un máximo de 300 iteraciones.

C. Computación de los experimentos de política

Para realizar los experimentos de política, se varían los valores correspondientes a los parámetros a estudiar. Luego, se procede a encontrar el equilibrio estacionario.

MEMORIAS

BIBLIOGRAFÍA

- Arestis, P., Demetriades, P. O., & Luintel, K. B. (2001). Financial Development and Economic Growth: The Role of Stock Markets. *Journal of Money, Credit and Banking*, 33(1), 16–41.
- Aslan, H., & Kumar, P. (2011). Lemons or cherries? Growth opportunities and market temptations in going public and private. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 46(2), 489–526. <https://doi.org/10.1017/S0022109010000761>.
- Beck, T., Demirguc-kunt, A., Laeven, L., & Levine, R. (2008). Finance , Firm Size , and Growth. *Journal of Money, Credit and Banking.*, 40(7), 1379–1405.
- Bekaert, G., Harvey, C. R., & Lundblad, C. (2011). Financial openness and productivity. *World Development*, 39(1), 1–19. <https://doi.org/10.1016/j.worlddev.2010.06.016>
- Bena, B. J., & Jurajdaj, S. (2011). Financial Development and Corporate Growth in the EU Single Market. *Economica*, 78(311), 401–428.
- Blanco, L. (2009). The Finance–Growth Link in Latin America. *Southern Economic Journal*, 76(1), 224–248. <https://doi.org/10.4284/sej.2009.76.1.224>
- Bolsa de Valores de Colombia. (2017). *Reglamento General de la Bolsa de Valores de Colombia* (037). [pdf] Recuperado de https://www.bvc.com.co/pps/tibco/portalbvc/Home/Regulacion/Sistemas_Administrados/Renta_Variable?action=dummy
- Brown, J. R., Fazzari, S. M., & Petersen, B. C. (2009). Financing External Innovation and Growth : Cash Flow , Equity , and the 1990s R & D Boom. *The Journal of Finance*, 64(1), 151–185.
- Brown, J. R., Martinsson, G., & Petersen, B. C. (2013). Law, Stock Markets, and innovation. *The Journal of Finance*, 68(4), 1517–1549.
- Buera, F. J., Kaboski, J. P., & Shin, Y. (2011). Finance and Development : A Tale of Two Sectors. *American Economic Review*, 101, 1964–2002. <https://doi.org/10.1257/aer.101.5.1964>
- Chemmanur, T. J., He, S., & Nandy, D. K. (2010). The Going-Public Decision and the Product Market. *The Review of Financial Studies*, 23(5), 1855–1908.
- Cooley, F., & Quadrini, V. (2001). Financial Markets and Firms Dynamics. *The American Economic Review*, 91(5), 1286–1310.
- Departamento Administrativo Nacional de Estadística. (2018). *Gran Encuesta Integrada de Hogares* (GEIH) (Diciembre 2017). [pdf] Recuperado de <https://www.dane.gov.co/index.php/estadisticas-por-tema/mercado-laboral/empleo-y-desempleo/geih-historicos>
- Cuadro-Sáez, L., & García-Herrero, A. (2008). Finance for growth does a balanced

financial structure matter? *Revue Economique*, 59(6), 1075–1096.

Fahlenbrach, R. (2009). Founder-CEOs, investment decisions, and stock market performance. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 44(2), 439–466. <https://doi.org/10.1017/S0022109009090139>

Fecht, F., Huang, K. X. D., & Martin, A. (2008). Financial Intermediaries, Markets, and Growth Stable. *Journal of Money, Credit and Banking*, 40(4), 701–720.

Granda, C., Hamann, F., & Tamayo, C. E. (2017). Credit and Saving Constraints in General Equilibrium: Evidence from Survey Data, IDB Working Paper IDB-WP-808, Inter-American Development Bank.

Greenwood, J., Sanchez, J. M., & Wang, C. (2012). Quantifying the impact of financial development on economic development. *Review of Economic Dynamics*, 16(1), 194–215. <https://doi.org/10.1016/j.red.2012.07.003>

Gupta, N., & Yuan, K. (2009). On the growth effect of stock market liberalizations. *Review of Financial Studies*, 22(11), 4715–4752. <https://doi.org/10.1093/rfs/hhp001>

Hsu, H.-C., Reed, A. V., & Rocholl, J. (2010). The New Game in Town-Competitive Effects of IPOs. *The Journal of Finance*, 65(2), 495–528.

Ilyina, A., & Samaniego, R. (2011). Technology and Financial Development. *Journal of Money, Credit and Banking*, 43(5), 899–921.

Levine, R. (2005). Finance and Growth: Theory and Evidence. *Handbook of Economic Growth*, 1(SUPPL. PART A), Chapter 12, 865–934. [https://doi.org/10.1016/S1574-0684\(05\)01012-9](https://doi.org/10.1016/S1574-0684(05)01012-9)

Lilienfeld-toal, U. Von, & Ruenzi, S. (2014). CEO Ownership , Stock Market Performance , and Managerial Discretion. *Journal of Finance*, 69(3), 1013–1050.

Midrigan, V., & Xu, D. Y. (2014). Finance and misallocation: Evidence from plant-level data. *American Economic Review*, 104(2), 422–458. <https://doi.org/10.1257/aer.104.2.422>

Miranda, M. M. & Fackler, P. L. (2002). *Applied computational economics and finance*. MIT Press.

Mosley, L., & Singer, D. A. (2008). Taking Stock Seriously : Equity-Market Government Financial Globalization and. *International Studies Quarterly*, 52(2), 405–425.

Pástor, L., Taylor, L. A., & Veronesi, P. (2009). Entrepreneurial learning, the IPO decision, and the post-IPO drop in firm profitability. *Review of Financial Studies*, 22(8), 3005–3046. <https://doi.org/10.1093/rfs/hhn082>

Salazar, N., Becerra, A., Wills, D., “Impact of Capital Markets Reforms in Colombia’s Economic Development”, *The World Bank*, Diciembre 2011. Recuperado de: <https://www.repository.fedesarrollo.org.co/handle/11445/186>

Trew, A. (2010). Infrastructure Finance and Industrial Takeoff in England. *Journal of Money, Credit and Banking*, 42(6), 985–1010.

The World Bank. (2018). Colombia-2010. [PDF]. Obtenido de <http://espanol.enterprisesurveys.org/reports>

The World Bank. (2018). API_CM.MKT.LCAP.CD_DS2_en_excel_v2_9986171. [Excel]. Obtenido de <https://data.worldbank.org/indicator/NY.GDP.MKTP.KN>

The World Bank. (2018). API_CM.MKT.LCAP.CD_DS2_en_excel_v2_9986171. [Excel]. Obtenido de <https://data.worldbank.org/indicator/CM.MKT.LCAP.CD?locations=CO>

Wu, G. A. (2012). The Effect of Going Public on Innovative Productivity and Exploratory Search. *Organization Science*, 23(4), 928–950. <https://doi.org/10.1287/orsc.1110.0676>

MEMORIAS

COMPETENCIA Y TOMA DE RIESGOS: UN BALANCE ENTRE EFICIENCIA Y ESTABILIDAD

Bernardo Ortega Guzmán

RESUMEN

Este trabajo estudia la relación entre el poder de mercado y la toma de riesgos por parte de los bancos. Para esto se utilizan datos del sistema bancario colombiano en el período 2007-2017. El poder de mercado se mide con el indicador de Lerner, calculado a partir de las tasas de interés de colocación y captación reportadas a la Superintendencia Financiera. Para medir la toma de riesgos de los bancos se utiliza el indicador de calidad de cartera por riesgo, con datos del balance de las entidades. Los resultados indican que el poder de mercado afecta negativamente la toma de riesgos de los bancos. Lo anterior se mantiene para las diferentes especificaciones y modalidades utilizadas, y es consistente a lo largo de las pruebas de robustez realizadas. Adicional a esto, se encuentra que una de las razones detrás de estos resultados es el hecho de que los bancos con un mayor poder de mercado toman menores riesgos con el fin de mantener el valor de su franquicia, ya que a medida que el indicador de Lerner es más alto, mayor es la cantidad de capital como proporción de los activos de la entidad. Este mayor capital se traduce en una mayor provisión para un eventual escenario de inestabilidad financiera, y reduce la probabilidad de quiebra de la entidad.

2 INTRODUCCIÓN

La estabilidad financiera es una condición necesaria para el desarrollo económico de un país. Si bien existen diferentes percepciones de este concepto, Allen y Wood (2006) brindan una definición amplia de esta noción: la estabilidad financiera está asociada con la idea de un sistema en el que la probabilidad de que ocurra un evento de inestabilidad financiera (episodios en los que una cantidad de agentes económicos experimentan crisis financieras que tienen un efecto adverso en el agregado macroeconómico) es baja. Eventos como la crisis financiera internacional de 2008 ponen en evidencia las consecuencias económicas y sociales de dichos episodios de inestabilidad financiera: las economías involucradas experimentan caídas abruptas en el consumo y la actividad económica, acompañadas de un incremento en la tasa de desempleo. Por otra parte, las características del mercado afectan el comportamiento de los establecimientos, y por lo tanto la estabilidad financiera: mercados compuestos por entidades grandes con un amplio poder de mercado pueden estar expuestos a un mayor problema de riesgo moral, debido a su estatus de “muy grandes para caer”; sin embargo entidades que operan en un mercado muy competitivo pueden estar incentivadas a correr mayores riesgos con el fin de incrementar su margen de ganancia.

Tanto la estabilidad como la competencia son conceptos fundamentales en el debate de política pública, ya que tiene un impacto en la inclusión y profundidad financiera del país, que a su vez afecta el desarrollo económico. Teniendo esto en cuenta, este trabajo realiza un estudio de la relación entre el poder de mercado y la toma de riesgos de los bancos. El poder de mercado se aproxima mediante el indicador de Lerner construido a partir de las tasas de interés promedio registradas por las entidades a la Superintendencia Financiera de Colombia. Por su parte, la toma de riesgos se mide a través del indicador de cartera riesgosa. Para esto se utilizan los datos del balance de los bancos del sistema financiero colombiano en el período 2007-2017. Con el fin de identificar la naturaleza de esta relación se utiliza una metodología de datos panel. Los resultados evidencian que existe una relación negativa entre el poder de mercado y la toma de riesgos de los bancos. Lo anterior implica que entidades con mayor poder de mercado, reflejado en un mayor valor del indicador de Lerner, toman menores riesgos. En general, estos resultados se mantienen a lo largo de las diferentes pruebas de robustez, y los análisis por modalidad.

Dado que las tasas de interés de colocación incluyen una parte del riesgo de los créditos, se utiliza una medida de poder de mercado en la que se le resta a la tasa de interés de colocación la cobertura de la cartera, definida como las provisiones sobre la cartera. Este indicador busca limpiar el efecto del riesgo de crédito implícito en la tasa de interés. Los resultados obtenidos en este ejercicio están en línea con los originales: entre mayor sea el poder de mercado de las entidades, menor es la cartera riesgosa de la entidad.

Adicional a esto, se realiza un ejercicio empírico similar al efectuado por Keeley (1990) con el fin de identificar el canal mediante el cual opera esta relación. Los resultados de esta estimación muestran que las entidades con mayor poder de mercado conservan una mayor cantidad de capital relativo a sus activos, con el fin de mantener el valor de la franquicia. Lo anterior es consistente con el modelo teórico de Keeley, ya que el costo de mantener una baja proporción de patrimonio como porcentaje de los activos puede ser muy alto: ante un eventual episodio de inestabilidad financiera, la entidad tiene un menor margen para solventar este problema, y la probabilidad de quiebra es mayor. Esta quiebra implica la pérdida de la franquicia de la entidad.

Lo que resta del documento se divide de la siguiente manera: después de esta introducción se realiza una revisión de la literatura; a continuación, se presentan la metodología y los datos utilizados para este estudio, la siguiente sección presenta los resultados y por último se realiza una conclusión.

3 REVISIÓN DE LITERATURA

El aporte principal de este trabajo a la literatura se divide en tres partes. En primer lugar, el presente artículo mide la toma de riesgos de los bancos mediante una variable que busca capturar el riesgo *ex-ante*, como lo es el indicador de cartera riesgosa. La mayoría de artículos que estudian esta relación utilizan variables como la cartera en mora como porcentaje de la cartera total o el *Z-Score*. El primero tiene el problema de medir únicamente el riesgo materializado y no la toma de riesgos *ex-ante*, mientras que el segundo tiene el problema de incluir en el numerador la rentabilidad de la entidad. Lo anterior implica que un mayor valor del *Z-Score*, que se interpreta como una menor toma de riesgos, puede estar influenciado por el hecho de que las entidades asumen mayor riesgo y obtienen una mayor rentabilidad. De esta manera este indicador puede no medir adecuadamente los riesgos asumidos por los bancos. Por su parte, la cartera riesgosa mide la proporción de los créditos que pueden generarle pérdidas a la entidad en un futuro, dado el incumplimiento de la contraparte. En segundo lugar, los resultados presentados contribuyen al debate existente en la literatura a partir de un análisis realizado a nivel de las firmas en Colombia, que permite identificar los efectos del poder de mercado sobre la toma de riesgos de los bancos en las diferentes modalidades de crédito. Por último, el artículo incluye un ejercicio que busca identificar el canal por medio del cual se puede explicar el resultado principal, basado en el modelo teórico de Keeley (1990).

Existen múltiples trabajos tanto empíricos como teóricos que estudian la relación entre el poder de mercado y la toma de riesgos de los bancos. Esta literatura se concentra principalmente en dos teorías: la de competencia-estabilidad y la de competencia-fragilidad. Los resultados de este trabajo se ubican en la segunda teoría.

En la literatura teórica se encuentran modelos como los de Keeley (1990), Matutes & Vives (2000) y Hellmann, Murdock & Stiglitz (2000) que predicen una mayor toma de riesgos por parte de los bancos en escenarios de mayor competencia. Los resultados de estos modelos se explican a partir de las rentas monopólicas que tienen los bancos con mayor poder de mercado: con el fin de mantener este poder que genera utilidades a los accionistas y no perderlo en un eventual caso de bancarrota, invierten en activos menos riesgosos. Estos trabajos están en línea con la teoría de competencia-fragilidad.

Entre los trabajos empíricos que validan esta teoría se encuentra el de Jiménez, Lopez & Saurina (2013) cuyos resultados muestran una relación no lineal entre la cartera en mora como porcentaje de la cartera total y diferentes medidas de competencia en el mercado bancario, entre las que se encuentran el índice de Herfindahl-Hirshman y el número de bancos operando en el mercado, y confirman la hipótesis del valor de la franquicia, en la que los bancos con mayor poder de mercado toman menos riesgos con el fin de preservar este valor. Al igual que Jiménez et al. (2013), Clark, Mare & Radic' (2018) encuentran una relación no lineal entre la toma de riesgos y la competencia. Su análisis lo hacen para bancos cooperativos europeos, y concluyen que, en general, la competencia disminuye la estabilidad de este tipo de entidades. Por último, Agoraki, Delis & Pasiouras (2011), Beck, Demigrüc-Kunt & Levine (2006) y Kick & Prieto (2014) encuentran que un mayor poder de mercado reduce la toma de riesgos, medida a partir de la probabilidad de default, crisis y eventos de inestabilidad financiera, respectivamente. Los resultados generales de estos trabajos están en línea con los del presente, a pesar de que en algunos de estos, los autores mencionados encuentran una relación no lineal entre las variables estudiadas.

Contrario a esta idea Boyd & De Nicoló (2005) desarrollan un modelo en el que muestran que a medida que los bancos tienen un mayor poder de mercado, se enfrentan a un mayor riesgo moral. El argumento detrás de esta idea es que cuando los bancos cobran una mayor tasa de interés a las firmas, las últimas tienen incentivos a tomar decisiones de inversión más riesgosas. Este mayor riesgo de las firmas lo terminan asumiendo los bancos. Como consecuencia de esto, es deseable una estructura con mayor competencia, en la que los bancos cobran una menor tasa de interés y están menos expuestos al problema de riesgo moral.

En cuanto a la literatura empírica que valida la hipótesis de Boyd & De Nicoló (2005) y predice una mayor estabilidad financiera en escenarios de alta competencia se encuentran los trabajos de Soedarmono, Machrouh & Tarazi (2013) y Anginer, Demigrüc-Kunt & Zhu (2014). El primero estudia el impacto de la competencia sobre la estabilidad financiera para países emergentes asiáticos en el período 1994-2009, y encuentra que un mayor poder de mercado está asociado con un incremento en la toma de riesgos y en el riesgo de insolvencia. Sin embargo, durante períodos de crisis el poder de mercado tiene un efecto estabilizador, que se puede explicar a partir del incremento de la aversión al riesgo de los bancos asiáticos en dicho período. El segundo es un estudio del efecto de la competencia sobre el riesgo sistémico para 63 países en el período 1997-2009. Este estudio muestra que a medida que hay mayor competencia, los bancos tienden a diversificar más los riesgos, y como consecuencia de esto, el sistema financiero es menos frágil ante los choques. Fiordelisi & Mare (2014) también encuentran que el poder de mercado causa negativamente en el sentido de Granger la solidez de las

cooperativas financieras europeas, es decir, las entidades con un menor poder de mercado tienen una mayor solidez. Por su parte, Goetz (2018) estudia el efecto de la desregulación de las barreras de entrada en los mercados interestatales de Estados Unidos sobre la estabilidad financiera. El autor encuentra que esta desregulación, que mide a partir de variables dicótomas, tiene un efecto positivo en la estabilidad financiera, medida por el *Z-Score*. Por último, el artículo teórico de Martínez-Mera & Repullo (2010) valida tanto la hipótesis de competencia-estabilidad como la de competencia-fragilidad. En su modelo muestran que cuando se tiene en cuenta el hecho de que menores tasas de interés en el modelo de Boyd & De Nicoló (2005) también están asociadas con menores ingresos de los créditos, se obtiene una relación entre estas dos variables en forma de U, ya que los menores ingresos se traducen en menores colchones contra pérdidas en los créditos.

Si bien existen múltiples trabajos que encuentran una relación no lineal entre estas dos variables, el realizado por Tabak, Fazio & Cajueiro (2012) es el que está más acorde con la teoría de Martínez-Mera & Repullo (2010). En su estudio miden la relación entre estas dos variables para 10 países latinoamericanos en el período 2003-2008. El mecanismo que describen para validar sus resultados es que a medida que los bancos tienen un mayor poder de mercado, generan mayores utilidades, y en consecuencia se reduce el incentivo de estos a tomar mayores riesgos, validando así la teoría de competencia-fragilidad. Sin embargo, cuando el poder de mercado es muy alto, los bancos se enfrentan a un mayor riesgo debido al riesgo moral que enfrentan las firmas, que puede traducirse en un incremento en el impago de los créditos por parte de estas (validando la hipótesis de competencia-estabilidad). De esta manera, los bancos que tienen mucho o poco poder de mercado toman menos riesgos que los que presentan un nivel intermedio.

En cuanto a la literatura existente para el caso colombiano se destaca el trabajo realizado por Tovar, Jaramillo & Hernández (2007) en el que realizan un estudio de la relación entre el riesgo, la concentración y el poder de mercado para el período 1997-2006. Los resultados que obtienen es que en períodos de alto riesgo los bancos transfieren una parte importante de los riesgos a los clientes mediante los márgenes de intermediación. Este resultado implica que es en estos períodos la concentración se traduce en mayor ejercicio del poder de mercado.

Por su parte, Gómez-González, Tamayo & Valencia (2018) realizan un estudio del efecto del poder de mercado de los bancos colombianos sobre el costo de los créditos para las firmas no financieras. En éste utilizan cuatro diferentes medidas de poder de mercado que se basan en los indicadores de Lerner y de Boone. Las cuatro especificaciones de los indicadores se construyen a partir de los costos marginales de la entidad. Estos costos los calculan mediante una función de costos translog con múltiples inputs, que incluyen los costos del fondeo, los laborales y otros costos.

“Para el caso colombiano, se ha encontrado que en periodos de alto riesgo los bancos transfieren una parte importante de los riesgos a los clientes mediante los márgenes de intermediación.”

4 METODOLOGÍA

Existen múltiples indicadores que buscan capturar el poder de mercado de los establecimientos bancarios. Para este trabajo se utilizó el indicador de Lerner, que se define como:

$$Ler_{i,t} = \frac{P_{i,t} - CM_{i,t}}{P_{i,t}} \quad (1)$$

Donde $P_{i,t}$ representa el precio del crédito que coloca la entidad i en el período t , y $CM_{i,t}$ es su costo marginal. Cuando el indicador se acerca a 1 el banco tiende a ser un monopolio y tiene un poder total sobre el mercado. Por el contrario, cuando tiende a 0, el banco compete en competencia perfecta, ya que el precio de los créditos tiende al costo marginal de la entidad. En este último escenario el banco no tiene ninguna injerencia en el mercado, es decir, es tomador de precios.

Esta variable mide la capacidad de las entidades de fijar precios por encima de los costos marginales a los que se enfrentan. Los precios de las entidades se midieron a partir de las tasas de interés de colocación, mientras que los costos marginales se aproximaron mediante las tasas de captación. Para la tasa activa se realizó un promedio ponderado por monto de las tasas de colocación. La principal ventaja de este indicador es que captura el poder de mercado de cada entidad directamente a partir de los precios de mercado tanto de los créditos como de los costos de fondeo. La tabla M.1 resume las cinco diferentes medidas del indicador de Lerner, según la modalidad, y la tasa de interés de colocación utilizada para el cálculo. La única modalidad que no se tuvo en cuenta fue la de vivienda. La razón para no incluirla fue que las tasas de interés de los créditos asociados a ésta pueden estar distorsionadas debido a que existen subsidios del Estado para la adquisición de viviendas, especialmente en la modalidad de Viviendas de Interés Social (VIS).

Tabla M1.
Especificaciones
del indicador de
Lerner

Variable	Precio	Costo marginal
Indicador de Lerner	Promedio ponderado por monto de las tasas de las carteras comercial, consumo y microcrédito.	Promedio ponderado por monto de las tasas de los CDT a diferentes plazos.
Indicador de Lerner (2)	Promedio ponderado por monto de las tasas de las carteras comercial y consumo.	Promedio ponderado por monto de las tasas de los CDT a diferentes plazos.
Indicador de Lerner Comercial	Promedio de las tasas de la cartera comercial.	Promedio ponderado por monto de las tasas de los CDT a diferentes plazos.
Indicador de Lerner Consumo	Promedio de las tasas de la cartera de consumo.	Promedio ponderado por monto de las tasas de los CDT a diferentes plazos.

Indicador de Lerner Microcrédito	Promedio de las tasas de la cartera de microcrédito.	Promedio ponderado por monto de las tasas de los CDT a diferentes plazos.
Indicador de Lerner ajustado	Diferencia entre el promedio ponderado por monto de las tasas de las carteras comercial, consumo y microcrédito; y la cobertura de la cartera total	Promedio ponderado por monto de las tasas de los CDT a diferentes plazos.
Indicador de Lerner ajustado comercial	Diferencia entre el promedio ponderado por monto de las tasas de la cartera comercial; y la cobertura de la cartera comercial	Promedio ponderado por monto de las tasas de los CDT a diferentes plazos.
Indicador de Lerner ajustado consumo	Diferencia entre el promedio ponderado por monto de las tasas de la cartera de consumo; y la cobertura de la cartera de consumo	Promedio ponderado por monto de las tasas de los CDT a diferentes plazos.
Indicador de Lerner ajustado microcrédito	Diferencia entre el promedio ponderado por monto de las tasas de la cartera de microcrédito; y la cobertura de la cartera de microcrédito	Promedio ponderado por monto de las tasas de los CDT a diferentes plazos.

Fuente: Cálculos del autor

Para todas las medidas se utilizó como tasa de captación un promedio ponderado por monto de las tasas de interés de los CDT. El fondeo de los bancos se compone principalmente de las cuentas de ahorro, las cuentas corrientes, los CDT, el mercado interbancario y otro tipo de fondeo como los créditos con otras entidades y la emisión de bonos. Dado que los depósitos representan más del 70% de los pasivos del sistema bancario (cifras a noviembre de 2017), se utiliza la tasa de interés más representativa de los depósitos (la tasa ponderada de los CDT) como proxy de los costos marginales de las entidades. En promedio, los CDT representan el 52,9% de los depósitos. Si se tiene en cuenta las cuentas corrientes, que no generan gastos por intereses, estas dos suman en promedio el 62,8% de los depósitos (cifras a noviembre de 2017).

Por otro lado, la toma de riesgos de los bancos se aproximó mediante el indicador de cartera riesgosa (ICR), que se define como la cartera calificada como B, C, D y E sobre la cartera total. Esta variable mide el porcentaje de cartera con un mayor riesgo de incumplimiento sobre la cartera total. Dicho indicador se calculó según el modelo a estimar: si el indicador de Lerner agrega las tres modalidades, el ICR se construyó a partir de la cartera riesgosa de las carteras comercial, consumo y microcrédito. Por otro lado, si el indicador de Lerner se construyó únicamente para la cartera comercial, el ICR sólo incluye la cartera riesgosa comercial, y así para las demás modalidades.

Para estudiar la relación entre el poder de mercado y la toma de riesgos de los bancos se estimó un modelo de datos panel con la siguiente especificación:

$$ICR_{i,t} = \beta_0 + \beta_1 Lerner_{i,t-1} + \alpha ICR_{i,t-1} + \gamma X_{i,t-1} + \mu_i + \varepsilon_{i,t} \quad (2)$$

Donde $ICR_{i,t}$ representa el indicador de cartera riesgosa para la entidad i en el período t , $Lerner_{i,t-1}$ es el indicador de Lerner según las diferentes especificaciones de la tabla M.1 para la entidad i en el período $t-1$, $ICR_{i,t-1}$ es el indicador de cartera riesgosa de la entidad i en el período $t-1$ y $X_{i,t-1}$ representan los controles de la regresión rezagados para la entidad i .

En el modelo se incluyeron variables macroeconómicas y financieras de control que afectan la calidad de la cartera. Entre las primeras se encuentran el desempleo y el crecimiento económico, mientras que en las segundas se encuentran variables como la relación del encaje total frente a los depósitos, la rentabilidad de la entidad y su tamaño. Por último, se incluyó el ICR rezagado para tener en cuenta el efecto auto regresivo de esta variable. Adicionalmente, para las estimaciones en las modalidades de consumo y microcrédito se incluyó como control la diferencia entre la tasa de usura y la tasa de colocación.

Dado que existen características no observables de los bancos que pueden afectar la toma de riesgos, tales como el apetito por el riesgo de los accionistas y la independencia de la junta directiva, se estimó el modelo mediante efectos fijos. Adicional a esto, el indicador de Lerner y las variables de control se incluyeron rezagadas en la regresión, con el fin de evitar simultaneidad en el modelo.

5 DATOS

Los datos que se utilizaron para la estimación de los modelos descritos en la sección anterior se tomaron de los estados financieros de las entidades y de las tasas de interés promedio de colocación y captación publicados por la Superintendencia Financiera de Colombia. Por su parte, las variables macroeconómicas se tomaron del Banco de la República de Colombia. La tabla D.1 resume las principales estadísticas descriptivas de las variables de interés.

Variable	Promedio	Mediana	Desviación estándar	Mínimo	Máximo
Indicador de Lerner	0,63	0,65	0,17	0,09	0,88
Indicador de Lerner (2)	0,64	0,66	0,12	0,09	0,84
Indicador de Lerner Comercial	0,56	0,57	0,13	0,07	0,84
Indicador Lerner Consumo	0,70	0,71	0,09	0,32	0,90
Indicador Lerner Microcrédito	0,80	0,83	0,08	0,46	0,93
ICR total	0,08	0,07	0,04	0,00	0,34
ICR Comercial	0,08	0,06	0,06	0,00	0,39
ICR Consumo	0,09	0,08	0,08	0,00	0,99
ICR Microcrédito	0,13	0,10	0,12	0,00	1,00
ROA	0,01	0,02	0,03	-0,25	0,10
Tamaño	22,61	22,96	1,58	17,90	25,72
Crecimiento PIB	0,04	0,03	0,02	0,00	0,09
Desempleo	0,10	0,10	0,01	0,07	0,15
Diferencia tasa usura Consumo	12,01	10,95	7,38	0,00	33,51
Diferencia tasa usura Microcrédito	30,94	33,60	17,74	0,10	55,14

Fuente: Cálculos del autor con datos de la Superintendencia Financiera

Tabla D1.
Estadísticas
descriptivas

Como se puede observar, en promedio el indicador de Lerner de microcrédito es el mayor, dado que esta modalidad es la que presenta las mayores tasas de interés. El hecho de que esta modalidad presente el mayor indicador de Lerner se refleja en el indicador de calidad, ya que en promedio este es el más alto.

Por entidad se observa que establecimientos pequeños como el banco WWB, Bancamía y Mundo Mujer presentan el mayor indicador de Lerner promedio (Gráfica A.1). Lo anterior se explica a partir del hecho de que estas entidades se dedican a la modalidad de microcrédito, y la tasa de interés activa ponderada es mayor para estas entidades. Esto se puede corroborar al observar el indicador de Lerner promedio calculado a partir de la tasa de interés de la modalidad de microcrédito (Gráfica A.5). Por otro lado, este indicador calculado para la modalidad comercial también es alto para las mismas entidades (Gráfica A.3). Esto se debe a que la línea de negocio principal de la cartera comercial para estas entidades es la de microempresas, que tiene una mayor tasa de interés.

En cuanto al ICR total promedio por entidad se destacan las altas tasas de entidades como el Banco Agrario, Procredit, Colpatria y el Banco WWB (Gráfica A.6). Al analizar este indicador por modalidad se observa que estas mismas entidades son las que presentan un mayor ICR de la cartera comercial (Gráfica A.7), lo que indica que el deterioro en esta modalidad es lo que explica el valor en la cartera total. Para la modalidad de consumo sobresale el alto ICR promedio de Bancamía, Multibank, Davivienda y Colpatria (Gráfica A.8). Por último, en la modalidad de microcrédito entidades como el Banco BBVA, el disuelto Banco de Crédito y Procredit son las que presentan el mayor indicador promedio (Gráfica A.9). A su vez, se destaca que bancos como Mundo Mujer y Bancamía, entidades especializadas en el nicho de microcrédito, presenten un valor relativamente bajo en el ICR de esta modalidad.

“Por entidad se observa que establecimientos pequeños como el banco WWB, Bancamía y Mundo Mujer presentan el mayor indicador de Lerner promedio.”

6 RESULTADOS

Los resultados derivados de la estimación mediante efectos fijos del modelo descrito en la sección 4 se presentan en la tabla R.1.¹ El coeficiente del indicador de Lerner rezagado un período es negativo y significativo al 5%. Lo anterior implica que un incremento en el indicador de Lerner lleva a una caída en la cartera riesgosa del período siguiente. Este resultado indica que a medida que las entidades tienen un mayor poder de mercado, toman menos riesgos en la colocación de los créditos. Esta relación se presenta después de controlar por diferentes variables macroeconómicas y efectos a nivel individual que pueden afectar la toma de decisiones de los bancos y la calidad de la cartera

	ICR Cartera total
Indicador Lerner _{t-1}	-0,003 * 0,001
ICR _{t-1}	0,956 *** 0,006
Desempleo _{t-1}	0,000 0,021
Crecimiento PIB _{t-1}	-0,020 *** 0,006
ROA _{t-1}	0,008 ** 0,008
Tamaño _{t-1}	0,000 0,000
Encaje _{t-1}	0,000 * 0,000
R cuadrado-ajustado	0,927
N	2475

Tabla R.1.
Resultados
principales

Fuente: Cálculos del autor con datos de la Superintendencia Financiera de Colombia

¹ *** Significancia al 0,1%, ** Significancia al 1%, * Significancia al 5%, . Significancia al 10%

“Para establecer posibles mecanismos detrás de este resultado principal se estimó por separado el modelo para las tres modalidades que componen el indicador de Lerner agregado (comercial, consumo y microcrédito).”

Adicional a esto, se estimaron diferentes especificaciones del modelo con el fin de tener una mayor robustez en los resultados. Entre éstas se encuentran la medición del indicador de Lerner excluyendo la cartera de microcrédito, y un mayor rezago de la variable independiente. Como se puede observar en la tabla A.1 del anexo, el resultado principal se mantiene para las diferentes estimaciones.

Este resultado es consistente con la teoría de competencia – fragilidad, y tiene una implicación a nivel regulatorio en el mercado bancario colombiano: existe un balance entre estabilidad financiera y eficiencia en el mercado bancario. Lo anterior implica que un mercado muy competitivo puede no ser deseable, e incluso no tan eficiente a pesar de los menores costos que supondría para los agentes, ya que implica una mayor toma de riesgos por parte de las entidades, que puede afectar la estabilidad del sistema financiero.

Para establecer posibles mecanismos detrás de este resultado principal se estimó por separado el modelo para las tres modalidades que componen el indicador de Lerner agregado (comercial, consumo y microcrédito). Los resultados de este ejercicio se encuentran en las tablas A.2 y A.3 del anexo. Al analizar los resultados de la estimación de la cartera comercial se encuentra que el indicador de Lerner de la cartera comercial rezagado no tiene un efecto estadísticamente significativo sobre el indicador de cartera riesgosa de dicha modalidad.

Con el fin de capturar los efectos de la competencia de las entidades que se enfocan en la cartera comercial, se incluyó una variable dicótoma interactuada con el indicador de Lerner, que toma el valor de uno si la entidad se concentra en la cartera comercial y cero de lo contrario. Para establecer si la entidad se concentra en esta modalidad, se toman los establecimientos que tengan un porcentaje de la cartera comercial sobre el total de la cartera mayor o igual al percentil 80 del total del sistema. Los resultados muestran que no existe una relación estadísticamente significativa entre el poder de mercado derivado de una concentración en la cartera comercial y la calidad de la cartera de la misma modalidad.

Cuando se realiza el mismo ejercicio con la variable dicótoma que indica si la entidad se concentra en la línea de negocio de microempresas de la modalidad comercial, se observa que el indicador de Lerner de la cartera comercial es negativo y estadísticamente significativo, mientras que la variable dicótoma interactuada con la variable de interés es positiva y significativa. Lo anterior implica que un mayor poder de mercado en la cartera comercial lleva a una menor toma de riesgos por parte de los bancos en esta modalidad. Sin embargo, cuando la entidad se concentra en la línea de negocio de microempresas, el efecto es contrario: a mayor poder de mercado, mayor es la toma de riesgos. Este resultado puede

estar influenciado por la naturaleza más riesgosa de la cartera comercial de las microempresas: según los datos de cosechas de la Superintendencia Financiera, a noviembre de 2018 la línea de negocio de la cartera comercial que presentaba un mayor valor promedio para los bancos en el indicador de cartera en mora era la línea de microempresas, con un valor de 14,33%.

Para la cartera de consumo se estimó el mismo modelo, incluyendo como control adicional la diferencia entre la tasa de usura y la tasa de interés promedio de la modalidad de consumo. Esta variable captura el efecto de un control regulatorio que restringe la oferta de crédito sobre la calidad de la cartera. El signo de esta es negativo, y es significativa en ambas regresiones. Este resultado es esperado, ya que entre mayor sea el riesgo de los créditos otorgados, mayor es la tasa de interés que cobran los bancos como prima de este riesgo. En cuanto a la variable de interés, se observa que el indicador de Lerner no es significativo en el modelo original, pero es negativo y significativo en el modelo que incluye la variable rezagada seis períodos.

Por último, para la cartera de microcrédito también se incluye la diferencia entre la tasa de usura y la tasa de interés promedio de esta modalidad. Los resultados para todas las especificaciones indican que existe una relación negativa y estadísticamente significativa entre estas dos variables, indicando que entre mayor sea el poder de mercado de la entidad, menor es el riesgo de la misma. Al incluir la variable dicótoma que indica si la entidad se concentra en esta modalidad de crédito interactuada con el indicador de Lerner, se tiene que las entidades con un mayor poder de mercado, y que se concentran en esta modalidad, tienen un menor indicador de cartera riesgosa. Lo anterior sugiere que este tipo de entidades que tienen un mayor enfoque en este negocio logran adquirir cierto poder de mercado, e identificar a los deudores con mayor capacidad de pago.

Uno de los principales problemas que surgen en este análisis es el hecho de que la tasa de colocación incluye una parte del riesgo de los créditos. Los créditos con mayor probabilidad de impago tienen una mayor tasa de interés con el fin de cubrir el mayor riesgo asumido. Si bien no es factible solucionar del todo este problema dada la imposibilidad de separar los componentes de la tasa activa, se incluyeron dos medidas adicionales con el fin de mitigar este problema. La primera medida es realizar el mismo análisis controlando por la cobertura de la cartera, definida como las provisiones sobre la cartera bruta. Esta variable busca controlar por el riesgo de la cartera, ya que un mayor valor de este indicador refleja una mayor necesidad de provisionar por el riesgo sumido. La segunda medida es definir un nuevo indicador de Lerner que resta la cobertura de la cartera a la tasa de colocación, con el fin de limpiar el efecto del riesgo de la cartera sobre la tasa de interés. Este indicador se define como:

$$Ler_ajustado_{i,t} = \frac{P_{i,t} - CM_{i,t} - Cobertura_{i,t}}{P_{i,t}}$$

“El efecto del poder de mercado sobre la toma de riesgos es mucho mayor cuando se realiza el ejercicio con el indicador de Lerner ajustado.”

En la gráfica A.10 se encuentra el promedio de este indicador por modalidad para los bancos colombianos. Como se puede observar, esta variable ajustada es mucho menor a la original, y aunque se mantienen algunas proporciones, la disminución a lo largo de los bancos no es homogénea. En las gráficas A.11, A.12 y A.13 se muestra el indicador de Lerner ajustado por modalidad de crédito. A pesar de que este ajuste puede estar limpiando el efecto del riesgo sobre la tasa activa, la disminución es considerable, lo que puede indicar que está subestimando el poder de mercado de las entidades.

Los resultados de los ejercicios descritos previamente se encuentran en las tablas R.2 y A.4. Adicionalmente, en las tablas A.5 y A.6 se encuentran los resultados de estos ejercicios por modalidad de crédito. Como se puede observar, estos están en línea con los resultados originales del modelo: los bancos con un mayor poder de mercado tienen una menor cartera riesgosa. Si bien el signo es igual para las diferentes especificaciones, el efecto del poder de mercado sobre la toma de riesgos es mucho mayor cuando se realiza el ejercicio con el indicador de Lerner ajustado. Dado que este indicador puede estar subestimando el poder de mercado de los bancos, es posible que el efecto real del poder de mercado sobre la cartera riesgosa se encuentre entre los resultados originales y los obtenidos al ajustar el indicador de Lerner. Sin embargo, el signo se mantiene para ambos ejercicios, lo que evidencia una relación negativa entre estas dos variables.

Dado que el modelo incluye un rezago de la variable dependiente, el estimador de este es inconsistente y sesgado. Con el fin de corregir este problema, se estimó el modelo instrumentando el rezago del ICR con el segundo rezago de esta variable. Los resultados de este ejercicio se encuentran en la tabla A.7. Como se puede ver, dada la alta persistencia en este indicador, el estimador es muy similar al obtenido en la regresión original, y el signo de la variable de interés es el mismo.

Teniendo en cuenta que existen múltiples trabajos tanto teóricos como empíricos que encuentran una relación no lineal entre estas dos variables, se estimó el modelo incluyendo un término cuadrático del indicador de Lerner con el fin de capturar las posibles no linealidades. Los resultados de las estimaciones del modelo con la cartera agregada y por modalidad se encuentran en las tablas A.8 y A.9. En este ejercicio se evidencia que no existe una relación no lineal estadísticamente significativa entre estas dos variables.

Por último, una de las posibles razones que expliquen este resultado es un factor temporal: los bancos que prevén un mayor riesgo en el futuro pueden ajustar sus márgenes con el fin de cubrir este riesgo, y a la vez tomar menores riesgos

para evitar un posible desbalance dado el contexto macroeconómico. Un posible ajuste en el modelo para verificar que los resultados obtenidos no responden a este efecto es incluir una variable que capture la tendencia. Los resultados de este ejercicio para la cartera total y por modalidad se encuentran en las tablas A.10 y A.11. Los resultados muestran que la tendencia no es significativa para el modelo con la cartera total. Para las carteras de consumo y microcrédito la tendencia si es significativa, y para el caso de consumo, el indicador de Lerner deja de ser significativo. Sin embargo, dado que el valor del parámetro es muy cercano a cero en ambos casos, el efecto de la tendencia sobre la cartera riesgosa es muy pequeño.

ICR Cartera total	
Indicador Lerner Ajustado _{t-1}	-0,068 ***
	0,015
ICR _{t-1}	0,951 ***
	0,006
Desempleo _{t-1}	-0,003
	0,021
Crecimiento PIB _{t-1}	-0,018 **
	0,006
ROA _{t-1}	0,021 *
	0,010
Tamaño _{t-1}	0,000
	0,000
Encaje _{t-1}	0,000
	0,000
R cuadrado-ajustado	0,925
N	2338

Fuente: Cálculos del autor con datos de la Superintendencia Financiera de Colombia

Tabla R.2.
Resultados
principales
Indicador de
Lerner ajustado

Como se puede observar, los resultados son consistentes a lo largo de las diferentes especificaciones. Una posible explicación detrás de estos resultados es la mencionada por Keeley (1990), en la que muestra mediante un modelo teórico que las entidades con un mayor poder de mercado generan un mayor valor de la franquicia. La pérdida potencial de este valor en el posible evento de una bancarrota genera un costo para el banco, que balancea el incentivo a tomar un mayor riesgo por parte de la entidad. Para probar esta hipótesis se realizó una estimación similar a la realizada por Keeley (1990), adaptada al caso colombiano:

$$\frac{Patrimonio_{i,t}}{Activos_{i,t}} = \beta_0 + \beta_1 Lerner_{i,t} + \gamma X_{i,t-1} + \mu_i + \varepsilon_{i,t} \quad (3)$$

Donde $X_{i,t-1}$ representan las variables de mercado utilizadas como control: el valor del Colcap, la tasa de interés de los TES a un año, la tasa de interés de los TES a 10 años y algunos controles a nivel de firma.

En su modelo original, Keeley utiliza como variable de poder de mercado la razón entre la capitalización de mercado de la entidad y el valor en libros de la misma. Sin embargo, dado que la mayoría de entidades en el sistema colombiano no cotizan en bolsa, no es posible utilizar esta variable. Como alternativa se utilizó el mismo indicador de Lerner descrito en la sección de metodología. El resultado de esta estimación se encuentra en la tabla R.3.

Tabla R.3.
Resultados
del modelo de
Keeley adaptado
para Colombia

	Patrimonio/Activos
Intercepto	0,790 *** 0,037
Indicador Lerner	0,080 *** 0,013
Colcap	0,000. 0,000
Tes 1 año	0,118 0,156
Tes 10 años	-0,612 ** 0,187
Crecimiento PIB	-0,219 * 0,107
Cobertura	-0,351 *** 0,077
Tamaño	-0,026 *** 0,001
Encaje	0,000 *** 0,000
R cuadrado-ajustado	0,296
N	2425

Fuente: Cálculos del autor con datos de la Superintendencia Financiera, la Bolsa de Valores de Colombia y el Banco de la República

Keeley utiliza la Q de Tobin, como medida de poder de mercado. Ésta se define como el cociente entre la suma del valor de mercado del patrimonio y las deudas, y la suma del valor en libros del patrimonio y las deudas de la entidad. El autor explica que puede haber problemas al estimar la relación entre el poder de mercado y el inverso del apalancamiento por MCO debido a tres factores: 1) Puede haber endogeneidad debido a que un banco con una alta probabilidad de default puede tener un valor alto de la Q de Tobin si el seguro de depósitos estuviera subvalorado, y su capitalización se reflejara en el valor de mercado, más no en el valor en libros. 2) La Q de Tobin puede medir el poder de mercado con un error, debido a que es una medida *ex-post* de los retornos realizados, que son diferentes de las expectativas *ex-ante*. 3) El poder de mercado y el inverso del apalancamiento pueden tener una relación espúrea, dado que ambos utilizan el valor de mercado del capital de la entidad (la capitalización de mercado).

Estos problemas surgen por la medida de poder de mercado a partir de la Q de Tobin. Dado que en este documento se utiliza el indicador de Lerner construido a partir de las tasas de interés, estos problemas no aplican. Adicional a esto, el inverso del apalancamiento se construye a partir del valor en libros de la entidad, no del valor de mercado.

Como se puede observar, el indicador de Lerner rezagado es positivo y estadísticamente significativo. Este resultado evidencia la hipótesis de que los bancos con un mayor poder de mercado toman menos riesgos con el fin de mantener el valor de su franquicia. Lo anterior lo hacen manteniendo una mayor proporción de capital frente a sus activos, con el fin de disminuir la probabilidad de quiebra.

El resultado principal de esta tesis implica que dada la existencia del balance descrito previamente, puede no ser eficiente un sistema en el que exista competencia perfecta en el sistema bancario. Las entidades con mayor poder de mercado toman menos riesgos, que se traducen en un menor valor del ICR, y un sistema financiero más estable. El anterior resultado se explica a partir del hecho que estas entidades buscan preservar el valor de su franquicia manteniendo una mayor cantidad de capital relativa a sus activos. Si bien un sistema en el que los bancos tengan poder de mercado puede generar restricciones en el acceso al crédito vía racionamiento de este por mayores costos, esto podría ayudar a preservar la estabilidad del sistema financiero. Es preciso que las autoridades financieras tengan esto presente a la hora de tomar decisiones que impliquen cambios en la estructura del sistema financiero que afecte el poder de mercado de los establecimientos de crédito implicados.

“Los bancos con un mayor poder de mercado toman menos riesgos con el fin de mantener el valor de su franquicia.”

MEMORIAS

CONCLUSIONES

“Los resultados sugieren que existe un balance entre la estabilidad financiera y la eficiencia en el sistema bancario.”

La relación entre el poder de mercado y la toma de riesgos por parte de los bancos es un tema relevante para las autoridades financieras, y como consecuencia de esto ha sido ampliamente estudiado en la literatura tanto teórica como empírica. A lo largo de este trabajo se mostró, a partir de los datos del sistema bancario colombiano en el período 2007-2017, que existe una relación negativa y estadísticamente significativa entre el indicador de Lerner (la medida del poder de mercado) y la calidad de la cartera (la medida de toma de riesgos). En general, esta relación se mantiene para las diferentes medidas y para dos de las tres modalidades de crédito estudiadas (consumo y microcrédito).

Estos resultados sugieren que existe un balance entre la estabilidad financiera y la eficiencia en el sistema bancario: entre mayor sea el poder de mercado de las entidades, el sistema va a ser más estable, ya que las entidades van a tomar menos riesgos. Por su parte, un mercado con mucha competencia puede no ser eficiente a pesar de los menores costos que supondría, precisamente por el mayor riesgo que implica para el sistema financiero. Adicional a esto, se encuentra que una de las razones detrás de esta relación es el hecho de que los bancos con un mayor poder de mercado asumen menores riesgos con el fin de evitar la pérdida del valor de la franquicia. Lo anterior se evidencia a partir de la relación entre el indicador de Lerner y la relación inversa del apalancamiento.

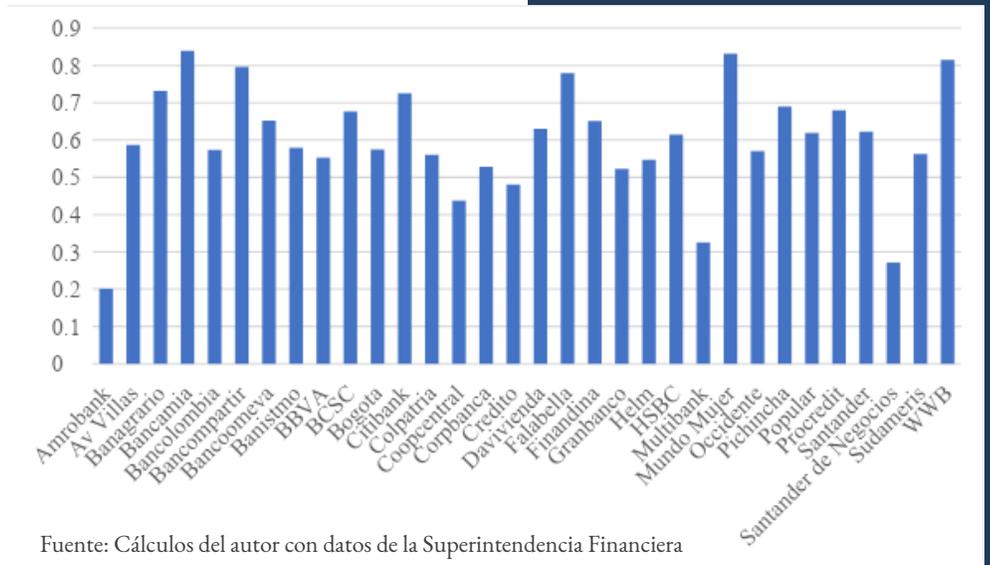
Este estudio brinda un aporte a la literatura en el sentido de que se utiliza la información de la calidad de la cartera como indicador de la toma de riesgos, una variable *ex-ante* que busca medir el riesgo no materializado de la entidad. Además, se incluye un análisis por modalidad de crédito, que permite identificar la fuente de la relación entre estas dos variables. Con el fin de brindar una mayor robustez a los resultados, se realizaron ejercicios que incluyen diferentes controles, tales como la tendencia y la cobertura de la cartera, y se realizó un ejercicio mediante un indicador de Lerner ajustado por la cobertura de la cartera. En general, los resultados de estas pruebas son consistentes con los originales. Por último, se realizó un ejercicio empírico que establece una de las causas de dicha relación. Se encontró que la preservación del valor de la franquicia puede ser una de las razones detrás del hecho de que los bancos con mayor poder de mercado asuman menos riesgos.

Un posible análisis futuro es comparar los resultados obtenidos con los que resultan al utilizar datos de múltiples países, incluyendo los desarrollados. En adición, se puede utilizar una metodología diferente para medir el poder de mercado, como lo hacen en algunos de los artículos mencionados en la sección de revisión de la literatura. Por último, es posible que el valor de la franquicia no sea el único factor que afecta la decisión de la toma de riesgos de las entidades con cierto poder de mercado, y se puede realizar un análisis de otros mecanismos que puedan estar influyendo este resultado.

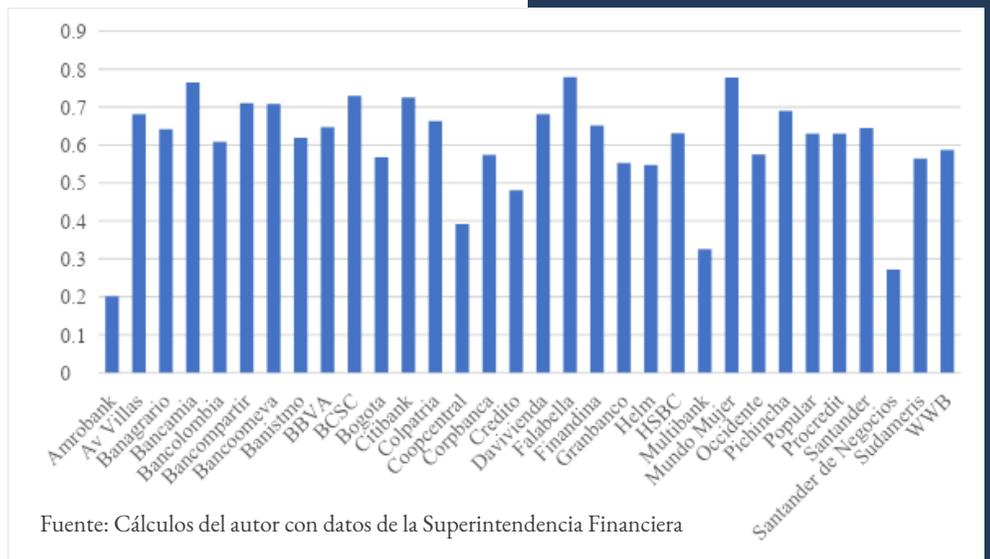
MEMORIAS

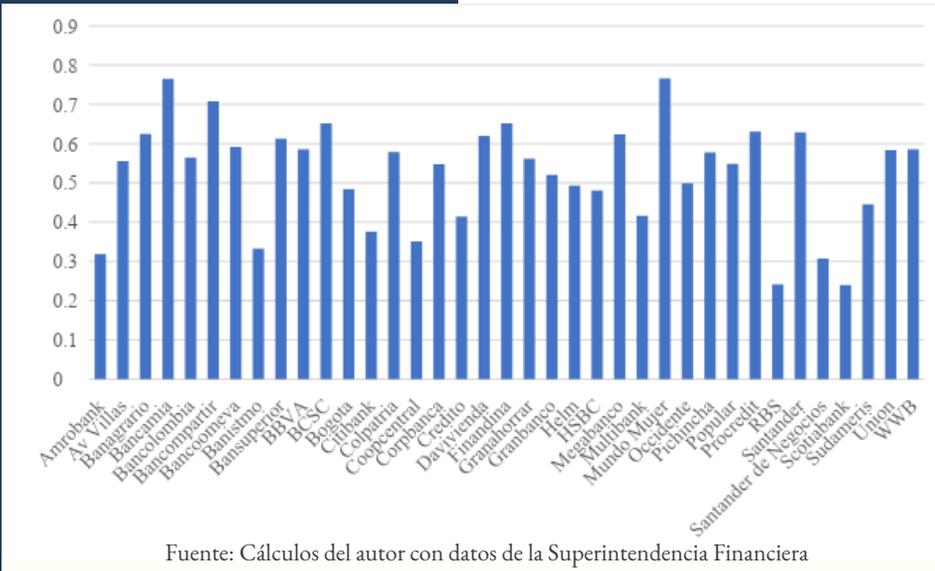
ANEXOS

Gráfica A.1.
Indicador de Lerner promedio por entidad



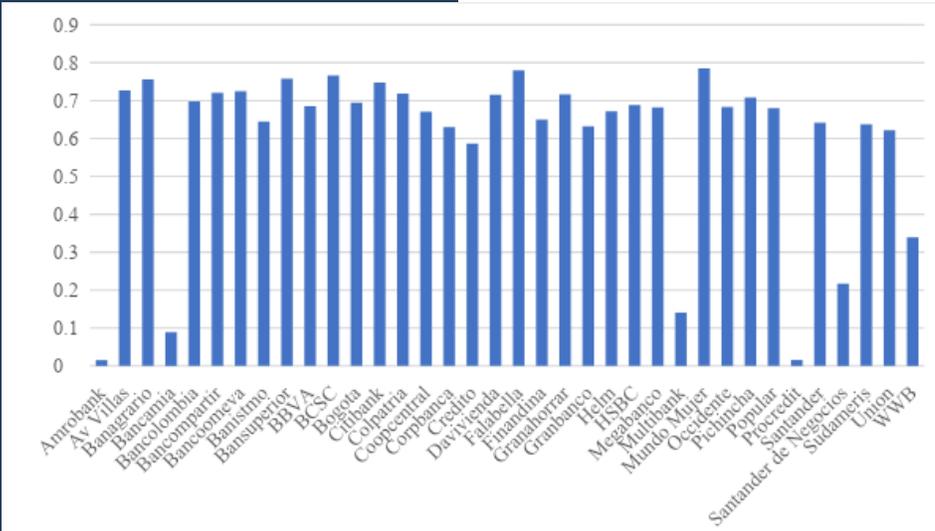
Gráfica A.2.
Indicador de Lerner (2) promedio por entidad





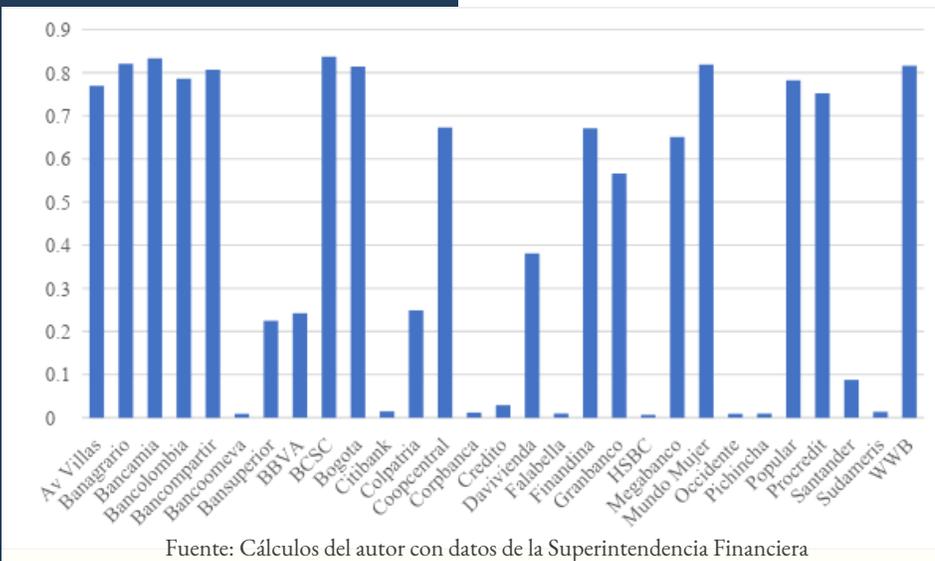
Fuente: Cálculos del autor con datos de la Superintendencia Financiera

Gráfica A.3.
Indicador de Lerner comercial promedio por entidad



Fuente: Cálculos del autor con datos de la Superintendencia Financiera

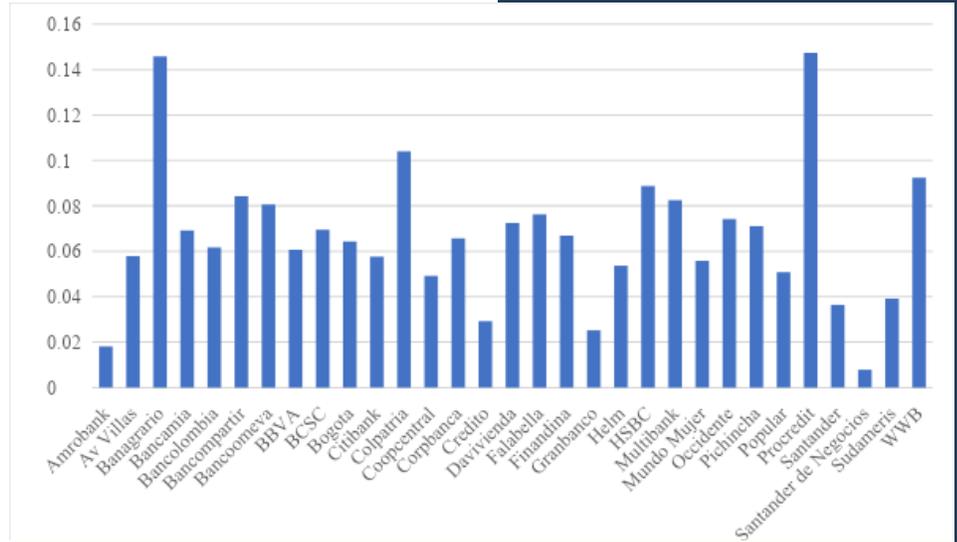
Gráfica A.4.
Indicador de Lerner consumo promedio por entidad



Fuente: Cálculos del autor con datos de la Superintendencia Financiera

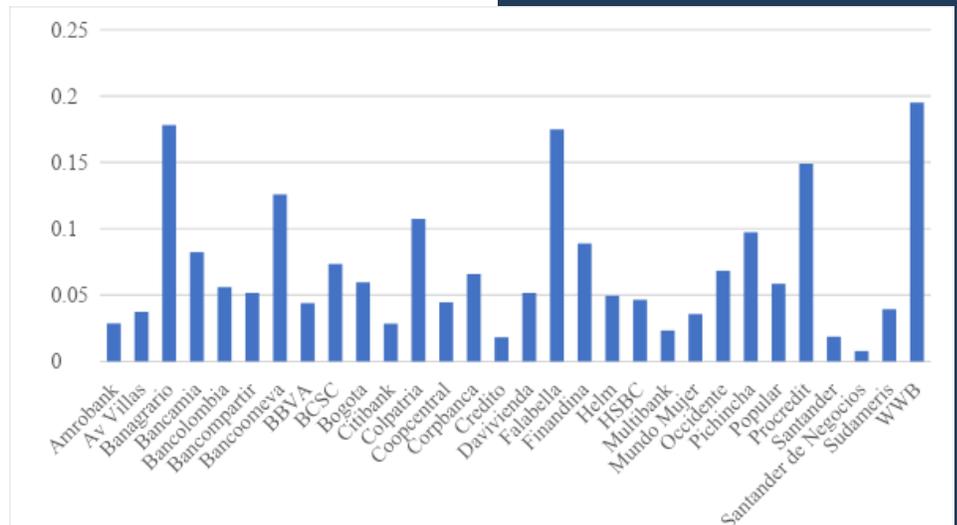
Gráfica A.5.
Indicador de Lerner microcrédito promedio por entidad

Gráfica A.6.
ICR total promedio
por entidad



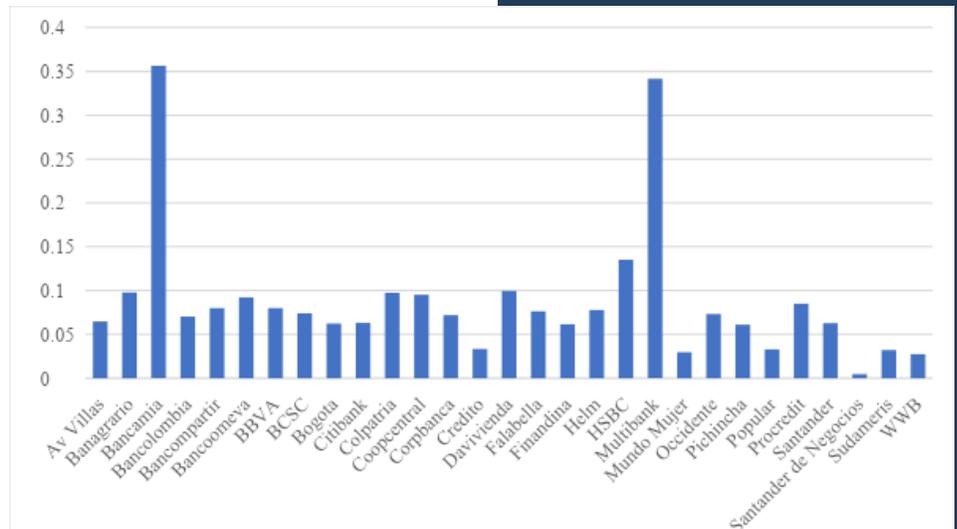
Fuente: Cálculos del autor con datos de la Superintendencia Financiera

Gráfica A.7.
ICR comercial
promedio por entidad

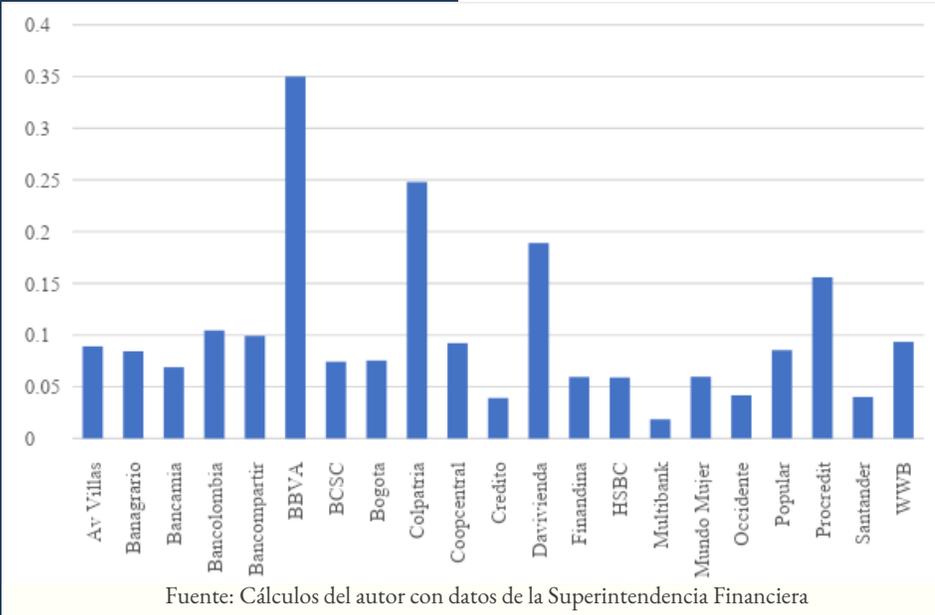


Fuente: Cálculos del autor con datos de la Superintendencia Financiera

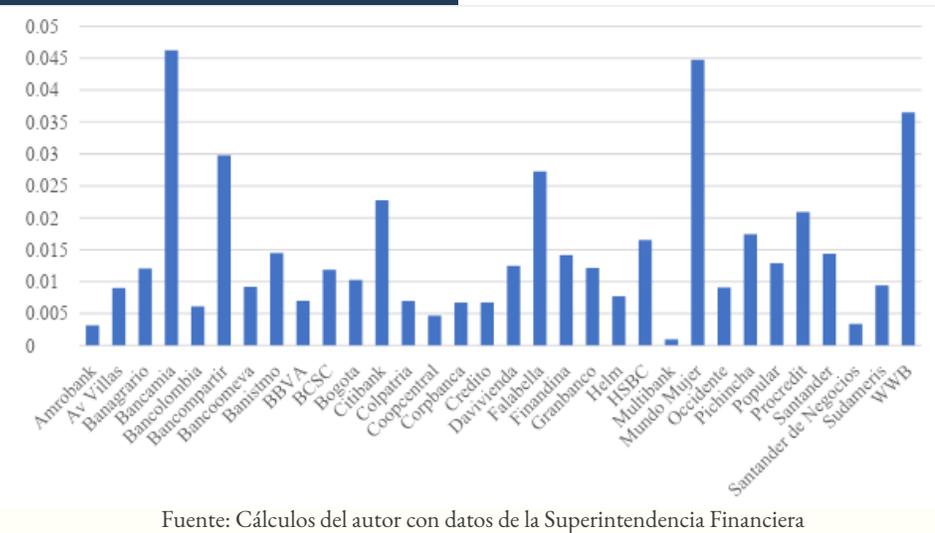
Gráfica A.8.
ICR consumo promedio
por entidad



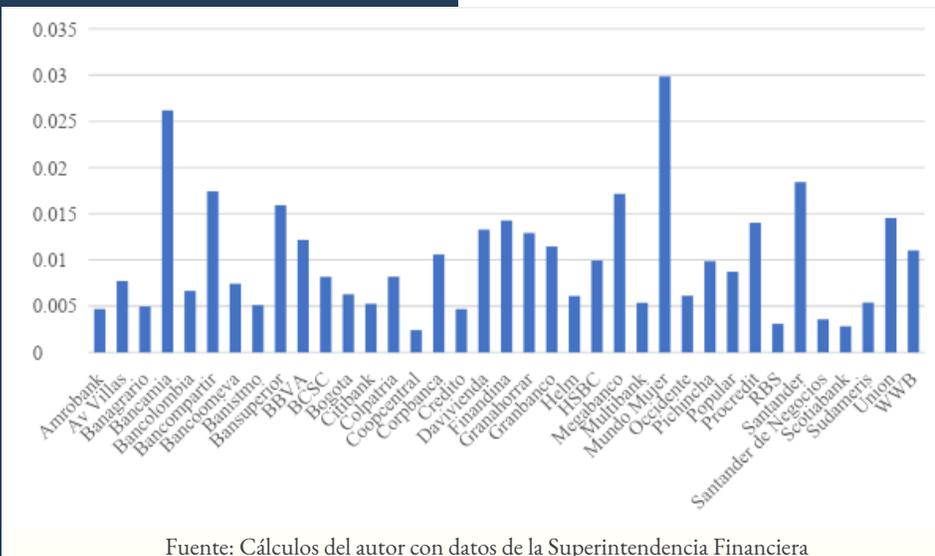
Fuente: Cálculos del autor con datos de la Superintendencia Financiera



Gráfica A.9.
ICR microcrédito promedio por entidad

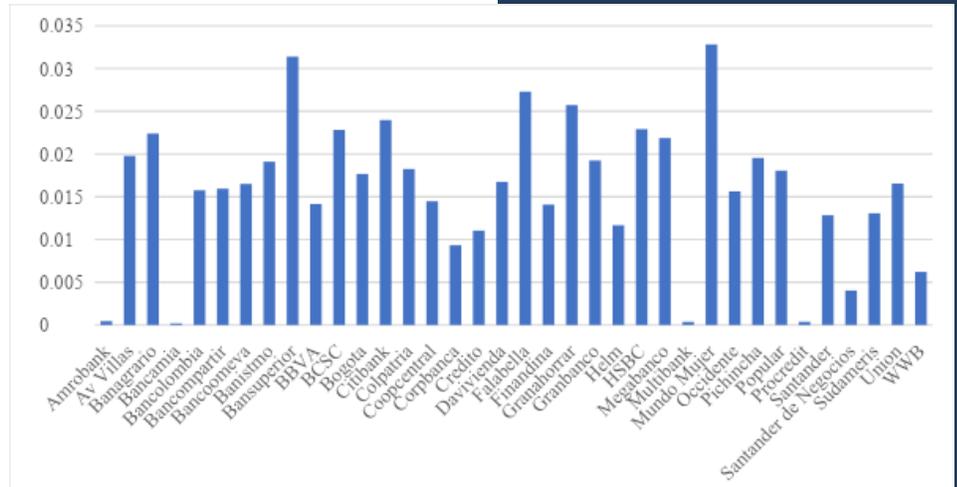


Gráfica A.10.
Indicador de Lerner ajustado promedio por entidad



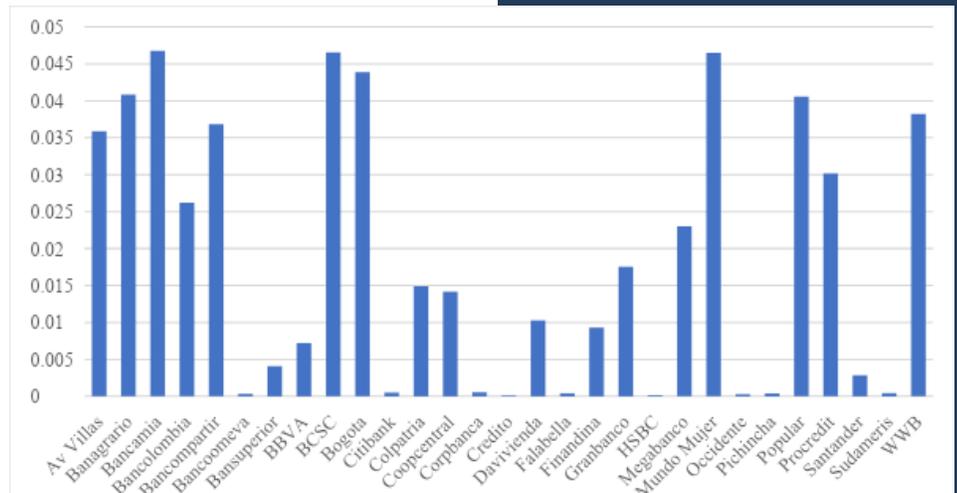
Gráfica A.11.
Indicador de Lerner ajustado cartera comercial promedio por entidad

Gráfica A.12.
Indicador de Lerner
ajustado cartera
consumo promedio
por entidad:



Fuente: Cálculos del autor con datos de la Superintendencia Financiera

Gráfica A.13.
Indicador de Lerner
ajustado cartera
microcrédito promedio
por entidad:



Fuente: Cálculos del autor con datos de la Superintendencia Financiera

Tabla A.1.
Robustez de los
resultados del
modelo

	ICR Cartera total	ICR Cartera total	ICR Cartera total
Indicador Lerner _{t-6}	-0,006 ***		
	0,001		
Indicador Lerner (2) _{t-1}		-0,003 .	
		0,001	
Indicador Lerner (2) _{t-6}			-0,006 ***
			0,002
ICR _{t-1}	0,949 ***	0,957 ***	0,950 ***
	0,006	0,006	0,006
Desempleo _{t-1}	0,002	0,000	0,002
	0,020	0,021	0,020
Crecimiento PIB _{t-1}	-0,009	-0,021 ***	-0,012 .
	0,007	0,006	0,075
ROA _{t-1}	0,013 *	0,020 *	0,013 *
	0,007	0,008	0,007
Tamaño _{t-1}	0,000	0,000	0,000
	0,001	0,000	0,001
Encaje _{t-1}	0,000	0,000 .	0,000
	0,000	0,000	0,000
R cuadrado-ajustado	0,923	0,926	0,923
N	2401	2475	2401

Fuente: Cálculos del autor con datos de la Superintendencia Financiera

	ICR Cartera Consumo	ICR Cartera Consumo	ICR Cartera Microcrédito	ICR Cartera Microcrédito	ICR Cartera Microcrédito
Indicador Lerner Consumo _{t-1}	-0,015				
	0,012				
Indicador Lerner Consumo _{t-6}		-0,045 *			
		0,022			
Indicador Lerner Microcrédito _{t-1}			** -0,045 *		-0,034 **
			0,012		0,012
Indicador Lerner Microcrédito _{t-6}				-0,022 *	
				0,009	
Concentración Microcrédito					-0,026 **
					0,008
ICR Consumo _{t-1}	** 0,613 *	0,598			
	0,090	0,097			
ICR Microcrédito _{t-1}			** 0,905 *	** 0,885 *	** 0,891 *
			0,028	0,028	0,032
Desempleo _{t-1}	0,058	0,037	-0,134	-0,120	-0,127
	0,031	0,025	0,073	0,063	0,074
Crecimiento PIB _{t-1}	-0,124	-0,053	0,054	0,032	0,060
	0,065	0,043	0,045	0,056	0,049
ROA _{t-1}	-0,009	0,016	-0,001	-0,008	0,012
	0,089	0,091	0,027	0,028	0,025
Tamaño _{t-1}	-0,006	-0,003	-0,003	-0,006	0,000
	0,004	0,005	0,004	0,004	0,004
Encaje _{t-1}	0,003	0,004	0,000	-0,001	0,000
	0,003	0,004	0,000	0,001	0,000
Tasa Usura _{t-1}	-0,001	-0,001	0,000	0,000	0,000
	0,000	0,000 *	0,000	0,000	0,000
R cuadrado-ajustado	0,640	0,646	0,842	0,840	0,845
N	2205	2166	1303	1275	1303

Tabla A.2.
Resultados del
modelo para las
modalidades
de consumo y
microcrédito

Tabla A.3.
Resultados del
modelo para
la modalidad
comercial

	ICR Cartera Comercial	ICR Cartera Comercial	ICR Cartera Comercial	ICR Cartera Comercial
Indicador Lerner Comercial _{t-1}	-0,004 0,004		-0,003 0,005	-0,008 ** 0,003
Indicador Lerner Comercial _{t-6}		-0,004 0,006		
Concentración Comercial _{t-1}			-0,003 0,006	
Concentración Microempresas				0,059 * 0,026
ICR _{t-1}	0,882 *** 0,028	0,881 *** 0,027	0,883 *** 0,028	0,878 *** 0,030
Desempleo _{t-1}	-0,089 * 0,042	-0,091 * 0,045	-0,089 * 0,043	-0,085 * 0,043
Crecimiento PIB _{t-1}	-0,007 0,019	0,002 0,024	-0,006 0,019	-0,002 0,020
ROA _{t-1}	0,017 0,033	-0,002 0,032	0,016 0,033	0,021 0,030
Tamaño _{t-1}	-0,002 0,001	-0,003 0,002	-0,002 0,001	-0,002 0,001
Encaje _{t-1}	0,000 *** 0,000	-0,001 0,000	0,000 *** 0,000	0,000 *** 0,000
R cuadrado-ajustado	0,811	0,816	0,811	0,812
N	2390	2321	2390	2390

Fuente: Cálculos del autor con datos de la Superintendencia Financiera

Tabla A.4.
Resultados del modelo
controlando
por cobertura

	ICR Cartera total
Indicador Lerner _{t-1}	-0,002 * 0,001
ICR _{t-1}	0,949 *** 0,007
Cobertura _{t-1}	0,038 0,028
Desempleo _{t-1}	0,002 0,024
Crecimiento PIB _{t-1}	-0,014 * 0,007
ROA _{t-1}	0,019 * 0,008
Tamaño _{t-1}	0,001 0,000
Encaje _{t-1}	0,000 0,000
R cuadrado-ajustado	0,930
N	2380

Fuente: Cálculos del autor con datos de la Superintendencia Financiera de Colombia

	ICR Cartera Consumo	ICR Cartera Comercial	ICR Cartera Microcrédito
Indicador Lerner ajustado Consumo _{t-1}	-0,480 *		
	0,219		
Indicador Lerner ajustado Comercial _{t-1}		-0,033	
		0,122	
Indicador Lerner ajustado Microcrédito _{t-1}			-0,163 *
			0,077
ICR Consumo _{t-1}	0,558 **		
	0,208		
ICR Comercial _{t-1}		0,880 ***	
		0,038	
ICR Microcrédito _{t-1}			0,521 **
			0,199
Desempleo _{t-1}	0,061 .	-0,104 *	-0,056
	0,036	0,047	0,102
Crecimiento PIB _{t-1}	-0,114 .	-0,024	-0,114
	0,086	0,018	0,093
ROA _{t-1}	-0,063	0,026	-0,036
	0,074	0,032	0,060
Tamaño _{t-1}	-0,008 .	-0,002	0,008
	0,004	0,002	0,013
Encaje _{t-1}	0,002	0,000 ***	0,000 .
	0,003	0,000	0,000
Tasa Usura _{t-1}	-0,001 .		0,000
	0,000		0,001
R cuadrado-ajustado	0,654	0,785	0,528
N	2181	2235	1310

Fuente: Cálculos del autor con datos de la Superintendencia Financiera de Colombia

	ICR Cartera Consumo	ICR Cartera Comercial	ICR Cartera Microcrédito
Indicador Lerner Consumo _{t-1}	-0,010		
	0,008		
Indicador Lerner Comercial _{t-1}		-0,001	
		0,003	
Indicador Lerner Microcrédito _{t-1}			-0,018 *
			0,007
ICR Consumo _{t-1}	0,640 ***		
	0,118		
ICR Comercial _{t-1}		0,899 ***	
		0,023	
ICR Microcrédito _{t-1}			0,925 ***
			0,051
Cobertura _{t-1}	-0,008 ***	0,052 ***	0,043
	0,001	0,016	0,039
Desempleo _{t-1}	0,125 ***	-0,047	0,004
	0,036	0,040	0,042
Crecimiento PIB _{t-1}	-0,136 *	-0,020	-0,017
	0,068	0,015	0,026
ROA _{t-1}	0,015	0,011	-0,001
	0,077	0,027	0,009
Tamaño _{t-1}	-0,002	0,001	-0,001
	0,004	0,001	0,002
Encaje _{t-1}	0,003	0,000 ***	0,000
	0,003	0,000	0,000
Tasa Usura _{t-1}	0,000		0,000
	0,000		0,000
R cuadrado-ajustado	0,676	0,840	0,913
N	2120	2295	1288

Fuente: Cálculos del autor con datos de la Superintendencia Financiera de Colombia

Tabla A.5.
Resultados
indicador de
Lerner ajustado
por modalidad

Tabla A.6.
Resultados
del modelo
por modalidad
controlando por
cobertura

Tabla A.7.
Resultados con
el ICR rezagado
instrumentado

	ICR Cartera total
Indicador Lerner _{t-1}	-0,005 *
	0,002
ICR pronosticado _{t-1}	0,924 ***
	0,016
Cobertura _{t-1}	0,103 .
	0,055
Desempleo _{t-1}	0,039
	0,038
Crecimiento PIB _{t-1}	-0,020
	0,013
ROA _{t-1}	0,021 .
	0,011
Tamaño _{t-1}	0,001
	0,001
Encaje _{t-1}	0,000 .
	0,000
R cuadrado-ajustado	0,874
N	2358

Fuente: Cálculos del autor con datos de la Superintendencia Financiera de Colombia

Tabla A.8.
Resultados
indicador de
Lerner no lineal

	ICR Cartera total
Indicador Lerner	-0,002
	0,009
Indicador Lerner ²	-0,002
	0,008
ICR _{t-1}	0,948 ***
	0,007
Cobertura _{t-1}	0,031 *
	0,025
Desempleo _{t-1}	-0,001
	0,023
Crecimiento PIB _{t-1}	-0,014 .
	0,007
ROA _{t-1}	0,021 *
	0,009
Tamaño _{t-1}	0,000
	0,000
Encaje _{t-1}	0,000
	0,000
R cuadrado-ajustado	0,926
N	2475

Fuente: Cálculos del autor con datos de la Superintendencia Financiera de Colombia

	ICR Cartera comercial	ICR Cartera consumo	ICR Cartera microcrédito
Indicador Lerner	-0,014	0,037	-0,002
	0,021	0,023	0,019
Indicador Lerner ²	0,009	-0,037	-0,023
	0,021	0,023	0,013
ICR _{t-1}	0,876 ***	0,615 ***	0,841 ***
	0,027	0,096	0,077
Cobertura _{t-1}	0,026	-0,009 ***	0,072
	0,017	0,001	0,074
Desempleo _{t-1}	-0,091 *	0,105 ***	-0,118 *
	0,043	0,032	0,055
Crecimiento PIB _{t-1}	-0,005	-0,130 *	0,024
	0,019	0,062	0,027
ROA _{t-1}	0,017	-0,012	0,018
	0,032	0,073	0,026
Tamaño _{t-1}	-0,002	-0,009 **	-0,005
	0,001	0,004	0,004
Encaje _{t-1}	0,000 ***	0,001	0,000 *
	0,000	0,003	0,000
R cuadrado-ajustado	0,811	0,651	0,844
N	2390	2216	1307

Fuente: Cálculos del autor con datos de la Superintendencia Financiera de Colombia

ICR Cartera total	
Indicador de Lerner _{t-1}	-0,003 ***
	0,001
ICR _{t-1}	0,950 ***
	0,007
Cobertura _{t-1}	0,032
	0,024
Desempleo _{t-1}	-0,009
	0,026
Crecimiento PIB _{t-1}	-0,016 **
	0,006
ROA _{t-1}	0,017 *
	0,008
Tamaño _{t-1}	0,001
	0,001
Tendencia _t	0,000
	0,000
R cuadrado-ajustado	0,926
N	2475

Fuente: Cálculos del autor con datos de la Superintendencia Financiera de Colombia

Tabla A.9.
Resultados
indicador de
Lerner no lineal
por modalidad

Tabla A.10.
Resultados
controlando por
tendencia

Tabla A.7.
Resultados con
el ICR rezagado
instrumentado

ICR Cartera total	
Indicador Lerner _{t-1}	-0,005 *
	0,002
ICR pronosticado _{t-1}	0,924 ***
	0,016
Cobertura _{t-1}	0,103 .
	0,055
Desempleo _{t-1}	0,039
	0,038
Crecimiento PIB _{t-1}	-0,020
	0,013
ROA _{t-1}	0,021 .
	0,011
Tamaño _{t-1}	0,001
	0,001
Encaje _{t-1}	0,000 .
	0,000
R cuadrado-ajustado	0,874
N	2358

Fuente: Cálculos del autor con datos de la Superintendencia Financiera de Colombia

MEMORIAS

REFERENCIAS

- Agoraki, M, Delis, M, and Pasiouras, F. (2011) *Regulations, competition and bank risk-taking in transition countries*. Journal of Financial Stability (7) 38-48.
- Allen, W, and Wood, G. (2006) *Defining and achieving financial stability*. Journal of Financial Stability, (2) 152-172.
- Anginer, D, Demigrüç-Kunt, A, and Zhu, M. (2014) *How does competition affect bank systemic risk?*. Journal of Financial Intermediation (23) 1-26.
- Beck, T, Demigrüç-Kunt, A, and Levine, R. (2006) *Bank concentration, competition, and crises: First results*. Journal of Banking and Finance (30) 1581-1603.
- Boyd, J, and De Nicoló, G (2005). *The Theory of Banking Risk Taking and Competition Revisited*. The Journal of Finance. Vol. 60, No. 3, pp. 1329-1343.
- Clark, E, Mare, D, and Radic', N. (2018) *Cooperative banks: What do we know about competition and risk preferences?*. Journal of International Financial Markets, Institutions & Money (52) 90-101.
- Fiordelisi, F, and Mare, D. (2014) *Competition and financial stability in European cooperative banks*. Journal of International Money and Finance (45) 1-16.
- Goetz, M. (2018) *Competition and bank stability*. Journal of Financial Intermediation (35) 57-69.
- Gómez-González, J, Tamayo, C, and Valencia, O (2018). *Bank Market Power and Firm Finance : Evidence from Bank and Loan Level Data*. Working paper.
- Hellmann, T, Murdock, K and Stiglitz, J (2000). *Liberalization, Moral Hazard, and Prudential Regulation: Are Capital Requirements Enough?*. The American Economic Review. Vol. 90, No. 1, pp. 147-165.
- Jiménez, G, Lopez, J, and Saurina, J. (2013) *How does competition affect bank risk-taking?*. Journal of Financial Stability (9) 185-195.
- Keeley, M (1990). *Deposit Insurance, Risk, and Market Power in Banking*. The American Economic Review. Vol. 80, No. 5, pp. 1183-1200.
- Kick, T, and Prieto, E. (2014). *Bank Risk and Competition: Evidence from Regional Banking Markets*. Review of Finance (19) 1185-1222.
- Martinez-Miera, D, and Repullo, R (2010). *Does Competition Reduce the Risk of Bank Failure?*. The Review of Financial Studies. Vol. 23, No. 10, pp. 3638- 3664.
- Matutes, C, and Vives, X (2000). *Imperfect competition, risk, and regulation in banking*. European Economic Review (44) 1-34.

Soedarmono, W, Machrouh, F, and Tarazi, A. (2013) *Bank competition, crisis and risk taking: Evidence from emerging markets in Asia*. Journal of International Financial Markets, Institutions & Money (23) 169-221.

Tabak, B, Fazio, D, and Cajueiro, D. (2012) *The relationship between banking market competition and risk-taking: Do size and capitalization matter?*. Journal of Banking and Finance (36) 3366-3381.

Tovar, J, Jaramillo, C, and Hernández, C. (2007) *Risk, Concentration and Market Power in the Banking Industry: Evidence from the Colombian System (1997-2006)*. Documentos CEDE.

ANOMALIAS EN EL MERCADO DE RENTA FIJA COLOMBIANO

Brayan Ricardo Rojas Ormaza¹

¹ Director de Financial Risk Management en KPMG Advisory, tax & legal Colombia, agradecimiento a Jenny Mora por su colaboración en la construcción de este trabajo.

RESUMEN

La Hipótesis de Mercados Eficientes (EMH) es aquella donde los precios reflejan la totalidad de la información histórica que se encuentra disponible en el mercado y por consecuencia los inversionistas no pueden realizar arbitraje en los mercados, sin embargo la existencia de anomalías o efectos calendario en el mercado de valores contradice este supuesto, el presente artículo prueba la presencia de estas anomalías en el mercado de deuda pública colombiano evaluando estacionalidades diarias, mensuales y anuales por medio de la estimación de 4 modelos econométricos usando para ello la información de la curva cero cupón en pesos y el volumen de transacciones diarias, concluyendo que para este mercado se encuentra evidencia de anomalías en los rendimientos y en volatilidad contradiciendo así la EMH.

Palabras clave: Estacionalidades, mercado de capitales, efectos calendario, mercados eficientes y correlación.

Códigos JEL: C53, G32, G12, C52.

ABSTRACT

Efficient Markets hypothesis (EMH) is one where prices reflect the historical information available in the market and consequently the investors cannot arbitrage in markets, however the existence of anomalies or calendar effects in the stock market contradicts this assumption. This article tests the presence of these anomalies in the Colombian public debt market evaluating daily, monthly and yearly seasonality using estimation of 4 econometric models with information of zero-coupon yield curve in pesos and the volume of daily transactions, concluding this market has evidence of anomalies in returns and volatility then contradicting the EMH.

Keywords: *seasonality, capital market, calendar effects, efficient markets and correlation.*

JEL: E44, F41, G32, O16.

1 INTRODUCCIÓN

Las anomalías en el mercado financiero también denominadas efectos estacionales o calendario² han tomado gran importancia en los investigadores debido a que su existencia viola la Hipótesis de los Mercados Eficientes (EMH, por sus siglas en inglés) introducida por (Bachelier, 1900). La EMH está categorizada en tres formas: débil, semi-fuerte y fuerte. La forma débil indica que los precios reflejan la totalidad de la información histórica que se encuentra disponible en el mercado, por lo tanto, no existen externalidades que generen arbitraje en el mercado y de esta forma los precios siguen caminatas aleatorias y no tienen memoria larga, en la forma semi-fuerte los precios contienen toda la información pública y la forma fuerte el precio incluye la información pública y aquella privilegiada.

Ante la presencia de anomalías en el mercado, un inversionista racional podría generar mayores rendimientos o establecer estrategias de inversión que sean consistentes a las anomalías, por ejemplo, poner una posición compradora el día lunes (*Monday Effect*) y una posición vendedora el día viernes (*Weekend Effect*), también puede realizar ventas de acciones al final del año fiscal (*tax-loss Effect*) y realizar operaciones al mes siguiente y así generar mayores utilidades.

Entre otros de los efectos calendario se encuentran, *Halloween Effect* que indica la presencia de rendimientos menores entre mayo y octubre con respecto a los demás meses, *Turn-of-the-Month Effect* donde los rendimientos del último día del mes pasado y los primeros del mes actual son diferentes a los demás días, *Monthly-of-the-Year Effect* cuando uno o varios meses presentan mayores o menores rendimientos que los demás meses, de éste último se encuentra el caso particular del *January Effect* en el cual el mes de enero presenta rendimientos superiores a los demás meses.

El *Day-of-the-Week Effect* que se caracteriza en que cualquier día de la semana presenta un comportamiento diferencial del resto de días de la semana, el *Monthly Effect* en el cual la mitad del mes genera rendimientos diferentes al final del mes. *Turn-of-the-Year Effect* se refiere a la tendencia de tener mayores rendimientos en el último día del año anterior y los primeros del año actual, *Holiday Effect* cuando hay rendimientos positivos precedidos a un día festivo.

² Denominado efecto calendario por la relación entre rendimientos y los períodos de tiempo.

Existe una gran cantidad de estudios sobre la existencia de anomalías en los mercados financieros para el caso colombiano se destaca el trabajo realizado por (Rivera, 2009) quien por medio de un modelo STAR-GARCH encuentra que para el IGBC existe un efecto día de la semana para los datos entre 2001 y 2006³, el trabajo realizado por (Kristjanpoller, 2012) (Werner Kristjanpoller y Roberto Muñoz, 2012), Mendoza y Pérez (2010) y Torres (2010) quienes evalúan la estacionalidad para el mercado de renta variable colombiano rechazando la EMH en sentido débil, sin embargo no se encuentran estudios que analicen las características del mercado de renta fija colombiano, por tal razón se hace relevante que este trabajo aporte en la evaluación de la existencia de efectos estacionales en éste mercado.

El documento está organizado así: en la siguiente sección se realiza una revisión de la literatura relacionada, seguido por la propuesta metodológica para el caso de renta fija colombiano, posteriormente se realiza la presentación de los resultados y su correspondiente análisis y se finaliza con una sección de conclusiones.

“El documento está organizado así: en la siguiente sección se realiza una revisión de la literatura relacionada, seguido por la propuesta metodológica para el caso de renta fija colombiano, posteriormente se realiza la presentación de los resultados y su correspondiente análisis y se finaliza con una sección de conclusiones.”

³ El autor también evalúa el Índice de la Bolsa de Bogotá y el índice de la Bolsa de Medellín los cuales ya no se encuentran activos debido a la fusión de las bolsas de valores colombianas.

2 REVISIÓN DE LITERATURA

Son amplios los estudios realizados sobre la evaluación de las anomalías en los mercados evaluando la existencia de la tesis de (Bachelier, 1900) quien planteó la EMH indicando que los precios están regidos por una caminata aleatoria, los estudios se centran principalmente en los mercados de renta variable y economías desarrolladas; (Fields, 1931) y (Fields M. , 1934) fue el primero en mencionar el efecto de día de la semana y el efecto día festivo usando el índice Dow Jones para el mercado de Estados Unidos (USA), introduciendo evidencias sobre la existencia de anomalías estacionales en los mercados de capitales y por lo tanto contradiciendo la forma débil de la EMH.

Posteriormente, se encuentran trabajos como el de Wachtel (1942) quien evalúa el efecto enero usando el Dow Jones Industrial desde 1927 a 1942 mencionando que uno de los factores que generan mayores rendimientos es enero es la presencia del *tax-loss Effect* en el cual los inversionistas liquidan sus posiciones para obtener pérdidas al final del año fiscal y de esta forma reducir los impuestos, posteriormente Fama (1965) y Cross (1973) validaron los resultados previos encontrando rendimiento bajo el día lunes con respecto a los demás días de la semana, a su vez French (1980) y Gibbons y Hess (1981) estudiaron la existencia de los efectos estacionales principalmente el efecto día de la semana principalmente para el mercado de Estados Unidos y usando para ello métodos de regresión.

Se encuentran los trabajos de Chan y Chen (1997) quienes estudian 11 series entre acciones y bonos de USA y realizando un análisis por ciclos económicos encuentran que por medio de modelo de regresión existe el *January Effect* en el mercado, Huffman y Moll (2008) tomando firmas del S&P 1500 evalúan la existencia la relación entre el Valor en Riesgo de cada mes y los rendimientos de las empresas, encontrando evidencia de un *January Effect* consistente con un *tax-loss*.

Azuddin, Beal y Delpachitra (2006) examinan estacionalidades *Day, Monthly, Holiday, y Monthly-of-the-Year Effects* en diez países de Asia Pacífico evidenciando la existencia de estos efectos en algunos de los mercados estudiados. Chen (2013) evalúa para USA, UK, China y Australia efectos mensuales encontrando por un modelo GARCH-M efecto enero en USA, efecto abril en UK, efecto Julio en Australia y ningún efecto en China estos efectos asociados al *tax-loss*; Archana, Safeer y Kevin (2014) encuentran anomalías en el mercado Indio evaluando la EMH a través de *Weekend, Turn-of-the-Month, Turn-of-the-Year, January y Stock Split Effects*⁴ usando para ello pruebas de hipótesis sobre las medias y el trabajo de Dicle y Levendis (2014) para 51 mercados en 33 países.

⁴ El precio de las acciones se eleva ante el anuncio de un Split de acciones.

(Dmitry Burakov, Max Freidin, Yuriy Solovyev, 2018) Quienes con su investigación “The Halloween Effect on Energy Markets: An Empirical Study” aseguran que las anomalías estacionales desempeñan un papel importante en el Sistema económico global, en su estudio se enfocan en demostrar empíricamente el efecto *Halloween*, el cual describe la anomalía que los rendimientos de diferentes activos del mercado energético en el periodo de verano son habitualmente más bajos que los rendimientos de invierno, esto para un periodo de 1985 a 2016. La diferencia en los ternos es significativa lo que asegura la existencia de un efecto *Halloween Effect*.

En cuanto a la eficiencia de los mercados, encontramos el estudio “*A comprehensive Assessment of the Efficiency of the New Zealand Stock Market*” (Symons, 2018) el cual utiliza una prueba Dickey Fuller aumentada para raíces unitarias para evaluar si los precios pasados pueden explicar el futuro, además realizan pruebas de estacionalidad para observar si se puede evidenciar existencia de efectos de la semana del año, un efecto mensual y un efecto de vacaciones para evaluar si ciertos periodos proporcionan una rentabilidad explotable, para determinar la eficiencia de otra información y, particularmente, información privilegiada se ejecutó una regresión para medir el desempeño de fondos gestionados en comparación con el índice de referencia NZX 50 Nueva Zelanda.

Otra investigación que respalda las anomalías del calendario es “*Past and Future of Derivative/Future Market: Substantiation of Calendar Anomalies*” desarrollada por (Ali Faizan, Muhammad Ali Saeed y Saba Kausar, 2018) en donde realizaron una regresión OLS para un periodo de 6 años, desde enero 2011 hasta diciembre 2016, en este artículo analizan *monthly effect, day of the week effect, Turn-of-the-month effect*, los resultados muestran que en la Bolsa Mercantil de Pakistán se presentan anomalías del calendario significativas.

En el documento escrito por (Wafula Mangeni y Olaleye MIke, 2018) examina si existe una variación significativa en los rendimientos promedio diarios de las acciones en el NSE⁵ evaluando la presencia del efecto del lunes, las diferencias en el rendimiento medio en los cinco días hábiles, el efecto en enero, las diferencias en el rendimiento medio en los cinco meses comerciales y también proporcionó el comportamiento del día a día y del año al año de los retornos de acciones en la NSE. El estudio empleó datos diarios del año 2001 al 2015 para hacer análisis. Los resultados muestran presencia de anomalías en el mercado de valores, por lo tanto, NSE como regulador del mercado de valores de Kenia, debe tomar medidas para aumentar la eficiencia informativa de la operación del mercado de valores.

⁵ NSE: Nairobi Securities Exchange

Para el mercado latinoamericano⁶ y colombiano, se encuentran estudios como el realizado por Fountas y Konstantinos (2002) quienes evalúan 18 mercados entre ellos el colombiano usando para ello un modelo de regresión contrastando la existencia de efectos estacionales mensuales y efecto enero concluyendo que para el caso colombiano se encuentra un efecto diciembre en el cual los rendimientos son mayores al resto de los meses, Montenegro (2007) valida la existencia de estacionalidad en los rendimientos y las volatilidades del IGBC; posteriormente (Rivera, 2009) quien por medio de un modelo STAR-GARCH encuentra que para el IGBC existe un efecto día de la semana para los datos entre 2001 y 2006 donde el modelo presenta un efecto los lunes, martes y miércoles con respecto al viernes.

Mendoza y Pérez (2010) realizan un análisis de *Day-of-the-Week* usando una metodología no paramétrica rechazando la EMH en sentido débil, también se tiene a Torres (2010) quien evalúa para Colombia y para tres países latinoamericanos usando un modelo GARCH-M con variables *dummy* encontrando para el mercado colombiano efectos estacionales para el viernes, días no lunes antes de un festivo y viernes posteriores a un jueves festivo para los rendimientos del IGBC, y altas volatilidades para los días no lunes previos a un festivo y los viernes antes de un fin de semana normal posteriores a un festivo.

Kristjanpoller (2012) evalúa por medio de un modelo GARCH cinco mercados latinoamericanos donde el IGBC presenta una estacionalidad los días martes y viernes en los rendimientos y efecto *Weekend* en la volatilidad. Kristjanpoller y Muñoz (2012) para seis países latinoamericanos incluido Colombia y por medio del criterio de dominancia estocástica encuentran que existe una dominancia de los rendimientos del viernes con respecto a los demás días de la semana y el miércoles domina a los rendimientos del martes.

(Yáñez, Werner Kristjanpoller y Teresita Arenas, 2012), analizaron anomalías del efecto fin de mes en los mercados accionarios de Brasil, México, Chile, Colombia, Perú y Argentina en el periodo de 1993 – 2011; el principal objetivo de esta investigación era poder probar si el efecto fin de mes ha ido desapareciendo o si por el contrario aún persiste; como resultado encontraron que a través del tiempo la mayoría de los países que están siendo objeto del análisis obtienen rendimientos anormales positivos en los días asociados al cambio de mes y también muestran anomalías de volatilidad.

En el año 2016 (David García y John Rosso, 2016) probaron la posible existencia de efectos estacionales del día de la semana, mes del año, cambio de mes, fin de diciembre y superstición en los mercados de capitales de la Alianza del Pacífico durante el período del 2002 al 2014; en este análisis surgió la conclusión que a grandes rasgos en el mercado de los países que integran la alianza del pacífico se puede evidenciar existencia de efectos estacionales en diferentes horizontes de tiempo.

⁶ Ver Espinosa (2007) para el caso chileno y Fajardo y Pereira (2008) para Brasil

3 METODOLOGÍA PROPUESTA

A partir de los estudios presentados en la sección anterior se puede evidenciar que la mayoría de las investigaciones realizadas se han centrado en el mercado de acciones y los índices de las bolsas, en renta fija se destaca el trabajo realizado por Chan y Chen (1997) quien realiza un estudio para bonos del gobierno de USA y en volumen el trabajo de Berument y Kiyimaza (2002) que concluyen que existe una relación entre los altos rendimientos y la disminución en el volumen transado.

Adicionalmente a la amplitud de estudios en renta variable existe una tendencia por tres metodologías de evaluación de las estacionalidades, la primera y la más frecuente los modelos de regresión lineal, la segunda los modelos GARCH y alguna de sus variaciones y tercera las pruebas de hipótesis sobre la media usando pruebas no paramétricas como el test de Kruskal-Wallis y paramétricas como la diferencia de medias y la prueba F.

Existen algunas metodologías adicionales para evaluar los efectos calendario, entre estas se encuentran el trabajo de Bonin y Moses (1974) donde se evaluó la presencia de efectos estacionales por medio del método de desestacionalización X-11⁷ aplicado al Dow Jones, Al-saad y Moosa (2005) quienes realizan un estudio de la estacionalidad en el mercado de Kuwait por medio de un modelo de componentes no observables⁸ encontraron un efecto Julio asociado a un efecto de verano, el estudio de Rivera (2009) quien a través de un modelo STAR-GARCH evalúa el *Day Effect* en Colombia y el trabajo de Kristjanpoller y Muñoz (2012) quienes por medio de la dominancia estadística evalúan las anomalías en diferentes países de Latinoamérica.

A continuación, se realiza una explicación de las anomalías que se evaluarán en el presente trabajo y los métodos a evaluar, el estudio busca evaluar la existencia de tres grupos de anomalías de acuerdo a la periodicidad de la estacionalidad, se analizan efectos diarios, mensuales y anuales con retornos de corto, mediano y largo plazo para verificar de esta forma si existe evidencia o no de efectos calendario en el mercado de deuda pública colombiano y en su volumen transado.

⁷ Ver Peña, Tiao y Tsay (2001) para una mayor profundidad sobre los métodos de desestacionalización.

⁸ Ver Gonzalez, Melo, Rojas, L. y Rojas, B. (2010) para una explicación sobre componentes no observables y una aplicación al caso colombiano.

3.1 Efectos Diarios: Day-of-the-Week / Monday Effect / Weekend Effect / Holiday Effect

Por la facilidad de la información y por la abundancia de datos la evaluación de la existencia de la EMH los efectos diarios son recurrentes en los estudios de anomalías en los mercados, el primero es el *Day-of-the-Week* en el cual se evalúa si uno o alguno de los días presentan rendimientos superiores o inferiores con respecto a los demás días de la semana, a partir de éste primer efecto surgen modificaciones, los estudios presentan tendencia a que los mercados generan las menores rentabilidades los días lunes – *Monday Effect* – y mayores rendimientos los días viernes – *Weekend Effect* – otro ajuste está asociado ante la presencia de días festivos – *Holiday Effect* – donde éstos pueden generar cambios en los resultados por lo tanto algunos autores como Mendoza y Pérez (2010) excluyen datos para evitar sesgos en los efectos debido a que el *Holiday Effect* tiende a generar rendimientos altos previos al día festivo y rendimientos bajos después de él.

3.2 Efectos Mensuales: Monthly-of-the-Year Effect / January-Effect / Turn-of-the-Month Effect

El *Monthly-of-the-Year Effect* consiste en la presencia de uno o algunos meses con un rendimiento superior o inferior con respecto a los demás, un caso especial de esta estacionalidad es el efecto enero – *January Effect* – que se presenta cuando los rendimientos del primer mes del año son mayores que los obtenidos en los demás meses del año, entre las causas de la existencia de esta anomalía se encuentra el *tax-loss Effect* en la cual los inversionistas al llegar el final del año contable venden sus posiciones obteniendo pérdidas en su inversión y de esta forma registrar menores utilidades y así disminuir el valor de los impuestos.

Como segunda causa se encuentra las noticias recibidas al inicio del año, generalmente las compañías reportan sus proyectos para el año y así generan expectativas positivas lo cual se refleja en el incremento de los precios de las acciones y como una tercera causa se encuentra los excedentes de liquidez que tienen las personas y las empresas debido a los rendimientos recibidos el año anterior.

Otro de los efectos mensuales es el *Turn-of-the-Month Effect* que menciona que el último día del mes y los siguientes cuatro días del mes siguientes presentan rendimientos más altos que el resto de días del mes generando así una posibilidad de arbitraje comprando cualquier día del mes y vendiendo al final e inicio de cada mes.

3.3 Efectos Anuales: Turn-of-the-Year Effect

Los efectos anuales son los menos estudiados esto principalmente por EMH en la cual los rendimientos no tienen memoria larga para datos de altas periodicidades, por tal razón encontrar comportamientos repetitivos en periodos anuales no es muy común, se evaluará para el caso colombiano el *Turn-of-the-Year Effect* que compara el rendimiento del último día hábil del año y los cuatro siguientes del año siguiente generando rendimientos más altos que el resto de días del año.

3.4 Modelos Econométricos Propuestos

Las metodologías propuestas para evaluar la presencia de los efectos mencionados previamente se basan en los modelos econométricos, la primera metodología propuesta es el modelo de regresión lineal múltiple usando variables *dummy* de la forma:

$$r_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i D_i + \varepsilon_t \quad (1)$$

Donde $r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \times 100$ son los rendimientos diarios compuestos continuos, β_i son los coeficientes de la regresión, D_i es una variable *dummy* que toma el valor de 1 si cumple la característica y 0 si no la cumple, por ejemplo D_i puede indicar si el día del rendimiento es un día viernes, por lo tanto, si el rendimiento r_t corresponde al día viernes tomará el valor de 1 y 0 en otro caso, y ε_t es el error del modelo. Dependiendo del efecto que se desee capturar se incluyen variables *dummy* que especifiquen la característica, por ejemplo, efecto enero, efecto fin de semana, efecto lunes festivo, entre otros.

Debido a los supuestos del método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO)⁹ principalmente la normalidad, la no autocorrelación y la homocedasticidad, como lo menciona Berument y Kiyamaza (2003) los estudios de efectos calendario al usar MCO presentan incumplimiento de los supuestos, por tal razón se recomienda realizar correcciones, para el caso de la existencia de autocorrelación se realiza una modificación a la ecuación (1):

$$r_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i D_i + \sum_{j=1}^n \alpha_j r_{t-j} + \varepsilon_t \quad (2)$$

Donde r_{t-j} es la variable dependiente rezagada i -ésimos períodos y n indica el orden máximo del rezago para los rendimientos, para evaluar el orden de n se usa la prueba Q de Ljung-Box, para el caso de la presencia de heterocedasticidad donde la varianza del error es dependiente del tiempo se usa el segundo modelo propuesto de series de tiempo de la familia GARCH¹⁰ definido como

$$r_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i D_i + \sum_{j=1}^n \alpha_j r_{t-j} + \varepsilon_t \quad \text{donde } \varepsilon_t \sim N(0, h_t^2) \quad (3)$$

$$h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \theta_i u_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \phi_i h_{t-i}^2 + \eta_t \quad (4)$$

Basados en [2], se encuentra que [3] es la ecuación de media (E.M.) donde los errores presentan varianza condicional y [4] es la ecuación de varianza (E.V.) donde los parámetros u_t^2 es una variable ruido blanco y h_t^2 es la varianza de los errores de la ecuación [3], por medio de los rendimientos obtenidos a través de los precios implementados en la ecuación [3] se obtiene la volatilidad GARCH σ^2 , de acuerdo a Bollerslev (1986) un modelo GARCH(1,1) es adecuado para los rendimientos diarios de los activos, por tal razón se usará como referencia en la estimación de las metodologías.

Para cuantificar el posible efecto de las anomalías en la volatilidad y ver su efecto sobre los rendimientos se realizan dos modificaciones basado en Berument y Kiyamaza (2003) donde la ecuación de la media se le agrega un factor de riesgo, de acuerdo a la ecuación [5] por medio de una variable λh_t donde λ es la prima de riesgo asociada a los efectos estacionales a esta ecuación se le denomina GARCH-M, la segunda modificación es sobre la ecuación de la varianza, en ésta se incluyen variables *dummy* para identificar estacionalidades en la volatilidad y siendo de esta forma un acercamiento a la presencia de anomalías en la volatilidad de las variables tal y como se describe en la ecuación [6]¹¹:

$$r_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i D_i + \sum_{j=1}^n \alpha_j r_{t-j} + \lambda h_t + \varepsilon_t \quad \text{donde } \varepsilon_t \sim N(0, h_t^2) \quad (5)$$

$$h_t^2 = \alpha_0 + \theta_1 u_{t-1}^2 + \phi_{1i} h_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^k \gamma_i D_i + \eta_t \quad (6)$$

⁹ Ver Wooldridge (2010) para una amplia explicación del método de MCO, supuestos y correcciones.

¹⁰ Para mayor profundidad de los modelos GARCH ver Engle (1982) y Bollerslev (1986).

¹¹ El método de estimación usado para las ecuaciones [5] y [6] es el de Quasi-Máxima Verosimilitud.

De acuerdo a las metodologías presentadas, se realiza la estimación de cuatro modelos (ver Tabla 1) que buscan identificar la presencia de anomalías en el mercado de renta fija colombiano a través de la variable curva cero cupón en pesos y el volumen transado, para el volumen transado se incluye en los modelos una variable exógena que indique la tendencia con coeficiente κ permitiendo capturar el efecto de los precios corrientes y para capturar el crecimiento de los volúmenes y los incrementos ocasionados por las políticas económicas, logrando estabilizar la serie.

Para cada uno de los modelos propuestos se tienen variables *dummies* que indican 1 si el rendimiento es característico del efecto y 0 en otro caso, para los efectos que se evalúan se tiene que existen 4 variables *dummy* para la evaluación del *Day Effect* siendo la constante del modelo la variable que captura la información del día miércoles, para el *Monthly-of-the-Year Effect* se agregan 11 variables dicotómicas indicando los meses del año y en éste caso se toma la constante como el mes de mayo. Para el efecto *Turn-of-the-Year* solo se incluye una *dummy* que indica si es el último día del año o uno de los tres días del siguiente año, a continuación, la Tabla 1 resumen las especificaciones econométricas de los modelos a evaluar.

Tabla 1:
Modelos
Propuestos

MODELO	ESPECIFICACIÓN ECONOMÉTRICA	CARACTERÍSTICA
M1	$r_t = \beta_o + \sum_{i=1}^k \beta_i D_i + \kappa_1 trend_t^* + \varepsilon_t$	Modelo de regresión lineal con <i>dummies</i> .
M2	$r_t = \beta_o + \sum_{i=1}^k \beta_i D_i + \sum_{j=1}^n \alpha_j r_{t-j} + \kappa_1 trend_t^* + \varepsilon_t$ $h_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \theta_i u_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \phi_i h_{t-i}^2 + \eta_t$	Modelo GARCH, se realiza la corrección de autocorrelación y heterocedasticidad.
M3	$r_t = \beta_o + \sum_{i=1}^k \beta_i D_i + \sum_{j=1}^n \alpha_j r_{t-j} + \kappa_1 trend_t^* + \varepsilon_t$ $h_t^2 = \alpha_0 + \theta_1 u_{t-1}^2 + \phi_1 h_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^k \gamma_i D_i + \eta_t$	Modelo GARCH con corrección a autocorrelación y heterocedasticidad y se incluyen <i>dummies</i> en la ecuación de volatilidad.
M4	$r_t = \beta_o + \sum_{i=1}^k \beta_i D_i + \sum_{j=1}^n \alpha_j r_{t-j} + \lambda h_t + \kappa_1 trend_t^* + \varepsilon_t$ $h_t^2 = \alpha_0 + \theta_1 u_{t-1}^2 + \phi_1 h_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^k \gamma_i D_i + \eta_t$	Modelo GARCH-M se incluye una variable de riesgo h_t en la ecuación de los rendimientos.

Para el volumen la variable dependiente es el Logaritmo del volumen en millones.

* Indica la tendencia de la serie, solo se incluye para la variable del volumen.

4 ESTIMACIONES Y ANÁLISIS

Para la realización del estudio se usa la información diaria de la curva cero cupón en pesos (CEC) desde 29/03/2005 – 29/03/2019 publicada por el Banco de la República con base en los sistemas transacciones del mercado colombiano, al ser tasas cero cupón es posible obtener precios usando la fórmula de valor presente donde el valor del flujo futuro se considera como un bono par:

$$P_t = \frac{100}{(1+y_t(m))^m} \quad (7)$$

Al tener los precios basados en la CEC se obtienen los rendimientos compuestos continuos definidos como $r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \times 100$, para capturar las variaciones en los tramos de la curva se toman tres segmentos: corto plazo (CP) curva a 1 año equivalente 360 días, mediano plazo (MP) curva a 5 años equivalentes a 1800 días y largo plazo (LP) 10 años con 3600 días.

La segunda variable de estudio para el mismo horizonte de tiempo es el volumen diario transado en deuda pública para ello se usa la información publicada por el Banco de la República de la plataforma transaccional de deuda pública SEN¹² en la cual se realizan las operaciones de compra y venta de títulos, REPOS, Simultaneas y Transferencia Temporal de Valores para títulos denominados en pesos, UVR y dólares (bonos globales), se ha seleccionado la plataforma SEN porque como lo menciona León y Pérez (2013) es el sistema más concentrado y denso, para el modelo se toman las operaciones de títulos en pesos para guardar coherencia con la CEC en pesos.

4.1 Estadísticas Descriptivas

En la Tabla 2 se encuentran los estadísticos descriptivos de los rendimientos del nodo a 360 días, como se puede observar el día jueves presenta el menor rendimiento de los días de la semana, el de mayor rendimiento promedio es el día viernes dando un inicio de un *Weekend Effect*, y contrario al día lunes donde se espera de acuerdo a las evidencias de otros países tener los rendimientos inferiores de la semana. De acuerdo con el test de normalidad Jarque-Bera, donde la Hipótesis nula es Normalidad en los rendimientos, se evidencia que no existe presencia de normalidad en ninguno de los datos siendo una evidencia a favor del uso de los modelos GARCH.

¹² SEN: Servicio Electrónico de Negociación

	TODOS	LUNES	MARTES	MIERCOLES	JUEVES	VIERNES	ANTES DE FESTIVO	DESPUES DE FESTIVO
Promedio	0,00084%	-0,00387%	0,00209%	-0,00402%	-0,00310%	0,01115%	-0,01471%	0,02060%
Desviación Estandar	0,05200%	0,09000%	0,21088%	0,04945%	0,08423%	0,01115%	0,14707%	0,08441%
Jarque Bera	4037	55744	6607600	3065	319950	154810	10102	840
N	3552	574	708	696	695	693	93	93

Tabla 2. Descriptivas Efectos Diarios Rendimientos 360

Con respecto al efecto *Holiday* en la Tabla 2 se observa que existe evidencia del efecto al tener rendimientos menores el día previo al festivo y rendimientos mayores posteriores al día feriado, en la Tabla 3 se resalta el rendimiento del mes de marzo y septiembre como el mayor del año y como el inferior el del mes de mayo, con respecto al *January Effect* no se evidencia su presencia y donde los rendimientos de cada mes no tienen evidencia estadística de un comportamiento normal, el *Turn-of-the-Month Effect* tiene promedio de rendimientos negativos y son menores al retorno de todos los retornos históricos de corto plazo por ende se espera que no haya una presencia de este efecto.

	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	TURN MONIH
Promedio	-0,0011%	-0,0019%	0,0069%	0,0024%	-0,0056%	0,0012%	0,0044%	-0,0042%	0,0069%	-0,0017%	0,0065%	-0,0033%	-0,0003%
Desviación Estandar	0,0518%	0,1333%	0,0562%	0,0409%	0,0835%	0,4492%	0,1384%	0,0714%	0,0891%	0,0633%	0,0956%	0,0691%	0,0848%
Jarque Bera	213	76967	588	5,42	1337	146360	29872	19242	2032	236	674	349	25068
N	266	280	289	279	286	269	286	288	298	296	271	273	594

En el anexo A1.1 se encuentran los resultados de las descriptivas de los efectos mensuales para los rendimientos del nodo de 1800, se puede observar no normalidad en los datos, presencia de un efecto Mayo al tener los rendimientos más pequeños del año y un efecto Marzo al tener los rendimientos más altos y al comparar los rendimientos de todos los datos y el de *Turn-of-the-Month* es menor el del efecto del cambio de mes por lo que se esperaría que no haya significancia del efecto.

Tabla 2:
Descriptivas
Efectos Diarios
Rendimientos
360

Tabla 3:
Descriptivas
Efectos
Mensuales
Rendimientos
360

Para los rendimientos de largo plazo, el anexo A1.2 de igual forma que los análisis anteriores se rechaza la hipótesis de normalidad en los rendimientos bajo el test de Jarque-Bera, para los efectos mensuales se presenta efecto marzo y junio y no hay presencia de Turn-of-the-Month Effect.

	360	1800	3600
Promedio	0,0008%	0,0090%	0,0156%
Desviación Estandar	0,7716%	7,5045%	44,0110%
Jarque Bera	64,32	32,22	54,42
N	62	62	62

Los efectos anuales se encuentran en la Tabla 4 que presenta los resultados para los rendimientos de corto, mediano y largo plazo, se tiene que los tres rendimientos no presentan normalidad de acuerdo al test de Jarque-Bera, con respecto al *Turn-of-the-Year Effect* comparando el promedio del rendimiento de mediano y largo plazo con los rendimientos de la totalidad de los datos son mayor los rendimientos de fin de año por ende podría evidenciar la presencia de este efecto en estos horizontes de tiempo.

El anexo A1.3 presenta para el *ln volumen* un efecto abril al tener el volumen promedio mayor y un efecto diciembre al tener los menores montos del año, el efecto anual de *Turn-of-the-Year* no tiene evidencia dado que tiene rendimientos inferiores a los del promedio del total, finalmente ninguna variable presenta existencia de normalidad de acuerdo al test de Jarque-Bera.

Tabla 4:
Descriptivas
Efectos
Anuales

4.2 Resultados Modelos Econométricos

Los resultados de los modelos del *Day-of-the-Week Effect* para corto, mediano y largo plazo de los rendimientos son presentados en la tabla (5), para el nodo de 360 se tiene que de acuerdo al modelo de regresión lineal M1 refleja un efecto día de la semana, específicamente un efecto viernes (0,0878) es decir un *Weekend Effect*.

Tabla 5:
Resultados
Daily Effect –
Rendimientos
360, 1800, 3600
y LnVolumen

Ecuación Retornos	RETORNOS 360				RETORNOS 1800				RETORNOS 3600				VOLUMEN			
	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4
Constante	0,000 0,463	0,000 1,203	0,000 -0,072	0,001 0,873	0,000 0,882	0,000 2,471	0,000 2,480	0,000 -1,190	0,000 -0,900	0,000 0,437	0,000 0,955	0,002 2,357	28,565 1141,740	28,588 512,596	28,593 511,915	28,612 416,092
Lunes	0,000 -0,147	-0,0001 -1,942	0,000 -0,027	0,000 -0,093	0,000 -0,084	0,000 -1,644	0,000 -1,151	0,000 0,008	0,001 0,906	0,000 0,222	-0,230 0,818	0,001 1,522	-0,042 -1,440	-0,051 -4,246	-0,053 -4,221	-0,053 -4,248
Martes	0,000 0,588	0,000 0,655	0,000 0,108	0,000 0,103	-0,001 -2,052	0,000 -0,847	0,000 -1,078	0,000 0,305	0,000 0,154	0,000 0,046	0,000 0,448	0,000 -0,147	0,035 1,250	0,032 3,300	0,030 3,201	0,002 0,391
Jueves	0,000 -0,058	0,000 -1,424	0,000 -0,010	0,000 -0,030	0,000 -0,040	0,000 -0,196	0,000 0,316	0,000 -35,583	0,001 2,233	0,000 0,730	0,001 2,761	0,001 2,251	0,026 0,945	0,016 1,598	0,014 1,543	0,001 0,103
Viernes	0,000 1,708	0,000 -1,067	0,000 0,293	0,000 0,326	0,000 0,968	0,000 2,493	0,000 2,227	0,001 2,513	0,001 1,386	0,000 -0,100	0,000 0,050	0,001 1,677	-0,074 0,000	-0,070 0,000	-0,072 0,000	-0,072 0,000
Trend													0,000 32,612	0,000 9,990	0,000 9,923	0,000 9,131
Retorno t-1		-0,272 -15,111	0,005 0,053	0,005 0,058		0,065 3,781	0,054 2,989	0,017 0,768		0,061 2,550	0,105 5,907	0,044 2,137		0,834 98,757	0,835 99,415	0,835 99,163
Riesgo				-0,543 -1,853				0,142 2,513				-0,272 2,513				0,019 0,658
Ecuación Volatilidad																
Constante		0,000 -2,896	0,000 6,388	0,000 6,530		0,000 8,703	0,000 -0,819	0,000 33,438		0,000 12,819	0,000 4,958	0,000 18,224		0,008 7,852	0,001 0,378	0,001 0,405
Residual2		0,195 34,266	0,150 3,352	0,150 3,909		0,202 27,773	0,173 23,273	0,327 17,335		0,115 10,743	0,417 16,791	0,219 12,984		0,135 11,456	0,133 10,884	0,134 10,905
GARCH		0,896 383,446	0,600 10,103	0,600 10,154		0,833 240,175	0,846 227,291	0,600 40,551		0,711 32,439	0,462 40,327	0,591 30,475		0,779 45,903	0,779 42,179	0,778 42,004
Lunes			0,000 0,000	0,000 0,000			0,000 5,694	0,000 -38,792			0,000 69,949	0,000 -5,462			0,016 3,107	0,016 3,092
Martes			0,000 0,000	0,000 0,000			0,000 -2,793	0,000 -35,583			0,000 -5,123	0,000 -25,125			0,002 0,406	0,002 0,391
Jueves			0,000 0,000	0,000 0,000			0,000 1,452	0,000 -34,830			0,000 1,283	0,000 -18,624			0,001 0,121	0,001 0,103
Viernes			0,000 0,000	0,000 0,000			0,000 3,519	0,000 -23,846			0,000 1,447	0,000 -9,627			0,015 3,155	0,015 3,120
ARCH-LM test	841,757	0,055	1,104	0,637	679,493	2,024	3,681	0,298	826,926	0,184	0,006	0,062	1419,436	7,881	8,572	8,079
Q-Stat	719,726	0,077	1,107	0,638	680,250	2,026	3,686	0,298	827,900	0,186	0,036	0,067	1421,100	9,757	10,320	8,088
Akaike	-10,150	-11,500	-9,950	-9,907	-7,872	-8,378	-8,388	-8,218	-6,099	-6,432	-6,674	-6,495	1,540	0,305	0,302	0,303
Log-likelihood	17158,770	19438,010	16823,150	16752,270	13307,930	14163,620	14183,750	13898,960	10312,340	10876,400	11288,060	10987,090	-2596,485	-504,511	-496,381	-496,257

*** Significancia al 1%, ** Significancia al 5% y * Significancia al 10%.
Números en paréntesis [] son estadísticos t o Z de acuerdo al método de estimación.

Al evaluar los supuestos del modelo se observa que existe autocorrelación (Q-Stat) y heterocedasticidad condicional (ARCH-LM), por lo tanto, se hace relevante el uso de los modelos GARCH para tener suficiencia estadística en la inferencia de los resultados. Analizando la volatilidad para los rendimientos 360 no existe presencia de efectos estacionales diarios que afectan el riesgo de cada día.

La teoría financiera basada en el modelo *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) establece que existe una relación positiva entre riesgo y rendimiento, a mayor riesgo mayor rendimiento y viceversa, el modelo M4 GARCH-M busca capturar este efecto y el coeficiente de riesgo es significativo por lo tanto la relación del modelo CAPM sí se ve reflejada en la CEC de corto plazo aunque no está relacionado a ningún factor estacional dado que no hay variables significativas ni en la ecuación de media ni en la de varianza.

El M3 y M4 detectan la existencia de efectos diarios en la volatilidad, se encuentra en ambos modelos que no hay existencia de efectos calendario en el riesgo de los inversionistas para el corto plazo, finalmente el rezago de los rendimientos a un día resulta ser significativo en los últimos tres modelos por lo tanto hay una evidencia de memoria corta en los rendimientos. Es notorio como en la Tabla 5 para la ecuación de volatilidad en los horizontes de mediano y largo plazo se presenta todos los coeficientes significativos indicando que en el largo plazo los inversionistas relacionan la volatilidad a efectos estacionales, de igual forma un modelo interno de riesgo de mercado debería capturar los cambios en volatilidad para lograr mejores estimaciones de riesgo, una estrategia para el mediano plazo es realizar operaciones el día viernes dado que hay presencia de *weekend effect*.

Con respecto al volumen la Tabla 5 se puede resumir con presencia de *Day-of-the-Week* donde los mayores volúmenes se dan los días martes y el menor volumen el día viernes, con respecto a la volatilidad se evidencia efectos calendario los días lunes y viernes. El otro efecto que se encuentra en períodos diarios es el de días festivos, el anexo A2.1 refleja que para los rendimientos de 360 no hay evidencia estadística de este efecto, sin embargo en los períodos de mediano y largo plazo si hay evidencias de efecto *Holiday Effect* por lo tanto los días posteriores al festivo en estos períodos se espera mayor rentabilidad que los días previos, de igual firma también hay evidencia de afectación en la volatilidad por estos efectos. El volumen transado también se ve afectado por el día festivo, el monto transado aumenta con respecto a los demás días el día previo al festivo y la volatilidad es mayor el día después del festivo.

El anexo A2.2 y A2.3 muestra los resultados para el *Monthly-of-the-Year Effect* resaltándose que no existe evidencia significativa de la existencia de este efecto para los rendimientos ni para la ecuación de la varianza de corto plazo, lo que permite concluir que los rendimientos de corto plazo de la curva cero cupón de los títulos de renta fija en pesos no presenta efectos calendario asociadas a los meses del año esto a su vez permite rechazar la hipótesis del *January Effect* y el *tax-loss Effect*, por lo tanto no existe evidencia de incumplimiento de la EMH para éste nodo y con estacionalidades mensuales.

Para el mediano y largo plazo se evidencia en diferentes modelos que sí existe presencia de *montly effect* resaltándose el mes de mayo con menor rentabilidad comparado con el de marzo que es la constante que también es significativa, la volatilidad de la CEC LP también tiene efecto estacional y se destacan los meses de enero, marzo, noviembre y diciembre.

Para el monto transado analizando la anomalía mensual de acuerdo a A2.3 se encuentra efecto mensual en el volumen y el efecto se observa principalmente en el segundo semestre comparado con marzo, teniendo una disminución en el monto transado, los meses que presentan evidencia estadística de la anomalía son marzo, julio, septiembre, octubre, noviembre y diciembre, siendo el último el de mayor disminución del volumen y por ende se evidencia un *tax-loss Effect* al tener volúmenes menores al final del año contable donde los inversionistas disminuyen sus posiciones pero no se observa el *January Effect* dado que no es significativo enero pero sí un efecto marzo con el mayor volumen del año; a su vez en A2.3 se presentan los resultados en la E.V. para el volumen y los meses de octubre y diciembre tiene la menor y la mayor volatilidad respectivamente, por lo tanto se puede concluir que el último mes del año presenta una disminución en el volumen y un incremento en la volatilidad.

El otro efecto mensual evaluado es el *Turn-of-the-Month Effect* que es la presencia de rendimientos superiores el último día del mes y los primeros del mes siguiente con respecto a los demás días del año, el anexo A2.4 permite concluir que para los rendimientos de 360, 1800 y 3600 no hay presencia de este efecto similar a los resultados de las estadísticas descriptivas, dado que la variable Turn Month no es significativa si no en el modelo M2 de corto plazo pero en el resto de estimaciones no presenta evidencia estadística, a diferencia del volumen donde el cambio de mes genera una disminución con respecto al resto de días que no son cambio de mes.

La última anomalía estudiada es el *Turn-of-the-Year Effect* que se presenta para los rendimientos de corto plazo y de mediano plazo en el anexo A2.5, donde para ambos nodos de la curva se encuentra que el cambio de un año a otro no tiene ninguna relevancia en el mercado de renta fija, para la volatilidad en los rendimientos 360 se tiene efecto del cambio de año generando una disminución en la volatilidad, en los rendimientos 1800, 3600 hay presencia del efecto en la EV. Dado lo anterior se puede concluir que la volatilidad si tiene efecto *Turn-of-the-Year*.

“Para el mediano y largo plazo se evidencia en diferentes modelos que sí existe presencia de *montly effect* resaltándose el mes de mayo con menor rentabilidad comparado con el de marzo que es la constante que también es significativa, la volatilidad de la CEC LP también tiene efecto estacional y se destacan los meses de enero, marzo, noviembre y diciembre.”

MEMORIAS

CONCLUSIONES

En las últimas décadas la validación de la Hipótesis de Mercados Eficientes ha estado en prueba en diferentes mercados a nivel mundial, encontrando que existen anomalías en los mercados lo cual genera posibilidades de arbitraje y estrategias de trading, para Colombia se han hecho estudios para renta variable encontrando efectos día, el presente trabajo realizó una investigación para el mercado de renta fija por medio de la Curva Cero Cupón en pesos de tres nodos uno de corto plazo, mediano y largo plazo y el volumen transado en la plataforma SEN.

Para los datos se encuentran evidencias de anomalías en el mercado de renta fija inicialmente en ciertos días, donde los días viernes se generan mayores rendimientos que el resto de los días de la semana, adicionalmente, se observa efectos calendario en la ecuación de volatilidad de mediao y largo plazo.

En el análisis mensual los rendimientos de la CEC de corto plazo no presentaron efectos calendario, el volumen presenta un efecto diciembre donde el monto transado en dicho mes es el menor del año y que puede estar asociado al tax-loss Effect, en términos mensuales solo se encuentra efecto Turn-of-the-Month para la curva de mediano plazo y para el volumen y para el efecto Turn-of-the-Year no se encuentra evidencia en ninguna de las variables y que a su vez permite rechazar comportamientos de memoria larga en los rendimientos.

Finalmente, por medio del presente trabajo se realiza una propuesta para evaluar la presencia de anomalías en el mercado de renta fija encontrando que para el caso colombiano existen efectos calendario capturados por medio de la curva cero cupón en pesos y el volumen transado, pero a pesar de los resultados no es una evidencia suficiente para rechazar la EMH tal y como ocurre a nivel mundial debido a que con la ayuda de nuevas tecnologías y amplitud de los mercados la información confidencial es menor y los costos asociados a las operaciones son cada vez menores logrando mercados más eficientes y disminuyendo las anomalías halladas, pero si es una evidencia para adecuar en los modelos de riesgo las estacionalidades e incorporarlas en las metodologías para capturar de una forma diaria, mensual y/o anual los comportamientos que podrían tomar los inversionistas.

MEMORIAS

BIBLIOGRAFÍA

- Alfaro, R. (2009) La Curva de Rendimiento Bajo Nelson-Siegel. *Documentos de Trabajo, 531, Banco Central de Chile.*
- Al-Saad, K. & Moosa, I. (2005) Seasonality in Stock Returns: Evidence from an Emerging Market. *Applied Financial Economics, 15, 63–71.*
- Archana, S., & Safeer, M. & Kevin, S. (2014). A Study on Market Anomalies in Indian Stock Market. *International Journal of Business and Administration Research Review, 1, (3).*
- Azuddin, N. & Beal, D. & Delpachitra, S. (2006) Seasonality in the Asia Pacific Stock markets. *Journal of Asset Management, 6, (4), 298–318.*
- Bachelier, L. (1900) Théorie de la Spéculation. *Annales Scientifiques de l'école normale supérieure, 3, pp. 21-86.*
- Berument, H & Kiyamaza, H, &. (2003) The Day of the Week Effect on Stock Market Volatility and Volume: International evidence. *Review of Financial Economics, 12, pp. 363–380.*
- Biekpe, N. & Mlambo, C. (2006) Seasonal Effects: Evidence from Emerging African Stock Markets. *South African Journal Business Management, 37, (3).*
- Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics, 31, pp. 309–328.*
- Bonin, J. & Moses, E. (1974) Seasonal Variations in Prices of Individual Dow Jones Industrial stocks. *Journal of Financial and Quantitative Analysis, December.*
- Chan, A. & Chen, C. (1997) From t-BILLS to Stock: Seasonal Anomalies Revisited. *Journal of Business Finance & Accounting, 24, (5).*
- Chen, Q. (2013) Risk and Seasonal Effects: International Evidence. *Journal of Chinese Economic and Business Studies, 11, (4), 299-311*
- Cross, F. (1973) The Behavior of Stock Prices on Fridays and Mondays. *Financial Analyst Journal, 29, 67-69.*
- Dicle, M. & Levendis, J. (2014) The day-of-the-week Effect Revisited: International Evidence. *Journal of Economics & Finance, 38, pp. 407–437.*
- Engle, R. (1982) Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of UK Inflation. *Econometrica, 50, 987–1008.*
- Espinosa, C. (2007) Efecto Fin de Semana y Fin de Mes en el Mercado Bursátil Chileno. *Panorama Socioeconómico, 25, (34), pp. 8-17.*
- Fama, E. (1965) The Behavior of Stock Market Prices. *Journal of Business, 38, (1), pp. 34-105.*
- Fajardo, J & Pereira, R. (2008) Seasonal Effects on the Bovespa Index. *Brazilian Business Review, 5, (3).*
- Fields, M. (1931) Stock Prices: A Problem in Verification. *The Journal of Business of the University of Chicago, 4, pp. 677-699.*

Fields, M. (1934) Security Prices and Stock Exchange Holidays in Relation to Short Selling. *The Journal of Business of the University of Chicago*, 7, pp. 328-338.

French, K. (1980) Stock Returns and the Weekend Effect. *Journal of Financial Economics*, 8, (1), pp. 55-69.

Gibbons, M & Hess, P. (1981) Day of the Week Effects and Asset Returns. *The Journal of Finance*, 43, (2), pp. 431-450.

Gonzalez, E., Melo, L., Rojas, B. y Rojas, L. (2010). Estimations of the Natural Rate of Interest in Colombia. *Borradores de Economía*, 626, Banco de la República.

Hull, J. (2012). *Risk Management and Financial Institutions*, 3ra edición. John Wiley & Sons.

Kristjanpoller, W. & Muñoz, R. (2012) Análisis del Efecto Día de Semana en los Principales Mercados Accionarios Latinoamericanos: Una Aproximación Mediante el Criterio de Dominancia Estocástica. *Estudios de Economía*, 39, (1), pp. 5-26.

Kristjanpoller, W. (2012) Day of the Week Effect in Latin American Stock Markets. *Revista de Análisis Económico*, 27, pp. 71-89.

León, C. & Pérez, J. (2013) El Mercado OTC de Valores en Colombia: Caracterización y Comparación con Base en el Análisis de Redes Complejas. *Borradores de Economía*, 765, Banco de la República.

Mendoza, J. & Pérez, J. (2010) Efecto Día en el Mercado Accionario Colombiano: Una Aproximación No Paramétrica. *Borradores de Economía*, 585, Banco de la República.

Peña, D., Tiao, G. & Tsay, R. (2001) *A Course in Time Series Analysis*. New York: J. Wiley.

Rivera, D. (2009) Modelación del Efecto del Día de la Semana para los Índices Accionarios de Colombia Mediante un Modelo STAR GARCH. *Revista de Economía del Rosario*, 12, (1), pp. 1-24.

Superintendencia Financiera de Colombia (1995): “Circular Básica Contable y Financiera.” Superintendencia Financiera de Colombia.

Torres, C. (2010) *Efecto del Fin de Semana y los Festivos en los Mercados de Acciones: un Estudio Comparativo entre Chile, Brasil, México y Colombia*. Trabajo de Grado, Universidad Icesi, Cali, Noviembre.

Wachtel, S. (1942) Certain Observations on Seasonal Movements. *The Journal of Business of the University of Chicago*, 15, pp. 184-193.

Wooldridge, J. (2010) *Introducción a la Econometría: Un Enfoque Moderno*. 4ta edición, México: Editorial Cengage Learning.

ANEXOS

A1. Estadísticas Descriptivas Rendimientos

A1.1 Descriptivas Efectos Mensuales Rendimientos 1800

CEC 1800	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	TURN MONTH
Promedio	0,0214%	0,0031%	0,0541%	0,0242%	-0,0386%	-0,0326%	-0,0091%	-0,0093%	0,0105%	0,0097%	0,0091%	-0,0104%	-0,0003%
Desviación Estandar	0,2549%	0,2273%	0,2960%	0,2054%	0,2318%	0,4977%	0,3135%	0,2995%	0,3157%	0,2892%	0,3428%	0,3031%	0,0346%
Jarque Bera	15,481	290,420	68,152	36,178	288,370	487,400	213,140	461,900	237,680	49,278	51,037	18,390	324
N	266	280	289	279	286	269	286	288	298	296	271	273	594

A1.2 Descriptivas Efectos Mensuales Rendimientos 3600

CEC 3600	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	TURN MONTH
Promedio	0,0387%	0,0061%	0,1290%	0,0643%	-0,0851%	-0,0866%	-0,0351%	-0,0204%	0,0334%	0,0271%	-0,0195%	0,0031%	-0,0003%
Desviación Estandar	0,5120%	0,5096%	0,6670%	0,5312%	0,5630%	1,0246%	0,6091%	0,5877%	0,6517%	0,5343%	0,6800%	0,6443%	0,0654%
Jarque Bera	30,728	52,430	40,328	23,525	76,321	307,840	108,290	475,530	35,783	10,808	37,459	4,890	142
N	266	280	289	279	286	269	286	288	298	296	271	273	594

A1.3 Descriptivas Efectos Mensuales LN Volumen

LnVolumen	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC	TURN MONTH
Promedio	29,06949	29,07040	29,19185	29,22524	29,21829	29,05136	29,00078	29,00555	29,06910	28,99105	28,99764	28,65905	28,99577
Desviación Estandar	63,1530	69,2434	71,7144	56,0344	67,9627	92,9770	119,9666	99,3583	160,3931	121,4827	88,0264	130,6826	235,6760
Jarque Bera	202,43	140,43	288,54	261,65	292,41	234,54	108,54	232,34	194,54	215,94	276,42	229,43	1654,22
N	266	280	289	279	286	269	286	288	298	296	271	273	594

A2. Resultados Modelos Econométricos

A2.1 Resultados Holiday Effect – Rendimientos 360, 1800, 3600 y LnVolumen

Ecuación Retornos	RETORNOS 360				RETORNOS 1800				RETORNOS 3600				LN VOLUMEN			
	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4
Constante	[.000] [.284]	[.000] [.125]	[.000] [.054]	[.001] [.954]	[.000] [1,071]	[.000] [5,175]	[.000] [.688]	[-.001] [-.937]	[.000] [.938]	[.000] [1,439]	[.000] [.268]	[.003] [3,127]	[28,557] [1,576,466]	[28,579] [515,795]	[28,578] [518,125]	[28,589] [423,790]
Antes Festivo	[.000] [-.973]	[.000] [1,194]	[.000] [-.324]	[.000] [-.392]	[-.001] [-2,086]	[-.001] [-1,838]	[-.001] [-3,782]	[.000] [-.046]	[-.002] [-1,847]	[-.002] [-1,161]	[-.001] [-2,283]	[-.003] [-4,562]	[.012] [.212]	[.045] [2,272]	[.046] [2,166]	[.046] [2,153]
Despues Festivo	[.000] 1,247909*	[.000] [1,610]	[.000] [.238]	[.000] [.256]	[.001] [2,315]	[.000] [1,600]	[.001] [2,272]	[.001] [1,503]	[.002] [1,721]	[.001] [.666]	[.001] [.951]	[.000] [.461]	[-.079] [-1,436]	[-.010] [-.515]	[-.006] [-.237]	[-.006] [-.245]
Trend													[.000] [32,539]	[.000] [9,976]	[.000] [10,014]	[.000] [9,333]
Retorno t-1		[-.272] [-14,886]	[.005] [.058]	[.005] [.063]		[.067] [4,178]				[.060] [2,519]	[.040] [1,426]	[.062] [3,482]		[.828] [93,814]	[.829] [93,714]	[.829] [93,390]
Riesgo				[-.542] [-1,854]				[.138] [1,180]								[.012] [.396]
Ecuación Volatilidad																
Constante		[.000] [-2,678]	[.000] [7,105]	[.000] [7,130]		[.000] [9,026]	[.000] [23,670]	[.000] [15,025]		[.000] [12,692]	[.000] [11,350]	[.000] [15,065]		[.007] [8,033]	[.007] [7,703]	[.007] [7,676]
Residual2		[.195] [34,939]	[.150] [3,880]	[.150] [4,993]		[.197] [29,315]	[.097] [20,310]	[.148] [10,341]		[.115] [10,652]	[.090] [.000]	[.075] [14,438]		[.121] [11,061]	[.121] [10,897]	[.121] [10,899]
GARCH		[.896] [379,482]	[.600] [10,655]	[.600] [11,024]		[.836] [259,626]	[.548] [31,419]	[.521] [17,229]		[.713] [32,256]	[.542] [.000]	[.825] [69,428]		[.805] [53,934]	[.803] [53,424]	[.804] [53,393]
Antes Festivo			[.000] [.000]	[.000] [.000]			[.000] [-31,857]	[.000] [-24,753]			[.000] [.000]	[.000] [-7,482]			[-.010] [-1,253]	[-.010] [-1,251]
Despues Festivo			[.000] [.000]	[.000] [.000]			[.000] [-42,872]	[.000] [-27,622]			[.000] [.000]	[.000] [-4,611]			[.025] [2,601]	[.025] [2,591]
ARCH-LM test	[841,987]	[.054]	[1,136]	[.666]	[683,573]	[1,916]	[40,090]	[17,457]	[827,187]	[.183]	[1,965]	[.478]	[1,400,684]	[9,948]	[9,171]	[8,960]
Q-Stat	[842,980]	[.076]	[1,139]	[.667]	[684,340]	[1,918]	[40,132]	[17,476]	[828,160]	[.185]	[1,972]	[.480]	[1,402,300]	[11,678]	[10,685]	[10,488]
Akaike	[-10,151]	[-11,499]	[-9,952]	[-9,910]	[-7,873]	[-8,377]	[-7,928]	[-7,951]	[-6,100]	[-6,434]	[-6,275]	[-6,470]	[1,544]	[.342]	[.341]	[.342]
Log-likelihood	[17,157,720]	[19,435,080]	[16,823,740]	[16,753,210]	[13,308,090]	[14,159,490]	[13,405,570]	[13,446,640]	[10,312,250]	[10,877,710]	[10,611,310]	[10,941,110]	[-2,606,125]	[-570,320]	[-566,509]	[-566,460]

*** Significancia al 1%, ** Significancia al 5% y * Significancia al 10%.
Números en paréntesis [] son estadísticos t o Z de acuerdo al método de estimación.

A2.2
Resultados
Monthly Effect
– Rendimientos
360 y 1800

	RETORNOS 360							RETORNOS 1800								
	M1		M2		M3		M4		M1		M2		M3		M4	
	E.M	E.M	E.V	E.M	E.V	E.M	E.V	E.M	E.M	E.V	E.M	E.V	E.M	E.V		
C	0,000069	0,000070	0,000001	0,000070	0,000002	0,000753	0,000002	0,000311	0,000622	0,000000	0,000534	0,000000	-0,000496	0,000022		
Ene	-0,000080	-0,000081		-0,000081	0,000000	-0,000084	0,000000	-0,000299	-0,000349		-0,000304	0,000000	-0,000307	0,000000		
Feb	-0,000088	-0,000088		-0,000088	0,000000	-0,000044	0,000000	-0,000464	-0,000521		-0,000425	0,000000	-0,000509	0,000000		
Abr	-0,000046	-0,000046		-0,000046	0,000000	-0,000056	0,000000	0,000075	-0,000071		-0,000016	0,000000	0,000088	0,000000		
May	-0,000125	-0,000125		-0,000125	0,000000	-0,000105	0,000000	-0,000626	-0,000735		-0,000641	0,000000	-0,000638	0,000000		
Jun	-0,000057	-0,000058		-0,000058	0,000000	0,000117	0,000000	-0,000700	-0,000636		-0,000531	0,000000	-0,000793	0,000000		
Jul	-0,000025	-0,000025		-0,000025	0,000000	0,000028	0,000000	-0,000026	-0,000422		-0,000352	0,000000	-0,000101	0,000000		
Ago	-0,000111	-0,000112		-0,000112	0,000000	-0,000097	0,000000	-0,000137	-0,000478		-0,000415	0,000000	-0,000149	0,000000		
Sep	0,000000	-0,000001		-0,000001	0,000000	0,000022	0,000000	0,000001	-0,000565		-0,000473	0,000000	-0,000053	0,000000		
Oct	-0,000086	-0,000087		-0,000087	0,000000	-0,000080	0,000000	-0,000309	-0,000558		-0,000450	0,000000	-0,000363	0,000000		
Nov	-0,000005	-0,000005		-0,000005	0,000000	0,000025	0,000000	0,000027	-0,000639		-0,000458	0,000000	0,000002	0,000000		
Dic	-0,000102	-0,000103		-0,000103	0,000000	-0,000090	0,000000	-0,000196	0,001083		0,000000	0,000001	-0,000263	0,000000		
R t-1		0,005000		0,005000		0,005000										
Trend																
Riesgo						-0,548370							0,187748			
Residual2			0,150000		0,150000		0,150000			0,181011		0,126650		0,150000		
GARCH			0,600000		0,600000		0,600000			0,848305		0,879485		0,600000		
ARCH-LM	841,998600	0,557855		1,135016		0,625481		676,626800	4,659326		11,301660		44,710220			
Q-stat	842,990000	0,560200		1,137900		0,626200		677,390000	4,664600		11,314000		44,756000			
Akaike	-10,145450	-10,254750		-9,941912		-9,895138		-7,867371	-8,386724		-8,408236		-7,539381			
log-Likel	17157,810000	17341,390000		16823,860000		16745,840000		13307,860000	14188,560000		14232,710000		12768,550000			

*** Significancia al 1%, ** Significancia al 5% y * Significancia al 10%.

A2.3
Resultados
Monthly Effect –
Retornos 3600
y LN Volumen

	RETORNOS 3600								LN VOLUMEN							
	M1		M2		M3		M4		M1		M2		M3		M4	
	E.M	E.M	E.V	E.M	E.V	E.M	E.V	E.M	E.M	E.V	E.M	E.V	E.M	E.V		
C	0,000626	0,000608	0,000085	0,000858	0,000002	0,000705	0,000002	0,000303	0,000280	0,004722	28,725690	0,000957	28,721950	0,000940		
Ene	-0,000126	-0,000107		-0,000454	-0,000002	-0,000505	-0,000002	-0,030779	0,007776		0,013046	-0,003430	0,014011	-0,003462		
Feb	-0,001048	-0,001029		-0,000892	0,000000	-0,000889	0,000000	-0,048604	0,015390		0,008535	-0,000120	0,008558	-0,000135		
Abr	-0,000091	-0,000072		0,000170	0,000000	0,000169	0,000000	0,089705	0,078227		0,071439	-0,000985	0,070258	-0,000997		
May	-0,001232	-0,001213		-0,000940	0,000000	-0,000940	0,000000	0,077282	0,018156		0,050701	0,001689	0,050914	0,001689		
Jun	-0,001505	-0,001487		-0,000915	0,000000	-0,000917	0,000000	-0,095250	-0,072522		-0,063619	-0,001101	-0,064018	-0,001114		
Jul	0,000304	0,000323		-0,000937	0,000001	-0,000947	0,000001	-0,152611	-0,139739		-0,141182	-0,000647	-0,142630	-0,000653		
Ago	-0,000393	-0,000374		-0,000658	-0,000001	-0,000630	-0,000001	-0,150612	-0,152573		-0,141348	0,001656	-0,142348	0,001660		
Sep	0,000066	0,000084		-0,000745	0,000002	-0,000766	0,000002	-0,093388	-0,183705		-0,164789	-0,001175	-0,164974	-0,001184		
Oct	-0,000714	-0,000695		-0,000823	-0,000001	-0,000825	-0,000001	-0,180557	-0,265317		-0,253503	0,000253	-0,254520	0,000248		
Nov	-0,000478	-0,000459		-0,000953	0,000002	-0,000991	0,000002	-0,180184	-0,272171		-0,264260	-0,000997	-0,264992	-0,001022		
Dic	-0,000124	-0,000105		0,000749	0,000065	0,000370	0,000065	-0,522955	-0,394414		-0,351742	0,005727	-0,350928	0,005739		
R t-1		0,005000		0,067861		0,067918			0,809296		0,793281		0,793183			
Trend								28,657690	28,695640		0,000264		0,000264			
Riesgo						0,030974							-0,011783			
Residual2		0,150000		0,186891		0,187013			0,004722		0,031700		0,030986			
GARCH		0,600000		0,798937		0,798727			0,095597		0,956388		0,957380			
ARCH-LM	826,770000	0,936144		1,441736		1,499387		1393,407000	16,269840		56,703720		58,259310			
Q-stat	827,750000	0,937300		1,658000		1,718800		1394,900000	17,881000		57,377000		58,894000			
Akaike	-6,095109	-6,084715		-6,877107		-6,876681		1,462594	0,334258		0,324569		0,325144			
log-Likel.	10312,730000	10296,130000		11645,870000		11646,150000		-2458,784000	-547,728400		-520,359400		-520,330000			

*** Significancia al 1%, ** Significancia al 5% y * Significancia al 10%.

A2.4 Resultados Turn of the Month– Retornos 360, 1800, 3600 y LN Volumen

Ecuación Retornos	RETORNOS 360				RETORNOS 1800				RETORNOS 3600				LN VOLUMEN			
	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4
Constante	0,0000 [.394]	0,0000 [8,011] ***	0,0000 [.073]	0,0007 [.949]	0,0001 [.985]	0,0003 [5,818] ***	0,0003 [5,927] ***	0,0003 [2,187] **	0,0001 [.647]	0,0004 [1,472]	0,0004 [1,784] *	-0,0002 [.308]	28,5696 [1,547,254] ***	28,5755 [474,828] ***	28,5794 [510,624] ***	28,5949 [416,245] ***
Turn Month	0,0000 [-.2080]	-0,0002 [-32,9812] ***	0,0000 [-.0399]	0,0000 [-.0820]	0,0000 [.1155]	-0,0002 [-1,5030]	-0,0001 [-1,2233]	-0,0001 [-1,2417]	0,0003 [.4987]	-0,0002 [-.3774]	-0,0005 [-1,1185]	-0,0003 [-.7407]	-0,0782 [-3,3103] ***	-0,0904 [-5,3235] ***	-0,0811 [-5,2459] ***	-0,0808 [-5,2100] ***
Trend													0,0003 [32,5660] ***	0,0003 [8,8466] ***	0,0003 [9,9842] ***	0,0003 [9,2210] ***
Retorno t-1		-0,3350 [-31,3073] ***	0,0050 [.0601]	0,0050 [.0639]						0,0603 [2,5217] **	0,0568 [2,6537] ***	0,0577 [2,6887] ***		0,8257 [101,5490] ***	0,8329 [96,0323] ***	0,8327 [95,7158] ***
Riesgo				-0,5416 [-1,8552] *			0,0095 [.2386]					0,0706 [.9610]				0,0162 [.5343]
Ecuación Volatilidad																
Constante		[.0000] 14,4597 ***	[.0000] 7,0925 ***	[.0000] 7,0582 ***		[.0000] 9,2375 ***	[.0000] 4,5964 ***	[.0000] 4,5100 ***		[.0000] 12,6650 ***	[.0000] 17,2155 ***	[.0000] 17,2029 ***		[.0455] 2,4710 **	[.0077] 7,2742 ***	[.0076] 7,2655 ***
Residual2		[1,4195] 65,7143 ***	[1,1500] 3,9637 ***	[1,1500] 5,0296 ***		[1,1879] 27,8284 ***	[2,2035] 26,1476 ***	[2,2035] 25,6795 ***		[1,1142] 10,6694 ***	[0,737] 13,9716 ***	[0,737] 13,8197 ***		[.0180] 5,0703 ***	[1,1333] 10,6495 ***	[1,1336] 10,6827 ***
GARCH		[.4629] 62,2313 ***	[.6000] 10,7395 ***	[.6000] 10,9999 ***		[.8422] 265,7846 ***	[.8328] 227,4271 ***	[.8329] 207,2310 ***		[.7152] 32,5732 ***	[.8555] 83,9379 ***	[.8557] 83,8833 ***		[.4680] 2,2869 **	[.7691] 44,9187 ***	[.7694] 45,1244 ***
Turn Month			0,0000 [.000]	0,0000 [.000]			0,0000 [3,365] ***	0,0000 [3,354] ***			0,0000 [-52,125] ***	0,0000 [-48,085] ***			0,0073 [4,3033] ***	0,0073 [4,2961] ***
ARCH-LM test	841,979	0,063	1,137	0,666	677,046	1,579	1,274	1,284	826,816	0,185	0,619	0,665	1422,244	119,605	6,515	6,245
Q-Stat	842,970	0,147	1,140	0,667	677,800	1,581	1,276	1,286	827,790	0,188	0,622	0,668	1423,900	125,210	8,011	7,774
Akaike	-10,1506	-11,4407	-9,9528	-9,9106	-7,8705	-8,3708	-8,3715	-8,3710	-6,0989	-6,4338	-6,4987	-6,4984	1,5413	0,4031	0,3336	0,3341
Log-likelihood	[17.156]	[19.335]	[16.822]	[16.752]	[13.303]	[14.152]	[14.154]	[14.154]	[10.309]	[10.876]	[10.987]	[10.987]	[-2.602]	[-.674]	[-.556]	[-.556]

*** Significancia al 1%, ** Significancia al 5% y * Significancia al 10%.

A2.5
Resultados
*Turn-of-the-
Year Effect* –
Rendimientos
360, 1800, 3600
y LnVolumen

Ecuación Retornos	RETORNOS 360				RETORNOS 1800				RETORNOS 3600				LN VOLUMEN				
	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	
Constante	0,0000 [.6373]	0,0000 [1,8854] *	0,0000 [.1249]	0,0007 [.9650]	0,0001 [1,6048]	0,0003 [5,8792] ***	0,0003 [6,0509] ***	0,0003 [2,1573] **	0,0002 [1,0654]	0,0004 [1,5664]	0,0004 [1,9057] *	0,0007 [.9263]	0,0003 [32,5447] ***	0,0003 [9,8968] ***	0,0003 [4,1883] ***	0,0003 [9,1368] ***	
Turn Year	-0,0001 [-.8114]	0,0000 [-3,3102] ***	-0,0001 [-.1492]	-0,0001 [-.2314]	-0,0003 [-1,3932]	-0,0002 [-1,8258] *	-0,0002 [-1,6462] *	-0,0002 [-1,6841] *	-0,0003 [-.5016]	-0,0004 [-.6068]	-0,0004 [-1,1416]	-0,0005 [-1,1045]	-0,0467 [-1,9176] *	0,0589 [3,8625] ***	28,4579 [249,7969] ***	0,0591 [3,8158] ***	
Trend													28,5632 [1,549,68] *	28,5702 [508,34] ***	0,9123 [104,06] ***	28,5868 [416,56] ***	
Retorno t-1		-0,2733 [-15,1368] ***	0,0050 [.0605]	0,0050 [.0639]						0,0608 [2,5428] **	0,0638 [2,8557] ***	0,0637 [2,8409] ***		0,8310 [93,6206] ***	0,0000 [.0000] ***	0,8313 [93,3119] ***	
Riesgo				-0,5418 [-1,8587] *				0,0136 [.3447]									0,0209 [.6705]
Ecuación Volatilidad																	
Constante		[.0000] -3,1853 ***	[.0000] 7,0761 ***	[.0000] 7,0669 ***		[.0000] 8,9362 ***	[.0000] 4,1004 ***	[.0000] 4,0239 ***		[.0000] 12,5683 ***	[.0000] 18,0331 ***	[.0000] 17,9538 ***		[.0072] 8,4734 ***	[.4085] 15,3318 ***	[.0072] 8,0526 ***	
Residual2		[.1923] 38,0148 ***	[.1500] 4,0028 ***	[.1500] 5,0619 ***		[.1860] 28,0045 ***	[.2042] 27,1795 ***	[.2042] 26,6150 ***		[.1136] 10,6604 ***	[.0981] 14,3418 ***	[.0982] 14,1921 ***		[.1266] 11,4288 ***	[.3144] 13,9670 ***	[.1283] 10,9664 ***	
GARCH		[.8975] 413,5449 ***	[.6000] 10,7183 ***	[.6000] 10,9823 ***		[.8439] 265,0150 ***	[.8327] 227,1084 ***	[.8327] 206,2919 ***		[.7168] 32,6086 ***	[.8055] 65,7858 ***	[.8052] 65,4323 ***		[.7970] 54,4105 ***	[.1172] 3,0896 ***	[.7933] 52,8348 ***	
Turn Year			0,0000 [.0000]	0,0000 [.0000]			0,0000 [4,0541] ***	0,0000 [4,0515] ***			0,0000 [-39,415] ***	0,0000 [-38,891] ***			0,0000 [.0000] ***	0,0007 [.3918] ***	
ARCH-LM test	842,0016 [843,000]	0,0556 [.077]	1,1352 [1,138]	0,6631 [.664]	677,1801 [677,940]	0,0149 [1,637]	1,2697 [1,271]	1,2835 [1,285]	826,7931 [827,770]	0,1883 [.191]	0,3300 [.334]	0,3205 [.324]	1401,4130 [1,403,1000]	10,5523 [12,2400]	9,7282 [11,4540]	9,7282 [156,3500]	
Akaike Log-likelihood	-10,1507 [17,157]	-11,4999 [19,435]	-9,9530 [16,823]	-9,9107 [16,752]	-7,8710 [13,304]	-8,3710 [14,152]	-8,3726 [14,156]	-8,3721 [14,156]	-6,0989 [10,309]	-6,4339 [10,876]	-6,4880 [10,968]	-6,4874 [10,968]	1,5434 [-2,605,35]	0,3389 [-565,58]	0,6276 [2,69]	0,3400 [-565,40]	

*** Significancia al 1%, ** Significancia al 5% y * Significancia al 10%.

UN ESTUDIO DE LOS EFECTOS DEL RIESGO DE ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS EN LA SELECCIÓN DE PORTAFOLIOS

Sebastián Calcetero ¹

¹ *sfcalceterov@unal.edu.co, Departamento de Matemáticas, Universidad Nacional de Colombia.*

RESUMEN

La selección de portafolios óptimos es un problema clásico en finanzas, y se hace por medio de modelos matemáticos estimados con las series de tiempo históricas. El riesgo de estimación de parámetros está relacionado con el riesgo a tener estimaciones imperfectas, y en este documento nos centraremos en estudiar algunos efectos en el comportamiento de los portafolios, y discutimos formas para enfrentarlo. Para esto se considera un conjunto de distintos estimadores de los parámetros (máxima verosimilitud, modelo factorial y shrinkage), y luego se utilizan para evaluar y comparar el desempeño de algunas estrategias de portafolios en un backtest. Los resultados muestran que los portafolios cambian drásticamente entre ellos debido al riesgo de estimación, y sugiere que metodologías más apropiada para la estimación de parámetros, como la shrinkage, permiten tener mejores resultados.

1 INTRODUCCIÓN

La selección de portafolios óptimos es un problema clásico en finanzas, en donde se busca obtener la máxima rentabilidad de una inversión, al tiempo que se minimiza una medida de riesgo. De acuerdo con [4], la teoría moderna de portafolios estipula que los inversionistas deben seleccionar un portafolio que se construye a partir de uno que tenga un máximo radio de Sharpe y uno que se considere libre de riesgo. Los modelos matemáticos utilizados en este contexto consisten, en un primer paso, en la estimación de parámetros a partir de series de tiempo históricas de los activos, para luego, en un segundo paso, determinar el portafolio que minimiza la medida de riesgo elegida. De esta forma, es claro entonces que el riesgo al que está expuesto un inversionista se compone por dos tipos [4]:

- Riesgo específico de la estrategia: relacionado con las suposiciones subyacentes a la estrategia y el riesgo de errores en los parámetros de entrada estimados.
- Riesgo sistemático: definido como la exposición a factores de riesgos comunes, como el valor y la volatilidad, entre otros.

El primer tipo de riesgo, el riesgo específico de la estrategia, según [1] puede ser descompuesto en dos efectos: El riesgo de estimación de parámetros y el riesgo de optimización.

El riesgo de estimación de parámetros está relacionado con estimaciones imperfectas de los parámetros requeridos por los algoritmos de optimización. Este puede explicar, por ejemplo, el menor rendimiento, por fuera de la muestra, de los portafolios que se basan en el Máximo Ratio de Sharpe. Por otra parte, el riesgo de optimización está asociado al riesgo resultante de la medida de riesgo que es minimizada por un algoritmo. Por lo general, los analistas se concentran en definir portafolios únicamente con el segundo tipo de riesgo, mientras que restan importancia al primero. Por lo tanto, gran parte del riesgo total del portafolio queda expuesto sin siquiera ser cuantificado por los que usualmente trabajan en ese sector. Esto último se da debido a que gran parte de los administradores de portafolios ignoran la existencia de riesgo de parámetros, o, mejor dicho, asumen erróneamente que este desaparece al seleccionar un periodo de muestra apropiado para la optimización.

En ese orden de ideas, en este documento nos centraremos en estudiar algunos efectos del riesgo de estimación de parámetros en el comportamiento de los portafolios. En resumen, se considera un conjunto de distintos estimadores de los parámetros, que en principio gozan de distintos niveles de riesgo de la estimación, y luego se utilizan para evaluar y comparar el desempeño de algunas estrategias de portafolios. Para esto se hará énfasis en la estimación de la matriz de varianzas y covarianzas (descritos en la sección 2). El detalle de la aplicación práctica de esta teoría se ilustrará en Sección 3, junto a un análisis de resultados (Sección 5) y las conclusiones (Sección 6), se analizarán y listarán las principales diferencias o similitudes encontradas entre los portafolios obtenidos.

2 MARCO CONCEPTUAL

En esta sección se discuten los detalles técnicos utilizados para el desarrollo del estudio. En primero se muestran las técnicas utilizadas para la estimación de parámetros, en donde se énfasis en la estimación de la matriz de varianzas y covarianza, según tres metodologías: máxima verosimilitud, método de modelos factoriales y método de shrinkage. Posteriormente, se ilustrarán los resultados sobre portafolios constituidos con las estrategias de Máxima Razón de Diversificación (MDR) y Máximo Ratio de Sharpe (MSR).

2.1. Estimación de la matriz de varianzas y covarianzas

En esta subsección se muestran algunos paradigmas de estimación para la matriz de varianza y covarianza. La estimación de los retornos se hace de forma tradicional utilizando el promedio aritmético. Se asume que se tienen P activos en consideración, así como una muestra aleatoria de retornos $r_{t,p}$, $t=1, \dots, T$, $j=1, \dots, P$, donde T denota el horizonte de tiempo utilizado para la estimación. Se denota a Σ como la matriz de varianzas y covarianzas de dichos activos (*i.e* $\Sigma_{ij} = cov(r_p, r_j)$)

2.1.1. Máxima verosimilitud

Asumiendo que el vector de retornos $(r_p, \dots, r_p)^T$ sigue una distribución normal multivariada $N(\mu, \Sigma)$, se puede demostrar que el estimador de máxima verosimilitud está dado por:

$$\hat{\Sigma}_{ij}^1 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{ti} - \bar{r}_i)(r_{tj} - \bar{r}_j)$$

2.1.2. Modelos factoriales

Dada la no independencia entre los retornos de los activos, es posible asumir la existencia de factores latentes $F_1, \dots, F_k, k < P$ que influyen en el comportamiento conjunto de los retornos [2]. En general, los modelos factoriales asumen que dichos factores influyen linealmente sobre los retornos, planteando una relación de la forma:

$$\mathbf{r} = \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{B}\mathbf{F} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

donde $\mathbf{r}=(r_1, \dots, r_P)$, $\mathbf{F}=(F_1, \dots, F_k)$, y $\boldsymbol{\varepsilon}$ es un vector de errores independientes entre ellos y de los factores, mientras que $\boldsymbol{\alpha}$ y \mathbf{B} son matrices de coeficientes de las dimensiones apropiadas. Aplicando el operador de varianzas a la anterior expresión se tiene que:

$$\boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{B}\boldsymbol{\Sigma}_F\mathbf{B}^T + \boldsymbol{\Phi}$$

donde $\boldsymbol{\Sigma}_F$ es la matriz de varianzas y covarianzas de los factores, y $\boldsymbol{\Phi} = \text{diag}(\text{var}(\varepsilon_1), \dots, \text{var}(\varepsilon_P))$. Observe que bajo este modelo se puede hallar la matriz de varianzas y covarianzas de los retornos a través de la matriz de coeficientes, simplificando en gran forma la cantidad de parámetros que se deben estimar. De esta forma, la estrategia de estimación consiste en estimar \mathbf{B} y $\boldsymbol{\Phi}$ por medio de modelos clásicos de regresión lineal de los retornos sobre los factores, para luego estimar $\boldsymbol{\Sigma}$.

Ahora bien, el único detalle faltante es la selección de los factores para incluir en el modelo. Para esto existen diversas propuestas económicas que el lector puede consultar. Un enfoque clásico consiste en asumir la validez del modelo CAPM, que en la notación dada sugiere utilizar un modelo de un factor (*i.e.* $k=1$), donde el factor a considerar es el portafolio de mercado (*i.e.* $F_1=r_M$). En ese orden de ideas, la ecuación mostrada arriba se simplifica y el estimador resultante es:

$$\boldsymbol{\Sigma}_{ij}^2 = \beta_i \beta_j \sigma_M^2 + \text{var}(\varepsilon_{ij})$$

donde β hace referencia al denominada beta del activo, σ_M^2 es la varianza del portafolio de mercado y $Var(\varepsilon_{ij}) = Var(\varepsilon_i)$ si $i=j$ y $Var(\varepsilon_{ij}) = 0$ $i \neq j$.

2.1.3. Shrinkage

$\hat{\Sigma}_{ij}^1$ se enfoca en estimar todas las componentes de la matriz de forma separada, incurriendo en la necesidad de estimar un gran número de parámetros. En estadística esto se conoce como una situación sobreparametrizada, y su principal problema radica en la gran variabilidad de la estimación. Dada esta variabilidad, puede ocurrir que la estimación puntual esté muy alejada del valor real. En ese orden de ideas, el enfoque Shrinkage consiste en reducir la varianza del estimador, y así mejorar su precisión.

Una estrategia para obtener la reducción de la varianza consiste en realizar el promedio ponderado de dos estimadores [5] donde el primero es insesgado (e.g. $\hat{\Sigma}_{ij}^1$) y con mucha variabilidad, y el segundo ($\hat{\Sigma}^*$) es sesgado y con muy poca variabilidad :

$$\hat{\Sigma}_{\lambda}^3 = \lambda \hat{\Sigma}_{\lambda}^1 + (1 - \lambda) \hat{\Sigma}^*$$

Al realizar el promedio ponderado, se crea una familia de estimadores con diferentes configuraciones de sesgo y varianza. El valor del ponderador λ se halla minimizando el error cuadrático medio.

El estimador resultante suele ser mucho mejor que el original. En la práctica se suele utilizar $\hat{\Sigma}^* = I\sigma^2$, un estimador que asume que no existen covarianzas y que las varianzas son iguales entre activos. En otras palabras, un estimador sesgado con muy pocos parámetros y, por lo tanto, con mínima variabilidad. De esta forma, se tiene el estimador de Shrinkage:

$$\hat{\Sigma}_{\lambda}^3 = \lambda \hat{\Sigma}_{\lambda}^1 + (1 - \lambda) I\sigma^2$$

2.2. Estrategias de Inversión

En esta subsección se detallan algunas estrategias típicas en el contexto de selección de portafolios: Máxima Diversificación (MDR) y Máximo Ratio de Sharpe (MSR).

2.2.1. Portafolios de Máxima Razón de Diversificación (MDR)

Se propone un enfoque que consiste en introducir una medida de diversificación del portafolio y tratar de encontrar aquel que sea el más diversificado bajo la misma. Esta medida, conocida como Índice de Diversificación (DI), puede definirse en términos de la distancia entre la volatilidad del portafolio y la volatilidad de cada uno de sus componentes [1].

$$DI = \frac{\sum_i \omega_i \sigma_i}{\sqrt{\sum_{i,j} \omega_i \omega_j \sigma_{ij}}}$$

Donde w_i es el peso en el portafolio, σ_i es la volatilidad de la acción i , y σ_{ij} es la covarianza entre las acciones i y j .

Este índice de diversificación ha sido usado por Choueiafaty y Coignard (2008) en el contexto de optimización de portafolios para obtener un portafolio de referencia con máxima razón de diversificación (MDR), con los pesos dados por:

$$\omega (MDR) = \frac{\Sigma^{-1} \mathbf{1} \sigma}{\mathbf{1}' \Sigma^{-1} \mathbf{1} \sigma}$$

Donde $\mathbf{1}$ es un vector de unos, σ es el vector de volatilidades y Σ es la matriz de varianzas y covarianzas. Estimada por cada uno de los métodos de la sección anterior.

Aun cuando alcanzar una relación óptima de riesgo-beneficio no es el objetivo de este enfoque, los portafolios de máxima diversificación pueden de hecho coincidir con los portafolios de máximo ratio de Sharpe, si todas estas ratios son iguales para todos los activos.

2.2.1.1. Portafolios de Máximo Ratio de Sharpe (MSR)

De acuerdo con la teoría moderna de portafolios, los portafolios de máximo ratio de Sharpe son una aproximación aplicable del portafolio tangente. Como en cualquier optimización de media-varianza, los parámetros de entrada son un ingrediente primordial en la construcción de la metodología. En comparación con las estrategias de mínima volatilidad, en las cuales solo se estiman los parámetros de riesgo (volatilidades y correlaciones), la estrategia de máximo ratio de Sharpe intenta estimar conjuntamente los parámetros de riesgo y los retornos esperados. Así, los pesos del portafolio de máximo ratio de Sharpe están dados por:

$$\omega (MDR) = \frac{\Sigma^{-1} \sigma}{\mathbf{1}' \Sigma^{-1} \sigma}$$

Donde μ es el vector de retornos esperados de $(N \times 1)$, $\mathbf{1}$ es un vector de unos, y Σ es la matriz de covarianzas de $N \times N$.

Como se sabe que una estimación directa de los retornos esperados conduce a grandes errores de estimación, [1] proponen usar una estimación indirecta de estos parámetros, asumiendo que están positivamente relacionados con el riesgo a la baja de la acción. Para asegurar parsimonia y robustez, ellos organizan las acciones según su riesgo total a la baja (en particular la semi-desviación, que incorpora momentos de mayor orden) y eligen las acciones de acuerdo con su riesgo a nivel de grupos, en lugar de una por una. Basados en este supuesto, es posible realizar una maximización explícita del Ratio de Sharpe.

Desde el punto de vista conceptual, esta estrategia tiene un sentido intuitivo puesto que sugiere enfocarse en el objetivo racional de los inversionistas aversos al riesgo: maximizar los beneficios mediante obtener el mayor desempeño posible por unidad de riesgo. En el sentido práctico este enfoque también penaliza efectivamente las acciones de bajo riesgo puesto que se basa en el supuesto de que los retornos son proporcionales al riesgo.

3.1. Metodología

Para el desarrollo del estudio se seleccionaron aleatoriamente 100 activos del mercado americano que hacen parte del S&P 500. Para cada uno se obtuvieron los precios de cierre diario comprendidos entre el 17 de julio y el 15 de noviembre de 2017, y se calcularon los respectivos retornos.

Una vez seleccionados los activos y calculados los retornos, se procede a realizar la estimación de las matrices de varianzas y covarianzas con las metodologías descritas en el capítulo 2. Para el caso de los modelos factoriales, se utiliza como proxy del mercado al índice S&P500, y se corren las regresiones respectivas.

Ahora bien, con el fin de calcular los pesos óptimos de los portafolios correspondientes a las matrices de varianzas y covarianzas ya mencionadas, se escogieron 2 estrategias: Máxima Diversificación (MDR) y Máximo Ratio de Sharpe (MSR).

Por último, se realiza un backtest de los portafolios resultantes, y se calculan diversas medidas de riesgo asociadas, y se concluye sobre los resultados.

3.2. Estimación de parámetros

La figura 1 muestra una comparación de magnitudes de las matrices de varianzas y covarianza. A simple vista, se evidencia que la metodología dada por el modelo factorial estima una matriz de covarianzas extremadamente diferente a la de los otros métodos.

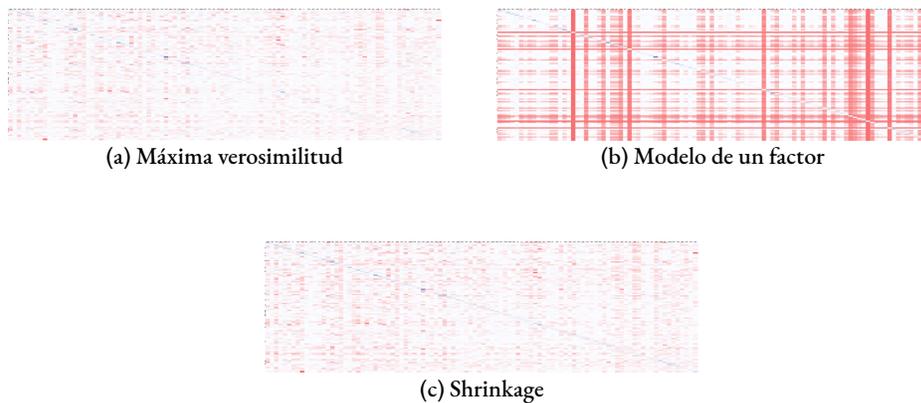


Figura 1.
Visualización de matrices de varianza y covarianza

Esto evidencia que, si bien las metodologías en principio buscan estimar lo mismo, los resultados son extremadamente distintos, siendo esto evidencia del riesgo de estimación pues no es imposible determinar cuál de las matrices mencionada es más precisa.

3.3. Construcción de portafolios

Una vez estimadas las matrices de varianzas y covarianzas se calcularon los pesos óptimos de los portafolios usando las fórmulas presentadas en la sección de marco conceptual. La figura 2 muestra los pesos comparativamente con la estrategia MDR y la figura 3 con la estrategia MSR.

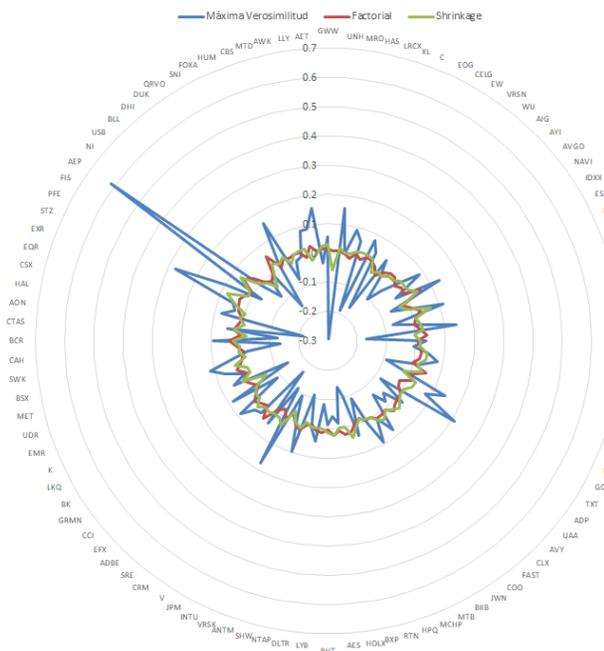
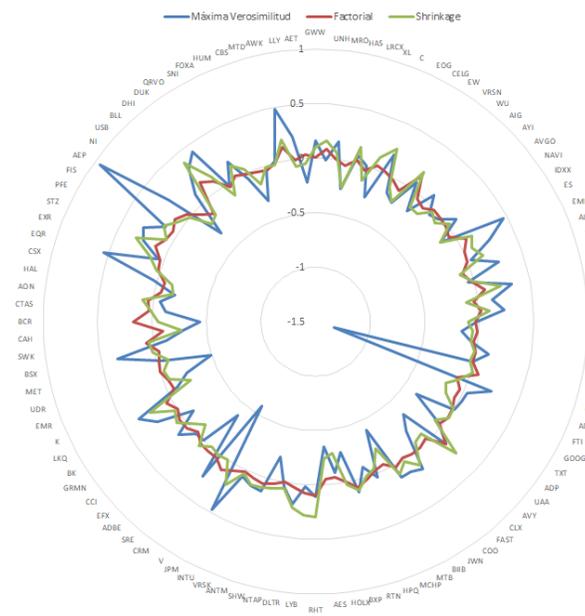


Figura 2.
Comparación de pesos de los portafolios con la estrategia MDR

Figura 3.
Comparación
de pesos de los
portafolios con la
estrategia MSR



3.4. Backtest

Habiendo establecido los pesos de los portafolios se realiza el análisis de desempeño. Los resultados del perfil de volatilidad-retorno de los portafolios son coherentes con las estrategias utilizadas para su construcción. Por una parte, tenemos los portafolios construidos con la maximización del Ratio de Diversificación, los cuales presentan un perfil de bajo retorno y baja volatilidad (pero alta diversificación), y por otra parte tenemos los portafolios construidos con la maximización del Ratio de Sharpe, los cuales presentan mayor volatilidad y mayor retorno. La caracterización volatilidad-retorno de los portafolios analizados se muestran en la figura 4.

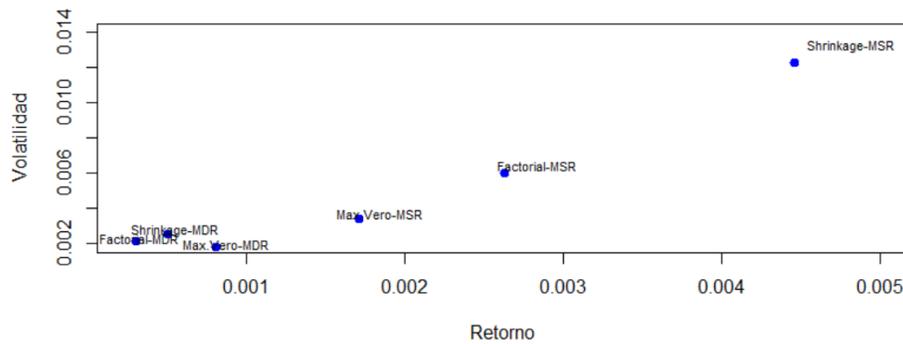


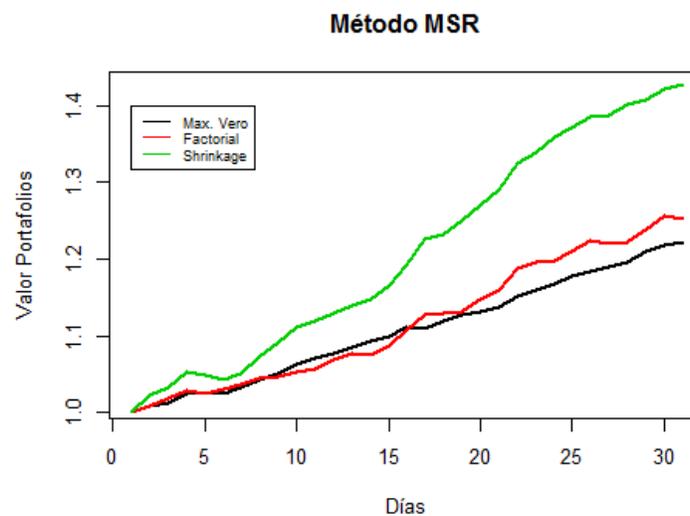
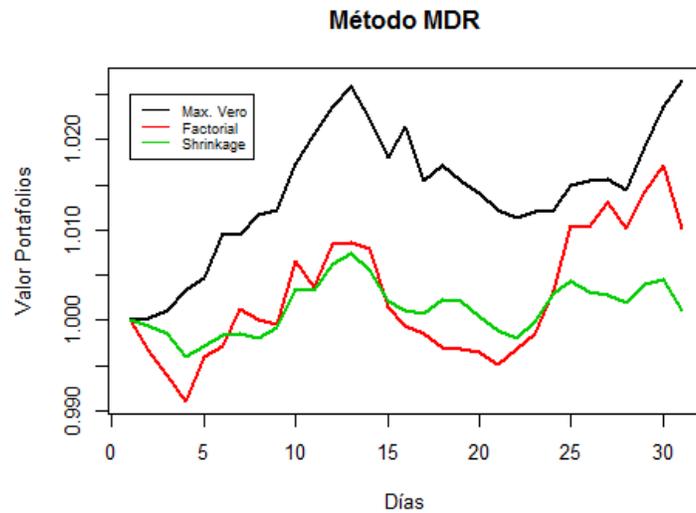
Figura 4.
Volatilidad - retorno
para cada portafolio

De igual forma, al calcular el Ratio de Sharpe y el Índice de Diversificación, los resultados son consistentes; los portafolios cuya estrategia es MDR presentan mayor Índice de Diversificación que los portafolios cuya estrategia es MSR, y a su vez los portafolios cuya estrategia es MSR presentan mayor Ratio de Sharpe que los portafolios cuya estrategia es MDR. Teniendo en cuenta el perfil de riesgo-retorno de los portafolios cuya estrategia es MSR, es de esperarse que presenten mayor VaR que los portafolios cuya estrategia es MDR (esto se muestra en el Cuadro I). Finalmente, el Índice de Diversificación de los portafolios conserva el mismo ordenamiento bajo ambas estrategias.

	Retorno	Volatilidad	Sharpe	Diversificación	VaR
Max. Vero-MDR	0.000806305	0.001836672	0.4855948	9.166635568	0.002214751
Factorial-MDR	0.000304035	0.002145079	0.2155448	5.307481059	0.003224307
Shrinkage-MDR	0.000503994	0.002568481	0.0232494	5.279265273	0.003720781
Max. Vero-MSR	0.001709381	0.003449923	1.9118147	1.200359635	0.003965237
Factorial-MSR	0.002630747	0.006009348	1.2420007	0.279486534	0.007253752
Shrinkage-MSR	0.004462867	0.012271812	0.9334609	0.129632874	0.015722469

Cuadro 1.
Medidas de
desempeño de
portafolios

Figura 5.
Desempeño
portafolios



Haciendo la comparación del desempeño por rendimiento de los portafolios por método de estimación de la matriz de varianzas y covarianzas, se encuentra que para la estrategia MDR el mayor retorno se obtuvo con el método de máxima verosimilitud y la menor volatilidad con el de Shrinkage; Por otra parte, para la estrategia MSR se obtuvo el mayor retorno con el método de Shrinkage y la menor volatilidad con el de máxima verosimilitud. En ambas estrategias se obtuvieron valores intermedios con el método factorial.

Cuadro 2.
Valor promedio
y desviación de
los portafolios

	Valor Promedio		Volatilidad	
	MDR	MSR	MDR	MSR
Max. Vero	1.014702	1.110607	0.006761048	0.06663103
Factorial	1.002666	1.122021	0.006904876	0.08110474
Shrinkage	1.001388	1.216693	0.002843803	0.13862733

Para comprobar que las medias de los desempeños son significativamente no iguales, se utiliza una prueba anova de un nivel bajo la estrategia MDR. Como el P valor es menor a 0.05, se concluye que las medias son significativamente diferentes. Ahora bien, se utiliza una prueba de Tukey para determinar los pares de medias diferentes. Al comparar por pares los métodos de estimación de máxima verosimilitud y factorial, y los métodos de estimación de máxima verosimilitud y Shrinkage, se encuentra que sus medias son significativamente diferentes. Los métodos Factorial y Shrinkage, por el contrario, tienen medias que son estadísticamente iguales.

Ahora, para comprobar que las medias de los desempeños, bajo la estrategia MSR, son significativamente diferentes, se utiliza una anova de un nivel. Como el P valor es menor a 0.05, se concluye que las medias no son significativamente iguales. Para validar si todas las medias son significativamente diferentes entre sí, se utiliza una prueba de Tukey para la estrategia MSR. Al comparar por pares los métodos de estimación de máxima verosimilitud y Shrinkage, y los métodos de estimación Factorial y Shrinkage, se encuentra que tienen medias que son significativamente diferentes. Para los métodos Factorial y de máxima verosimilitud se encuentra que tienen medias que son estadísticamente iguales.

Al comparar el desempeño de los portafolios por estrategia, se puede observar que, para todos los métodos de estimación de la matriz de varianzas y covarianzas, el desempeño de los portafolios bajo la estrategia MSR es superior al desempeño bajo la estrategia MDR. Como se mencionó previamente, esto es consecuencia de que cada estrategia busca maximizar cosas distintas. La estrategia MDR entrega retornos menores, pero también menores niveles de riesgo (volatilidad) y alta diversificación.

	Valor Promedio			Volatilidad		
	Max.Vero	Factorial	Shrinkage	Max.Vero	Factorial	Shrinkage
MDR	1.014702	1.002666	1.001388	0.006761048	0.006904876	0.0028438
MSR	1.110607	1.122021	1.216693	0.066631026	0.081104742	0.13862733

Cuadro 3.
Valor promedio
y desviación de
los portafolios

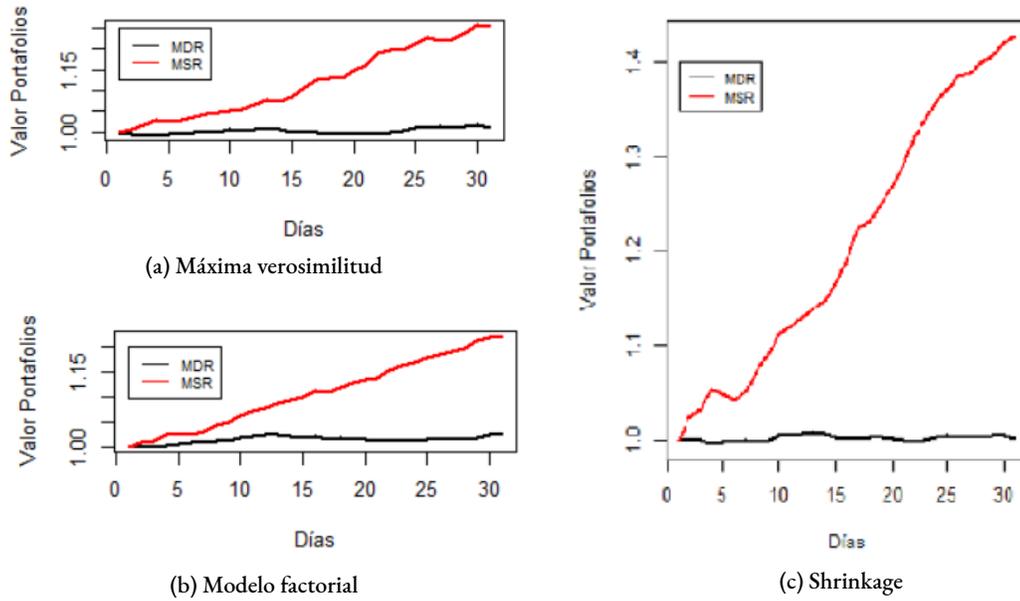


Figura 6. Desempeño de los portafolios según método de estimación

Al analizar el desempeño de todos los portafolios, el portafolio con mejor desempeño fue el portafolio con estrategia Shrinkage y método de estimación MSR. El portafolio con peor desempeño fue el portafolio con estrategia MDR y método de estimación Shrinkage.

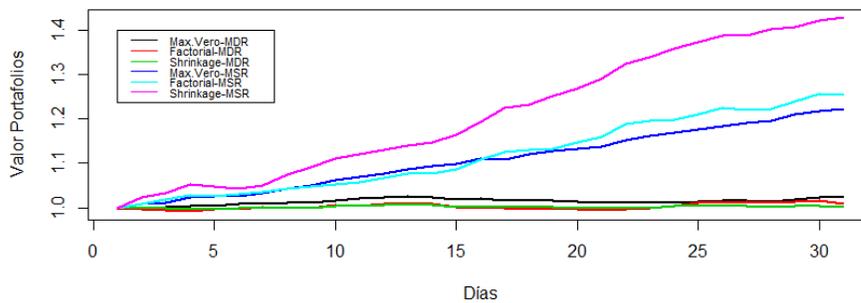


Figura 7. Desempeño de los portafolios

CONCLUSIONES

MEMORIAS

A partir de los resultados evidenciados en la estimación de la matriz de varianzas y covarianzas, se puede concluir que la metodología seleccionada es determinante para la estructura resultante y la conformación del portafolio. Dadas las grandes diferencias en la estimación, parece relevante cuestionar la metodología a utilizar para obtener los mejores resultados. En otras palabras, el riesgo en la estimación de parámetros es evidente y puede alterar drásticamente los resultados.

Del mismo modo, en este caso se esperaba que bajo la estrategia de mayor Sharpe ratio, se tuviera un mejor desempeño de las metodologías alternativas de estimación con respecto a la de máxima verosimilitud. Esto debido a que se espera que las estimaciones con dichas metodologías sean más cercanas al valor real ocasionando que el proceso de optimización no este sesgado a soluciones subóptimas. En particular, comparando las dos metodologías alternativas, también se esperaba un mejor desempeño por parte del método de "Shrinkage", ya que el modelo factorial dado por el CAPM no suele incorporar todos los factores reales del mercado.

Por otra parte, el método shrinkage conduce a menores niveles de diversificación que el método de estimación Factorial. Además, el Índice de Diversificación de los portafolios conserva el mismo ordenamiento bajo ambas estrategias. La mayor diversificación se obtiene con el método de estimación de máxima verosimilitud, mientras que la mínima diversificación se obtienen con el método de estimación de Shrinkage.

Los portafolios con los métodos de estimación factorial y Shrinkage presentan mayor homogeneidad en los pesos que el método de estimación de máxima verosimilitud. Esto ocurre tanto en la estrategia MDR como en la estrategia MSR.

BIBLIOGRAFÍA

MEMORIAS

[1] N. Amenc, F. Goltz, and L. Martellini. Smart beta 2.0. EDECH-RISK Institute, 2013.

[2] J. Francis and D. Kim. Modern Portfolio Theory. Wiley Finance, 2013.

[3] D. Peña. Analisis de datos multivariantes. Mcgraw-Hill, 2002.

[4] Badaoui S. and Lodh A. Scientific beta diversified multistrategy index. ERI Scientific Beta Publication, 2013.

[5] J. Schafer and J. Strimmer. A shrinkage approach to large-scale covariance matrix estimation and implications for functional genomics. Statistical Applications in Genetics and Molecular Biology, 2005.

SEARCHING FOR ALPHA: STYLE-INVESTING IN CHILE AND COLOMBIA USING THE TREYNOR-BLACK MODEL.

Edisson Arredondo Hernandez*

*MSc. In Finance. Finance Department, EAFIT University, Carrera 49 # 7 Sur 50, Medellin, Colombia.
Tel: (57) 3122649563

ABSTRACT

Does style investing based on the classical effects add value in Chile and Colombian stock markets? We evaluate portfolios formed on the size, value, and liquidity effects in each market from 2008 to mid-2012. Next, we use the Treynor-Black model to find optimal portfolios based on the in-sample alphas while preserving diversification. We test the out-of-sample performance of these from mid-2012 to 2016, finding that the value effect is significant and consistent in both countries. We also find some weak evidence in favor of the size effect on Chile, but not significant alpha from any of the other two effects. Unlike most previous studies, we incorporate institutional investor's needs in terms of benchmark, investability, rebalancing, and out-of-sample testing.

JEL: G11, G12, G14

Keywords: Treynor-Black; Empirical Regularities; Style Portfolios; Emerging Markets; Chile; Colombia, Size effect, Value effect, Momentum

RESUMEN

Las inversiones basadas en los efectos clásicos agregan valor en los mercados accionarios de Chile y Colombia?. Evaluamos portafolios de acciones conformados con base en los efectos de tamaño, valor, momentum y liquidez desde 2008 a mediados de 2012 (período *in-sample*) para ambos países. Luego empleamos el modelo de Treynor-Black para encontrar portafolios óptimos basados los alfas *in-sample*, pero preservando la diversificación. Encontramos que el efecto valor es significativo y consistente en ambos países para ambos períodos. También encontramos evidencia débil del efecto tamaño en Chile, pero no evidenciamos alfas significativos para ninguno de los otros dos efectos. A diferencia de la mayoría de estudios previos, en el presente se tienen en cuenta las restricciones de inversionistas institucionales en cuanto a índice de referencia, factibilidad de invertir, rebalanceo y pruebas en período *“out-of-sample”*.

1 INTRODUCTION

Active investment management aims to offer superior risk-adjusted returns superior to passive positions. Most active investment strategies in stocks seek to add alpha by overweighting (underweighting) securities in a benchmark, most commonly a market-wide index. In contrast, a passive portfolio management aims to replicate the benchmark in the most effective way, forsaking to pursue a better performance through active investing. If markets were completely informationally efficient, passive investing would be superior in average to any active investment strategy, especially after transaction costs. Moreover, if the Capital Asset Pricing Model (CAPM) of Sharpe (1964) is the true asset pricing model in the stock markets and markets are efficient (the joint hypothesis), all investors should be better off investing in the market portfolio. However, as argued by Grossman and Stiglitz (1980), perfect informationally efficient market is a theoretical impossibility, let alone in practice, and marginal extra returns will be captured, by the more sophisticated investors. This study seeks to find out whether style-investing based on widely-known effects can provide extra returns to passive strategies in the stock markets of Chile and Colombia.

In the academic literature, there is a collection of regularities that are at odds with the joint hypothesis of CAPM and the efficient market hypothesis (Schwert, 1983). We focus on the four most widely studied, the classical effects. First, the size effect states that smaller firms tend to have larger returns compared with large firms (Banz, 1981; Fama & French, 1992). Second, the value effect indicates that companies with the high book-to-market ratio, known as value stocks, tend to outperform those with the lower book-to-market ratio, known as growth stocks (Fama & French, 1992). Third, the momentum effect affirms that past winners (losers) in the near past continue to perform well (poorly) in the near future (Jegadeesh & Titman, 1993). Finally, the liquidity effect asserts that less-liquid stocks present higher average returns compared with more liquid stocks (Amihud & Mendelson, 1986). All four classical effects are at odds with the CAPM since they appear significant after controlling by market beta.

Academic research on the classical effects have concentrated in developed countries (e.g Fama and French 1992; Gupta 2012; Fama and French 2012). However, since the '90s, emergent countries have attracted attention from international investors, because of their higher risk-adjusted returns and diversification benefits (Barry, Goldreyer, Lockwood, & Rodriguez, 2002; Bekaert & Harvey, 2003). This growing interest has justified the study of the classical regularities on emerging markets, such as the size and value effects (e.g. Cakici, Tang, & Yan, 2016) and momentum effect (e.g. Griffin, Ji, & Martin, 2003; Rouwenhorst, 1999)

From a practitioner point of view, style investing can be defined as an investment strategy based on regularities. In this sense, it helps to allocate money across asset classes in a simplified manner, more practical than choosing among thousands of listed securities. Most popular style portfolios are sorted based on book-to-market ratio, earnings-to-price ratio, size, dividend yield,

past returns, and firm sector. The creation of asset categories based on a given style helps investors to choose professional money managers that declare to be investing in such style, and evaluate their performance against a peer group or an appropriate benchmark. These benefits are particularly attractive to institutional investors, such as pension plan sponsors, endowments, foundations and fiduciaries who must follow methodical rules of portfolio allocation (Barberis & Shleifer, 2003). This approach gives them a convenient framework to organize their investment strategies, to move money into and out of these styles, and to evaluate the performance. In response to the demand for style investing, mutual funds have begun to define their investment styles more clearly (Teo & Woo, 2004).

The aim of this study is to evaluate whether style investing in Chile and Colombia stock markets based on each one the four classical effects, adds value over a passive benchmark represented by the corresponding main index market. Moreover, we go beyond by demonstrating a practical approach to active management, optimizing investable portfolios based on those effects. Specifically, we use the Treynor-Black model (TB) to optimally incorporate the past alphas of the effects in active portfolios. TB is a widely-used approach that, while assuming that most of the stocks are priced efficiently, (as in the CAPM), optimally incorporates predicted abnormal performance of stocks not well valued. This way, TB provides a methodology to find the optimal investment portfolio under such conditions without sacrificing diversification. Besides, to make our results more applicable for the investment industry, our approach modifies the resulting optimal TB portfolio to consider only long positions, avoiding any negative positions in stocks.

Our contribution to the investment literature is three-fold: First, we go beyond the statistical test of the effects and demonstrate how style portfolios in Chile and Colombia can be implemented in practice to exploit the well-known size, value, momentum and liquidity effects. Second, unlike most of the previous academic studies, our implementation of the style investing reflects the following four requirements of the investment industry: a) we base the active portfolio on the main index of each market (IPSA for Chile, COLCAP for Colombia), instead of ad-hoc benchmarks, such as value or equally weighted market-wide portfolios; b) we make sure the resulting active portfolio is investable by adjusting it to eliminate

“We focus on Chile and Colombia. Those two countries along with Peru, are the original founders of the Mercado Integrado Latinoamericano (MILA) in 2009.”

any short position; c) we reduce transaction costs by rebalancing the portfolio if and when the main index is rebalanced d) we perform not just in-sample tests of the effects, but also out-of-sample tests, to check for the consistency of the style investing. Finally, we check the empirical regularities in two Latin American stock markets. Although some papers analyze these regularities in emerging countries, most studies focus on Eastern Europe and Asian emerging regions, and the evidence is scarce in Latin America.

We focus on Chile and Colombia. Those two countries along with Peru, are the original founders of the Mercado Integrado Latinoamericano (MILA) in 2009. Later, in 2015, Mexico was included in this initiative. The main objective of this program is to provide foreign and local investors with a platform that makes less expensive and more convenient to invest in any of the four markets (Berggrun, Lizarzaburu & Cardona, 2016). Additionally, the investor will find a broader stock universe with a diversity of economic sectors and companies. On the other hand, since the international fund managers require larger and diversified markets, MILA is offered as a more attractive option than each country separately (Luna & Agudelo, 2018). On this sense, the results of this study can serve as a basis for fund managers of Latin American to offer style-investing portfolios on the stock markets of Chile and Colombia, based on some of the classical effects, and address to both local and foreign institutional investors.

Cakici, Fabozzi, and Tan (2013) is the most similar study to ours. They examine size, value and momentum effects in 18 emerging stocks markets from January 1990 to December 2011. They use CAPM, the Fama-French three-factor, and Carhart four-factor models. They test for the added value by style investing (size, value, momentum) in each country, making comparisons for the regions of Asia, Latin America, and Eastern Europe. Unlike them, we focus on two emerging countries Chile and Colombia using data from 2007 to 2016, replicate the main stock index to use it as a benchmark, and test also for portfolios based on liquidity. More importantly, we focus more in the practical implementation of the style investing. As mentioned above, we form active portfolios more aligned with the institutional investor's restrictions in terms of benchmark, investability, rebalancing and out-of-sample testing.

The remainder of the article is organized as follows. Section 2, literature review, discusses the effects: size, value, momentum, and liquidity. Also, we include in this part a brief description of the most used active trading models. Section 3 outlines the databases used and define the benchmarks. Section 4 specifies the applied methodology to construct the factor and style portfolios. Section 5 presents the results supported by the figures and tables at the end of this article.

2. LITERATURE REVIEW

In general, an effect can be defined as any security-specific characteristic that explains the cross-sectional distribution of returns above and beyond what is explained by the standard asset pricing model CAPM. Researchers look for effects that are consistent over time and have strong explanatory power over a broad range of stocks (Bender, Briand, Melas, & Subramanian, 2013). The effects that we analyze are the most widely identified by literature: size, value, momentum, and liquidity. Below, for each effect, we list the seminal papers that first identified it, we mention some evidence of this effect in developed markets, and emphasize studies on emerging markets. Also, we refer some of the studies that have offered possible economic explanations for the effect.

2.1. Size Effect

Banz (1981) is the first to document a relation between market capitalization and average returns. He finds that small firms have, on average, higher returns than large firms. Fama and French (1992) study a sample of nonfinancial firms from the US stock exchanges for 1962-1989. They find that small firms have better-expected returns than large firms, in the long-run, even independent of the beta.

The economic rationale of why small firms earn higher returns controlling for beta has spurred an intense debate (van Dijk, 2011). An interpretation is that size premium is a compensation for trading costs and liquidity risk (Fama & French, 1993). Another explanation

offered by Hwang, Min, McDonald, Kim, and Kim (2010) is that the size effect can be explained by a CAPM extended with a credit spread factor, that they identify as a proxy for the call option value associated with the equity. On the other hand, the effect can derive from incomplete information about small firms. Merton (1987) model implies that less known firms should have higher expected returns, due to their smaller investor bases.

The size effect has been studied for Latin American markets. Claessens, Dasgupta, and Glen (1995), in a study of 20 countries for 1975-1992 find no statistical significance of the size effect for Mexico, Argentina, Chile, and Colombia. Likewise, van der Hart, Slagter, and van Dijk (2003) use a sample of 32 countries, including emerging markets such as Argentina, Chile, Colombia, and Mexico, over the period 1985-1999. They show evidence that size strategies are not statistically significant and they do not generate sizable excess returns compared with strategies based on

value and momentum. Similarly, Cakici, Fabozzi, and Tan (2013) find that during the period 1990-2013, the evidence does not support the size effect, in a sample of 18 emergent countries that included three of the MILA markets (Chile, Colombia, and Mexico). Consistent with the above, Dimson, Marsh, and Staunton (2014), find in a sample of 23 countries during 2000-2013, including Chile and Colombia, that the size effect in emerging markets appears weaker than in developed markets.

2.2 Value Effect

Fama and French (1992) are the first to document and define unambiguously the value effect. They measure the relation between prices and fundamentals with the book-to-market (BTM) ratio. They report that value stocks (high BTM) tend to outperform growth stocks (low BTM).

Lakonishok, Shleifer, and Vishny (1994) explain the value effect through the overreaction hypothesis, affirming that value firms, in general, have shown poor performance in the past. So, when investors extrapolate past behavior value firms will be priced too low relative to fundamentals, generating higher returns when the overreaction eventually disappears. In turn, Chen and Zhang (1998) attribute the value premium to those firms under distress risk, with high financial leverage, and uncertainty of future earnings. Controlling for any size effect, the authors find that value stocks offer higher returns in The United States, Japan, Hong Kong, Malaysia, but not in Taiwan and Thailand. In the same line of thought, Liew and Vassalou (2000) explore the value effect, during 1987-1996, in a sample of developed countries, including Australia, Canada, France, Germany, Switzerland, and the US. They calculate the returns in a portfolio for each country, based on a strategy long on high book-to-market stocks and short on low book-to-market stocks (HML), with good and bad states of the business cycle in the economy represented by future GDP growth. They find that a HML portfolio with high portfolio returns precedes periods of high GDP growth in France, Germany, Switzerland, and the United States.

De Groot and Verschoor (2002) investigate in five Asian markets over the period 1984-2000, two different regularities: size and value effect. They conclude that the value effect is present in Korea, Malaysia, and Thailand. Besides, they report a strong size effect in the complete sample: India, Korea, Malaysia, Taiwan, and Thailand. In turn, van der Hart, Slagter, and van Dijk (2003) report a significant value effect in 32 emerging markets over the period 1985-1999. Chile presents a positive and statistically significant effect, but Colombia shows the opposite effect and not

statistically significant. Moreover, they argued that these strategies could be implemented in practice by large investors even after considering the difficulties and costs of trading in these markets¹. Statistical evidence of this effect was also supported by Cakici, Fabozzi, and Tan (2013), who find strong evidence for the value effect in all regions analyzed during January 1990 to December 2011, including Latin America countries such as Argentina, Brazil, Chile, Mexico, and Colombia. Furthermore, they reported that the value effect is fairly similar across small and large capitalization stocks, with an average value effect of 1.15% per month.

2.3 Momentum Effect

According with this effect recent winners stocks tend to continue presenting larger returns than recent losers in the near future. Jegadeesh and Titman (1993) report the momentum effect for the first time. They analyze trading strategies consisting in buying (selling) stocks that have performed well (poorly) in the past 1 to 4 quarters, with the objective to generate significant positive returns over a three to twelve-month holding periods studying NYSE and AMEX stocks in the 1965 to 1989 sample period, they found that the strategy generates significant positive returns in the next six months.

Chan, Jegadeesh, and Lakonishok (1996) attribute the profitability of momentum strategies to the overreaction induced by positive feedback trading strategies. They argue that those “trend-chasers” reinforce movements in stock prices independent of the fundamentals, but that the momentum returns are temporary in nature. In turn, Daniel, Hirshleifer, and Subrahmanyam (1998) explain the momentum effect as investor overconfidence about the precision of private information, and biased self-attribution of investment, leading investors to base decisions on the historical price performance.

Rouwenhorst (1999) applies a strategy that implies to invest in emerging markets' stocks with a positive return during the last six months, to measure the momentum effect. The positions are held for six months and he finds that Chile and Colombia, from 1982 to 1997, provide a positive return but non-statistically significant.

Van der Hart, Slagter, and van Dijk (2003) identify some evidence of momentum effect in seven Latin America countries during 1985-1999. To define the momentum portfolio, they use average return over the previous

¹ Cakici, Tang, and Yan (2016) explained that emerging markets usually have slower information diffusion, higher transaction costs, and lower institutional investor participation than developed markets.

six months and the portfolio is held for a period of six months. Chile presents a positive and statistically significant return at 1% level, whereas Colombia exhibits no significant effect.

Naranjo and Porter (2007) review the momentum effect on developed and emerging markets, including Argentina, Brazil, Chile, and Mexico over the 1990-2004 period. They report positive momentum profits in 21 of 22 developed countries and in all 18 emerging markets, however only significantly different from zero in six and five cases, respectively. Chile shows 0.39% of average monthly return and statistically significant.

Berggrun & Rausch (2011) explore the spread between a portfolio of past winners and past losers in Colombia from July 2001 to July 2010. They find a no statistically significant effect when using either unadjusted or risk-adjusted returns.

2.4 Liquidity Effect

Amihud and Mendelson (1986) define illiquidity as the cost of immediate execution. They argue that traders usually face a trade-off between cost and immediacy. Moreover, transaction costs reduce future returns. In support of that, they find a significant positive relationship between bidask spreads and future stock returns.

The literature has offered some reasons why liquidity affects asset returns beyond the direct effect of transaction costs. Illiquid stocks tend to become even more illiquid in times of low market liquidity. The sensitivity to unexpected drops in market-wide liquidity, since is mostly systematic in nature, implies an additional priced risk factor, and therefore higher required returns (Brennan & Subrahmanyam, 1996; Stoll, 1983).

However, the empirical literature on the liquidity effect is contradictory. On the one hand, some literature supports the hypothetical positive relationship between *illiquidity* and returns. Amihud (2002) suggests that the Amihud ratio, expressed on the daily average ratio of absolute stock return to its dollar volume, across NYSE stocks during 1964-1997, has a positive and highly significant relationship with average return. In the same line, Bekaert, Harvey, and Lundblad (2007) use a liquidity proxy called proportion of zero daily firm returns and they find that it predicts future returns. They focus on

19 emerging markets over the 1987-2003 including Chile, Colombia, and Mexico. Also, they explore the effects of regional integration on the pricing of liquidity and find that local market liquidity is an important driver of expected returns for all countries.

On the other hand, there is also evidence of the opposite, meaning a positive relationship between *liquidity* and returns. Jun, Marathe, and Shawky (2003) find that stock returns in 27 emerging equity markets, including Argentina, Brazil, Chile, Colombia, Mexico, and Peru, over the 1992-1999 period, are positively correlated with aggregate market liquidity, proxied by turnover ratio. This conclusion is supported for the countries as a whole. Likewise, Dey (2005) reports a positive relation between turnover and average return in emerging markets. In contrast, in developed markets, they showed a significant relation between return and volatility but not between turnover and return. The intuition they offer behind these results is that in developed markets, which are already quite liquid, liquidity is not a concern for investors, but price volatility is; whereas in emerging markets many of which include thinly traded stocks, illiquidity is a main source of risk. The sample period was 1995-2001 and does not include the Latin American markets.

Similarly, Fuenzalida, Berggrun, & Mongrut (2017) find a positive and significant illiquidity premium using a set of measures to proxy for illiquidity, but only when they use returnweighting in their portfolio configurations. They focus in MILA, like a single stock market, during July 2001 to March 2015.

We use stock-level data on weekly returns², market capitalization, book equity and traded value for 83 Chilean and 40 Colombian equities belonging to the *Indice de Precios Selectivo de Acciones de Chile* (IPSA) and *Indice Accionario de Capitalizacion de Colombia* (COLCAP), respectively. Assuming the point of view of a local portfolio manager we measure all variables in the local currency of each country, and the proxy of the risk-free rate is the respective 10-year Treasury bond rate. In addition, to estimate the expected returns of each market, we need the CDS Spread and the inflation rate of each country, as well as the inflation rate from the US. Bloomberg was the reference source for the most information. The US equity risk premium that we use to calculate the expected market return was retrieved from Damodaran (2018). The sample period is from January 2007 to December 2016. We take an in-sample period during 2008- Jun. 2012 and the out-of-sample period during Jul. 2012-2016. All returns in our analysis are reported in an annual basis.

As a benchmark portfolio, we construct a synthetic index that closely replicates the main index of each country starting in 2008: IPSA for Chile, COLCAP for Colombia (see the Appendix A for more details). The synthetic index we obtain is close but not identical to the official index. The correlation between the weekly returns synthetic index and official stock index are of 87% in Chile and 94% in Colombia. The differences are possibly due to small errors in composition and rebalancing dates.

Since we evaluate an active strategy, it is important to start from a passive benchmark with known components. Thus, we make all the comparison against the synthetic index but not to the official index. In this way, we are preventing the possibility that the active portfolio's characteristics measured against the benchmark (risk, beta, alpha) may come from not exactly replicating the benchmark.

Table 1 provides returns and risks on the main indexes, benchmarks, and risk-free rates. If we compare the average return and standard deviation of IPSA and COLCAP, we note that Colombia offered a better return in local currency with a higher risk in both the in-sample and the out-of-sample periods. Both indexes exhibit large drops in the financial crisis year, 2008. In particular, the average return is lower whereas the standard deviation is higher in 2008- Jun. 2012 than 2009- Jun. 2012. Additionally, Figure 1 and Figure 2 evidence a great similarity between the indexes and the respective synthetic index.

²Daily frequency returns are more affected by microstructural noise (Asparouhova, Bessembinder, & Kalcheva, 2013).

4 METHODOLOGY

4.1 Estimating factor and style portfolios

We calculate style portfolios with respect to size, value, momentum, and liquidity effects at each rebalancing date for Chile and Colombia. The size and value effects are based on the market capitalization and the book-to-market (BTM) ratio respectively, both at the beginning of the rebalancing date. The momentum effect is defined from the cumulative stock return and the liquidity effect from the daily average Amihud ratio, both from the previous 52 weeks previous to the rebalancing date³.

The factor portfolio based on the size effect is represented by SMB (“small minus big”), a portfolio long on stocks of small firms and short on big ones. The factor portfolio based on the value effect is named HML (“high minus low”) and is long on high book-to-market stocks (“value” stocks) and short on low-book-to-market stocks (“growth” stocks). The factor portfolios based on momentum and liquidity effects are indicated as WML and IML portfolios. WML (“winners minus losers”) is a portfolio long on the best performing stocks of the past 52 weeks and short on the worst ones. IML (“illiquid minus liquid”) is a portfolio that is long on the highest average Amihud ratio stocks (most illiquid) and short on the lowest ones (most liquid).

Following (Cakici et al., 2016) the SMB and HML portfolios are identified as follows. In each rebalancing date, we create a “big” group (B) with the largest market capitalization stocks that at the date account for about 90% of the total market capitalization. All remaining stocks are grouped in the small group (S). We determine the bottom 30% (L), middle 40% (M), and top 30% (H) breakpoints based on the BTM ratio and apply these to both the B and S groups. Thus, we end up with six portfolios: SL, SM, SH, BL, BM, and BH. In each portfolio the weights of the stocks are proportional to the market cap. Additionally, we divide the weight of the stocks by three in the SMB portfolio to not to overweight the stocks.

³The Amihud ratio is an illiquidity proxy estimated as the ratio of return in absolute value over volume represented in cash (Goyenko, Holden, & Trzcinka, 2009) as follows:

$$Amihud\ ratio_{it} = \frac{|r_{it}|}{(Traded\ stocks_{it} \times Close\ price_{it})/10^6} \quad [3]$$

Next, we calculate the factor portfolios as follows: SMB is the difference between the weight of stocks that belong to S portfolios and B portfolios, so the stocks in the B portfolios have a negative weight. HML represents the difference between the weights of stocks in SH and BH and the weights of stocks in SL and BL, so the stocks that belong to SL and BL have a negative weight. We divide the weight of each stock in two, to avoid overweighting.

In the case of the momentum (WML) and liquidity factor portfolios (IML)⁴ the procedure is analogous: B and S portfolios are the same, but we instead of the BTM classification for the bottom 30% (D), middle 40% (M), and top 30% (U) breakpoints, we use the cumulative return in momentum effect and the daily average Amihud ratio like illiquidity, respectively. WML represents the difference between the weights of stocks in SW and BW and the weights of stocks in SL and SB. As above, IML is the difference between the weight of stocks in SI and BI and the weights of stocks in SL and BL. We divide the weight of each stock in two, to avoid overweighting.

Since by construction, the total sum of weights in each factor portfolio (SMB, HML, WML, IML) cancels out, each of them is a zero-investment portfolio. In order to create an investable portfolio, we add the market portfolio (M) to each one of the factor portfolios, to obtain the following “style” portfolios: ‘SMB+M’, ‘HML+M’, ‘WML+M’ and ‘IML+M’, each of them with weights that sum up 100%. Even so, negative weights usually remain in the style portfolios. Since most institutional investors are restricted to have only long positions, we generated alternative truncated style portfolios with only positive weights for the out-of-sample period.⁵

This procedure is applied in each rebalancing date of the main market indexes (IPSA and COLCAP). The calculated weights are converted in number of shares, to represent more realistically an investable portfolio and maintained until the next index rebalancing date. Then the factor portfolio is reestimated with the new index composition, taking into account, additions, deletions and change in weights. The procedure is reapplied and the style portfolio initial weights and number of stocks are reestimated. This procedure guarantees to have an investible style portfolio, based in the set of stocks of the main index and avoiding unneeded rebalancing⁶.

⁴ We compose the momentum portfolio following the procedure exposed in Cakici et al., (2016). We replicate the same proceeding to construct the liquidity portfolio.

⁵ We calculate the truncated portfolios assigning a zero weight for those stocks with negative weight and adjusting the share of those stocks with positive weight, proportional of the sum of negative weights, and reescalating to make sure the weights sum up to 100%.

⁶ This procedure has advantages over Equally and Value weighted portfolios commonly used in academic studies. Equally weighted portfolios, if were to be practically implemented, would require an unrealistic permanent recomposition to assure equal weights. Moreover the performance of both Equally and Value weighted active portfolios has to be compared against ad-hoc Equally and Value weighted passive portfolios, respectively, for consistency.

We evaluate an active management strategy of the style portfolios during 2008- Jun. 2012 (in-sample). Taking into account performance of the style portfolio in the in-sample period, we generate optimal and truncated style portfolios, as described below, and evaluate both in the out-of-sample period, Jul. 2012-2016, . We also examine the performance of the style portfolio in an alternative in-sample period 2009-Jun. 2012, in which we drop 2008, the most critical period of the US subprime crisis. Comparing both in-sample periods, we can gauge how much of the results depend in such a special year.

4.2 Treynor-Black

Due to the practical limitations to implement the classical mean-variance approach in Markowitz (1952), several methodologies have been proposed to structure optimal portfolios that take into account active trading information (e.g. views, effects, factors). These methodologies start from the framework of the mean-variance model, and incorporate the stock specific views or factors in a balanced manner, without affecting too much diversification. Appendix B discusses the three more common active trading models: The Black-Litterman, BARRA's and Treynor-Black models. Of all of them, we chose Treynor-Black model for providing the most simple and practical framework to optimally combine an active position (with assumed positive alpha) with a passive investment portfolio, aiming to an optimal relation risk-return, while maintaining a good diversification level (Ferguson, 1975).

Specifically, the model finds the optimal combination w_A of the active portfolio (for our purposes, the style portfolio), with $(1-w_A)$ in the market portfolio (synthetic market portfolio) that maximizes the Sharpe Ratio. We estimate the alpha of the active portfolio using CAPM on the in-sample period as follows:

$$\alpha_A = (\bar{R}_A - \bar{R}_f) - \beta_A(\bar{R}_M - \bar{R}_f) \quad (4)$$

Where \bar{R}_M is the average market return, \bar{R}_f is the average risk-free rate and \bar{R}_A is the average return of the active portfolio. Thus, according to Treynor-Black the w_A that maximizes the Sharpe Ratio in combination with the Market is the given by the following expression:

$$w_A = \frac{\alpha_A \times \sigma_M^2}{E[R_M] \times \sigma_{\varepsilon A}^2} \quad (5)$$

Where σ_{ε_A} is the residual variance from the OLS regression (4) . σ_M^2 is the in-sample standard deviation of the market and $E[R_M]$ is the forward-looking market expected return, explained below. Additionally, we apply a correction following Bodie et al., (2011) to the optimal weight as follows⁷:

$$w_A^* = \frac{w_A}{w_A(1 - \beta_A) + 1} \quad (6)$$

In order to avoid an overly speculative portfolio, we limit extreme active weights. Besides, to capture meaningfully the effect we also limit too low active weights. Specifically, we limit positive (negative) w_A^* to be not higher than 50% (-10%), and no lower to 10% (-50%). Finally, the optimal style portfolio is a combination of w_A^* of the style portfolio (SMB+M, HML+M, WML+M, IML+M) and $(1-w_A^*)$ of the benchmark.

4.3 Estimating and evaluating optimal style portfolios

As explained above, we have four style portfolios by country (SMB+M, HML+M, UMD+M, IML+M), corresponding to the four classical effects of size, value, momentum and liquidity, respectively. We evaluate the performance of the style portfolios during the in-sample period, 2008- Jun. 2012, and obtain the usual metrics of average return, alpha, beta, standard deviation and coefficient of determination. These statistics allow us to find whether the style portfolio based on the classical effects adds significantly value over the benchmark.

As described above, using the Treynor-Black model (equations (4) to (6)) we use the data of the in-sample period ($\alpha_A, \beta_A, \sigma_{\varepsilon_A}, \sigma_M$) to find an optimal style portfolio during the out-of-sample period corresponding to Jul. 2012 – 2016. The only prospective data the model requires is the expected market return to avoid the mistake of taking average historical returns to estimate expected future returns (Bodie et al., 2011a). Instead,

⁷ Strictly speaking [5] assumes $\beta_A = 1$, and [6] adjust the optimal weight when $\beta_A \neq 1$. From now, when we talk about the weight of the active position or active weight, we are referring to the corrected position W_A^*

as Damodaran (2016), we calculate the expected market return for each country at the beginning of the second period, using the US risk-free rate and the expected risk premium (ERP), along with the credit default swap (CDS) and the expected devaluation for each country:

$$E[R_M] = R_{f_{US,t}} + ERP_{US,t} + 2 \times CDS_{c,t} + E[DEV_{C_{US,t}}] \quad (8)$$

And

$$E[DEV_{C_{US,t}}] = \frac{(1 + E[INF_{C,t}])}{(1 + E[INF_{US,t}])} - 1 \quad (9)$$

Where $R_{f_{us,t}}$ is the 10-year Treasury bond rate, $ERP_{us,t}$ is the US risk premium, $CDS_{c,t}$ is the credit default swap from the country Chile or Colombia, $E[DEV_{C_{US,t}}]$ is the expected devaluation of the C country currency in terms of US currency, estimated from the expected inflation from the Chilean or Colombian case and US inflation.

Once we applied the procedure described, we find the four optimal style portfolios per each country, both in the original version that allows short positions, as in “truncated” version that does not. Each rebalancing date of the index, we apply the procedure described in 4.1, to assure that this is an investable portfolio based on the main market index. We evaluate their performance in Jul. 2012-2016 against the synthetic market portfolio, obtaining the usual metrics of average return, alpha, beta, standard deviation and coefficient of determination.

5 RESULTS

This section shows the main results obtained for the Style portfolios for each of the four effects and for both, Chile and Colombia.

5.1 Size Effect

The evolution of the Style portfolios based on the size effect is presented for Chile in Figure 3 and Figure 4 for Colombia. Overall, Chilean portfolios tend to follow the benchmark reasonably well. Along with the benchmark they exhibit an important fall in financial crisis 2008, a period of growth of 2009-2010, as well as the bear market of emerging countries in 2013-through 2015. In Table 2, we present the results of the evaluation of different portfolios. The size style portfolio during 2008-Jun. 2012 has a positive alpha, but not statistically significant at the usual levels. In the 2009-Jun. 2012 window, that excludes the global financial crisis, the same portfolio has a higher alpha but still no significant. Comparing the alpha during 2008-Jun. 2012 and 2009-Jun. 2012, we observe that the size effect was significantly affected by the 2008 crisis. When we use the Treynor-Black model, it finds an optimum weight of 21.7% that we apply for the out-of-sample period, Jul. 2012-2016. When we evaluate the optimal style portfolio, we find a positive alpha but not statistically significant. The truncated portfolio (with strictly positive weights), has a significant alpha but neither significant. The coefficients of determination of portfolios are quite high, which represent low exposition to idiosyncratic risk, and its average performance is slightly less negative than the performance of the benchmark with similar risk.

In the Colombian case, the size style portfolio has a negative and not significant alpha in the in-sample period. Clearly, most of this negative performance comes from the crisis since in the 2009-Jun. 2012 period the alpha is not so negative. In contrast, in the second half, the alpha is positive,

showing no consistency between the two periods, unlike the Chilean case, and in no case is statistically significant. After we take the results of the first half for the second period in the Treynor-Black model, we find a negative weight and the optimal portfolio delivers a positive but not significant alpha. When the truncation is done, the alpha improves and becomes significant at the 10% level.

The results of the style portfolios based on the size effect for Chile and Colombia are similar to those found in the literature, which do not show a significant and consistent size effect in emerging markets (van der Hart et al. 2003) (Cakici et al. 2013). However, the results show a weak size effect in Chile, not statistically significant, but consistently positive along the two periods.

5.2 Value Effect

The performance of the style portfolios based on the value effect (BTM classification) is presented in Figure 5 for Chile, and Figure 6 for Colombia. In the Chilean case, the value portfolio has a considerable positive trend compared to the benchmark. Moreover, we observe that the value effect was not significantly affected by 2008, and this is confirmed in Table 3, comparing the alpha during 2008-Jun.2012 and 2009-Jun.2012⁹. Applying the Treynor-Black model, we find a positive optimal weight higher than 100% and for this reason, we limit it to 50% to not harm the diversification of the resulting optimal style portfolio. The alpha of this portfolio is positive but not significant. However, for the truncated style portfolio, the alpha turns out to be statistically significant at the 10% level.

In the Colombian case, the HML portfolio tends to closely follow the benchmark, during 2008-2010, however, from 2011 the style portfolio diverges and tends to stay above. We also observe that during the financial crisis year, 2008, the return of the portfolio falls less than the benchmark, and from 2009 to the end of the sample reflects an upward trend, although in 2013 took a dip until the end of 2014. Table 3 presents the results of the different portfolios, and it shows that in Colombia the value portfolio in the window 2008-Jun. 2012 has a positive alpha, but not significant. In the 2009-Jun. 2012 window, that same portfolio still has a positive alpha but lower than the one for the window with the 2008 crisis, and neither significant. The Treynor-Black model finds an optimal weight of 31% for the active value portfolio that is applied for the style portfolio of the second period Jul. 2012-2016. This procedure provides a positive but not significant alpha. However, when we truncate the negative weights, the alpha is higher than the previous one and it turns to be statistically significant at the 10% level. The coefficient of determination in these portfolios are above 90% and the average return is less negative than the benchmark's.

⁹The alpha during the first half is positive and statistically significant at 5%. In the second half, the alpha is positive, but not significant.

In summary, for both countries, we find a positive alpha, for both periods although not always significant. The results of the value effect both in Colombia and Chile, are similar to those reported in the literature review, van der Hart et al. (2003), and Cakici et al., (2013) find a significant value effect in a sample of emerging markets including Chile and Colombia that could be exploited by portfolio managers. Moreover, we find that contrary to what happened in the size effect, the alpha of the value style portfolio is slightly reduced in both countries when 2008 is not taken into account. This suggests that the value effect works well in crisis years in Chile and Colombia.

5.3 Momentum Effect

Figure 7 shows the performance of the momentum portfolio in Chile that, although growing between 2008-2011, is lower than the one of the benchmark portfolio. However, in 2012 it begins a period of a constant trend, exceeding the benchmark for the rest of the sample period. On the other hand, Figure 8 shows that only until 2016 the portfolio gives a better performance than the synthetic index, suggesting a not consistent effect. Table 4 presents the results of the evaluation of the different portfolios, and we appreciate that in the Chilean case, the momentum portfolio in the 2008- Jun. 2012 window has a negative non-significant alpha. In the 2009-Jun. 2012 window, that same portfolio has a much higher alpha, but still not significant at the 10% level. Clearly, the momentum effect is affected enough by the 2008 crisis. When we apply the Treynor-Black model, it renders an optimum weight of -3%, which we decide setting in -10% to appreciate better this investing style. In the style portfolio for the period Jul. 2012-2016, we obtain a negative alpha that it is not significant, and remains so, even when the portfolio is truncated. The result of the WML+M portfolio in Jul. 2012-2016 shows a positive alpha, confirming the instability of this effect in Chile. The coefficient of determination of these portfolios are very close to 100% but its performance is lower compared with benchmark portfolio.

For Colombia, the momentum portfolio produces a negative alpha that is not significant. In the first half of time, we also appreciate that the incidence of the year 2008 is quite relevant because when the alpha is evaluated during 2009-Jun. 2012 the alpha is positive, greater but not significant. On the other hand, the alpha of the second half is non-significantly positive and is neither consistent along the two periods. Using the Treynor-Black model, we find a weight of -7%, which we also decide to rise to -10% as explained above. The resulting style portfolio shows a negative alpha. When we truncate the portfolio, the alpha changes sign but is virtually zero and still not statistically significant.

The results of the active portfolios based on the momentum effect are related with Rouwenhorst (1999) exposed, that is a little evidence of momentum effect in emerging markets but diverges from Naranjo & Porter (2007) that find a small but significant effect for Chile from 1990-2004. Interestingly, in both countries the momentum effect appears to be reverted by the 2008 crisis.

5.4 Liquidity Effect

Figure 9 shows the behavior of the liquidity effect in Chile. In the first half the IML+M portfolio presents a higher performance than the synthetic index, but in the second half the performance is similar and even lags the benchmark index. Table 5 shows that the liquidity portfolio in the 2008-Jun. 2012 window presents a positive alpha. Also in the 2009-Jun. 2012 window, that same portfolio has a lower alpha, but neither is statistically significant. On the other hand, the previous comparison reveals that the year 2008 raises the alpha because when analyzing 2009-Jun. 2012, the alpha sizably decreases. When we apply the Treynor-Black model, it delivers an optimal weight of 19% for the active portfolio based on liquidity. However, applied in the out-of-sample period it provides a style portfolio with a negative alpha and not significant that remains so even after truncating the negative weights. This reflects the inconsistency of this effect already suggested by Fig.6. The average performance of these portfolios evaluated in the second half is even more negative compared to the benchmark.

In the Colombian case, Figure 10 shows how the liquidity style portfolio IML+M, has a similar performance to the benchmark portfolio. Additionally, in Table 5 we find that the liquidity portfolio has an important alpha at least in the economic sense, but not statistically significant. Again, the alpha is smaller when the US financial crisis, the year 2008, is eliminated in the in-sample period. Then, we take the results of the first half for the Treynor-Black model, and we find an optimal active portfolio weight greater than 50%, that as before, we prefer to limit to 50%. The alpha indicated of the resulting style portfolio is negative and not significant, although truncation makes it positive, but still too small and no statistically significant. The coefficients of determination are above 90%, and the portfolios returns are more negative than those of the benchmark index.

In summary, in both countries, the alphas of the style portfolios based on liquidity present no clear consistency along the periods. Except for the second half period when the active portfolio is truncated, the Colombian alphas are all positive. In some way, the results of the active portfolios based on the liquidity effect, portray the uncertainty on the liquidity effect in the literature (section 2.4). For example, as discussed above, Amihud (2002) suggests that there is a significant relation between the illiquidity and the expected return, whereas Jun et al., (2003) exposes that the turnover, a liquidity measure, has a positive correlation with stock returns.

MEMORIAS

CONCLUSION

We evaluate style portfolios based on the classical effects: size, value, momentum and liquidity, in the stock markets of Chile and Colombia for 2007-2016. We estimated whether those style portfolios add value over a benchmark portfolio that replicates the main index. Next, we use the Treynor-Black model during Jul. 2012-2016 (out-of-sample period) to optimize portfolios based on the historical alphas of the in-sample period. The process of construction of the style portfolios is based on the main index composition and rebalancing dates, making sure to obtain investable portfolios.

Overall, we find the size effect is consistent in Chile, but not statistically significant. The value effect shows positive, economic and statistically significant alphas in both countries, Chile and Colombia; so it reveals an opportunity that some portfolio managers can explore and take advantage. In contrast, the momentum and liquidity style portfolios in the out-of-sample period are not consistent along the two periods and their alphas are not statistically significant.

Besides testing the classical effects in Chile and Colombia, this study also demonstrates a practical approach to implement, evaluate and optimize style portfolios with an eye to the priorities of the investment industry. Specifically, for the sake of investability we based the optimal portfolios on the universe of stocks of the main index of each country, and rebalance those style portfolios only when the main index does. Also for investability, we limit our style portfolios to have only long positions, acknowledging that most institutional investors cannot hold short positions. Finally, we use the Treynor-Black model as a way to optimally combine active portfolios based effects in a framework with a passive portfolio, assuring that the diversification is not too sacrificed in searching for extra returns.

We leave for future research to apply the methodology here exposed to the other two countries of MILA, Mexico and Peru and Brazil. A next natural step would be to create style portfolios that combines different equities of the four countries proceeding from a regional benchmark portfolio (e.g MSCI Pacific Alliance), and using it as a benchmark. Additionally, these style portfolios can be studied from the point of view of the international portfolio managers, whose performance is measured in US dollars. Such studies should take into account and evaluate the potential value added by hedging strategies such as forwards that allow the portfolio not to be significantly affected by the volatility of the respective foreign exchange rates.

MEMORIAS

BIBLIOGRAPHY

- Amihud, Y. (2002). Illiquidity and stock returns: cross-section and time-series effects. *Journal of Financial Markets*, 5, 31–56.
- Amihud, Y., & Mendelson, H. (1986). Asset pricing and the bid-ask spread. *Journal of Financial Economics*, 17(2), 223–249.
- Asparouhova, E., Bessembinder, H., & Kalcheva, I. (2013). Noisy Prices and Inference Regarding Returns. *Journal of Finance*, 68(2), 665–714.
- Banz, R. W. (1981). The relationship between return and market value of common stocks. *Journal of Financial Economics*, 9(1), 3–18.
- Barberis, N., & Shleifer, A. (2003). Style investing. *Journal of Financial Economics*, 68(2), 161–199.
- Barry, C. B., Goldreyer, E., Lockwood, L., & Rodriguez, M. (2002). Robustness of size and value effects in emerging equity markets, 1985-2000. *Emerging Markets Review*, 3(1), 1–30.
- Bekaert, G., & Harvey, C. R. (2003). Emerging markets finance. *Journal of Empirical Finance*, 10(1-2), 3-55.
- Bekaert, G., Harvey, C. R., & Lundblad, C. (2007). Liquidity and expected returns: Lessons from emerging markets. *Review of Financial Studies*, 20(6), 1783–1831.
- Bender, J., Briand, R., Melas, D., & Subramanian, R. A. (2013). Foundations of Factor Investing. *MSCI Index Research*, 1(December), 1–33.
- Berggrun, L., Lizarzaburu, E., & Cardona, E. (2016). Idiosyncratic volatility and stock returns: Evidence from the MILA. *Research in International Business and Finance*, 37, 422-434.
- Berggrun, L., & Rausch, O. (2011). Momentum in the Colombian Stock Market. *Latin American Business Review*, 12(1), 1–23.
- Black, F., & Litterman, R. (1992). Global Portfolio Optimization. *Financial Analysts Journal*, 48(5), 28–43.
- Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. (2011a). International Diversification. In *Investments* (9th ed., p. 1065). New York.
- Bodie, Z., Kane, A., & Marcus, A. (2011b). The Theory of Active Portfolio Management. In *Investments* (9th ed., p. 1065). New York.
- Brennan, M. J., & Subrahmanyam, A. (1996). Market microstructure and asset pricing: On the compensation for illiquidity in stock returns. *Journal of Financial Economics*, 41(3), 441–464.
- Cakici, N., Fabozzi, F. J., & Tan, S. (2013). Size, value, and momentum in emerging market stock returns. *Emerging Markets Review*, 16(1), 46–65.
- Cakici, N., Tang, Y., & Yan, A. (2016). Do the size, value, and momentum factors drive stock returns in emerging markets? *Journal of International Money and Finance*, 69(1), 179–204.

- Chan, L. K. C., Jegadeesh, N., & Lakonishok, J. (1996). Momentum Strategies. *Financial Analysts Journal*, 55(6), 80–90.
- Chen, N., & Zhang, F. (1998). Risk and Return of Value Stocks. *The Journal of Business*, 71(4), 501–535.
- Claessens, S., Dasgupta, S., & Glen, J. (1995). Return Behavior in Emerging Stock Markets. *The World Bank Economic Review*, 9(1), 131–151.
- Damodaran, A. (2016). Equity Risk Premiums (ERP): Determinants, Estimation and Implications – The 2016 Edition. Retrieved December 3, 2018, from <https://bit.ly/2BwvSoQ>
- Damodaran, A. (2018). Damodaran Online. Retrieved December 15, 2018, from <http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar>
- Daniel, K. D., Hirshleifer, D., & Subrahmanyam, A. (1998). Investor Psychology and Security Market Under- and Overreactions. *Journal of Finance*, 53(6), 1839–1886.
- De Groot, C. G. M., & Verschoor, W. F. C. (2002). Further evidence on Asian stock return behavior. *Emerging Markets Review*, 3(2), 179–193.
- Dey, M. K. (2005). Turnover and return in global stock markets. *Emerging Markets Review*, 6(1), 45–67.
- Dimson, E., Marsh, P., & Staunton, M. (2014). *Credit Suisse Global Investment Returns Yearbook 2014*. Switzerland.
- Fama, E. F., & French, K. R. (1992). The Cross-Section of Expected Stock Returns. *The Journal of Finance*, 47(2), 427–465.
- Fama, E. F., & French, K. R. (1993). Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, 33, 3–56.
- Fama, E. F., & French, K. R. (2012). Size, value, and momentum in international stock returns. *Journal of Financial Economics*, 105(3), 457–472.
- Ferguson, R. (1975). Active Portfolio Management. How to beat the index funds. *Financial Analysts Journal*, 1(1), 63–72.
- Fuenzalida, D., Berggrun, L., & Mongrut, S. (2017). Illiquidity Premium in the MILA. *Emerging Markets Finance and Trade*, 53(5), 1015–1029.
- Goyenko, R. Y., Holden, C. W., & Trzcinka, C. A. (2009). Do liquidity measures measure liquidity? *Journal of Financial Economics*, 92(2), 153–181.
- Griffin, J. M., Ji, X., & Martin, J. S. (2003). Momentum Investing and Business Cycle Risk: Evidence from Pole to Pole. *Journal of Finance*, 58(6), 2515–2547.
- Grossman, S. J., & Stiglitz, J. E. (1980). On the impossibility of informationally efficient markets. *American economic review*, 70(3), 393–408.

- Gupta, F. (2012). Market Risk, Size, Style, Momentum, and Dividends: U.S. Equities. *Journal of Portfolio Management*, 39(1), 46–58.
- Hwang, Y. S., Min, H. G., McDonald, J. A., Kim, H., & Kim, B. H. (2010). Using the credit spread as an option-risk factor: Size and value effects in CAPM. *Journal of Banking and Finance*, 34(12), 2995–3009.
- Jegadeesh, N., & Titman, S. (1993). Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency. *The Journal of Finance*, XLVIII(1), 27.
- Jones, R. C., & Wermers, R. (2011). Active Management in Mostly Efficient Markets. *Financial Analysts Journal*, 67(6), 29–45.
- Jun, S. G., Marathe, A., & Shawky, H. A. (2003). Liquidity and stock returns in emerging equity markets. *Emerging Markets Review*, 4(1), 1–24.
- Lakonishok, J., Shleifer, A., & Vishny, R. (1994). Contrarian Investment, Extrapolation, and Risk. *The Journal of Finance*, 49(5), 1541–1578.
- Liew, J., & Vassalou, M. (2000). Can book-to-market, size and momentum be risk factors that predict economic growth? *Journal of Financial Economics*, 57(2), 221–245.
- Luna, S., & Agudelo, D. (2018). *Agrega valor em modelo Black-Litterman en portafolios del Mercado Integrado Latinoamericano (MILA)? Evaluación empírica 2008-2016*. Forthcoming Revista de Metodos Cuantitativos en Economía y Empresa.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91.
- Merton, R. C. (1987). A Simple Model of Capital Market Equilibrium with Incomplete Information. *Journal of Finance*, 42(July), 483–510.
- Naranjo, A., & Porter, B. (2007). Including emerging markets in international momentum investment strategies. *Emerging Markets Review*, 8(2), 147–166.
- Rosenberg, B., & Rudd, A. (1982). Factor-Related and Specific Returns of Common Stocks: Serial Correlation and Market Inefficiency. *Journal of Finance*, 37(2), 543–554.
- Rouwenhorst, K. G. (1999). Local return factors and turnover in emerging stock markets. *Journal of Finance*, 54(4), 1439–1464.
- Rudd, A. (1980). Optimal Selection of Passive Portfolios. *Financial Management*, 9(1), 57–66.
- Schwert, G. W. (1983). Size and stock returns, and other empirical regularities. *Journal of Financial Economics*, 3–12.
- Sharpe, W. F. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of finance*, 19(3), 425–442.

Sheikh, A. (1996). BARRA's Risk Models. Retrieved December 10, 2018, from <https://bit.ly/2A7koIj>

Stoll, H. (1983). Transaction costs and the small firm effect. *Journal of Financial Economics*, 12(1), 57–79.

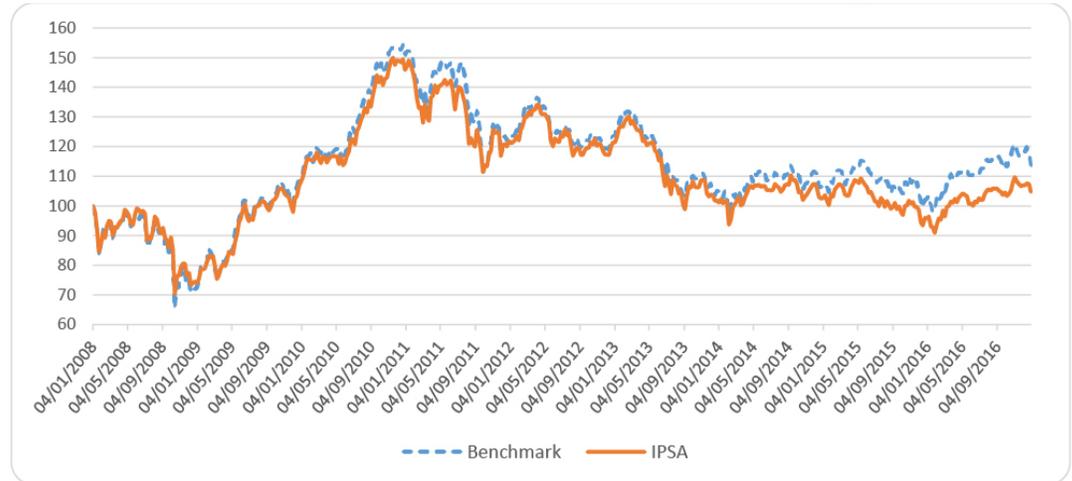
Teo, M., & Woo, S. J. (2004). Style effects in the cross-section of stock returns. *Journal of Financial Economics*, 74(2), 367–398.

Treynor, J. L., & Black, F. (1973). How to Use Security Analysis to Improve Portfolio Selection. *Journal of Business*, 46(1), 66–86.

van der Hart, J., Slagter, E., & van Dijk, D. (2003). Stock selection strategies in emerging markets. *Journal of Empirical Finance*, 10(1–2), 105–132.

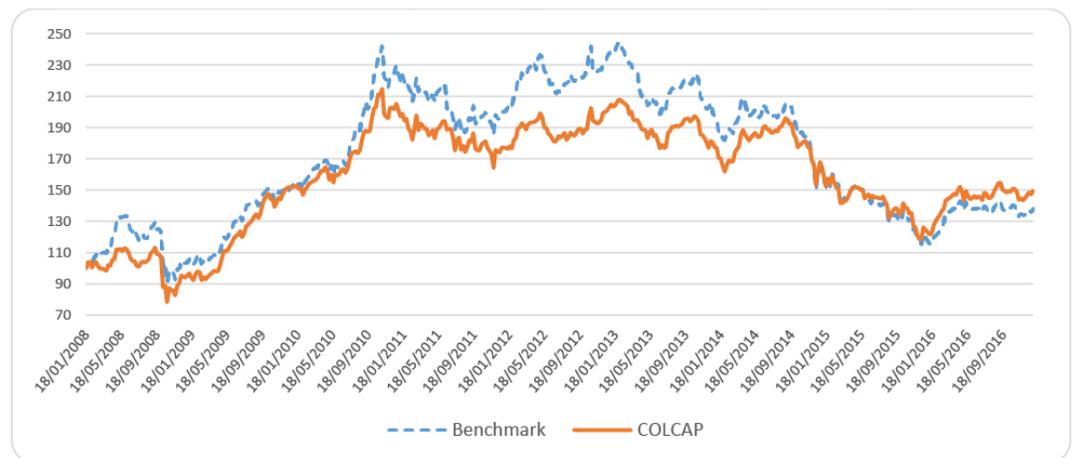
van Dijk, M. A. (2011). Is size dead? A review of the size effect in equity returns. *Journal of Banking and Finance*, 35(12), 3263–3274.

Figure 1.
Chilean Stock Index (IPSA) and its benchmark, entire sample 2008-2016



The figure shows the comparison between the Chilean official stock index and its benchmark during 2008-2016. The correlation obtained is 87% on weekly returns.

Figure 2.
Colombian Stock Index (COLCAP) and its benchmark, entire sample 2008-2016



The figure shows the comparison between the Colombian official stock index and its benchmark during the time established. The correlation obtained is 94% on weekly returns.

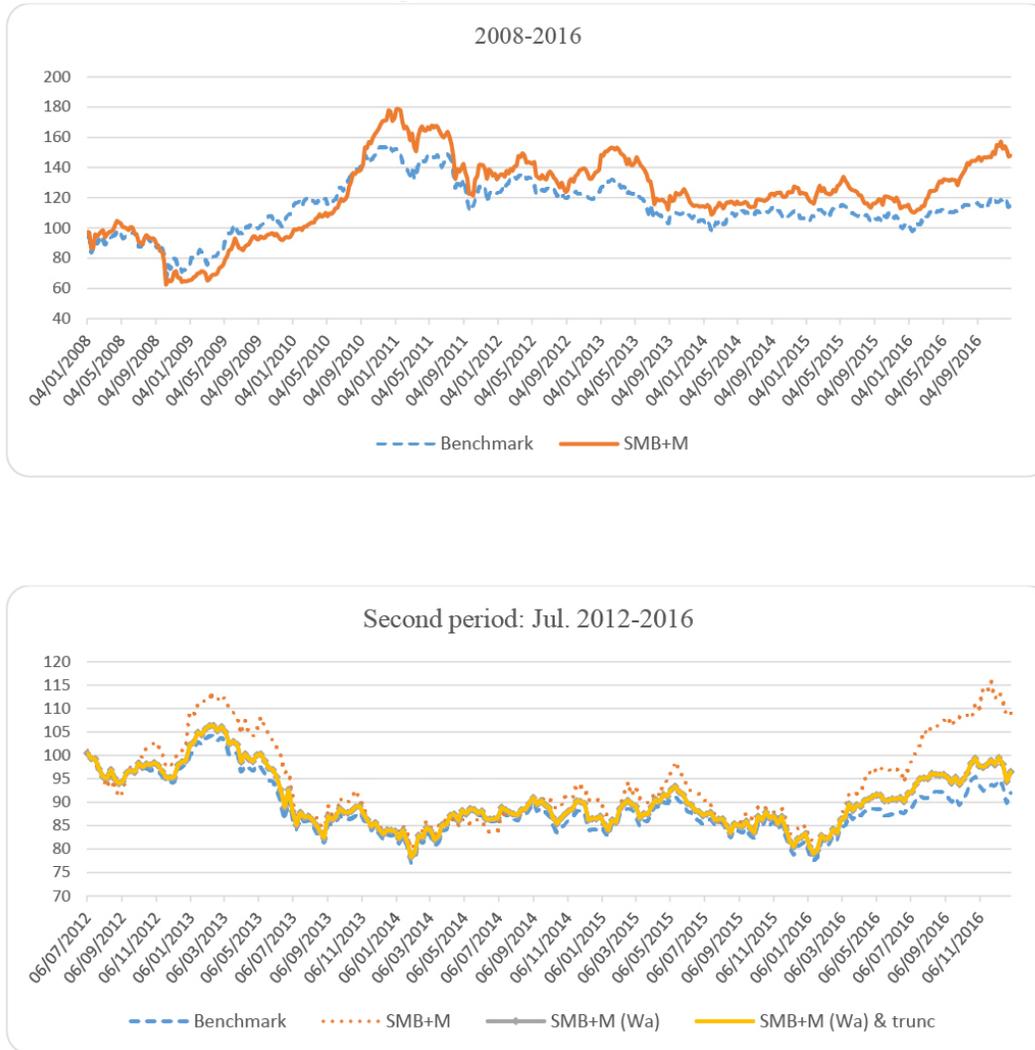
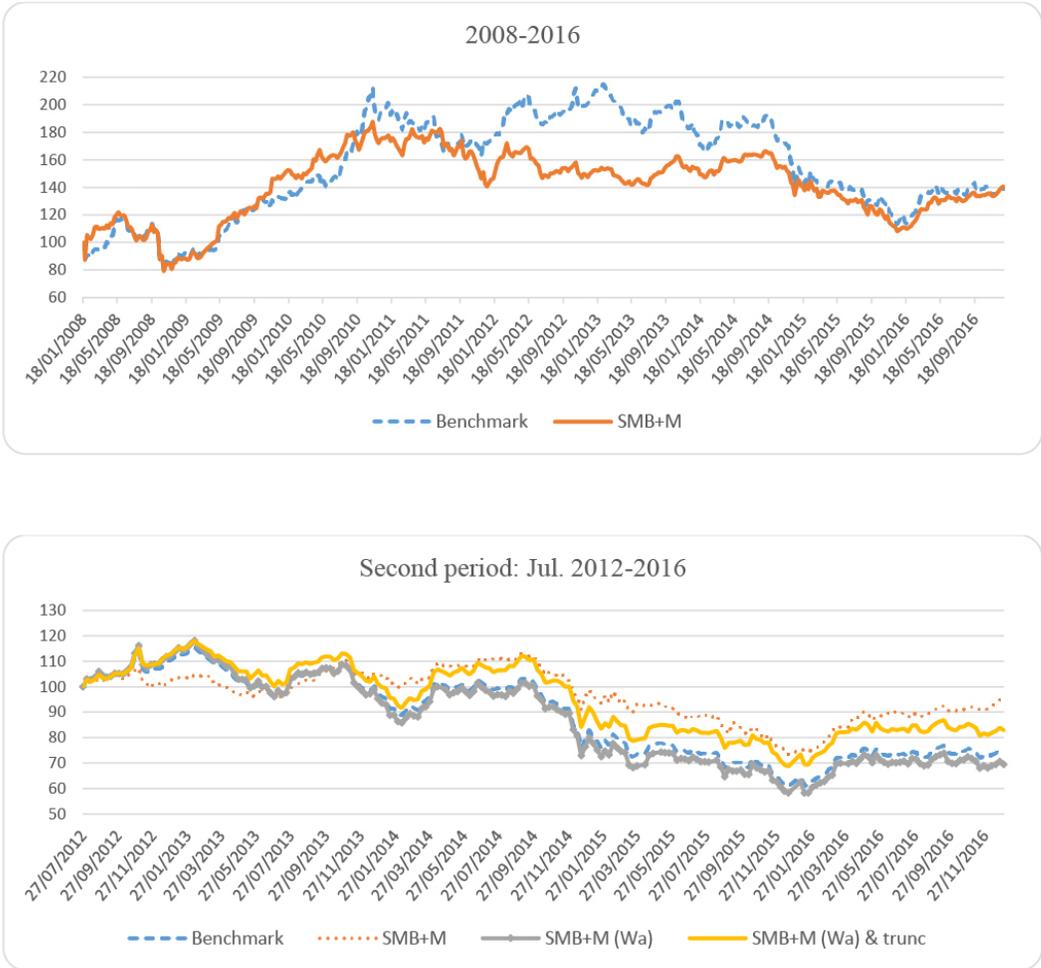


Figure 3.
Size effect in Chile

The figure presents during 2008-2016 the size Style portfolios and its benchmark in Chile during the complete period 2008-2016. Additionally, the graphic presents the different combinations of size portfolio during the out-of-sample period Jul. 2012-2016: SMB+M, SMB+M (Wa) 'optimized portfolio' where we take the information about the first period 2008- Jun. 2012 and we apply it in Treynor-Black model to optimize; and SMB+M (Wa) & trunc that it is an optimized portfolio and it is assured that the weights are strictly positive.

Figure 4.
Size effect in
Colombia



The figure presents during 2008-2016 the size Style portfolios and its benchmark in Colombia during the complete period 2008-2016. Additionally, the graphic presents the different combinations of size portfolio during the out-of-sample period Jul. 2012-2016: SMB+M, SMB+M (Wa) 'optimized portfolio' where we take the information about the first period 2008- Jun. 2012 and we apply it in Treynor-Black model to optimize; and SMB+M (Wa) & trunc that it is an optimized portfolio and it is assured that the weights are strictly positive.

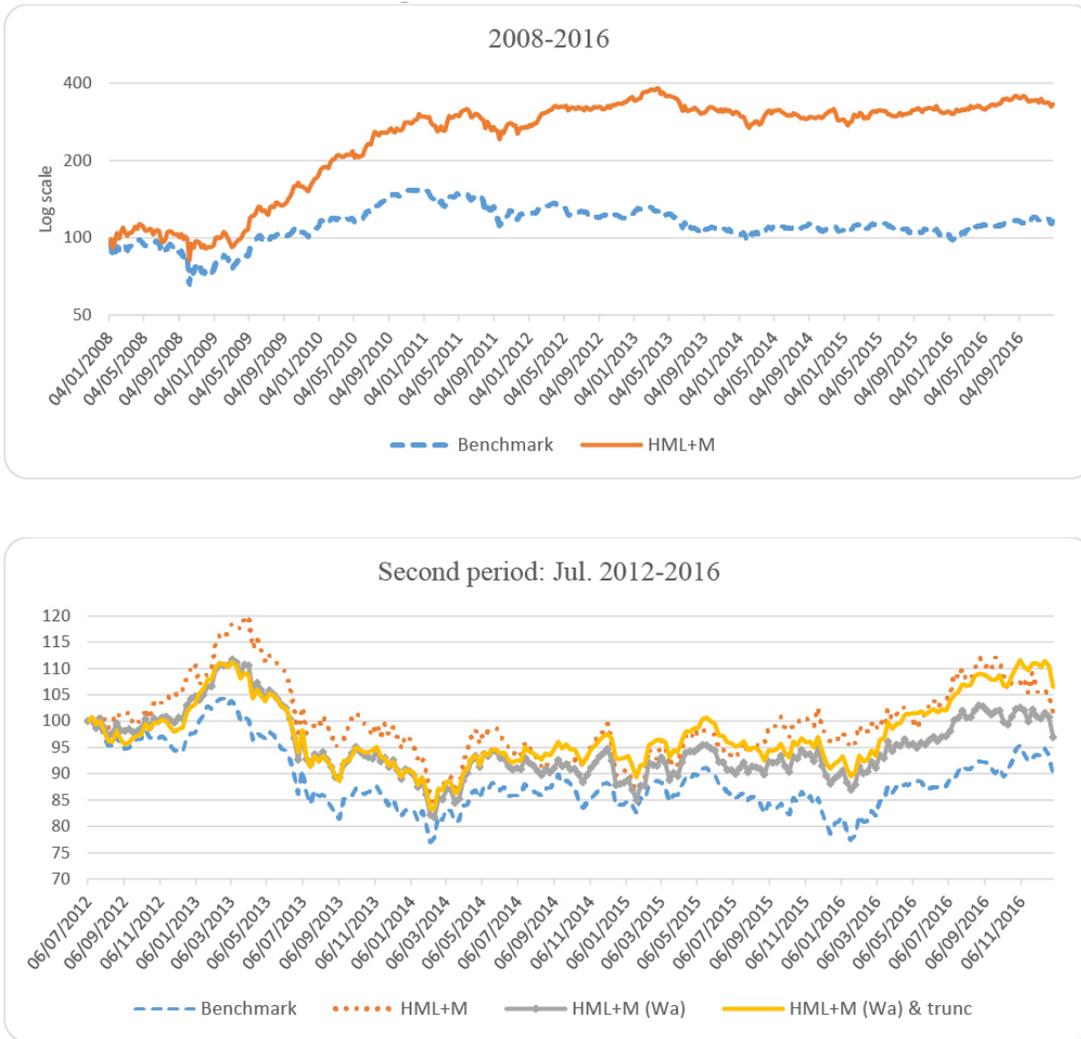
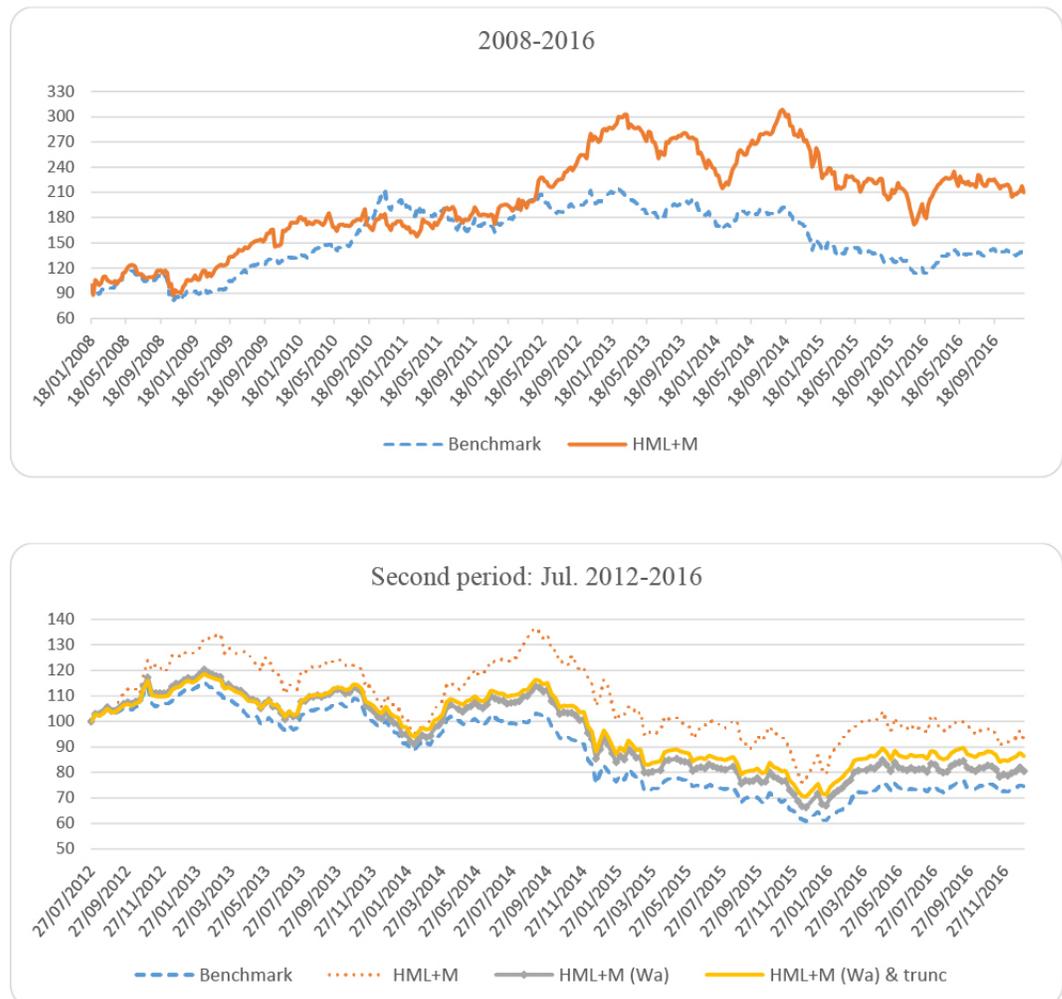


Figure 5.
Value effect in Chile

The figure presents during 2008-2016 the value Style portfolios and its benchmark in Chile during the complete period 2008-2016. Additionally, the graphic presents the different combinations of value portfolio during the out-of-sample period Jul. 2012-2016: HML+M, HML+M (Wa) 'optimized portfolio' where we take the information about the first period 2008- Jun. 2012 and we apply it in Treynor-Black model to optimize; and HML+M (Wa) & trunc that it is an optimized portfolio and it is assured that the weights are strictly positive.

Figure 6.
Value effect in
Colombia



The figure presents during 2008-2016 the value Style portfolios and its benchmark in Colombia during the complete period 2008-2016. Additionally, the graphic presents the different combinations of value portfolio during the out-of-sample period Jul. 2012-2016: HML+M, HML+M (Wa) 'optimized portfolio' where we take the information about the first period 2008- Jun. 2012 and we apply it in Treynor-Black model to optimize; and HML+M (Wa) & trunc that it is an optimized portfolio and it is assured that the weights are strictly positive.

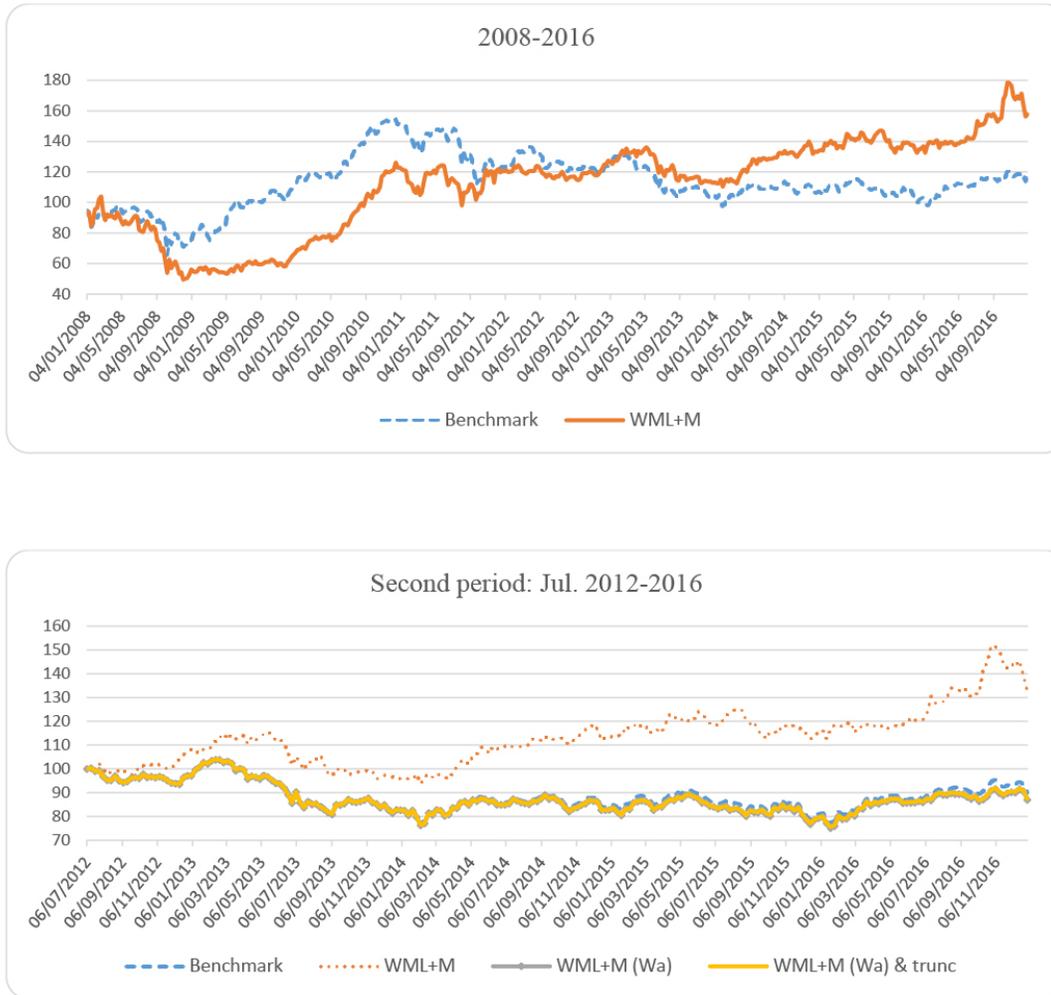


Figure 7.
Momentum effect
in Chile

The figure presents during 2008-2016 the momentum Style portfolios and its benchmark in Chile during the complete period 2008-2016. Additionally, the graphic presents the different combinations of momentum portfolio during the out of sample period Jul. 2012-2016: WML+M, WML+M (Wa) 'optimized portfolio' where we take the information about the first period 2008- Jun. 2012 and we apply it in Treynor-Black model to optimize; and WML+M (Wa) & trunc that it is an optimized portfolio and it is assured that the weights are strictly positive.

Figure 8.
Momentum effect
in Colombia



The figure presents during 2008-2016 the momentum Style portfolios and its benchmark in Colombia during the complete period 2008-2016. Additionally, the graphic presents the different combinations of momentum portfolio during the out-of-sample period Jul. 2012-2016: WML+M, WML+M (Wa) 'optimized portfolio' where we take the information about the first period 2008- Jun. 2012 and we apply it in Treynor-Black model to optimize; and WML+M (Wa) & trunc that it is an optimized portfolio and it is assured that the weights are strictly positive.

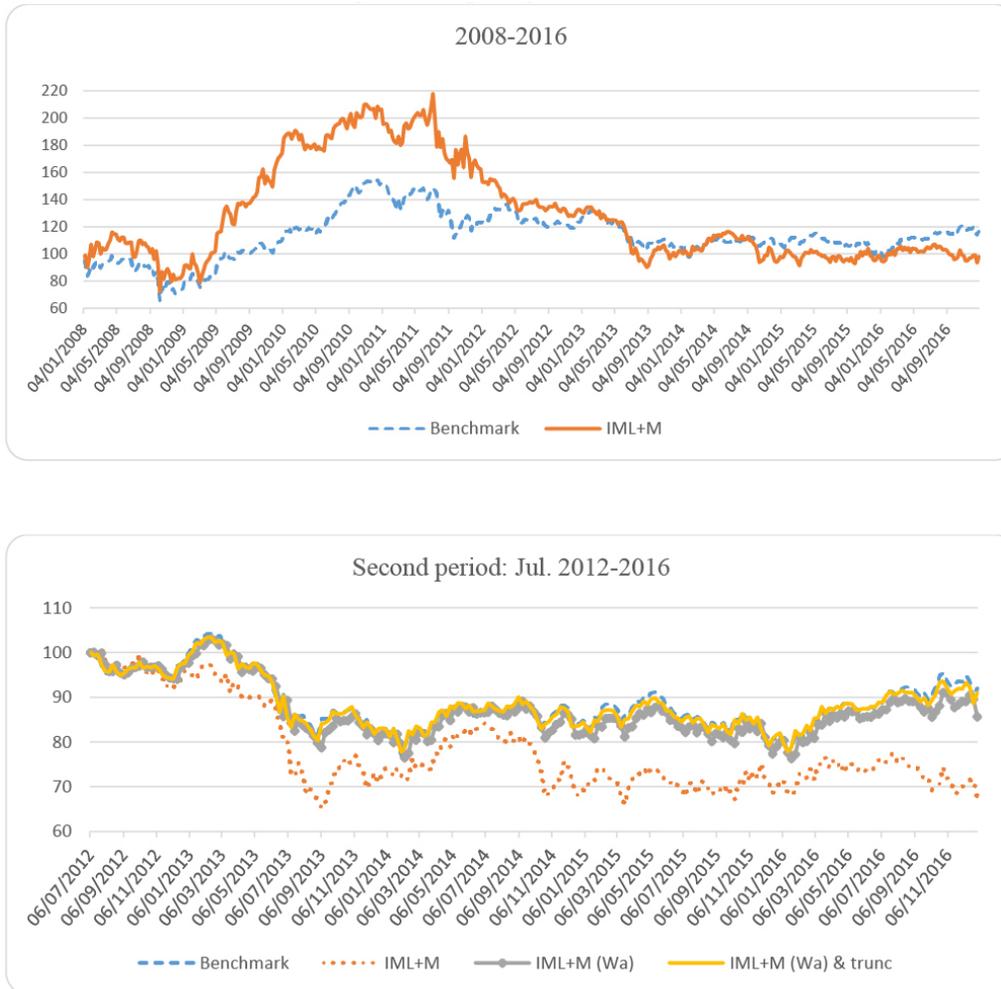
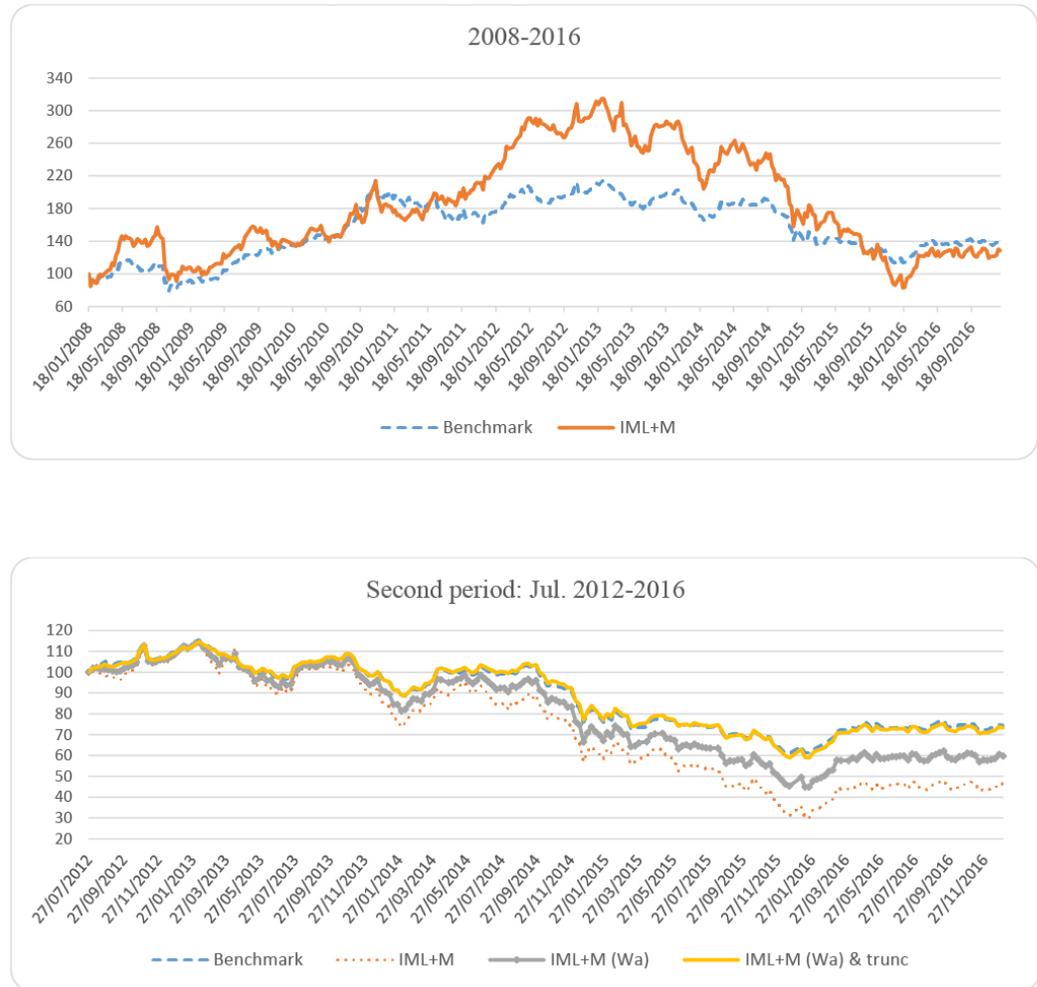


Figure 9.
Liquidity effect
in Chile

The figure presents during 2008-2016 the liquidity Style portfolios and its benchmark in Chile during the complete period 2008-2016. Additionally, the graphic presents the different combinations of liquidity portfolio during the out-of-sample period Jul. 2012-2016: IML+M, IML+M (Wa) 'optimized portfolio' where we take the information about the first period 2008- Jun. 2012 and we apply it in Treynor-Black model to optimize; and IML+M (Wa) & trunc that it is an optimized portfolio and it is assured that the weights are strictly positive.

Figure 10.
Liquidity effect
in Colombia



The figure presents during 2008-2016 the liquidity Style portfolios and its benchmark in Colombia during the complete period 2008-2016. Additionally, the graphic presents the different combinations of liquidity portfolio during the out-of-sample period Jul. 2012-2016: IML+M, IML+M (Wa) 'optimized portfolio' where we take the information about the first period 2008- Jun. 2012 and we apply it in Treynor-Black model to optimize; and IML+M (Wa) & trunc that it is an optimized portfolio and it is assured that the weights are strictly positive.

Table 1.
Descriptive Data
for the benchmark,
official stock index
and risk-free rate in
yearly terms.

Panel A: Chile						
Time	Benchmark		Stock Index (IPSA)		Risk free rate	
	Avg. Return	Std. Dev.	Avg. Return	Std. Dev.	Avg. Return	Std. Dev.
2008-2016	3.4%	18.4%	2.0%	16.9%	5.2%	0.1%
2008-Jun. 2012	7.9%	22.9%	7.2%	20.4%	5.6%	0.1%
Jul. 2012-2016	-1.1%	12.4%	-3.3%	12.4%	4.8%	0.1%
2009-Jun. 2012	7.0%	15.1%	5.4%	14.3%	4.9%	0.1%

Panel B: Colombia						
Time	Benchmark		Stock Index (COLCAP)		Risk free rate	
	Avg. Return	Std. Dev.	Avg. Return	Std. Dev.	Avg. Return	Std. Dev.
2008-2016	7.3%	18.9%	6.4%	18.3%	7.9%	0.2%
2008-Jun. 2012	20.0%	21.5%	16.4%	20.9%	8.8%	0.2%
Jul. 2012-2016	-5.3%	15.6%	-3.6%	15.2%	7.0%	0.1%
2009-Jun. 2012	7.1%	16.7%	7.3%	16.0%	7.5%	0.1%

The table contains the main statistical information in yearly terms about the official stock index and benchmark. The reference portfolio was constructed from the procedure explained in the Methodology section.

Table 2.
Size effect SMB.
Style portfolios.

CHILE											Benchmark	
Portfolios	Time	Weeks	Beta	S.E	Alpha	S.E	R ²	Avg. return	St. dv.	Avg. return	St. dv.	
SMB+M	2008-Jun. 2012	235	0.81	3.7%	1.96%	6.1%	67.0%	3.8%	22.7%	2.3%	23.0%	
SMB+M	2009-Jun. 2012	183	0.83	4.9%	7.41%	6.3%	61.3%	17.7%	19.0%	12.4%	17.9%	
SMB+M	Jul. 2012-2016	235	0.77	5.7%	2.63%	5.1%	44.0%	-1.9%	14.4%	-5.9%	12.4%	
SMB+M (Wa=21.7%)	Jul. 2012-2016	235	0.95	1.3%	0.69%	1.1%	96.1%	-4.9%	12.0%	-5.9%	12.4%	
SMB+M (Wa & trunc)	Jul. 2012-2016	235	0.95	1.3%	0.69%	1.1%	96.1%	-4.9%	12.0%	-5.9%	12.4%	
COLOMBIA											Benchmark	
Portfolios	Time	Weeks	Beta	S.E	Alpha	S.E	R ²	Avg. return	St. dv.	Avg. return	St. dv.	
SMB+M	2008-Jun. 2012	224	0.80	4.6%	-3.63%	7.3%	58.3%	3.0%	23.5%	8.2%	22.3%	
SMB+M	2009-Jun. 2012	175	0.62	5.3%	-0.52%	6.8%	43.7%	8.7%	16.5%	14.9%	17.7%	
SMB+M	Jul. 2012-2016	224	0.64	3.1%	0.65%	3.5%	66.3%	-7.2%	12.3%	-12.3%	15.6%	
SMB+M (Wa=-29.2%)	Jul. 2012-2016	224	1.11	1.1%	0.23%	1.2%	97.9%	-13.4%	17.5%	-12.3%	15.6%	
SMB+M (Wa & trunc)	Jul. 2012-2016	224	0.98	1.2%	2.39%*	1.4%	96.6%	-9.6%	15.6%	-12.3%	15.6%	

The table contains the Style portfolios during the in-sample and out-of-sample periods. Each row has the main statistics: Beta, standard error of Beta, Alpha, standard error of Alpha, the coefficient of determination between the style portfolio and synthetic index, average return and standard deviation of the style portfolio and for the benchmark. The significance of alpha will be represented with * and ** in <10% and <5%, respectively in the alpha.

Table 3.
Value effect HML.
Style portfolios.

CHILE											Benchmark	
Portfolios	Time	Weeks	Beta	S.E	Alpha	S.E	R ²	Avg. return	St. dv.	Avg. return	St. dv.	
HML+M	2008-Jun. 2012	235	0.97	3.6%	21.13%**	6.0%	75.3%	23.4%	25.6%	2.3%	23.0%	
HML+M	2009-Jun. 2012	183	0.99	5.1%	20.32%**	6.6%	67.1%	32.6%	21.6%	12.4%	17.9%	
HML+M	Jul. 2012-2016	235	0.81	5.6%	1.89%	5.0%	47.2%	-2.9%	14.6%	-5.9%	12.4%	
HML+M (Wa=50 %)	Jul. 2012-2016	235	0.9	2.8%	1.12%	2.5%	81.2%	-4.2%	12.4%	-5.9%	12.4%	
HML+M (Wa y trunc)	Jul. 2012-2016	235	0.89	1.7%	2.96%*	1.5%	92.1%	-2.3%	11.5%	-5.9%	12.4%	
COLOMBIA											Benchmark	
Portfolios	Time	Weeks	Beta	S.E	Alpha	S.E	R ²	Avg. return	St. dv.	Avg. return	St. dv.	
HML+M	2008-Jun. 2012	224	0.87	5.7%	6.70%	9.2%	51.1%	13.8%	27.2%	8.2%	22.3%	
HML+M	2009-Jun. 2012	175	0.75	7.6%	5.91%	9.7%	36.1%	17.1%	22.0%	14.9%	17.7%	
HML+M	Jul. 2012-2016	224	1.01	5.8%	7.10%	6.6%	57.3%	-5.3%	20.8%	-12.3%	15.6%	
HML+M (Wa=31.12%)	Jul. 2012-2016	224	1.00	1.9%	2.24%	2.1%	92.6%	-10.0%	16.2%	-12.3%	15.6%	
HML+M (Wa y trunc)	Jul. 2012-2016	224	0.95	1.6%	3.06%*	1.8%	94.3%	-8.6%	15.3%	-12.3%	15.6%	

The table contains the Style portfolios during the in-sample and out-of-sample periods. Each row has the main statistics: Beta, standard error of Beta, Alpha, standard error of Alpha, the coefficient of determination between the style portfolio and synthetic index, average return and standard deviation of the style portfolio and for the benchmark. The significance of alpha will be represented with * and ** in <10% and <5%, respectively in the alpha. The active weight in the Chilean factor portfolio was 235%, but we decided to establish it in 50%. This is the right proportion to observe the results obtained by Treynor-Black model and the market proportion.

Table 4.
Momentum
Effect WML. Style
portfolios.

CHILE											Benchmark	
Portfolios	Time	Weeks	Beta	S.E	Alpha	S.E	R ²	Avg. return	St. dv.	Avg. return	St. dv.	
WML+M	2008-Jun. 2012	235	0.95	4.6%	-0.52%	7.5%	65.4%	1.7%	27.1%	2.3%	23.0%	
WML+M	2009-Jun. 2012	183	0.83	5.9%	9.40%	7.6%	52.7%	19.7%	20.5%	12.4%	17.9%	
WML+M	Jul. 2012-2016	235	0.63	5.9%	6.32%	5.3%	32.7%	2.6%	13.6%	-5.9%	12.4%	
WML+M (Wa=-10%)	Jul. 2012-2016	235	1.04	0.7%	-0.34%	0.7%	98.9%	-6.5%	13.0%	-5.9%	12.4%	
WML+M (Wa & trunc)	Jul. 2012-2016	235	1.03	0.7%	-0.37%	0.6%	99.0%	-6.4%	12.8%	-5.9%	12.4%	

COLOMBIA											Benchmark	
Portfolios	Time	Weeks	Beta	S.E	Alpha	S.E	R ²	Avg. return	St. dv.	Avg. return	St. dv.	
WML+M	2008-Jun. 2012	224	1.00	5.2%	-1.25%	8.3%	62.7%	6.9%	28.1%	8.2%	22.3%	
WML+M	2009-Jun. 2012	175	0.85	6.2%	11.46%	7.9%	51.9%	24.1%	20.8%	14.9%	17.7%	
WML+M	Jul. 2012-2016	224	0.81	6.0%	3.25%	6.8%	45.4%	-6.7%	18.9%	-12.3%	15.6%	
WML+M (Wa=-10%)	Jul. 2012-2016	224	1.02	0.8%	-0.13%	0.9%	98.7%	-12.6%	16.0%	-12.3%	15.6%	
WML+M (Wa & trunc)	Jul. 2012-2016	224	1.00	0.7%	0.06%	0.8%	98.8%	-12.3%	15.8%	-12.3%	15.6%	

The table contains the Style portfolios during the in-sample and out-of-sample periods. Each row has the main statistics: Beta, standard error of Beta, Alpha, standard error of Alpha, the coefficient of determination between the style portfolio and synthetic index, average return and standard deviation of the style portfolio and for the benchmark. The significance of alpha will be represented with * and ** in <10% and <5%, respectively in the alpha. The active weights in factor portfolios of both countries were very small: -3% and -7% respectively, so we decided to establish them in -10%. This is a proportion that allows observing the results obtained by Treynor-Black model and the market proportion.

Table 5.
Liquidity effect IML.
Style portfolios.

CHILE											
Combination	Time	Weeks	Beta	S.E	Alpha	S.E	R ²	Avg. return	St. dv.	Benchmark	
										Avg. return	St. dv.
IML+M	2008-Jun. 2012	235	1.11	6.0%	4.50%	10.0%	59.2%	7.1%	33.0%	2.3%	23.0%
IML+M	2009-Jun. 2012	183	0.99	9.2%	1.50%	11.9%	38.9%	13.7%	28.3%	12.4%	17.9%
IML+M	Jul. 2012-2016	235	1.04	6.8%	-4.66%	6.1%	50.2%	-10.8%	18.2%	-5.9%	12.4%
IML+M (Wa=19%)	Jul. 2012-2016	235	1.01	1.4%	-0.82%	1.2%	95.7%	-6.8%	12.8%	-5.9%	12.4%
IML+M (Wa & trunc)	Jul. 2012-2016	235	0.97	0.9%	-0.47%	0.8%	98.1%	-6.2%	12.1%	-5.9%	12.4%

COLOMBIA											
Combination	Time	Weeks	Beta	S.E	Alpha	S.E	R ²	Avg. return	St. dv.	Benchmark	
										Avg. return	St. dv.
IML+M	2008-Jun. 2012	224	1.19	5.0%	10.17%	8.0%	72.0%	19.9%	31.3%	8.2%	22.3%
IML+M	2009-Jun. 2012	175	1.06	6.7%	7.87%	8.6%	59.3%	23.7%	24.4%	14.9%	17.7%
IML+M	Jul. 2012-2016	224	1.69	6.5%	1.37%	7.4%	75.3%	-19.4%	30.5%	-12.3%	15.6%
IML+M (Wa=50%)	Jul. 2012-2016	224	1.30	2.9%	-0.04%	3.3%	90.0%	-16.0%	21.5%	-12.3%	15.6%
IML+M (Wa & trunc)	Jul. 2012-2016	224	1.02	1.1%	0.06%	1.3%	97.2%	-12.4%	16.1%	-12.3%	15.6%

The table contains the Style portfolios during the in-sample and out-of-sample periods. Each row has the main statistics: Beta, standard error of Beta, Alpha, standard error of Alpha, the coefficient of determination between the style portfolio and synthetic index, average return and standard deviation of the style portfolio and for the benchmark. The significance of alpha will be represented with * and ** in <10% and <5%, respectively in the alpha. The active weight in Colombia factor portfolios was 74%, so we decided to establish it in 50%. This is a proportion that allows observing the results obtained by Treynor-Black model and the market proportion.

MEMORIAS

APPENDIX

Appendix A: Synthetic indexes that replicates the main indexes

The synthetic index that makes as a benchmark is calculated from the number of stocks of each asset and the stock prices each week of the main index, based on the data in Bloomberg. In weeks between rebalancing dates. For example, the synthetic index is estimated as follows for the first period before rebalancing:

$$I_t = I_{t-1} \times \frac{\sum NS_j^1 \times P_{j_t}}{\sum NS_j^1 \times P_{j_{t-1}}}, \quad \text{with } I_0 = 100 \quad (1)$$

Where NS_j^1 is number of stocks and P_j are the closing prices for the stock j in the first rebalancing period.

In the rebalancing dates, we have to guarantee an unaltered portfolio value, so we reestimate the number of stocks for each asset, doing a weighting between the portfolio value before and after rebalancing and taking constant stock prices.

Supposing the first rebalancing takes place at the k th week, the new number of stocks will be recalculated as follows:

$$NS_j^2 = NS_unadj_j^2 \times \frac{\sum NS_unadj_j^2 \times P_{j_k}}{\sum NS_j^1 \times P_{j_k}} \quad (2)$$

Where $NS_unadj_j^2$ defines the number of stocks in the benchmark index before the adjustment.

Appendix B: Active Trading Models

First, the Black-Litterman model enables investors to combine, in a bayesian framework, their views regarding the performance of various assets with a diversified portfolio that assumes market equilibrium. This produces intuitive and well-diversified portfolios (Black & Litterman, 1992).

Second, BARRA's model is based on Barr Rosenberg's pioneering work, which explains the equities return with factors mostly related to the financial characteristics of the firm. As all factor models, this one is based on the assumption that securities with similar exposures to specific factors show a similar investment performance. Some of the factors that are usually included are revenues, beta, equity performance, the book to value, market value and profit (Rosenberg & Rudd, 1982).

Third, the Treynor-Black model incorporates security analysis and combines them with a well-diversified passive portfolio in an optimal manner. Thus, it can be used by an active portfolio manager analyzing a limited number of stocks in a given market, while assuming that most stocks that are reasonably well valued. In order to have an appropriate diversification, the model combines the active position with a passive portfolio, in proportions that maximize the Sharpe Ratio of the combination. (Treynor & Black, 1973).

In this study, we analyze style portfolios based on the four classical effects: size, value, momentum, and liquidity, using the Treynor-Black model to add value in a stock portfolio focused in Chile and Colombia. This is a simple and straightforward model to incorporate active portfolios based on effects, that provide optimal weights while maintaining proper diversification. In contrast, Black-Litterman has a less straight-forward process of portfolio composing, requires additional assumptions in the certainty of the returns, and do not allow for a simple decomposing of the style portfolio between the Market and the factor portfolio, as Treynor-Black does. In turn, BARRA's model, by its nature, is data and labor intensive, so it is relatively costly to produce and more prone to data-snooping problems. Moreover, BARRA's model usually requires a large number of factors, which might lead to multicollinearity problems (Sheikh, 1996).

VALORACIÓN DE OPCIONES PUT BARRERA: CASO DE ESTACIÓN ALMIRANTE EN LA GUAJIRA

Miguel Angel Perez Uribe

RESUMEN

Los derivados son los instrumentos financieros más utilizados en la cobertura de riesgos en los mercados, puntualmente las opciones barrera son uno de los derivados más comercializados; se las distingue de las opciones tradicionales por ser “más baratas” dado que contemplan escenarios con pagos cero. En este trabajo se realiza la valoración de opciones barrera *put* eólicas a partir de la modelación y simulación del índice NORDIX como subyacente, el cual mide la velocidad del viento para la estación Almirante en el departamento de la Guajira en Colombia. Con este tipo de instrumentos hay una significativa reducción en los costos de los productores eólicos y se incentiva las inversiones en este tipo de generación eléctrica.

Palabras Clave: Opciones Barrera, Índice NORDIX, Tick Value, Tick Side.

ABSTRACT

Derivatives are the most commonly used financial instruments in hedging risk in markets, punctually the barrier options are one of the most traded derivatives. They differ from traditional options for being cheaper since contemplate scenarios with zero payments. In this paper the valuation of put options wind barrier is made from moderation and simulation of the NORDIX index as an underlying, which measures wind speed for the Almirante station in the department of La Guajira in Colombia. With this type of instrument there is a significant reduction in the cost of wind producers and it encourages investments in this type of power generation.

Key words: Barrier options, NORDIX index, tick value, tick side.

1 INTRODUCCIÓN

En la administración de riesgos los mercados más nuevos y dinámicos son los relacionados con el clima, e incluyen a participantes de diferentes sectores tales como energía, seguros, banca y agricultura (Geysler, 2004). En particular, el sector eléctrico es uno de los más avanzados en el desarrollo de mercados de clima, dada la exposición al riesgo climático desde la desregulación del sector. Es así como desde 1996 en contextos como el de Estados Unidos, Europa, Australia y Asia, se han desarrollado mercados con instrumentos financieros basados en variables relacionadas con el clima tales como: temperatura, velocidad del viento, precipitación, entre otras (Alexandridis y Zapranis, 2013).

Los derivados son los instrumentos financieros más utilizados en la cobertura de riesgos en los mercados, estos instrumentos están diseñados a partir de un subyacente, cuyo precio dependerá del precio de un activo determinado. En términos generales, un derivado es un acuerdo de compra o venta de un activo determinado, en una fecha futura específica y a un precio definido. Los activos subyacentes, sobre los que se crea el derivado, pueden ser acciones, títulos de renta fija, divisas, tasas de interés, índices bursátiles, materias primas y energía.

En particular, los derivados climáticos son instrumentos financieros que pueden ser usados como estrategias de administración para mitigar el riesgo asociado a situaciones climáticas adversas o inesperadas, donde las ganancias o pagos no dependen del camino que tomen los precios de un activo tangible o almacenable sino del comportamiento de un derivado climático a través de una medida subyacente o un índice, como la lluvia, la temperatura, la velocidad del viento, la humedad o las nevadas. La diferencia con los derivados tradicionales es que el activo subyacente no tiene un valor intrínseco, no puede ser almacenado o tranzado pero necesariamente debe ser cuantificable para ser gestionado como derivado climático (Alexandridis y Zapranis, 2013).

Generalmente los derivados climáticos están diseñados para cubrir eventos meteorológicos no catastróficos que causan fluctuaciones en los ingresos de muchas compañías, no necesariamente relacionadas con fenómenos de este tipo, que pueden generar pérdidas significativas o someter a las firmas a procesos de volatilidad inesperados producto de periodos con climas extremos o prolongados que afecten los costos de los insumos, la producción, las ventas o la prestación de servicios.

En el caso de la generación eléctrica colombiana, los periodos demasiado secos o húmedos tienen impactos significativos sobre la producción de electricidad, dado que esta depende en muy alta medida de la producción hidráulica. *El niño* que se caracteriza por periodos de bajas tasas de precipitación y altas temperaturas suele generar reducciones alarmantes en los niveles de los embalses, poniendo en riesgo la estabilidad del suministro eléctrico; por lo que la promoción y diversificación de las fuentes de producción eléctrica debe ser una prioridad para las autoridades energéticas en busca de dar continuidad a la estructura de costos que afecta tanto a los hogares como a la industria (Contreras y Rodríguez, 2016).

En busca de promover el uso de energías renovables, es necesario vincular al mercado eléctrico colombiano instrumentos de protección financiera para garantizar la cobertura climática y facilitar la inversión en instrumentos de este tipo que orienten flujos de capital a proyectos con fuentes renovable, como es el caso de la energía eólica, transfiriendo los riesgos asociados a un mayor número de participantes y dando viabilidad a las iniciativas.

Dadas las actuales deficiencias en la producción de energía eléctrica en Colombia, los riesgos asociados a la volatilidad de los precios de la misma y la poca o nula inversión en energías renovables, con este trabajo se busca plantear y desarrollar una propuesta de valoración de un derivado climático exótico eólico, denominada *opciones barrera*, para promover e impulsar estas fuentes limpias de energía y contribuir a reducir la dependencia del país frente a las actuales formas de generación de electricidad y reducir la huella de carbono que se despliega cuando se presentan los periodos de clima seco que reducen los niveles de los embalses en el país, los cuales corresponden a la fuente principal de generación.

Las opciones de barrera son uno de los derivados más comercializados en los mercados financieros, tienen unas características especiales que las distinguen de las opciones tradicionales como ser “más baratas” dado que contemplan pagos cero; los pagos dependen de la barrera especificada antes de la expiración. Esto se debe a que el precio del activo tiene que cruzar una cierta barrera para que el tenedor de la opción pueda recibir el pago; otra razón es que las opciones barrera coinciden de manera más eficiente con las necesidades de cobertura de riesgos frente a las opciones estándar, lo que las hace especialmente atractivas para los operadores de cobertura en el mercado financiero (Wang y Wang, 2011).

La estructuración y fijación de precios de este tipo de derivados es ampliamente significativa para abaratar y facilitar la promoción y establecimiento de mecanismos que incentiven el desarrollo de fuentes de energía renovables, como la eólica. Adicionalmente, considera el riesgo que afecta las ganancias e ingresos de los productores de energía; de manera análoga, la fijación de precios de opciones barrera eólicas tiene un doble propósito, primero, que los productores o generadores de energía puedan recuperar sus inversiones y, segundo, que puedan cubrir sus flujos de efectivo frente a los riesgos asociados con la variabilidad de la velocidad del viento.

Este trabajo se enfoca en proponer un desarrollo teórico sobre la valoración de opciones barrera basadas en el índice NORDIX relacionado con la velocidad del viento. Se plantea una metodología en la cual se utilizan técnicas de modelación ARIMA y simulación de Montecarlo, de manera similar al trabajo de Contreras y Rodríguez (2015), pero innovando en el planteamiento teórico de valoración de la opción.

“
La estructuración y fijación de precios de este tipo de derivados es ampliamente significativa para abaratar y facilitar la promoción y establecimiento de mecanismos que incentiven el desarrollo de fuentes de energía renovables, como la eólica.
”

2 REVISIÓN LITERARIA

Se presentará el estado del arte en cuanto a derivados financieros y de clima, y los diferentes métodos de valoración que han sido utilizados en cada caso.

2.1. Derivados financieros tradicionales

Los derivados son contratos financieros de cobertura cuyo valor se deriva del precio de un activo subyacente, donde éste puede ser una acción, un bono, una divisa o un índice bursátil. Los activos subyacentes son usados como cobertura ante el riesgo por individuos y compañías para cubrirse ante fenómenos de volatilidad elevada, ya que permiten acceder al activo cubierto a un precio determinado con anticipación, eliminando la incertidumbre vinculada a los movimientos de los precios en los mercados.

Existen muchos tipos de derivados como los forwards, futuros, swaps y opciones, siendo estas últimas las más utilizadas por su flexibilidad, dado que al establecer el contrato se da al comprador el derecho, pero no la obligación, a comprar o vender bienes o valores a un precio predeterminado, hasta una fecha concreta.

Existen dos tipos de opciones: *call* y *put*. Una opción *call*, es un contrato que da al tenedor, el derecho, pero no la obligación, de comprar un activo a un precio determinado en la fecha o antes de la fecha fijada como límite. Por otro lado, una opción *put* es un contrato que da al tenedor el derecho, pero no la obligación, de vender un activo a un precio establecido en la fecha o antes de la fecha determinada. Los precios establecidos, tanto en las opciones *put* como *call* se les denomina *Strike Price*, la fecha del contrato se llama *Maturity* o *Expiry Date* y el precio pagado por las opciones es *The Premium* (Wang y Wang, 2011).

Adicionalmente, las opciones se pueden definir como europeas o americanas, donde las europeas solo pueden ser ejercidas hasta la fecha de vencimiento de la opción o *Maturity*, de lo contrario la opción expira. Mientras que las opciones americanas son más flexibles dado que permiten ser ejercidas en cualquier momento hasta la fecha de vencimiento.

Existen unas opciones que son más baratas que las tradicionales, estas son las opciones barrera. El pago de este derivado depende del comportamiento del subyacente durante la permanencia del contrato, donde existe la posibilidad de generarse situaciones de pago cero; mientras que en las opciones tradicionales la recompensa depende no sólo de la activo subyacente al vencimiento, sino también en toda su trayectoria. En este sentido las opciones barrera son una alternativa muy atractiva dado que ofrecen pagos menores que las tradicionales, adaptándose de mejor medida a las necesidades de los generadores.

La relación entre el nivel barrera, S_b , y el precio o nivel del subyacente, S_0 , indican si la opción está al alza (up) o a la baja (down), esto significa que si $S_b > S_0$ es porque estamos en presencia de una opción up; por el contrario, si $S_b < S_0$ tenemos una opción down. A partir de la anterior clasificación, se pueden señalar los siguientes tipos:

- *Up-and-Out*: el subyacente fluctúa bajo la barrera y si la alcanza la opción deja de existir (*knock-out*)
- *Down-and-Out*: el subyacente fluctúa sobre la barrera y si la cruza la opción deja de existir (*knock-out*)
- *Up-and-In*: el subyacente fluctúa bajo la barrera y si la alcanza la opción cobra valor (*knock-in*)
- *Down-and-In*: el subyacente fluctúa sobre la barrera y si la cruza la opción cobra valor (*knock-in*)

Teniendo en cuenta las 4 anteriores combinaciones de características que definen los pagos, se debe señalar que estas se pueden combinar con las estrategias propias de los derivados financieros como son los escenarios de compra (*call*) y venta (*put*), obteniendo un conjunto amplio que abarca todos escenarios posibles de opciones barrera.

A partir de lo anterior, se considera una *put* europea *Up-and-In* que cobra valor (*knock-in*) en un nivel barrera establecido, S_b , un precio de ejercicio, K y donde el comprador paga una prima y recibe un pago si el precio de ejercicio excede el valor del activo subyacente o índice, S_0 :

$$T = \text{Max} \left((K - S_0), 0 \right) \quad (1)$$

$$\text{Valor del tick} = \begin{cases} S_0 > S_b & ; T \\ S_0 \leq S_b & ; 0 \end{cases} \quad (2)$$

2.2. Derivados climáticos

Los derivados climáticos son instrumentos financieros que pueden ser usados como estrategias de administración para mitigar el riesgo asociado a situaciones climáticas adversas o inesperadas, donde las ganancias o pagos no dependen del camino que tomen los precios de un activo tangible o almacenable sino del comportamiento de un derivado climático a través de una medida subyacente o un índice, como la lluvia, la temperatura, la velocidad del viento, la humedad o las nevadas.

La diferencia que existe entre los derivados climáticos y los derivados tradicionales es que en los primeros el activo subyacente no tiene un valor intrínseco, no puede ser almacenado o tranzado, pero necesariamente debe ser cuantificable para ser gestionado como derivado climático (Alexandridis y Zapranis, 2013).

Generalmente los derivados climáticos están diseñados para cubrir eventos meteorológicos no catastróficos que causan fluctuaciones en los ingresos de muchas compañías, no necesariamente relacionadas con fenómenos de este tipo, que pueden generar pérdidas significativas o someter a las firmas a procesos de volatilidad inesperados producto de periodos con climas extremos o prolongados que afecten los costos de los insumos, la producción, las ventas o la prestación de servicios.

2.3. Métodos de valoración de instrumentos financieros tradicionales

Los métodos más conocidos para valorar el precio de una opción son: el modelo de Black-Scholes y las simulaciones Monte Carlo.

En el modelo de Black-Scholes los autores presentan una expresión diferencial que proporciona el valor teórico de las opciones europeas a partir de suponer que los precios de mercado siguen una distribución lognormal, existe cobertura continua, tasas de interés constantes y no arbitraje. Merton (1973) fue el primero en derivar una solución matemática para una opción *call* europea *down-and-out*, donde el subyacente fluctúa sobre una barrera y al cruzarla la opción deja de existir.

Por su parte Boyle en 1977 desarrolló una simulación por el método Monte Carlo, donde el proceso de generación de los retornos del activo subyacente incluyó el supuesto de riesgo neutral a la hora de derivar el valor de la opción; dentro de este trabajo se introdujo y verificaron técnicas para mejorar la eficiencia, confiabilidad y precisión de la estimación a partir del uso de variables *antithetic* y variables de control significativas, aproximando su valoración a opciones *call* europeas.

En esta misma dirección, Moon (2008) utiliza un modelo de Monte Carlo para calcular el precio de opciones barrera en la bolsa utilizando una salida probabilística uniforme y al azar para estimar de manera eficientemente la primera vez que se golpea el precio barrera, teniendo en cuenta que los precios del subyacente son descritos como un movimiento *browniano*. A partir de los resultados generados Moon identificó que este enfoque es robusto, pero de convergencia lenta dada la existencia de problemas a la hora de generar la reducción del error del primer golpe a la barrera.

Para corregir este inconveniente sugiere valorar la opción a partir de una distribución uniforme aleatoria y una salida de probabilidad condicional donde se valide la continuidad del precio del activo subyacente a partir de un método logarítmico del modelo Monte Carlo; con este método se calcula eficientemente el primer golpe del precio a la barrera, generando una convergencia mucho más rápida que con el modelo estándar.

2.4. Métodos de valoración de derivados del clima

En la valoración de derivados climáticos el modelo de Black Scholes pierde relevancia dado que sus supuestos no son realistas, porque los índices climáticos no se adaptan matemática ni financieramente al comportamiento, los periodos de los contratos son estacionales y las variables subyacentes no son transables (Botos y Cimas, 2012).

Además, Meissner y Burke (2009) sostienen que el mercado internacional del clima está incompletamente desarrollado, sus coberturas son limitadas, y los principales índices no siguen distribuciones normales, factor que es fundamental para la efectividad del modelo.

Los métodos que se han utilizado en la literatura para valorar opciones tradicionales, bajo diferentes contextos, han sido: Black-Scholes con parámetros dependientes del tiempo y Simulaciones de Monte Carlo.

Por ejemplo, en el contexto colombiano se destaca el trabajo de Rodríguez y Contreras (2014) quienes utilizan un método basado en la simulación empírica

Martingala para valorar opciones *put* de energía eólica, modelando los precios semanales de electricidad a través de un GARCH (Modelos Generalizados Autoregresivo Condicionalmente Heterocedásticos). El aporte del trabajo de centró en valorar opciones *put*, en las cuales podrían estar interesados productores de energía eólica, como un instrumento de cobertura de la incertidumbre generada por la velocidad del viento.

Adicional, en el caso de valoración de las opciones barrera se encuentra evidencia de la aplicación de los dos métodos de valoración tradicionales.

En el caso de la aplicación del modelo de Black Scholes, Lo, Lee y Hui (2003) plantean la valoración, pero con parámetros dependientes del tiempo. El precio de la opción depende de si el precio del activo subyacente cruza un límite para ejercer el derecho a utilizar la opción, generando una mayor flexibilidad y menores costos. Este modelo asume que los parámetros como la volatilidad y la tasa de interés son dependientes del tiempo y pueden ser expresadas como funciones escalonadas para reflejar las expectativas y dinámicas de los factores del mercado. Este modelo se aplicó para el mercado bonos en Hong Kong.

Además, para el mercado de bonos, estos autores plantean que la barreras superior e inferior de la opción sean definidas a partir de un esquema de aproximación de múltiples etapas con pequeñas vacilaciones de amplitud para ajustar sistemáticamente los límites y entregar una aproximación muy cercana de los precios de las opciones.

En cuanto a la valoración utilizando simulación de Monte Carlo, Wang y Wang (2011), simulan los valores de las opciones barrera evaluando 4 técnicas de reducción de varianza, las cuales buscan incrementar la exactitud de los estimadores del precio de la opción. Los resultados señalaron, a partir de la evaluación de una opción *put* como variable de control, que se reducen significativamente los errores estándar y adicionalmente estos coinciden con la tendencia esperada, donde al incrementar la diferencia entre el nivel barrera y el precio *spot* inicial hay un efecto positivo en el valor de la opción. Estos autores concluyen que la probabilidad de tocar la barrera se aproxima a cero cuando la diferencia absoluta entre el precio spot y la barrera aumenta, haciendo que el valor de la opción converja a una opción *put* ordinaria.

Adicionalmente, los métodos de valoración anteriormente mencionados se han aplicado pero utilizando como activo subyacente índices de las diferentes variables climáticas. Por ejemplo, entre los índices que se destacan en el uso de la valoración de derivados climáticos están: como índice de temperatura el CAT (Temperatura Acumulada Promedio), para analizar las precipitaciones se utiliza el índice CR (Lluvia acumulada) y para el viento, que es la base de este trabajo, se tiene en cuenta el CAWN (índice de velocidad del viento media

“En el caso de valoración de las opciones barrera se encuentra evidencia de la aplicación de los dos métodos de valoración tradicionales.”

acumulativa) y el Nordix. Rodríguez y Contreras (2015) destacan como la principal ventaja de utilizar índices de viento el hecho que la velocidad del mismo es frecuentemente medida por un agente neutral, tal como un organismo gubernamental encargado de la recolección de las observaciones meteorológicas, lo que hace que la medición del índice sea independiente y fiable. La independencia se explica debido a que el valor del índice no puede ser modificado por cualquiera de las partes; la fiabilidad se refiere a la fuente de datos que proporciona mediciones del índice en el período en el que debe ser calculado.

En cuanto a los trabajos que realizan valoración de derivados utilizando como activos subyacentes los índices climáticos se destacan por ejemplo, Clements, Hurn y Lindsay (2008), quienes utilizan índices de temperatura para cuatro ciudades australianas (Brisbane, Melbourne, Perth y Sydney) para estimar los pagos monetarios de derivados climáticos de temperatura a partir de la serie de tiempo del índice *CDD* (Grados de Enfriamiento Diario). En su análisis cuantitativo estos autores modelan la serie de información disponible a partir de un AR-SGARCH dado su comportamiento.

Adicional, Caporin, Pres y Torro (2012), valoran opciones de energía y temperatura a partir de las series de tiempo del precio de la energía para Oslo y el promedio de la temperatura del aire respectivamente, para ello desarrollan un modelo de valoración para opciones exóticas *Quanto* a partir de una simulación Monte Carlo con la novedad de incluir el índice *HDD* (Grados de Calentamiento Diario). Este tipo de opciones tienen en cuenta la correlación entre el consumo de energía y las condiciones climáticas, por lo que el riesgo climático y el precio pueden ser controlado o gestionados a partir del impacto volumétrico del clima sobre precio de la energía. Cuando el invierno es más frío de lo esperado hay mayor demanda, el precio, en el caso de los productores de energía, debe cubrir el volumen en riesgo pero también tener en cuenta los beneficios del aumento en precios, por lo que la cobertura con opciones *Quanto* es más económica y eficiente que con dos opciones tradicionales europeas que cubran precios y temperatura.

Estos autores plantean una valoración a partir de un modelo Monte Carlo bivariado de series de tiempo donde se tiene en cuenta la interdependencia en el promedio y la varianza entre las series de temperatura y precios de la energía, igualmente se contempla los patrones periódicos, el tamaño de la serie, la heterocedasticidad condicional y la correlación entre los datos, demostrando a partir de la evidencia generada que las primas son, en la mayoría de los casos, menores en términos financieros que con las opciones tradicionales.

Por su parte Karl, López y Wen (2015), utilizan los principales índices de temperatura tranzados en la CME (Chicago Mercantile Exchange), cuales son: *HDD* (Grados de Calentamiento Diario), *CDD* (Grados de Enfriamiento Diario) y *CAT* (Promedio Acumulado de Temperatura), y plantean una función de densidad de riesgo neutral (*State Price Density SPD*), equivalente a una medida martingala para la valoración de opciones, la cual es una medida más ligada a la incertidumbre de la volatilidad. Los autores estimaron la *SPD* para opciones climáticas usando el método de cuadratura bayesiana.

Este método presenta como principal ventaja la de evitar las pérdidas de especificaciones, además que permite la estimación parsimoniosa. De acuerdo a los autores, los resultados explican que los inversionistas esperan que las variaciones en la temperatura, que afectan sus flujos de efectivo, ocurran con mayor probabilidad en invierno que en verano, por lo tanto ellos usan contratos de opciones de cobertura en presencia de pagos negativos para eliminar el riesgo, mientras que otros actúan como especuladores. Finalmente, los autores concluyen que el mercado de opciones de temperatura ofrece mayores ganancias que el mercado de futuros temperaturas.

En el caso de índices relacionados con la velocidad del viento, utilizados para valoración de opciones se destaca el trabajo de Caporin y Pres (2009) y Contreras y Rodríguez (2015). Caporin y Press (2009) utilizan un modelo ARFIMA-FIGARCH para modelar y predecir la velocidad, intensidad y dirección del viento, y hacen una valoración de un derivado financiero usando como modelo base una simulación Monte Carlo. Por otro lado, la contribución de Rodríguez y Contreras (2015) es realizar la valoración de opciones *put* eólicas, teniendo en cuenta la capacidad, localización y el tamaño de las turbinas eólicas. Los autores destacan que esta desagregación es importante para quienes definen política energética, porque puede ser utilizado como un medio para incentivar el uso de fuentes renovables como es la energía eólica, cuyos ingresos y cotos podrían ser afectados por riesgos climáticos. Contreras y Rodríguez (2015) estructuran un contrato de opción *put* para 3 tamaños de turbinas, cuyo activo subyacente es el índice Nordex wind.

De las investigaciones mencionadas no se encuentra un trabajo que involucre la valoración de opciones *put* barrera, que involucre índices de viento. Por tanto, en este trabajo se planteará la valoración teórica de esta opciones, que resultan ser más baratas que las opciones tradicionales. El índice de viento a utilizar será el Nordex como proxy para medir el poder de generación potencial. Este índice es el más utilizado en relación con los derivados eólicos y está basado en las desviaciones de la velocidad del vientos diaria de la media de los últimos 20 años (Benth y Saltyté- Benth 2013).

Para realizarla valoración de opciones barrera *put* eólicas, que serían un instrumento financiero de cobertura de riesgo para los generadores ubicados en el departamento de la Guajira en Colombia, se seguirá la metodología que se presenta en la Figura 1.

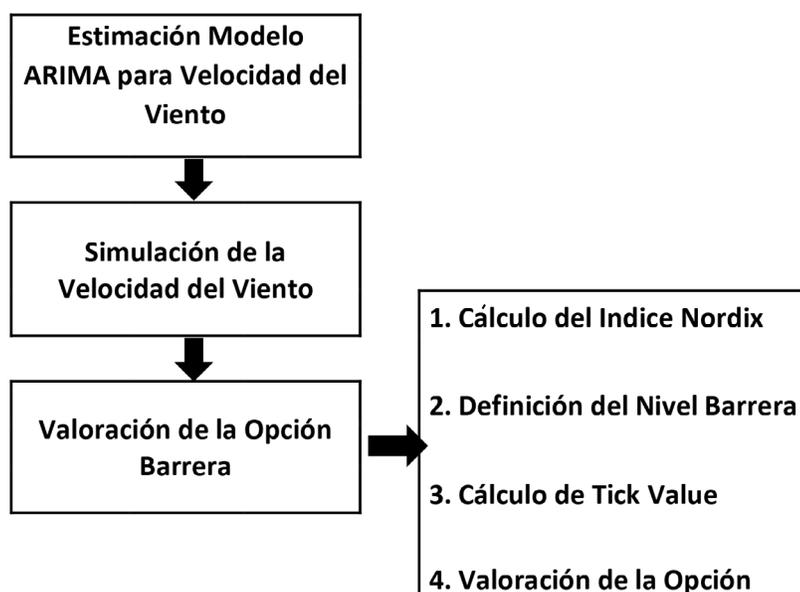


Figura 1 .
Descripción de la metodología para valorar opción *put* eólicas

A continuación se explican los pasos presentados en la Figura 1.

3.1. Estimación modelo ARIMA para la velocidad del viento

En los modelos ARIMA (Modelo Autoregresivo Integrado de Media Móvil) una serie de tiempo no estacionaria es diferenciada d veces hasta que es estacionaria, donde d es un número entero y corresponde al grado de integración de la serie; de acuerdo a Contreras y Rodríguez (2015) este modelo se puede expresar como:

$$(1 - \sum_{i=1}^p \phi L^i) (1 - L)^d W_t = (1 + \sum_{i=1}^q \theta L^i) \varepsilon_t \quad (3)$$

En nuestro caso particular, W_t corresponde a la velocidad del viento en el momento t , L representa el operador de rezagos actuando sobre la variable Y_t de tal forma que $LY_t = y_{t-1}$. El término de error ε_t esta normalmente distribuido con media cero y media constante σ^2 y d es el número de diferencias requeridas para volver W_t estacionaria. De acuerdo con lo anterior, se utiliza el método de máxima verosimilitud para estimar los parámetros del modelo, generando estimadores eficientes e insesgados.

3.2. Simulación de la velocidad del viento

A partir del modelo ARIMA estimado para la velocidad diaria del viento, descrito en el paso anterior, se simula la velocidad del mismo para un periodo de verano, que en el caso particular de Colombia corresponde al lapso de tiempo comprendido entre el 16 de diciembre y el 16 de marzo.

Es en verano cuando es relevante para los generadores eólicos ejercer opciones de venta de energía, las cuales se espera presenten un precio de ejercicio superior al costo de generación en que incurrirían en momentos donde más sopla el viento.

En total se simularon 2500 observaciones de la velocidad de viento para un total de 184 días que conforman el periodo de verano.

3.3. Valoración de la opción barrera

Se tomará la misma estructura de la opción planteada en el trabajo de Contreras & Rodríguez (2015) para la estación Almirante Padilla. En la Tabla 1 se presenta la estructura para la opción put utilizada por estos autores, que fue la misma que se utilizó en el caso de la estación Almirante Padilla.

Tabla 1.
Estandarización
de una opción
put eólica basada
en NORDIX
(Contreras y
Rodríguez, 2015).

Características	Opción PUT del NORDIX
Periodo	Enero 1 - Marzo 15
Tick Size para Capacidad de 225 MW	0.000342 USD/kWh por NORDIX
Tick Size para Capacidad de 660 MW	0.00042 USD/kWh por NORDIX
Tick Size para Capacidad de 1300 MW	0.00045 USD/kWh por NORDIX
Strike Index	195.71

Los pasos a seguir dentro de la valoración son: 1) Calcular el NORDIX con la trayectoria de velocidades diarias simuladas, 2) definir del índice barrera NORDIX, 3) estimar el índice NORDIX de ejercicio, 4) calcular el tick value, y 5) calcular el valor de la opción put.

3.3.1 Cálculo del NORDIX

El índice NORDIX es el más utilizado en relación con los derivados eólicos y está basado en las desviaciones de la velocidad del viento diaria respecto de la media de los últimos 20 años. Estas desviaciones se agregan durante un periodo de medición; y a la suma de las mismas se les añade un valor de 100 (Benth y Saltyté- Benth 2013). Entonces si llamamos $W(t)$ a la velocidad del viento promedio diario medido en un día t , y $w_{20}(t)$ a la media de los últimos 20 años la velocidad del viento para el día t , según el índice Nordix, $N(\tau_p, \tau_2)$, para el periodo, (τ_p, τ_2) , es definido como:

$$N(\tau_1, \tau_2) = 100 + \sum_{t=\tau_1}^{\tau_2} (W(t) - w_{20}(t)) \quad (4)$$

Por tanto, esta fórmula se aplicó a la trayectoria de la velocidad del viento derivada de la simulación con el ARIMA.

3.3.2 Definición del índice barrera NORDIX

La definición del índice barrera parte de la necesidad de establecer un punto a partir del cual la opción obtiene un valor nulo, esto con el objetivo de abaratar los costos de la generación de energía eléctrica.

Por tanto, se utilizó el NORDIX calculado a partir de la trayectoria de velocidad del viento simulada para una estación de verano. Se realizó un análisis de dispersión del índice para aquellos valores que hacían que el valor de la opción fuera valioso y se escogió como índice barrera el promedio, ya que era una medida de tendencia central de los datos que consideramos representaba de forma adecuada los mismos.

Al respecto hay que aclarar que en la literatura no existe una metodología definida para establecer este parámetro.

3.3.3 Cálculo del *Tick Value*

Utilizando la formulación planteada en (2) y (3), podemos derivar la fórmula para valorar una opción *put* europea con barrera *up-and-in* de energía eólica, realizando los siguientes cambios: En nuestro caso, el S_0 corresponde al índice Nordix entre el periodo de análisis $N(\tau_1, \tau_2)$, S_b es el nivel barrera a partir del cual la opción se activa y K el índice de ejercicio.

$$T = \begin{cases} N(\tau_1, \tau_2) > S_b & ; T = \text{Max} ((K - N(\tau_1, \tau_2)), 0) \\ N(\tau_1, \tau_2) \leq S_b & ; 0 \end{cases} \quad (5)$$

Este procedimiento se repitió para las 2500 simulaciones, y al final se calculó el *tick value* promedio.

3.3.4 Estimación del índice NORDIX de ejercicio

La estimación con 2500 simulaciones del índice NORDIX arrojó un valor de 195.71, estimación que corresponde al promedio histórico de la velocidad del viento ajustado a la metodología planteada anteriormente donde se considera la velocidad de los últimos 20 años para un periodo de verano típico.

3.3.5 Valoración de la opción

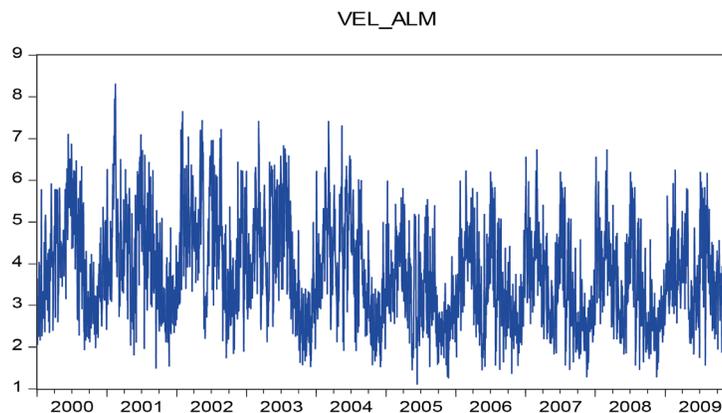
El precio de la opción *put* barrera se calculó como el producto entre el *tick value* promedio obtenido en el punto anterior, y el *ticks size* definido por Contreras & Rodríguez (2015). Estos autores plantean que el *tick size* varíe dependiendo del tamaño de la turbina eólica, y fueron presentados en la Tabla 1.

4. APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA Y RESULTADOS

La metodología planteada en la Figura 1 se realizó teniendo en cuenta la información histórica disponible de la velocidad diaria del viento de la estación de monitoreo del Aeropuerto Almirante Padilla de Riohacha en el departamento de la Guajira, para el periodo 2000 a 2009. A continuación, se describe cada uno de los tres pasos.

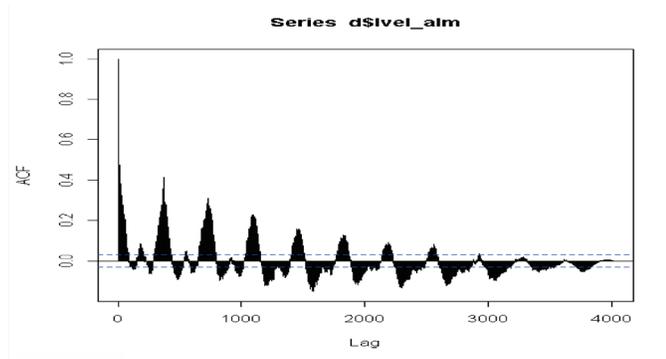
4.1. Estimación modelo ARIMA para la velocidad del viento

El comportamiento de la velocidad del viento diaria en la estación Almirante se presenta en la Gráfica 1.



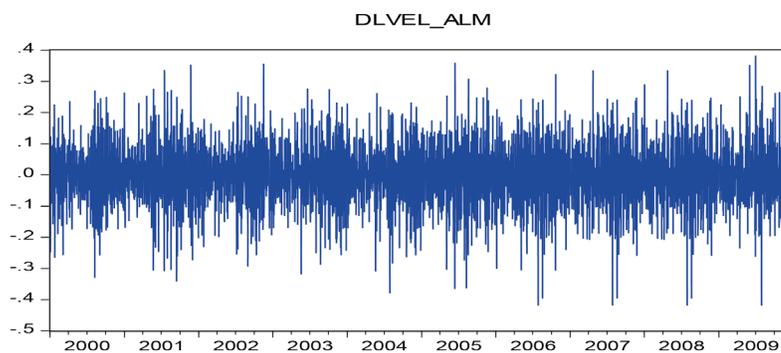
Gráfica 1.
Evolución de la velocidad diaria de viento Almirante Padilla (2000 a 2009)

La velocidad diaria del viento presenta un efecto estacional, el cual no se corrige al aplicar la función logarítmica a la serie, tal y como se puede observar en la gráfica 2 correspondiente a la función de autocorrelación del logaritmo de la velocidad del viento.



Gráfica 2.
Función de autocorrelación del logaritmo de la velocidad del viento

Dado que para realizar la estimación del modelo utilizando series de tiempo se debe partir de series estacionarias, la serie original se va a diferenciar una vez. La serie diferenciada se presenta en la Gráfica 3.



Gráfica 3.
Serie de la velocidad del viento diferenciada una vez

La serie de la velocidad diaria del viento en diferencias se comporta como un proceso estacionario con *clusters* de volatilidad en algunos periodos y la prueba de Dickey-Fuller que se presenta en la Tabla 2 corrobora esta afirmación.

Null Hypothesis: DLVEL_ALM has a unit root

Exogenous: Constant

Lag Length: 10 (Automatic - based on SIC, maxlag=29)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-27.37086	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.431960	
5% level	-2.862136	
10% level	-2.567131	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Tabla 2.
Prueba de Dickey Fuller para serie diferenciada.

Por tanto, la serie diferenciada de la velocidad es estacionaria y se utilizará para realizar la estimación del modelo. Para ello, se graficaron las funciones de auto correlación simple y parcial, de la serie diferenciada, las cuales se presentan en la Tabla 3.

Tabla 3.
Funciones de
Autocorrelación
Simple y Parcial

Date: 05/13/16 Time: 16:46 Sample: 1/01/2000 12/31/2009 Included observations: 3652		Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1	-0.209	-0.209	159.79	0.000	
		2	-0.150	-0.203	242.28	0.000	
		3	-0.086	-0.182	269.57	0.000	
		4	-0.002	-0.115	269.58	0.000	
		5	-0.003	-0.096	269.61	0.000	
		6	-0.042	-0.123	276.17	0.000	
		7	-0.011	-0.103	276.58	0.000	
		8	0.027	-0.060	279.33	0.000	
		9	0.015	-0.046	280.16	0.000	
		10	-0.022	-0.064	281.89	0.000	
		11	-0.015	-0.064	282.75	0.000	
		12	0.042	-0.007	289.27	0.000	
		13	-0.003	-0.024	289.30	0.000	
		14	-0.018	-0.032	290.51	0.000	
		15	-0.007	-0.026	290.68	0.000	
		16	-0.014	-0.044	291.43	0.000	
		17	-0.005	-0.047	291.54	0.000	
		18	0.022	-0.015	293.24	0.000	
		19	-0.005	-0.027	293.32	0.000	
		20	-0.012	-0.040	293.87	0.000	
		21	-0.008	-0.044	294.13	0.000	
		22	0.038	0.005	299.48	0.000	
		23	0.015	0.011	300.34	0.000	
		24	-0.025	-0.017	302.56	0.000	
		25	-0.024	-0.030	304.72	0.000	
		26	-0.014	-0.043	305.49	0.000	
		27	0.035	-0.002	309.94	0.000	
		28	0.035	0.033	314.49	0.000	
		29	-0.073	-0.060	333.96	0.000	
		30	0.003	-0.032	333.99	0.000	
		31	0.051	0.018	343.47	0.000	
		32	0.034	0.041	347.75	0.000	
		33	-0.089	-0.064	377.12	0.000	
		34	0.022	0.001	378.95	0.000	
		35	0.015	-0.007	379.75	0.000	
		36	-0.008	-0.025	379.96	0.000	

Las funciones de autocorrelación simple y parcial se analizaron y se estimó un modelo ARIMA (366,1,366), cuyos parámetros significativos se presentan en la Tabla 4.

Dependent Variable: D(LOG(VEL_ALM),1)
 Method: Least Squares
 Date: 05/11/16 Time: 12:57
 Sample: 1/01/2003 12/31/2009
 Included observations: 2557
 Convergence achieved after 20 iterations
 MA Backcast: OFF (Roots of MA process too large)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(2)	-0.069824	0.051433	-1.357555	0.1747
AR(4)	-0.057300	0.022397	-2.558368	0.0106
AR(5)	-0.052999	0.021634	-2.449799	0.0144
AR(6)	-0.065508	0.021095	-3.105368	0.0019
AR(7)	0.059250	0.028021	2.114482	0.0346
AR(12)	0.031842	0.019229	1.655948	0.0979
AR(22)	0.047343	0.018892	2.505979	0.0123
AR(29)	-0.074245	0.018916	-3.924945	0.0001
AR(25)	-0.036326	0.018822	-1.929947	0.0537
AR(33)	-0.071560	0.019003	-3.765776	0.0002
AR(44)	-0.053572	0.018850	-2.842049	0.0045
AR(63)	0.058805	0.018800	3.127952	0.0018
AR(366)	0.250202	0.025695	9.737302	0.0000
MA(1)	-0.381552	0.019734	-19.33433	0.0000
MA(2)	-0.134310	0.053833	-2.494956	0.0127
MA(3)	-0.162943	0.029158	-5.588277	0.0000
MA(7)	-0.124502	0.029260	-4.255033	0.0000
MA(180)	0.044464	0.015351	2.896469	0.0038
MA(366)	0.082649	0.021861	3.780722	0.0002
R-squared	0.285059	Mean dependent var		-0.000152
Adjusted R-squared	0.279989	S.D. dependent var		0.231757
S.E. of regression	0.196654	Akaike info criterion		-0.407342
Sum squared resid	98.15122	Schwarz criterion		-0.363899
Log likelihood	539.7873	Hannan-Quinn criter.		-0.391588
Durbin-Watson stat	2.000460			

Tabla 4.
 Modelo estimado
 para la velocidad
 diaria de estación
 Almirante

Se observa que la velocidad del viento diaria del viento tiene dependencia de corto y de largo plazo. De corto plazo, ya que está explicada por parámetro autoregresivos de dos meses atrás tales como: 2 días atrás, cuatro, cinco, seis, siete, doce, veintidós, veinticinco, veintinueve, treinta y tres, cuarenta y cuatro y sesenta y tres. De largo plazo porque depende la velocidad diaria de un año atrás.

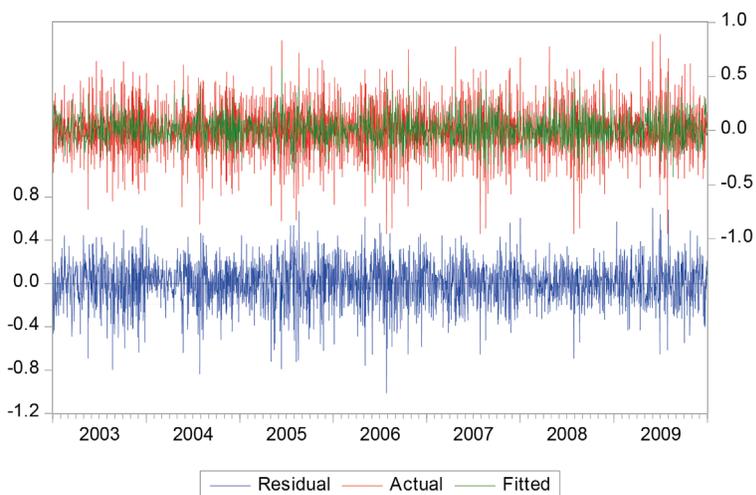
Para verificar los supuestos del modelo, se analizaron las funciones de auto correlación simple y parcial de los residuales, las cuales permitieron concluir que estos no están correlacionados y se comportan como un ruido blanco, como se presenta en la Tabla 5 y en la Gráfica 4.

Tabla 5.
Funciones de Autocorrelación Simple y Parcial de los residuales del modelo

Date: 05/13/16 Time: 17:28
 Sample: 1/01/2003 12/31/2009
 Included observations: 2557
 Q-statistic probabilities adjusted for 19 ARMA term(s)

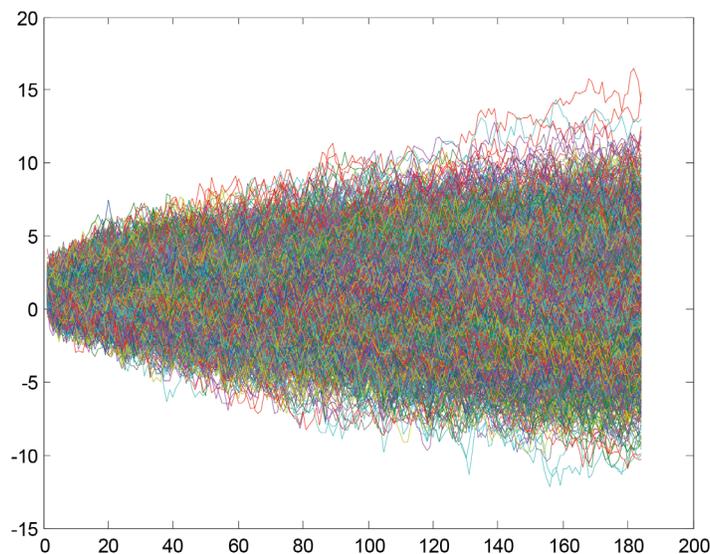
	Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
1			-0.001	-0.001	0.0009	
2			0.003	0.003	0.0314	
3			0.006	0.006	0.1189	
4			0.002	0.002	0.1295	
5			-0.004	-0.004	0.1694	
6			0.010	0.010	0.4406	
7			0.025	0.025	1.9821	
8			0.012	0.012	2.3675	
9			0.004	0.004	2.4108	
10			-0.026	-0.026	4.1460	
11			-0.028	-0.028	6.1298	
12			0.003	0.003	6.1500	
13			-0.009	-0.009	6.3544	
14			-0.021	-0.021	7.4933	
15			-0.005	-0.006	7.5541	
16			-0.029	-0.029	9.7488	
17			-0.032	-0.030	12.355	
18			0.022	0.025	13.646	
19			-0.038	-0.036	17.281	
20			-0.007	-0.006	17.400	0.000
21			-0.007	-0.008	17.540	0.000
22			-0.001	-0.000	17.542	0.001
23			-0.002	0.001	17.551	0.002
24			-0.016	-0.016	18.224	0.003
25			-0.002	-0.003	18.234	0.006
26			-0.020	-0.020	19.267	0.007
27			0.014	0.011	19.747	0.011
28			0.016	0.016	20.392	0.016
29			-0.007	-0.007	20.503	0.025
30			0.022	0.018	21.744	0.026
31			0.021	0.020	22.856	0.029
32			0.022	0.022	24.119	0.030
33			-0.015	-0.017	24.693	0.038
34			0.005	0.003	24.758	0.053

Gráfica 4.
Residuales Ajustados y Actuales



4.2. Simulación de la velocidad del viento

A partir del modelo estimado para la velocidad del viento, se realizaron 2500 simulaciones correspondientes a un periodo de verano con 184 días. Las trayectorias simuladas se presentan en la Gráfica 5.



Gráfica 5.
Trayectorias simuladas de la velocidad del viento diaria para 184 días.

4.3. Valoración de la opción barrera

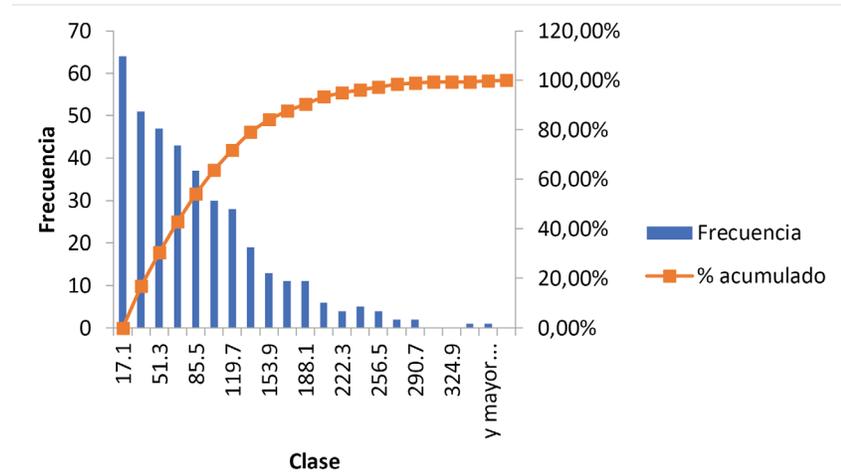
Para la valoración de la opción *put* barrera eólica lo que se hizo fue utilizar los índices NORDIX calculados a partir de las trayectorias de velocidad del viento simuladas para una estación de verano. Con estos se realizó un análisis de dispersión para aquellos valores que hacían que el valor de la opción fuera valioso. Y se escogió como índice barrera el promedio, ya que era una medida de tendencia central de los datos que consideramos representaba de forma adecuada los mismos.

Los pasos que componen la valoración se explican en detalle a continuación.

4.3.1 Cálculo del NORDIX

El NORDIX se calculó para cada una de las simulaciones. En la Gráfica 6 se presenta la distribución de frecuencias del mismo.

Gráfica 6.
Histograma de
frecuencias del
NORDIX



4.3.2 Definición del índice barrera NORDIX

Este trabajo plantea la metodología para la valoración de las opciones con barrera por lo que la definición de la misma se plantea señalando en el histograma presentado en la gráfica 6, el percentil 50. Este percentil corresponde a un valor de NORDIX igual a 57.71. A partir de este punto el valor de la opción es nulo.

4.3.3 Cálculo del *Tick Value*

Utilizando la formulación planteada en (2) y (3), podemos derivar la fórmula para valorar una opción *put* europea con barrera *up-and-in* de energía eólica, realizando los siguientes cambios: En nuestro caso, el S_0 corresponde al índice Nordix entre el periodo de análisis $N(\tau_1, \tau_2)$, S_b es el nivel barrera a partir del cual la opción se activa y K el índice de ejercicio.

$$T = \begin{cases} N(\tau_1, \tau_2) > S_b & ; T = \text{Max} ((K - N(\tau_1, \tau_2)), 0) \\ N(\tau_1, \tau_2) \leq S_b & ; 0 \end{cases} \quad (5)$$

Este procedimiento se repitió para las 2500 simulaciones, y al final se calculó el *tick value* promedio.

De acuerdo con el planteamiento de la ecuación 5 y la modelación ARIMA tenemos que el *tick value* es 88.71. Al comparar este resultado con el trabajo de Contreras y Rodríguez (2015), donde se obtuvo un valor de 129.08, valor 46% superior, demostrando la capacidad de reducción del costo de la opción

4.3.4 Estimación del índice NORDIX de ejercicio

La estimación del NORDIX dio un valor de 195.41 para la estación Almirante en el Departamento de la Guajira, a partir del promedio histórico de la serie de tiempo de la velocidad del viento, estimador calculado a partir de la metodología planteada anteriormente.

4.3.5 Valoración de la opción

El precio de la opción *put* barrera se calculó como el producto entre el *tick value* promedio obtenido en el punto anterior, y el *ticks size* definido por Contreras & Rodríguez (2015), y presentados en la tabla 1 del presente documento. Estos autores plantean que el *tick size* varía dependiendo del tamaño de la turbina eólica.

Los *tick size* (\$/kWh / NORDIX) planteados por Contreras y Rodríguez (2015), los cuales varían dependiendo del tamaño de la turbina generadora, van desde 0.000342 USD para generadoras pequeñas, pasado por 0.00042 USD para generadoras de mediano tamaño y 0.00045 USD para las grandes.

El precio de la opción *put* barrera, calculada en este trabajo, en cualquiera de los tres casos definidos por Contreras y Rodríguez (2015), es inferior a la valoración *put* tradicional (sin barrera) planteada por estos autores, dado que el *Tick value* es un 46% inferior en el caso de tomar un índice barrera.

La Tabla 5 presenta las valoraciones de la opción con el *tick value* calculado por Contreras y Rodríguez y el *tick value* estimado en el presente trabajo, para los tres tamaños de generadores.

	GENERADOR			
	PEQUEÑO	MEDIANO	GRANDE	
Tick Side	0,00034200	0,00042	0,00045	USD/kwh / Nordix
Dólar	3,000	3,000	3,000	\$/ Dólar
Tick Side * Dólar	1,03	1,26	1,35	\$/ kWh / Nordix
Tick Value	88,71	91,01	111,77	119,75 \$/kWh
Tick Value (Comparacion)	129,08	132,44	162,64	174,26 \$/kWh

Respecto al anterior planteamiento, las opciones barrera pueden carecer de valor si durante el plazo en que se establece el contrato entre emisor y el tenedor para el vencimiento, el precio o índice del subyacente cruza la barrera; este comportamiento se asocia con un menor riesgo frente a un opción típica, pues considerar pagos cero genera menores niveles de incertidumbre para los emisores y menores costos globales, situación que hace de este tipo de instrumentos financieros una alternativa altamente demandada, especialmente en mercados con altos niveles de transacciones, dado que se adapta en mejor medida a las necesidades de cobertura o apetitos de riesgo de los agentes que las utilizan (Rivera 2006).

Tabla 5.
Comparación de valoraciones de opciones put eólicas con y sin barrera

MEMORIAS

CONCLUSIONES

Los derivados financieros como las opciones *put* barrera se convierten en una forma de cobertura atractiva para inversionistas que estén incursionando en la inversión de energías renovables como es la energía eólica. Este tipo de instrumentos financieros son mucho más económicos que los tradicionales, favoreciendo significativamente la reducción en los costos de los productores eólicos e incentivando las inversiones en este tipo de generación eléctrica, situación que ayuda a diversificar la producción eléctrica en Colombia.

Al comparar los pagos de las opciones obtenidas en este documento versus la valoración tradicional planteada por Contreras y Rodríguez (2015) se presenta una reducción en costos del 46% en cada uno de los tamaños de los generadores como resultado de una disminución en esta misma proporción del *Tick Value*:

	Tamaño del Generador		
	Pequeño	Mediano	Grande
Opción Barrera (\$/kWh)	91.01	111.77	119.75
Opción Tradicional (\$/KWh)	132.44	162.64	174.26

MEMORIAS

BIBLIOGRAFÍA

Alexandridis, A.K. and Zapranis, A.D. 2013. *Weather Derivatives. Modeling and pricing weather-related risk*. Springer. New York.

Benth, F., E., and Saltyté-Benth, J., 2013. *Modeling and pricing in financial markets for weather derivatives*. Advances Series on Statistical Science & Applied Probability, Vol.17, University of Oslo, Norway.

Black, F., Scholes M., 1973. *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*. *Journal of Political Economy*, pp 637–654,

Botos, H., M., Ciomas, C., 2012. *The use of the Black - Scholes model in the field of weather derivatives*. Elsevier Ltd. *Emerging Markets Queries in Finance and Business*. *Procedia Economic ans Finance* 3 (2012) pp 611 – 6-16.

Boyle, P., 1977. *Options: A Monte Carlo approach*. *Journal of Financial Economics* 4 (1977) 323-338.

Caporin, M., Pres J., 2009. *Modelling and forecasting wind speed intensity for weather risk management*. *Computational Statistical and Data Analysis*, 56, pp 3459-3476.

Caporin, M., Pres J., Torro, H., 2012. *Model based Monte Carlo pricing of energy and temperature Quanto options*. *Energy Economcs* 34 1700 – 1712

Clements, A., E., Hurn, A., S., Lindsay, K., A., 2008. *Estimating the payoff of temperature-based weather derivatives*. National Centre for Econometric Research NCER. Working Paper # 33, Agosto 2008.

Geysler, J., M., 2004. *Weather Derivatives: Concept and application for their use in South Africa*. Working Paper 2004-03.

Karl W., Lopez B., Wen H., 2015. *State price densities implied from weather derivatives*. *Energy Economcs* 64 106 - 125.

Lo, C., F., Lee, H., C., y Hui, C., H., 2013. *A simple approach for pricing barrier options with time-dependent parameters*. *Quantitative Finance* vol 3 pp 98 - 107.

Meissner, G., Burke, J., 2009. *Can we use the Black-Scholes-Merton model to value temperature options?* *International Journal of Financial Markets and Derivatives*. 2011, vol. 2, issue 4, pages 298-313.

Moon K., S., 2008. *Efficient Monte Carlo Algorithm for pricing barrier options*. *Communications of the Korean Mathematical Society*. Vol. 23 No. 2 pp. 185 – 194.

Rivera, I., 2006. Opciones con barrera y opciones parisinas con volatilidad estocástica: una aplicación Monte Carlo al mercado de derivados energéticos. Tecnológico de Monterrey, Marzo 2006.

Rodriguez, Y., Contreras, J., 2014. GARCH – Based Put Option Valuation to Maximize Benefit of Wind Investors. Applied Energy 136 (2014): 259 – 268.

Rodriguez, Y., Contreras J., 2015. Wind Put Options Valuation for Weather Risk Hedging Using an ARFIMA Model. Working Paper 2015.

Wang, B., Wang, L., 2011. Pricing Barrier Options using Monte Carlos Methods. U. U. D. M. Project Report 2011:5

ÍNDICE SKEW: ANÁLISIS DESCRIPTIVO, PODER EXPLICATIVO Y PRONÓSTICO DE CORTO PLAZO

Autor: Esteban Vanegas*
Asesor: Andrés Mora**

*en.vanegas34@uniandes.edu.co

**a.mora262@uniandes.edu.co

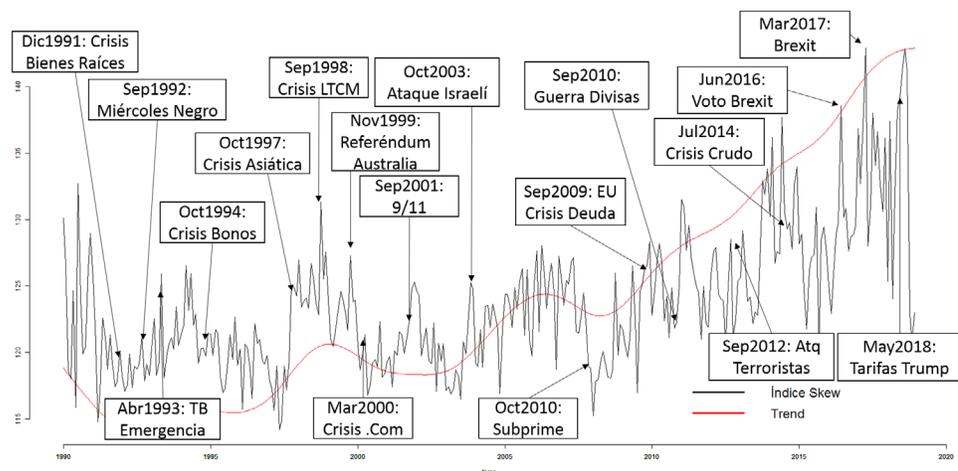
RESUMEN

Este trabajo estudia el comportamiento del Índice Skew, presentando una serie de hechos estilizados (características empíricas) dados del análisis de diferentes índices bursátiles conocidos en el mercado financiero como el S&P500 y MSCI World, así como índices de miedo de inversionista, como lo es el CBOE VIX, IVX, XAU (oro y plata) y el Bull-Bear Spread, para ser comparados con el menos trabajado índice Skew del *Chicago Board Options Exchange*® con información mensual desde 1990 hasta 2018. El Índice Skew es obtenido del precio del riesgo de cola del S&P500, calculado a partir de los precios de las opciones OTM de este índice bursátil, el cual revela una gran compensación variable en el tiempo por temor a los desastres financieros. Finalmente se desarrolla un modelo que permite predecir eventos propios del Índice Skew a corto plazo, por medio de sistemas ARIMA y GARCH.

1 INTRODUCCIÓN

Varios enfoques se han empleado para analizar colapsos financieros (crashes), entre los cuales encontramos modelos de volatilidad condicional como los más usuales en la literatura. En este trabajo se pretende estudiar el CBOE *Skew Index* (Índice Skew de ahora en adelante), poniendo a prueba la hipótesis de su pertinencia en cuantificación del riesgo de cola, así como su descripción y la capacidad que se tenga de predecir por medio de modelos de series de tiempo como ARIMA y GARCH. El riesgo de cola se puede definir como la probabilidad de que una posición financiera se mueva más de dos o tres desviaciones estándar (en este caso particular, a la izquierda de la distribución de Pérdidas y Ganancias) de su media. Estudios puntuales, como el de Akgiray & Booth (1988) demuestran que los retornos de activos financieros tienen colas pesadas (y, por lo tanto, se presenta riesgo de cola), distribución muy diferente a la tradicional normal (o gaussiana) que se podría esperar en modelos clásicos de la teoría financiera. La razón por la que se desea estudiar eventos de riesgo financiero, como los crashes, es que la ocurrencia de un solo evento negativo en un activo financiero o en un portafolio donde la distribución empírica de sus retornos tiene colas pesadas, haría que se redujera de manera significativa el valor de portafolio o de la economía completa. Xiong, Idzorek, & Ibbotson (2013) hacen un análisis de las crisis suscitadas en 1929, el lunes negro de 1987 (por el cual es creado precisamente el Índice Skew), la crisis asiática de 1997, el estallido de la burbuja de las puntocom de 2000, la crisis financiera de 2008 o la crisis del petróleo en 2014; estos autores llegan a la conclusión de que los inversionistas habrían de requerir una prima para mantener los activos que tienen alto riesgo de cola.

Figura 1. Índice skew, tendencia y principales crisis económicas.
Fuente: el autor.



Estas crisis se toman como hitos en el presente análisis, ver Figura 1, donde se aprecia el comportamiento del Índice Skew y su tendencia con las principales crisis económicas suscitadas por diversos factores globo. Esta tendencia es generada por medio del filtro Hodrick–Prescott,¹ el cual se utiliza en investigaciones económicas y del sector financiero, y extrae los componentes de largo plazo sobre los datos, siendo integrados hasta su cuarto orden; en general, lo conseguido al utilizar el Filtro HP, es eliminar los componentes de baja frecuencia y permitir que los componentes de alta frecuencia pasen a través de ellos (Serletis, 2006).

De acuerdo a fuentes oficiales del CBOE, los hechos desencadenados en octubre de 1987 presionaron a los principales índices bursátiles de Estados Unidos a caer más del 30% en el transcurso de una semana, lo cual afectó la economía mundial antes de acabar ese mes de octubre. Lo anterior, fue la razón principal para solicitar un estudio urgente que además de ofrecer un índice que tuviese la posibilidad de retratar el riesgo de cola, se buscaba analizar: i) la automatización computacional descontrolada de compra y ventas de acciones, ii) el incremento en riesgo e incertidumbre en un mercado alimentado por instrumentos derivados, iii) la iliquidez alimentada por grandes volúmenes de venta de acciones repentinos, iv) el déficit propio del estado norteamericano y v) la sobrevaloración de muchas de las acciones en el mercado (Sornette, 2003).

El objetivo principal de este trabajo es analizar el Índice Skew, el cual es utilizado para responder a la necesidad de inversionistas de observar la posibilidad de caídas extremas en los retornos del S&P500, vistas como valores atípicos a más de dos desviaciones estándar de la media. De acuerdo con los estudios propios del *Chicago Board Options Exchange* (CBOE), el valor “típico” del Índice Skew está alrededor de 100 unidades, donde los retornos (en logaritmo) del S&P500 se comporta de forma normal, por lo que los eventos atípicos no tendrán un peso relevante. Pero, a medida que este índice aumenta del valor de 100, se tiene que la parte de pérdidas (zona izquierda), de la distribución de pérdidas y ganancias del S&P500, aumentará de tamaño, por lo que la probabilidad de suceso de estos eventos se incrementará. La zona límite donde se dice que el mercado varía sin expectativas negativas es de 150 puntos.

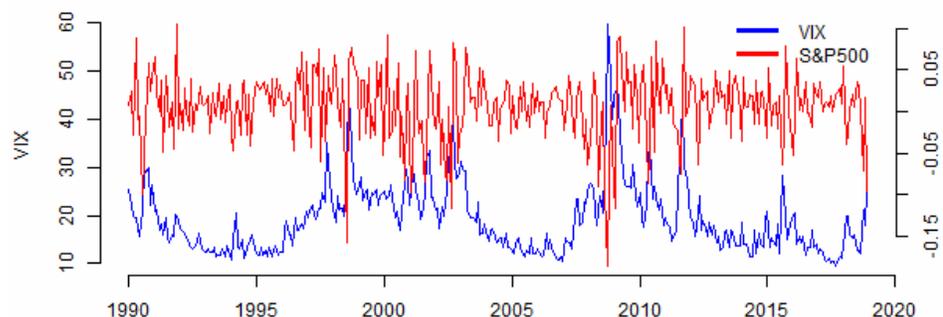
En la literatura financiera existe una amplia investigación acerca del índice del

¹ Se recurre al paquete *mFilter* de R. (Balcilar, 2018)

(CBOE) *Volatility Index* (VIX, de ahora en adelante). Actualmente, el método de cálculo del VIX tiene en cuenta opciones *at-the-money* (ATM, por sus siglas en inglés). A nivel general, se ha encontrado que este índice está negativamente correlacionado con el mercado de capitales (Gregoriou, 2013), esto quiere decir que si los retornos esperados del S&P500 tienen una alta volatilidad, los valores propios del VIX serán relativamente altos. No obstante, Black (2006) encuentra que la asimetría y la leptocurtosis de muchos fondos de cobertura pueden ser suavizadas con una cobertura larga ante el precio de contado (*spot price*) del VIX. Es por esto que Whaley (2009), explica recurrentemente, que tanto el VIX como el Índice Skew son índices que reflejan el sentimiento de los inversionistas sobre la volatilidad esperada en el corto plazo (30 días calendario), por lo cual también son catalogados como índices de Miedo – “*Fear Index*” (Whaley, 2009).

Por otra parte, el Índice Skew se calcula a partir de los precios de las opciones *Out-of-the-Money* (OTM, por sus siglas en inglés) del S&P500, en particular, porque los precios OTM de las opciones *put* contienen información importante sobre las demandas de seguro de cartera y, como consecuencia, reflejan la volatilidad del mercado (Whaley, 2009), esto debido a la correlación alta y negativa entre los retornos del mercado y la volatilidad, el cual, de acuerdo a Aboura & Chevallier (2016) mide el riesgo de cola de la distribución de los retornos logarítmicos del S&P500 en un horizonte de 30 días. Por su forma de cálculo, se puede suponer que, a medida que aumenta el riesgo de cola de los retornos del S&P500, también incrementarán los valores calculados del Índice Skew. Una diferencia importante que se encuentra entre ambos índices es que el Índice Skew mide el impacto de la asimetría de distribución, mientras que el índice que mide la volatilidad del VIX² aproxima el impacto del riesgo de volatilidad (Aboura & Chevallier, 2016).

Figura 2.
Comparación vix
y retornos del
s&p500. Fuente: el
autor



² CBOE VVIX: Introducida en 2012, es un indicador de la volatilidad esperada del precio a término de 30 días del VIX. El VVIX se calcula a partir de una cartera de opciones de VIX con el mismo algoritmo utilizado para calcular este índice de volatilidad (VIX) sobre del S&P500. Zang, Ni, Huang, & Wu (2017)

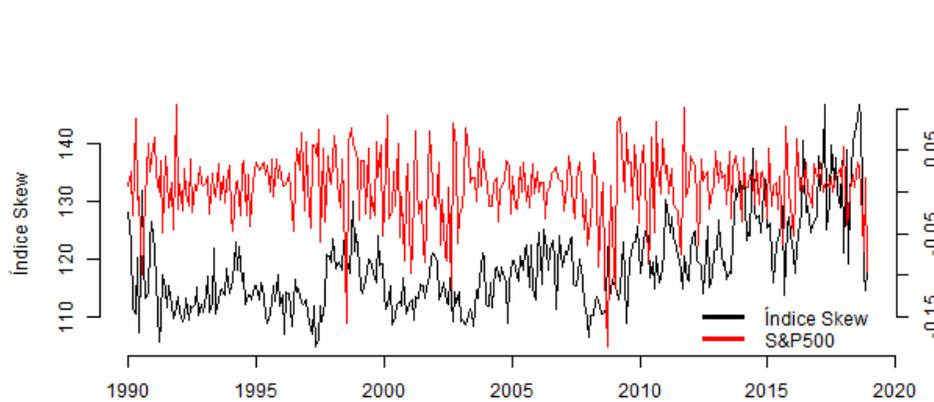


Figura 3 .
Comparación índice skew y retornos del s&p500. Fuente: el autor

Como se puede observar en la Figura 2, se corrobora la hipótesis de Gregoriou (2013) donde afirmaba que el VIX está correlacionado de forma alta y negativa con los retornos del mercado de capitales estadounidense (utilizando al S&P500 como proxy), lo cual coincide con los resultados previamente confirmados en estudios publicados. En este caso, y según podemos corroborar en el Apéndice 1 sobre la información mensualizada de los valores observados de los índices de Miedo (VIX y Skew) y las rentabilidades mensuales de diversos índices, el coeficiente de correlación entre VIX y los retornos del S&P500 es de -0.3782 . Cabe anotar que el índice creado por S&P500 se considera un buen “proxy” del mercado de capitales estadounidense en la literatura, como también es afirmado por Denis, McConnell, Ovtchinnikov, & Yu (2003), Gregoriou (2013) y Harris & Gurel (1986), entre otros. Así mismo, se encuentra una débil relación entre los retornos del S&P500 y el Índice Skew, mostrando coeficiente de correlación de 0.119 . No obstante, el índice VIX y el Índice Skew tienen en común la cuantificación la volatilidad y el riesgo de cola percibido en los inversionistas en un momento determinado de tiempo (Guillaume, 2015), encontrando correlación de -0.2368 . Adicionalmente, Gregoriou (2013) encuentra que la correlación entre flujos de este índice de miedo y los retornos del S&P500 se acrecientan ante movimientos fuertes del mercado como en la crisis financiera global, específicamente de septiembre de 2008 a marzo de 2009.

Por otro lado, una de las principales preocupaciones de los participantes y reguladores del mercado es el riesgo sistemático que se presenta en los mercados financieros internacionales durante movimientos extremos del mercado (Trabelsi & Naifar, 2017). Por lo cual, es necesario estudiar cómo pronosticar estas situaciones para tener mejores estimaciones para todos los agentes que participan el mercado. Incluso, se hace imperativo analizar qué otros factores influyen en los precios de los activos, por ejemplo, análisis de la ley de potencia y los efectos reales de los choques de incertidumbre que representan canales latentes a través de los cuales el riesgo de cola a nivel de empresa puede influir en los precios de los activos (Kelly & Jiang, 2014).

Otro factor importante sobre la volatilidad del mercado está dado por la información

circundante en el mismo, las estrategias de las empresas para ocultar información y la legislación que busca hacer obligatorio revelar información. En este contexto, es relevante estudiar la fecha de la aprobación de la Ley Sarbanes-Oxley el 30 de julio de 2002 que, según estudios, podría llevar a concluir que la gestión de las ganancias ha disminuido o que las empresas pueden mantener oculta menos información del negocio dentro de un nuevo entorno regulatorio (Hutton, Marcus, & Tehranian, 2009).

Este trabajo se compone de la siguiente forma. En la sección 2, se detalla los estudios realizados en otras series de tiempo financieras, incluyendo al índice de “miedo” VIX, lo cual sirve de base para desarrollar la sección 3, en el cual se presenta un análisis descriptivo con características empíricas, basado en el trabajo de Cont (2001), mientras en la sección 4 se presenta la metodología del trabajo enfocada en modelos de series de tiempo con el fin de pronosticar el Índice Skew. Finalmente la sección 5 presenta las conclusiones de este estudio.

Otro factor importante sobre la volatilidad del mercado está dado por la información circundante en el mismo, las estrategias de las empresas para ocultar información y la legislación que busca hacer obligatorio revelar información.

Se han realizado diversos estudios sobre índices bursátiles desde la creación de este mercado, incluyendo el recurrentemente utilizado índice de Volatilidad (VIX). El índice Skew sigue estando en la oscuridad para la academia e inversores, por lo cual este documento es vital para conocer sobre su importancia para el S&P500 y el mercado en general.

Kaeck & Alexander (2013) encuentran que saltos repentinos en el VIX son más probables durante los períodos de “relativa” calma, además encuentran que los días en que los saltos ocurren, coinciden con los principales eventos políticos y/o económicos. Justamente, este es uno de los hechos que se desea verificar para el índice Skew. En esta línea, también se encuentra el estudio realizado por Constantinides sobre el VIX en 2011 que sirve de referencia para observar las violaciones a límites del índice Skew en los periodos críticos de la economía. Este estudio usa como hitos algunos de los eventos históricos mencionados anteriormente, que servirán de puntos de inflexión para el análisis en curso. (Constantinides, Czerwonko, Carsten Jackwerth, & Perrakis, 2011).

Otra perspectiva de análisis de la volatilidad desarrollada por Fan et al. (2016), quienes establecen que los profesionales de la industria financiera se basan en el signo de la prima por riesgo de la volatilidad como un indicador de la expectativa del mercado sobre los niveles futuros de volatilidad. Así mismo, hallan que el aumento en datos de alta frecuencia permite una medición más precisa de la prima por riesgo. Por su parte, Kelly & Jiang (2014) encuentran que el riesgo de cola tiene un gran poder predictivo para los retornos del mercado de valores, agregado en horizontes de un mes a cinco años. Además, concluyen que el riesgo de cola tiene un poder explicativo para la sección transversal de los retornos de acciones y opciones de venta.

Otros estudios analizan el VIX con aproximaciones de diversas herramientas financieras, por ejemplo el *American Depository Receipts* (ADR), donde Esqueda, Luo, & Jackson (2015) han encontrado que el VIX puede contemplarse como sistema GARCH-M³ y ser pronosticado adecuadamente. De acuerdo a Mills & Markellos (2008), esta es una técnica de estimación utilizada cuando no se sabe mucho de la estructura presente de correlación serial ni heteroscedasticidad presentes en los errores del modelo utilizado para dicho pronóstico. Estos mismos autores utilizan un modelo (G)ARCH-in-mean para examinar la prima por riesgo o modelar la volatilidad de retorno de acciones, donde se tiene que la varianza condicional es tenida en cuenta como regresor

² También llamado GARCH-in-mean es útil para modelar la relación entre los riesgos y los rendimientos de los activos financieros cuando el riesgo, medido por la variación condicional, varía.

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \gamma \sigma_t^2 + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$\varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2) \quad (2)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2. \quad (3)$$

Szad (2009) emplea un proceso autorregresivo y de media móvil (ARMA) para analizar el *VIX spot*, que puede ser útil para el presente análisis, debido a que tanto el estudio de Szado como el presente están enfocados en métodos comparativos de índices del riesgo, y como su utilización para determinar la volatilidad esperada del mercado puede brindar información de la economía global. McNeil y Frey (2000) encuentran que un enfoque condicional que modele la distribución condicional de los retornos de activos contra el fondo de volatilidad actual es más adecuado para la estimación del valor del riesgo (*Value at Risk* o VaR, de ahora en adelante), que un enfoque incondicional que intenta estimar la distribución marginal del proceso que genera los rendimientos. El sistema de modelamiento a utilizar, viendo que es un sistema de varianza no constante, es el encontrado por modelos GARCH para estimar la volatilidad condicional, utilizando criterios de información de Akaike (AIC) y/o Bayesiano (BIC) para determinar cuál de los sistemas planteados para pronóstico se acerca de mejor forma a los encontrados que toma el índice Skew en el pasado, así como la teoría de valores extremos (EVT, por sus siglas en inglés) para ajustar la cola de las innovaciones de un modelo GARCH que se propone.

En cuanto al modelo GARCH, de acuerdo con Casas y Cepeda (2008), el modelo GARCH (1,2) empleado en su estudio es el modelo que mejor explica el comportamiento de los precios de las acciones empleadas en sus estudios, mientras el EGARCH⁴ (2,1) es el que mejor explica la serie de los retornos. Aunque, teniendo en cuenta otros estudios, como la exposición al sentido de parsimonia y minimización de estimación de parámetros entregado por Hansen y Lunde (2005) se encuentra evidencia sobre la dificultad de que modelos GARCH (1,1) sean superados por otros más sofisticados en el análisis de tasas de cambio. Una idea que surge de este estudio es la utilización del test para una Habilidad de Predicción Superior (SPA, por sus siglas en inglés).

En resumen, todos los estudios han estado encaminados a establecer las causas de la volatilidad de los índices y su influencia en los precios de los portafolios. Podría decirse que el análisis de dichas causas pretende mejorar la capacidad de predicción de los índices. En este contexto, el presente estudio desea observar qué dinámicas existen dentro de los modelos económicos, al analizar diferentes tipos de índices de mercado.

⁴ GARCH Exponencial, utilizado cuando existen respuestas asimétricas a la información de mercado. La composición de su varianza puede ser observada en la ecuación (32).

En esta sección se presentan un conjunto de hechos (empíricos) estilizados que surgen del análisis estadístico de las variaciones temporales en índices que sirven como proxy al mercado de capitales (S&P500 y *MSCI World Index*) y los índices de miedo propuestos en la literatura (VIX e índice Skew). Así mismo, se presentan otros índices de miedo bursátiles menos utilizados, con el fin de intentar explicar el comportamiento del S&P500, 30 días en el futuro, por medio de combinaciones lineales de dichos índices de miedo.

3.1 Características Empíricas

Siguiendo a Cont (2001), se analizan las propiedades estadísticas del índice Skew, este es un paso básico en cualquier estudio empírico. Vale la pena anotar que este es un aspecto importante del estudio, debido a que no existe en la revisión de literatura del índice Skew. Para comenzar, es necesario analizar la desviación del promedio de los datos, pues de ésta se determina la estructura de las colas que son el punto principal de análisis en la volatilidad de los índices. Una manera de cuantificar la desviación de la distribución normal es usar la curtosis de la distribución F_T definida como

$$C = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2\right)^2} - 3, \quad (4)$$

donde μ_4 es el cuarto momento respecto a la media, y σ es la desviación estándar, y se entiende que, según Joanes y Gill (1998) una mayor curtosis implica una mayor concentración de valores de los índices cerca de su media así como la presencia de colas pesadas, es decir, que sus valores extremos también son repetidos con frecuencia. Así mismo, el otro componente a tener en cuenta es la asimetría de dicha función F_T

$$S = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{\left(\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2\right)^{3/2}}, \quad (5)$$

de acuerdo con Joanes y Gill (1998) se entiende que hay asimetría positiva si la cola a la derecha de la media tiene una mayor cantidad de datos que el de su contraparte, indicando que existe menor probabilidad de ocurrencias de retornos negativos.

Utilizando como prueba conjunta de normalidad el test Jarque-Bera, el cual integra ambas estadísticas (curtosis y asimetría), formulado a continuación

$$JB = \frac{n - k + 1}{6} \left(\left(\frac{C - 3}{2} \right)^2 + S^2 \right), \quad (6)$$

donde n es el número de observaciones, y k el número de regresores utilizados. La ventaja de utilizar el modelo conjunto (tener la curtosis C y la asimetría S) es que es más restrictivo. En análisis de series de tiempo y econometría, la prueba de normalidad de Jarque-Bera se ha utilizado de forma extensa debido a su simplicidad y resultados satisfactorios, el cual cuenta con que su hipótesis nula es que el proceso se comporta de manera gaussiana, y con p -valores inferiores a 0.05, indicarían que la serie no se comporta de forma normal (Górecki, Hörmann, Horváth, & Kokoszka, 2018).

Por último, el test de Ljung-Box, el cual es una de las pruebas comunes para la inferencia en la Función de Auto Correlación (ACF de ahora en adelante, por sus siglas en inglés) de la serie de tiempo lineal, donde contamos que la ACF de cualquier serie de tiempo está dada por lo cual sirve de determinar el

$$\hat{\rho}_{T,h} = \frac{\sum_{t=1}^{T-h} (y_t - \bar{y})(y_{t+h} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^{T-h} (y_t - \bar{y})^2}, h = 0, 1, 2, \dots, T - 1, \quad (7)$$

test de Ljung-Box de la siguiente forma

$$Q_H = T(T + 2) \sum_{h=1}^H (T - h)^{-1} \hat{\rho}_{T,h}^2, \quad (8)$$

donde T es el máximo periodo de tiempo, h un horizonte temporal entre datos. El test de Ljung-Box tiene una distribución asintótica a χ^2 para algunos H fijos (Hassani & Yeganegi, 2019). La hipótesis nula de la prueba es que la serie de tiempo se comporta como ruido blanco.

3.2 Estadística Descriptiva

Al aplicar las fórmulas descritas en la sección anterior para los retornos mensuales de los índices de mercado S&P500 y MSCI World, así como para los valores observados del VIX e índice Skew; los estadísticos estarían dados por:

Variable	Media	Desviación Estándar	Curtosis	Asimetría	JB P-valor	LB P-valor
S&P500	0.0067	0.04090	1.32208	-0.61889	0.0000	0.46845
MSCI World Index	0.0045	0.04230	1.46115	-0.65061	0.0000	0.20863
VIX	0.0180	0.20348	6.19039	1.63561	0.0000	0.00357
Índice Skew	0.0008	0.04618	2.57181	0.12746	0.0000	0.00000

Tabla 1 .
Estadísticos de rentabilidades de variables mensualizadas

En la Tabla 1 vemos como todas las medias de las rentabilidades de estas variables mensualizadas giran alrededor de cero; además de esto, se observa como los p-valores de la prueba Jarque-Bera implican que ninguno de los índices (ni de mercado ni de miedo) tienen un comportamiento gaussiano y, con el test Ljung-Box, que tanto el índice S&P500 como el MSCI, cuentan con ausencia de auto correlación; con lo anterior corroboramos la imposibilidad de realizar pronósticos acertados sobre estos índices bursátiles, debido al movimiento completamente aleatorio de estos, contando con un valor esperado (para la rentabilidad) de cero, como guiño a la hipótesis (débil) de mercados eficientes (Fama, 1965; Samuelson, 1965); lo contrario podría implicar casos de arbitraje y permitiría la predicción de niveles de índices bursátiles. Adicionalmente, se encuentra que existe una relación alta y positiva entre los retornos mensualizados de los índices S&P500, y el MSCI World (parte del *Modern Index Strategy*) con 0.9117 de correlación, ambos siendo índices representativos de la situación actual del mercado global, entendiendo que el primero (S&P500) está centrado enteramente en las empresas cotizantes en el *NYSE* o el *NASDAQ*, y el MSCI World hace referencia al rendimiento de acciones de mediana y gran capitalización de 23 países de mercados desarrollados. También se identifica una correlación positiva entre el índice Skew y los valores mensuales realizados del S&P500, y el MSCI (0.6621 y 0.6366 respectivamente), por lo cual se infiere una relación en la cual, mientras la capitalización de estos índices disminuye la perspectiva de los inversores sobre la volatilidad esperada en los próximos 30 días habría de ser menor.

3.3 Comparaciones con otros índices de miedo y el proxy de Mercado

Con el fin de comprar el comportamiento del índice Skew con otros índices similares se recolecta información de índices de miedo financiero analizados por Almeida, Ardison, Garcia, & Vicente (2017), Arak & Mijid (2006) y Shaikh & Padhi (2015), entre otros. De esta manera se puede determinar la relevancia que pueda tener el índice Skew para el S&P500, además de la necesidad de tener otras variables que ayudasen a calcular las fluctuaciones del proxy de mercado, debido a que una sola de estas variables no tiene el suficiente poder predictivo.

Los índices basados en encuestas se encuentran:

- *Crash Confidence Index* (CRASH). La información proviene del sitio web de la escuela de Administración de Yale.⁵ A pesar de contar con información desde enero de 1990 a diciembre de 2018, los datos más antiguos hasta 2001 son semianuales, por lo que este índice es utilizado en este documento para medidas de correlación, no para regresiones.
- Bull-Bear spread (Bull-Bear). Este indicador proviene del sitio web de la Asociación Americana de Inversionistas Individuales.⁶ Información semanal desde julio de 1988 hasta diciembre de 2018. Este índice se construye según los sentimientos de alza (*bullish*) y baja (*bearish*) del mercado, donde se pregunta la expectativa (de forma porcentual) de que los precios de las acciones aumenten y disminuyan en los próximos seis meses, respectivamente.

La lista de índices de miedo basados en opciones está compuesta por:

- Índice de Volatilidad (VIX): Creada por el *Chicago Board Options Exchange* (CBOE) y utilizado por la Reserva Federal de Filadelfia. Cuenta con información diaria desde el 01-1990 hasta 12-2018.
- Índice de Volatilidad Nasdaq (VXN) Creada por el CBOE. Es una medida de las expectativas del mercado de volatilidad de 30 días para el índice Nasdaq-100, implícito al precio de las opciones en este índice. Cuenta con información diaria desde el 01-1990 hasta 12-2018, analizada por Arak & Mijid (2006) y Shaikh & Padhi (2015).

⁵<https://som.yale.edu/faculty-research-centers/centers-initiatives/international-center-for-finance/data/stock-market-confidence-indices/united-states-stock-market-confidence-indices>

⁶<https://www.aaii.com/sentimentsurvey>

- Índice de Volatilidad Implícita (IVX): A diferencia del VIX, este índice permite calcular la volatilidad de todos los activos bursátiles (que participen con opciones en el mercado), según ponderaciones e interpolaciones lineales según tiempo de expiración de los contratos. Se cuenta con información mensual desde junio de 1995 a diciembre de 2018.
- Índice Oro (XAU): Como ha sido estudiado por Cohen & Qadan (2010) y Qadan & Yagil (2012), el oro es y siempre ha sido el refugio en el cual los inversionistas temerosos se resguardan de posibles crisis financieras. Se cuenta con información mensual desde enero de 1990 a diciembre de 2018.

	S&P500	Índice Skew	CRASH	Bull-Bear Spread	VIX	IVX
S&P500	1					
Índice Skew	0.7200	1				
CRASH	-0.1107	-0.0681	1			
Bull-Bear Spread	0.0051	0.0683	0.3600	1		
VIX	-0.5041	-0.4340	-0.5039	-0.2621	1	
IVX	0.9776	0.6940	-0.0320	0.0089	-0.5810	1
Gold	-0.3344	-0.1292	-0.3513	-0.2133	0.1062	-0.2914

En la Tabla 2 se puede observar la alta y positiva correlación (0.72) entre niveles que cuentan el S&P500 y el índice Skew, y el S&P500 con el IVX (0.9776), así como entre el proxy de mercado y su índice de Volatilidad (VIX) se correlacionan de forma alta y negativa (-0.5041). Esta información es utilizada en el próximo apartado para verificar relaciones de causalidad.

Así mismo, se revisa la correlación entre retornos logarítmicos mensuales, empezando por que existen una gran cantidad de datos que no pueden ser calculados para los índices CRASH, Bull-Bear Spread e IVX, precisamente por la naturaleza del cálculo de las rentabilidades en modo log, el cual es discutido más a fondo en la siguiente sección; es por esto que se hace una ventana de tiempo desde 2001 para todos los índices, con el fin de realizar el estudio de correlaciones visto en la Tabla 3. A recalcar, contamos con que los retornos log del VIX tienen una correlación alta y negativa (-0.6155) con el S&P500, mientras que el IVX con el S&P500 cuenta con una correlación alta y positiva (0.9594); los demás datos no muestran mayor relación.

Tabla 2.
Correlación entre datos mensuales de índices de miedo y el s&p500.

Tabla 3.
Correlación entre retornos log mensuales de índices de miedo y el s&p500.

	S&P500	Índice Skew	CRASH	Bull-Bear Spread	VIX	IVX
S&P500	1					
Índice Skew	0.0529	1				
CRASH	0.0695	0.1345	1			
Bull-Bear Spread	0.1971	0.2262	0.1739	1		
VIX	-0.7293	-0.0321	-0.1363	-0.1167	1	
IVX	0.9594	0.0446	0.0711	0.147	-0.723	1
Gold	-0.094	0.0738	0.0814	-0.087	-0.1058	-0.0394

3.4 Aproximación al comportamiento del proxy de mercado por medio de índices de miedo

Lo anterior sirve de punto de partida para saber cuáles son los índices por utilizar en este estudio, además de la correlación entre estos. Ahora bien, la necesidad de darle un contexto vaticinador cobra sentido cuando estos índices de miedo están basados en pronósticos, ya sea por qué son encuestas sobre el comportamiento de mercado en los próximos meses, o ser índices calculados con información de la compra/venta de opciones sobre el proxy de mercado con vencimiento a treinta (30) días.

Es entonces que se analizan modelos econométricos, para determinar la significancia y poder de pronóstico del índice Skew y el VIX por solitario al proxy de mercado (S&P500), además de modelos que amalgamarán de mejor forma una interacción entre los diferentes índices de miedo para intentar explicar el comportamiento futuro del S&P500.

A continuación se presentan los modelos utilizados en el estudio. Los resultados estadísticos pueden ser encontrados en los Apéndices 2 y 3 para el modelo de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) y Mínimos Cuadrados Generalizado (MCG), los cuales cuentan con los mismos valores y p-valores, además de incluirse la verificación por Método de Momentos Generalizados (MMG)⁷ (Apéndices 6 y 7), en los cuales sólo cambia el valor del intercepto, manteniendo la misma información para todos los demás cálculos.

⁷De acuerdo a Brooks (2014), Mínimos Cuadrados Ordinarios es una técnica para estimar parámetros desconocidos en un modelo de regresión lineal, asumiendo que los parámetros tienen la misma varianza y no están correlacionados, contando con un error ϵ_t homoscedástico, mientras Mínimos Cuadrados Generalizados permite que se realice una estimación de los β_i cuando el error es de variación desigual (heteroscedástico). Por otro lado, El Método de Momentos Generalizados permite la estimación de modelos de expectativas racionales no lineales, que no podrían ser estimados por otros métodos, además de poder ser utilizados cuando se encuentran problemas de endogeneidad, y adicionalmente no impone restricciones en la distribución de los datos.

Modelo 1:

$$S\&P500_t = \beta_0 + \beta_1 \text{Indice Skew}_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (9)$$

Modelo 2:

$$S\&P500_t = \beta_0 + \beta_1 VIX_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (10)$$

Modelo 3:

$$S\&P500_t = \beta_0 + \beta_1 \text{Indice Skew}_{t-1} + \beta_2 VIX_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (11)$$

Modelo 4:

$$S\&P500_t = \beta_0 + \beta_1 \text{Indice Skew}_{t-1} + \beta_2 VIX_{t-1} + \beta_3 \text{BullBear Spread}_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (12)$$

Modelo 5:

$$S\&P500_t = \beta_0 + \beta_1 \text{Indice Skew}_{t-1} + \beta_2 IVX_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (13)$$

Modelo 6:

$$S\&P500_t = \beta_0 + \beta_1 \text{Indice Skew}_{t-1} + \beta_2 IVX_{t-1} + \beta_3 XAU_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (14)$$

Modelo 7:

$$S\&P500_t = \beta_0 + \beta_1 \text{Indice Skew}_{t-1} + \beta_2 VIX_{t-1} + \beta_3 IVX_{t-1} + \beta_4 XAU_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (15)$$

Lo encontrado en estas regresiones lineales es que:

1. El índice Skew y el VIX por sí solos tienen poder explicativo. Se encuentra que los p-valores de estas regresiones simples son inferiores a todos los niveles de incertidumbre. Cabe notar que los errores asociados a estos procesos no se comportan de forma gaussiana, por lo que se podría dudar del diagnóstico realizado con estos modelos.
2. Una combinación exclusiva del índice Skew y el VIX como medidas explicativas del S&P500 no puede ser utilizado, debido a que, a pesar de que el p-valor conjunto del modelo si cumple requisitos de todos los valores de significancia, el VIX por sí solo no lo cumple, ni los errores del Modelo (3) cumple con distribución de normalidad.
3. En modelos de regresión múltiple, iniciando con el índice Skew y el índice CRASH, y agregando diferentes variables,⁸ en ninguna de las ocasiones permitieron un p-valor significativo para el CRASH como medida explicativa del S&P500.
4. Además, los estudios de las regresiones entre el índice Skew y el Bull-Bear Spread, y agregando diferentes variables,⁹ en ninguna de las ocasiones permitieron reconocer al Bull-Bear Spread como medida explicativa del S&P500.
5. El IVX y el XAU resultan ser buenas variables que acoplan lo explicativo del índice Skew y el VIX de manera conjunta, para entender lo que sucederá con el S&P500 un mes adelante.

Además de esto, siguiendo el trabajo realizado por Almeida et al. (2017), fueron probadas las mismas combinaciones lineales, con retornos logarítmicos del S&P500 y demás índices de miedo, siempre comparando el proxy del mercado del periodo t con variables independientes un periodo antes; de tal forma se tiene:

Modelo 1.1:

$$\ln\left(\frac{S\&P500_t}{S\&P500_{t-1}}\right) = \beta_0 + \beta_1 \ln\left(\frac{IndiceSkew_{t-1}}{IndiceSkew_{t-2}}\right) + \varepsilon_t, \quad (16)$$

⁸ Muchas más combinaciones de variables fueron probadas de las que han sido incluidas en este documento. Estarán disponibles a solicitud del lector.

⁹ Fueron realizadas más combinaciones con variables explicativas buscando de forma fútil una explicación conjunta de estos al S&P500. Están disponibles a solicitud del lector.

Modelo 2.1:

$$\ln\left(\frac{S\&P500_t}{S\&P500_{t-1}}\right) = \beta_0 + \beta_1 \ln\left(\frac{VIX_{t-1}}{VIX_{t-2}}\right) + \varepsilon_t, \quad (17)$$

Modelo 3.1:

$$\ln\left(\frac{S\&P500_t}{S\&P500_{t-1}}\right) = \beta_0 + \beta_1 \ln\left(\frac{IndiceSkew_{t-1}}{IndiceSkew_{t-2}}\right) + \beta_2 \ln\left(\frac{VIX_{t-1}}{VIX_{t-2}}\right) + \varepsilon_t, \quad (18)$$

Modelo 4.1:

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{S\&P500_t}{S\&P500_{t-1}}\right) = & \beta_0 + \beta_1 \ln\left(\frac{IndiceSkew_{t-1}}{IndiceSkew_{t-2}}\right) + \beta_2 \ln\left(\frac{VIX_{t-1}}{VIX_{t-2}}\right) \\ & + \beta_3 \ln\left(\frac{BullBearSpread_{t-1}}{BullBearSpread_{t-2}}\right) + \varepsilon_t, \end{aligned} \quad (19)$$

Modelo 5.1:

$$\ln\left(\frac{S\&P500_t}{S\&P500_{t-1}}\right) = \beta_0 + \beta_1 \ln\left(\frac{IndiceSkew_{t-1}}{IndiceSkew_{t-2}}\right) + \beta_2 \ln\left(\frac{VIX_{t-1}}{VIX_{t-2}}\right) + \varepsilon_t, \quad (20)$$

Modelo 6.1:

$$\ln\left(\frac{S\&P500_t}{S\&P500_{t-1}}\right) = \beta_0 + \beta_1 \ln\left(\frac{IndiceSkew_{t-1}}{IndiceSkew_{t-2}}\right) + \beta_2 \ln\left(\frac{IVX_{t-1}}{IVX_{t-2}}\right) + \beta_3 \ln\left(\frac{XAU_{t-1}}{XAU_{t-2}}\right) + \varepsilon_t, \quad (21)$$

Modelo 7.1:

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{S\&P500_t}{S\&P500_{t-1}}\right) = & \beta_0 + \beta_1 \ln\left(\frac{IndiceSkew_{t-1}}{IndiceSkew_{t-2}}\right) + \beta_2 \ln\left(\frac{VIX_{t-1}}{VIX_{t-2}}\right) + \beta_3 \ln\left(\frac{IVX_{t-1}}{IVX_{t-2}}\right) \\ & + \beta_4 \ln\left(\frac{XAU_{t-1}}{XAU_{t-2}}\right) + \varepsilon_t, \end{aligned} \quad (22)$$

Lo encontrado en estas regresiones lineales puede ser encontrado en Apéndices 4 y 5 para MCO y MCG, además de Apéndices 8 y 9, donde se encuentran los mismos valores y significancia estadística; las conclusiones sobre el tema son:

1. Tanto con el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios como con Mínimos Cuadrados Generalizados se encuentran los mismos estimadores para β_i en todos los casos de todos los modelos con mismos p-valores.
2. Se encuentra la imposibilidad de estimar el Modelo 4.1 con Método de Momentos Generalizado, ni calculando los retornos de forma logarítmica $R_{BBS} = \left(\frac{\text{bull bear spread}_t}{\text{bull bear spread}_{t-1}} \right)$, ni con los retornos de forma simple $R_{BBS} = \frac{BBS_t - BBS_{t-1}}{BBS_{t-1}}$,¹⁰ por los cuales el algoritmo no puede ser completado. Modelos OLS y GLS pueden ser realizados acotando la serie, debido a que existen una gran cantidad de datos inexistentes, por la naturaleza propia del cálculo de la rentabilidad logarítmica.
3. Ni los retornos logarítmicos del índice Skew ni del VIX por si sólo tienen poder explicativo. Los p-valores de estas regresiones simples son muy superiores que cualquier nivel de significancia, tanto para la prueba individual, como para la prueba conjunta.
4. Ninguna combinación posible con los índices de miedo contemplados en este estudio arroja p-valores que estén por debajo de los niveles de significancia requeridos para poder aceptar poder explicativo de las variables independientes hacia la rentabilidad logarítmica del S&P500.¹¹

Sabiendo que los niveles del índice Skew sí tiene poder explicativo sobre los niveles del S&P500 y, por lo tanto, tiene relevancia como predictor del mercado, aumenta la importancia de un estudio sobre la posibilidad de intentar predecir los movimientos de este índice bursátil, para intentar tomar medidas de choque ante futuros movimientos que influyan miedo en los inversionistas, lo cual es precisamente la materia del siguiente apartado.

¹⁰ Lo cual implica que, cualquier combinación que incluyera la existencia del retorno logarítmico del bull bear spread no puede ser realizado.

¹¹ Muchas más combinaciones de variables fueron probadas de las que han sido incluidas en este documento. Estarán disponibles a solicitud del lector.

Una forma de abordar el problema de modelar correctamente el sistema de predicción para la serie de tiempo del índice Skew es tomar el mismo camino de Tully y Lucey (2007), donde se analizan las relaciones en dos períodos de crisis para mercados bursátiles, examinando un período de unos años alrededor de un colapso. En su trabajo, los autores analizan alrededor de dos eventos globales: el *crash* de octubre de 1987 (por el cual existe el índice Skew), así como el pico alcista de marzo de 2001, donde utilizan el oro como herramienta de predicción, aplicando sistemas APGARCH. Los autores incorporan modelos Power GARCH con asimetría, el cual, permite incorporar tanto apalancamiento como el efecto Taylor quien, según explica Ghalanos (2018), observó que la autocorrelación de la muestra de los rendimientos absolutos era generalmente mayor que la de los rendimientos al cuadrado. Tully y Lucey (2007) encuentran que utilizando datos del oro efectivo y de futuros durante un período prolongado, confirman que el dólar estadounidense es la principal variable macroeconómica que influye en los precios del oro, con lo cual podemos traer a colación índices que pueden ser utilizados en este estudio, por lo cual incluimos el oro (XAU).

Adicionalmente, este estudio presenta un análisis comparativo entre el índice Skew y el valor real de la desviación estándar de la rentabilidad del S&P500. La idea es contrastar las conclusiones de Fan, Imerman, y Dai (2016) quienes cuestionan la igualdad entre la volatilidad de la prima por riesgo a un sesgo sistemático del precio entre la volatilidad realizada ex post y la volatilidad esperada ex ante implícita en opciones.

4.1 Modelaje ARIMA

Dada la relevancia del índice Skew para el mercado de capitales estadounidense, este capítulo busca modelar la serie de tiempo de tal forma que se pueda predecir su comportamiento futuro de forma correcta, incluyendo valores de incertidumbre sobre su movimiento estocástico.

Como paso previo al desarrollo de los modelos, se prueba la estacionariedad de las series de tiempo estudiadas. Una de las mejores formas de verificar que así sea, es realizando la prueba Dickey-Fuller Aumentada (ADF de ahora en adelante, por sus siglas en inglés), donde la hipótesis nula (H_0) es que el modelo auto regresivo tiene raíz unitaria. Por lo tanto, lo necesario es que la serie de tiempo no cuente con raíz unitaria y la prueba de ADF habría de rechazar su H_0 . De acuerdo con lo anterior, y observando los resultados de la Tabla 4, se encuentra que tanto el índice S&P500 y el MSCI World cuentan con raíz unitaria, al igual que el VIX; el índice Skew no cumple con esta condición, mostrando que se comporta de forma estacionaria.

Figura 1 .
Test dickey-fuller
aumentado sobre
variables realizadas

Variable	ADF	P-Value
S&P500	-1.7677	0.6748
MSCI World Index	-2.8932	0.1999
VIX	-3.0149	0.1485
Índice Skew	-4.1723	0.01

*Ho: Variable cuenta con raíz unitaria.

El siguiente paso es verificar que las variables temporales no sean ruido blanco, ya que una serie que no está correlacionada no podría ser estudiada bajo los modelos ARIMA, y por lo cual no podría ser pronosticada de esta forma. Siguiendo el test de Ljung-Box se puede determinar si se ha realizado la conjetura de forma correcta. La hipótesis nula de esta prueba es ausencia de autocorrelación. El test estadístico está dado por

$$Q^* = n(n + 2) \sum_{k=1}^h \frac{\hat{\rho}_k^2}{n - k}, \quad (23)$$

donde n es el tamaño de la muestra, $\hat{\rho}_k$ es la autocorrelación muestral de rezago k , y h es en número de rezagos siendo probados. Dados los p-valores, se interpreta que todas las variables de estudio se comportan de forma dependiente. Al diferenciar estas variables mensualizadas, vemos como sus p-valores pasan la hipótesis nula de que no hay autocorrelación, excepto por el índice Skew, por lo cual se pueden utilizar modelos ARIMA para predecir el comportamiento futuro del índice Skew (Ver Tabla 5).

Tabla 5 .
Ljung-box test.
Prueba de
independencia
sobre variables
diferenciadas

Variable	Ljung-Box	P-valor
MSCI World Index	2.14	0.14
S&P500	0.26	0.61
VIX	1.21	0.27
Índice Skew	62.81	0.00

*Ho: Ausencia de autocorrelación.

Dado que el índice Skew es tomado como una serie de información univariada, tal como explica Diebold (2017), el siguiente paso es poner a prueba los modelos, donde se verifican los componentes explicativos que podrían encontrar del índice Skew.

- **Modelo 1:** Supone exclusivamente la existencia de una tendencia lineal,
- **Modelo 2:** Existe un comportamiento cuadrático en la tendencia,
- **Modelo 3:** Un sistema sin tendencia,
- **Modelo 4:** Se hace una transformación de la serie de tiempo (índice Skew) a logarítmica, lo cual, según Diebold (2018), resulta efectivo para sistemas que resultan ser no lineales de forma pura, pero sí con este tipo de conversión. Además de esto, trabajamos con sistemas componente de estacionalidad y tendencias cúbicas, y,
- **Modelo 5,** el cual es la serie de tiempo del índice Skew de forma logarítmica, y con componente de estacionalidad y tendencia.

Se realiza la verificación de ARIMA con el software computacional para cada uno de los modelos descritos anteriormente, lo cual arroja los siguientes resultados, donde se está interesado tanto el orden de sus términos (p , d , q), como los criterios de información AIC¹² y BIC¹³ para su debida selección. De acuerdo a Diebold (2018), estos criterios están basados en la penalización de los residuos dentro de la muestra, con el fin de tener una estimación más precisa de los pronósticos fuera de muestra. Los estadísticos están dados por:

$$AIC = \frac{e^{\frac{2K}{T}} \sum_{t=1}^T e_t^2}{T}, \quad (24)$$

$$BIC = \frac{T^{\frac{K}{T}} \sum_{t=1}^T e_t^2}{T}, \quad (25)$$

¹² De acuerdo a Diebold (2018), el criterio de información de Akaike es una estimación de la varianza del error de pronóstico fuera de muestra, penalizando los grados de libertad. Junto con el BIC, es utilizado para seleccionar entre modelos de pronóstico planteados por el investigador.

¹³ El criterio de información bayesiano o de Schwarz, es una alternativa al AIC con la misma interpretación, pero con una penalización de grados de libertad aún más severa. Diebold (2018)

Tabla 6.
Modelos arima
utilizados con
criterios de
información para
niveles de índice
skew

Modelo	SARIMA	AIC	BIC
1 ¹	(1,0,1)(0,0,1)12	2010.46	2033.43
2	(1,0,1)	2002.16	2025.14
3	(1,1,2)(0,0,1)12	2008.32	2027.45
4	(1,0,1)	-1247.51	-1178.59
5	(1,0,1)	-1240.72	-1179.46

*El menor valor de AIC y BIC indican el mejor modelo

Tanto con el modelo donde la tendencia es lineal (Modelo 1) y con la tendencia cuadrática (Modelo 2) arroja que se trata de un ARIMA (1,0,1)(0,0,1)12, mientras que corriendo un Auto ARIMA de R¹⁵ se encuentra que el modelo mejor ajustado es un (1,1,2)(0,0,1)12. Los criterios de información muestran que el modelo Número 1 es descartado, mientras que el Modelo 2 es mejor que el Modelo 3 según Akaike y Bayesiano.

Se realiza un control sobre los residuos de los 5 modelos, siguiendo el test de Ljung-Box se puede determinar si se han realizado conjeturas y planteamientos de forma correcta. La hipótesis nula se establece asumiendo que los datos de los residuos se distribuyen de forma independiente.

Dados los p-valores, se interpreta que existe un 92,05% y 77,67% de probabilidad que los residuos de los modelos 4 y 5 se comporten de forma aleatoria, o que se comporten como ruido blanco, mucho mayor al 0.05 necesario para rechazar la hipótesis nula de dependencia de estos residuos (necesario para aprobar los modelos estudiados).

¹⁴ La composición del modelo 1: (1,0,1)(0,0,1)12 muestra tanto sus componentes autorregresivo y media móvil inmediatos, como los temporales. Para este caso concreto la ecuación que acompañaría a este modelo estaría dado por:

$$\text{Índice Skew}_t = \text{Tendencia}_t + \phi_1 \text{Índice Skew}_{t-1} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_{12} \varepsilon_{t-12}$$

¹⁵ Del paquete forecast de R, auto.arima devuelve el mejor modelo ARIMA según AIC, AICc o BIC, utilizando suma de cuadrados condicional para encontrar valores iniciales y como método de ajuste máxima verosimilitud.

Modelo	Q*	P-valor
1	28.064	0.1079
2	33.191	0.0442
3	27.305	0.0978
4	0.0100	0.9205
5	0.0804	0.7767

*Ho: Ausencia de autocorrelación.

A menudo, se selecciona el mismo modelo de acuerdo con los criterios de información, indistintamente si se realiza una comparación con Akaike, Schwarz u otros.¹⁶ Cuando no es así, a pesar de la propiedad teórica de eficacia asintótica de AIC, Diebold (2018) recomienda el uso del modelo más parsimonioso seleccionado por el SIC, *ceteris paribus*. Debido a que tanto los modelos 4 como 5 cuentan con los menores criterios de información Akaike y Schwarz con diferencias muy pequeños, además de los residuos se comportan como ruido blanco, y teniendo en cuenta el principio de parsimonia, se opta por realizar el pronóstico con la serie de tiempo ARMA (1,1) para el índice Skew de forma logarítmica, y con componente de estacionalidad y tendencia, denominado Modelo 5, de ahora en adelante:

Tabla 7.
Test Ijung-
box. Prueba de
independencia
de los residuos
de los modelos
implementados

La información suministrada por este procedimiento son los órdenes regulares del AR, I y MA (p, d, q), los órdenes estacionales del AR, I y MA (P, D, Q), y la periodicidad de la serie (s). (Hyndman et al., 2019)

¹⁶ Claeskens & Hjort (2008) exponen un sinnúmero de criterios de información, como lo son el de Criterio de Información de Desviación (DIC, por sus siglas en inglés), Criterio de Información Enfocado (FIC, por sus siglas en inglés), Criterio de Información de Takeuchi (TIC, por sus siglas en inglés) o Criterio de Información Hannan–Quinn (entre otros), los más utilizados en estudios econométricos y en paquetes estadísticos son los de Akaike and Schwarz, por lo cual solo serán estos dos últimos relacionados en el documento.

la serie de tiempo ARMA (1,1) para el índice Skew de forma logarítmica, y con componente de estacionalidad y tendencia, denominado Modelo 5, de ahora en adelante:

$$\log(\text{Skew})_t = \log(\text{Skew})_{t-1} + \varepsilon_t + \theta\varepsilon_{t-1} + \text{Tendency}_t + \text{Seasonal}_t$$

$$\log(\text{Skew})_t = \log(\text{Skew})_{t-1} + \varepsilon_t + \theta\varepsilon_{t-1} + (\mu_1 + \mu_2 t) + \sum_{i=1}^s \gamma_i D_{it}, \quad (26)$$

donde

$$S_t = \begin{cases} \gamma_1 & ssi & t = ene \\ \gamma_2 & ssi & t = feb \\ \vdots & & \vdots \\ \gamma_{12} & ssi & t = dic \end{cases} \quad (27)$$

4.2 Modelaje ARIMA y GARCH

A pesar de los resultados encontrados en el punto anterior, se decide probar y trabajar con un modelo de rentabilidad logarítmica en vez del sistema anterior de niveles del índice Skew, precisamente para capturar los saltos de volatilidad en el mercado bursátil estadounidense, además de intentar encontrar un modelo más robusto, de acuerdo a la teoría financiera de precios de acciones en medios bursátiles.

En teoría financiera, puede que más importante que la realización de eventos, es como estos influyen en la rentabilidad esperada, que es lo que realmente busca el inversionista. Es por esto que en esta sección se vuelca la investigación hacia los retornos mensuales del índice Skew, intentar modelarle, encontrando cómo se comportan su media y varianza. Lo primero es entender que existen dos medidas de rentabilidad a un periodo, las cuales son la simple y la logarítmica, formula 28 y 29 respectivamente,

$$R_{[t,t-1]} = R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}, \quad (28)$$

$$R_{[t,t-1]} = R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right), \quad (29)$$

donde, P es el precio de la acción (o el índice), comparando el precio del periodo actual t con un periodo inmediatamente anterior ($t-1$) o, de modo generalizado, cualquier periodo anterior ($t-b$), siempre y cuando b no supere la longitud total de los datos que se tienen. De acuerdo a Panna (2017), una de las principales razones por las que se usa el retorno logarítmico en vez de la rentabilidad simple es porque, a pesar de que agregar números cercanos a cero no representa problema, multiplicar números cercanos a cero puede causar un desbordamiento aritmético. El siguiente paso es, por medio del proceso auto.arima (ver nota de pie 15), encontrar los mejores candidatos para trabajar con los modelos auto regresivos y de media móvil, dependiendo de parámetros pre establecidos. En el modelo 6 (siguiendo con la nomenclatura de la sección anterior), se encuentra que, al añadirse un componente de tendencia lineal, el mejor modelo es el MA (4), el cual puede ser representado por en la ecuación 30,

$$R_t = Tendecy_t + \varepsilon_t + \theta_1\varepsilon_{t-1} + \theta_2\varepsilon_{t-2} + \theta_3\varepsilon_{t-3} + \theta_4\varepsilon_{t-4}, \quad (30)$$

mientras que, sin agregar modelos de tendencia, el mejor resultado posible es un SARIMA (1, 0, 2)(0, 0, 1)₁₂, mostrado en la ecuación 31,

$$R_t = \phi_1 R_{t-1} + \varepsilon_t + \theta_1\varepsilon_{t-1} + \theta_2\varepsilon_{t-2} + \theta_{12}\varepsilon_{t-12}. \quad (31)$$

Modelo	ARIMA	AIC	BIC
6	(0,0,4)	-1236.97	-1213.87
7	(1,0,2)(0,0,1) ₁₂	-1236.16	-1216.91

Tabla 8.
Modelos Arima
Utilizados Con Criterios
De Información Para
Retornos Del Índice
Skew

En la Tabla 7 se encuentran ambos modelos explicados anteriormente, junto con sus valores de Akaike y Schwarz.¹⁷ El modelo 6 es escogido para realizar el estudio,

¹⁷ Fueron realizadas más combinaciones con diferentes tendencias cuadráticas y cubicas, además de dummies para modelar el componente estacional, los cuales no mostraban un mejor desempeño según criterios de información que los modelos 6 y 7. Los resultados de estos están disponibles a solicitud del lector.

debido a tres razones principales: 1) no hay una diferencia significativa entre los dos modelos según criterios de información, 2) por parsimonia, escogemos el modelo con menos variables explicativas, 3) el paquete rugarch de R, en su versión más reciente (versión 1.4-1 de 2019),¹⁸ no cuenta con la posibilidad de añadir modelos SARIMA, pero sí ARMA con regresores externos.

Engle (1982) propone la verificación de heteroscedasticidad condicional, en la cual la varianza del término de la innovación del tiempo t , es una función que cuenta como parámetros los términos de error de períodos anteriores. En el paquete vars¹⁹ de R se encuentra la función “arch.test”, basado en el principio de Engle, verifica que un modelo dado, en este caso los residuos del modelo MA(4), cumpla con la hipótesis nula de que no se encuentran efectos ARCH. El modelo MA(4) no cumple con esta propuesta, contando con un p-valor de 4.253e-07, inferior a todas las medidas de confianza, por lo cual se decide proponer modelos ARCH con diversos parámetros.

De forma iterativa, se comprenden modelos sGARCH, eGARCH, gjrGARCH e iGARCH, con diferentes componentes AR y de heteroscedasticidad condicional. Estos modelos descritos a continuación, de acuerdo a lo explicado por Ali (2013); Casas & Cepeda (2008; Glosten, Jagannathan, & Runkle (1993):

GARCH exponencial (eGARCH):

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t; \ln \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \ln \sigma_{t-j}^2, \quad (32)$$

gjrGARCH:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_t^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{j=1}^p \gamma_j I_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2, \quad (33)$$

donde

$$I_{t-i} = \begin{cases} 1 & \text{si } \varepsilon_{t-1} < 0 \\ 0 & \text{si } \varepsilon_{t-1} \geq 0 \end{cases} \quad (34)$$

¹⁸ De acuerdo a la descripción del paquete por Ghalanos (2019).

¹⁹ Para mayor información remitirse a Pfaff (2008)

GARCH integrado (iGARCH):

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t; \sigma^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^j \beta_j \sigma_{t-j}^2, \quad (35)$$

donde la suma²⁰ de los coeficientes está restringido a 1, principal diferencia con el GARCH simple. Es por esto que los modelos iGARCH son fuertemente estacionarios sin ser debilmente estacionarios (Nelson, 1990). Lo encontrando en este proceso de iteraciones es que el modelo que mejor se comporta es el eGARCH(1,3) con innovaciones distribuidas como *t-student*²¹ para la varianza, y un modelo tendencial y MA(4) para su media, denominado como *Modelo 8* de ahora en adelante; modelos con orden inferior ARCH no mostraban que se supliera por completo lo heteroscedastico condicional del modelo (realizando prueba de Engle después de corrido el modelo), y ordenes mayores, como GARCH(1,4) y superiores, tienen desviaciones sobre las innovaciones muy grandes, lo cual desestabiliza el modelo, implicando amplios intervalos de confianza, derivando en información no certera sobre lo ocurrencia futura de los rendimientos logarítmicos del Índice Skew, ni de sus posibles niveles. Los resultados de los diferentes modelos GARCH(1,3) con variación del modo en que se distribuyen las innovaciones son mostrados en el Apéndice 10, donde también se ven las pruebas de resultados de pronósticos dentro de muestra, los cuales son explicados en el capítulo sobre pronósticos.

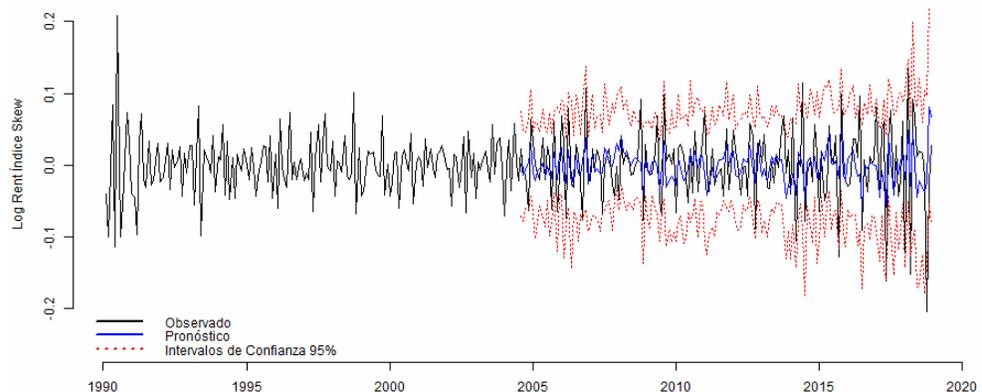
²⁰ $\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{i=1}^j \beta_i = 1$

²¹ Los resultados de estas iteraciones están disponibles a solicitud del lector.

4.3 Pronósticos

Como primera medida se realiza un pronóstico dentro de la muestra, dividiendo la serie de tiempo realizada en dos partes iguales²² pronosticando un periodo hacia adelante a la vez. Para esto se utiliza una ventana de tiempo para realizar la base de la predicción con el Modelo 8 del índice Skew de como rentabilidad logarítmica, retirando el componente de estacionalidad y tendencia del Modelo 5, intentando conseguir el mayor número de aciertos, tal que el valor observado del índice Skew, esté dentro del intervalo de confianza de cada uno de los pronósticos dados.

FIGURA 4. Pronóstico dentro de muestra de los rendimientos mensualizados del índice skew (in-sample). Fuente: el autor



En la Figura 4 se puede observar el pronóstico dentro de muestra, utilizando la primera mitad de la serie de retornos del índice Skew como base para la proyección de los retornos del mismo índice. Complementado, teniendo en cuenta que la rentabilidad logarítmica del índice Skew está dado por

$$R_t = \ln\left(\frac{\text{Índice Skew}_t}{\text{Índice Skew}_{t-1}}\right), \quad (36)$$

²²Por medio de este procedimiento, se puede pronosticar un periodo a la vez con una ventana de tiempo de la mitad de la longitud completa de la serie de tiempo; para el caso del índice Skew analizado desde enero de 1990 hasta diciembre de 2018 se cuenta con 348 datos mensuales, por lo que cada ventana estará comprendida por 174 datos mensuales, mientras que para el modelo de rentabilidad mensual tendríamos 347 datos, por lo cual la ventana de tiempo es asimétrica, contando con la primera mitad (la cual es base para el estudio) con 174 datos, mientras el segmento a predecir cuenta con 173.

$$e^{R_t} = \frac{\text{Indice Skew}_t}{\text{Indice Skew}_{t-1}} \quad (37)$$

$$\text{Indice Skew}_t = e^{R_t} * \text{Indice Skew}_{t-1},$$

con lo cual obtenemos la representación de la Figura 5.

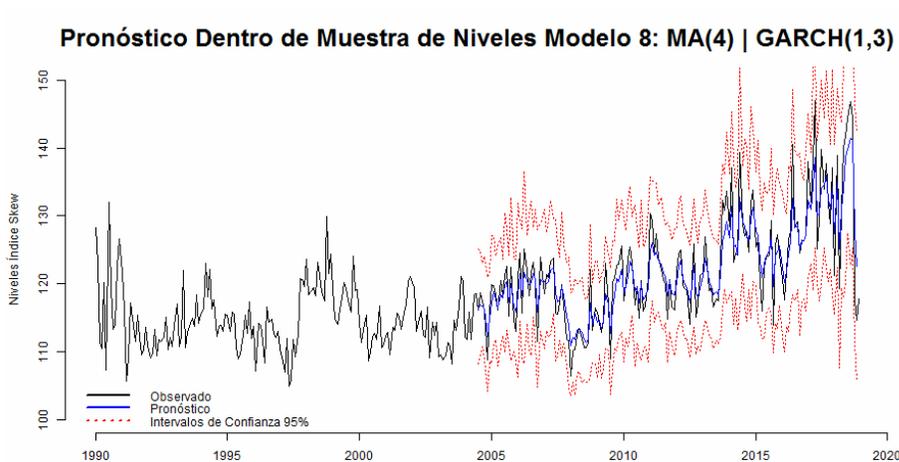


Figura 5. Pronóstico dentro de muestra de los niveles mensualizados del índice skew (in-sample). Fuente: el autor

Se encuentra que, utilizando una ventana de tiempo que se incrementa en un periodo cada vez que nos acercamos al último valor observado, fijando el momento inicial como enero de 1990 (fecha de origen del índice Skew) se obtiene una tasa de acierto de 93.0636%, error absoluto medio de 0.03395 y error cuadrático medio de 0.00156.²³ Se realiza este modelo de predicción dentro de muestra con diferentes modelos GARCH, así como modelos de distribución normal, t-Student y t-Student asimétrico para los residuos, los cuales pueden ser observados en el Apéndice 10. A pesar de que no se encuentran grandes diferencias entre los modelos propuestos para el estudio, sí se observa consistencia en el eGARCH, el cual pasa

²³Como es explicado por Poon & Granger (2003), tanto como la predicción del primer y segundo momento de una serie de tiempo para mercados financieros (y en general) son igualmente importantes, pero lo es aún más corroborar que los modelos con los cuales se intenta identificar la media y la varianza de estos sistemas son acertados. Estos mismos autores proponen el MAE y MSE para evaluar el poder predictivo de distintos modelos GARCH dentro de muestra, en distintos horizontes temporales.

todos los filtros de seguridad, como Ljung-Box Test en Residuos Estandarizados, estadísticos de prueba de estabilidad de Nyblom y valores de Multiplicador de Lagrange de Engle para efectos asimétricos,²⁴ por lo cual es el elegido para ser utilizado para pronosticar el comportamiento de los rendimientos del índice Skew, para posteriormente encontrar los niveles pronosticados de este índice de miedo financiero.

Seguidamente, se pone a prueba la capacidad predictiva del índice Skew respecto de la volatilidad analizada en referencia a los hitos históricos de los *crashes* económicos, con el Modelo 8 (MA (4) y eGARCH (1,3)) y contrastado con un modelo de caminata aleatoria con el ánimo de establecer en qué medida el índice Skew puede contribuir en la predicción de la volatilidad del mercado.

Tabla 9.
Pronóstico de niveles a 12 meses con intervalos de confianza 95%

	Modelo 8			Random Walk		
	5%	Pronóstico	95%	5%	Pronóstico	95%
ene-19	111.481	121.744	132.951	107.721	118.038	128.355
feb-19	112.012	125.061	139.629	105.498	118.209	130.921
mar-19	113.348	126.653	141.520	104.542	118.333	132.123
abr-19	116.361	127.218	139.087	104.104	118.421	132.738
may-19	113.960	127.218	142.018	103.903	118.485	133.068
jun-19	114.567	127.218	141.265	103.813	118.531	133.250
jul-19	116.203	127.218	139.277	103.776	118.564	133.353
ago-19	114.120	127.218	141.819	103.764	118.588	133.412
sep-19	115.109	127.218	140.601	103.762	118.605	133.448
oct-19	116.054	127.218	139.456	103.765	118.618	133.470
nov-19	114.372	127.218	141.506	103.769	118.627	133.484
dic-19	115.510	127.218	140.112	103.773	118.633	133.493

Poniendo a prueba el Modelo 8 se encuentran valores puntuales pronosticados para el índice Skew, así como los valores a cualquier grado de incertidumbre que se quiera incorporar. En la Tabla 8 se observan dichos pronósticos puntuales, así como los intervalos de confianza al 95%, tanto del Modelo 8, como el de caminata aleatoria. De manera gráfica puede ser mejor observada en los Apéndices 11 y 12 del documento, donde se encuentra, para ambos modelos, los intervalos de confianza al 95%, de acuerdo a lo estándar del paquete *forecast* de R (Hyndman et al., 2019).

²⁴Permite la verificación de heteroscedasticidad condicional auto-regresiva en el modelo propuesto, contando con hipótesis nula la no existencia de efectos ARCH. Así mismo, es recomendado realizar este proceso después de una primera “corrección” de efectos ARCH, para determinar que se ha hecho a cabalidad. (Catani & Ahlgren, 2017)

Si se tiene en cuenta la diferencia entre los valores extremos de estos dos modelos (Figura 6), se ve como la varianza del modelo de caminata aleatoria es mucho mayor que el del Modelo 8 y, en el Apéndice 13, se aprecia que siguen diferentes trayectorias, donde el *Random Walk* diverge rápidamente a su media, mientras que el Modelo 8 tiene incorporado las dinámicas de volatilidad, su información propia cuatro (4) meses atrás, y sus innovaciones.

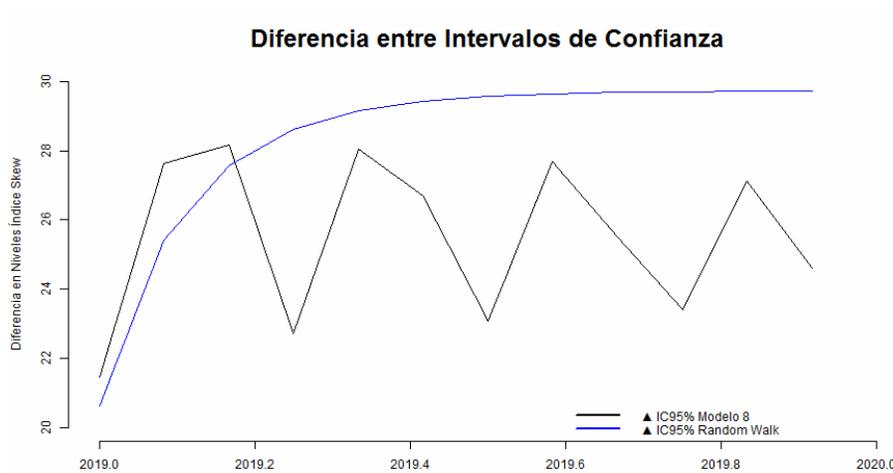


Figura 6. Diferencia comparativa de pronósticos de densidad. Fuente: el autor.

5 AGRADECIMIENTOS

Antes de mostrar las conclusiones, e igualmente importantes, es el agradecer al profesor Andrés Mora Valencia, Ph.D., por su guía y conocimiento a lo largo de este proyecto, así como de los jurados Sergio Cabrales Arévalo, Ph.D. de la Universidad de los Andes y Gabriel Penagos Londoño Ph.D, de la Pontificia Universidad Javeriana, de quienes surgieron grandes sugerencias para la entrega de lo que es un mejor producto de investigación en el área de finanzas e índices de miedo financiero.

MEMORIAS

CONCLUSIONES

Como se esperaba, existe una correlación alta y positiva entre los Índices S&P500, y el MSCI World ambos siendo índices representativos del mercado global y su situación actual, siendo el primero tomado de acciones listadas en el NYSE y NASDAQ, mientras el segundo del *Modern Index Strategy*. Lo que resulta interesante, es que haya una correlación positiva entre el índice Skew y estos dos índices, con lo cual podríamos inferir que, a medida que la capitalización en estos índices representativos del mercado aumenta, la perspectiva de los inversores sobre la volatilidad esperada en los próximos 30 días habría de ser mayor. Aunque se debe recordar lo espurio de *cum hoc ergo propter hoc*, “la correlación no indica una relación causal directa, sino una dependencia común de una tercera variable” (Aldrich, 1995, p. 364). Por lo anterior se realiza estudios de causalidad, con los modelos de regresión Mínimos Cuadrados Ordinarios, Mínimos Cuadrados Generalizados y Método de Momentos Generalizado, donde es demostrado que los niveles un periodo atrás del índice Skew sí funciona como medida explicativa del S&P500, el cual es un buen proxy del mercado, esto último según Denis, McConnell, Ovtchinnikov, & Yu (2003), Gregoriou (2013) y Harris & Gurel (1986), esto si trabaja por si solo (teniendo en cuenta que se podría dudar del diagnóstico por la no distribución gaussiana de los residuos), o trabajando en conjunto con variables como el IVX (índice de Volatilidad Implícita), XAU (Oro) y, de manera importante, con el VIX (índice de Volatilidad).

Es por esto que se sugiere utilizar aproximaciones diferentes, como tomar exclusivamente datos de cierre de mes, en vez de datos diarios, así como modelos ARIMA y GARCH para tener una mejor aproximación al pronóstico del índice Skew, logrando encontrar un modelo que llega a predecir los valores tomados por el índice con un 5% de incertidumbre en una ventana temporal de doce (12) meses. Lamentablemente, el VIX se encontraba mensualizado y se comporta como *Ruido Blanco* en su modo diferencial; los modelos propuestos por la investigación, corroborados utilizando debidos paquetes estadísticos, era precisamente el de integrarle una vez, por lo cual no se pueden realizar modelos de Vectores Auto Regresivos, los cuales cumplen con los requerimientos ARIMA.

Para el próximo estudio, se propone realizar modelo de Redes Neuronales o *Machine Learning*, los cuales no requieren que se cumplan principios de *estacionariedad* ni *Ruido Blanco*. Una de las razones por las que se desea utilizar más de una variable explicativa, es porque, según Kelly & Jiang (2014) las estimaciones basadas en series de tiempo univariada de rendimientos agregados del mercado son incapaces de rastrear con precisión el riesgo de cola condicional. De acuerdo a Gregoriou (2013), el *CBOE VIX Tail Hedge Index*, el cual es un índice basado en el fondo que utiliza opciones *call* del VIX para protección de portafolios de acciones contra riesgos de cola, rinde menos que el S&P500 durante periodos de calma (baja volatilidad), lo anterior se debe a que la prima de protección pagada, lo cual se observaría también si hiciéramos el mismo cubrimiento con el Índice Skew; esto último puede ser base para una futura investigación, prediciendo tanto los valores del VIX, Índice Skew y el *VIX Tail Hedge Index*.

MEMORIAS

BIBLIOGRAFÍA

- Aboura, S., & Chevallier, J. (2016). Tail risk and the return-volatility relation. *Research in International Business and Finance*, 46(1), 16–29.
- Akgiray, V., & Booth, G. G. (1988). The Stable-Law Model of Stock Returns. *Journal of Business & Economic Statistics*, 6(1), 51.
- Aldrich, J. (1995). Correlations Genuine and Spurious in Pearson and Yule. *Statistical Science*, 10(4), 364–376.
- Ali, G. (2013). EGARCH, GJR-GARCH, TGARCH, AVGARCH, NGARCH, IGARCH and APARCH Models for Pathogens at Marine Recreational Sites. *Journal of Statistical and Econometric Methods*, 2(3), 57–73.
- Almeida, C., Ardison, K., Garcia, R., & Vicente, J. (2017). Nonparametric Tail Risk, Stock Returns, and the Macroeconomy. *Journal of Financial Econometrics*, 15(3), 333–376.
- Arak, M., & Mijid, N. (2006). The VIX and VXN volatility measures: Fear gauges or forecasts? *Derivatives Use, Trading & Regulation*, 12(1), 14–27.
- Balcilar, M. (2018). *mFilter: Miscellaneous Time Series Filters (R Package Version 0.1-4)*. Retrieved from <https://cran.r-project.org/package=mFilter>
- Bhargava, A. (1991). Identification and Panel Data Models with Endogenous Regressors. *The Review of Economic Studies*, 58(1), 129.
- Black, K. H. (2006). Improving hedge fund risk exposures by hedging equity market volatility, or how the VIX ate my kurtosis. *The Journal of Trading*, 1(2), 6–15.
- Brooks, C. (2014). *Introductory Econometrics for Finance*. Cambridge University Press (Third edit). Cambridge, England: Cambridge University Press.
- Casas, M., & Cepeda, E. (2008). Modelos ARCH, GARCH y EGARCH: Aplicaciones a Series Financieras. *Cuadernos de Economía*, 27(48), 287–319.
- Catani, P. S., & Ahlgren, N. J. C. (2017). Combined Lagrange multiplier test for ARCH in vector autoregressive models. *Econometrics and Statistics*, 1, 62–84.
- Claeskens, G., & Hjort, N. L. (2008). *Model selection and model averaging (NV-1 onl)*. Cambridge: Cambridge University Press. Retrieved from <http://dx.doi.org/10.1017/CBO9780511790485>
- Cohen, G., & Qadan, M. (2010). Is gold still a shelter to fear? *American Journal of Social and Management Sciences*, 1(1), 39–43.
- Constantinides, G. M., Czerwonko, M., Carsten Jackwerth, J., & Perrakis, S. (2011). Are Options on Index Futures Profitable for Risk-Averse Investors? Empirical Evidence. *The Journal of Finance*, 66(4), 1407–1437.
- Cont, R. (2001). Empirical Properties of Asset Returns: Stylized Facts and Statistical Issues. *Quantitative Finance*, 1(2), 223–236.

- Denis, D. K., McConnell, J. J., Ovtchinnikov, A. V., & Yu, Y. (2003). S&P 500 Index Additions and Earnings Expectations. *The Journal of Finance*, 58(5), 1821–1840.
- Diebold, F. X. (2017). *Forecasting in Economics, Business, Finance and Beyond*. Philadelphia: Department of Economics, University of Pennsylvania.
- Diebold, F. X. (2018). *Econometrics: A Predictive Modeling Approach*. Philadelphia: Department of Economics, University of Pennsylvania.
- Engle, R. F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4), 987.
- Esqueda, O. A., Luo, Y., & Jackson, D. O. (2015). The linkage between the U.S. “fear index” and ADR premiums under non-frictionless stock markets. *Journal of Economics and Finance*, 39(3), 541–556.
- Fama, E. F. (1965). The Behavior of Stock-Market Prices. *The Journal of Business*, (38 (1)), 34–105.
- Fan, J., Imerman, M. B., & Dai, W. (2016). What Does the Volatility Risk Premium Say About Liquidity Provision and Demand for Hedging Tail Risk? *Journal of Business and Economic Statistics*, 34(4), 519–535.
- Ghalanos, A. (2018). *Introduction to the RUGARCH Package (R Package Version 1.4-1)*.
- Ghalanos, A. (2019). *RUGARCH: Univariate GARCH Models (R Package Version 1.4-1)*.
- Glosten, L. R., Jagannathan, R., & Runkle, D. E. (1993). On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks. *The Journal of Finance*, 48(5), 1779–1801.
- Górecki, T., Hörmann, S., Horváth, L., & Kokoszka, P. (2018). Testing Normality of Functional Time Series. *Journal of Time Series Analysis*, 39(4), 471–487.
- Gregoriou, G. (2013). *Reconsidering Funds of Hedge Funds : The Financial Crisis and Best Practices in UCITS, Tail Risk, Performance, and Due Diligence*. Oxford, UK: Academic Press.
- Guillaume, F. (2015). The LIX: A model-independent liquidity index. *Journal of Banking and Finance*, 58, 214–231.
- Hansen, L. P. (1982). Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators. *Econometrica*, 50(4), 1029.
- Hansen, P. R., & Lunde, A. (2005). A Forecast Comparison of Volatility Models: Does Anything Beat a GARCH (1,1)? *Journal of Applied Econometrics*, 20(7), 873–890.

Harris, L., & Gurel, E. (1986). Price and Volume Effects Associated with Changes in the S&P 500 List: New Evidence for the Existence of Price Pressures. *The Journal of Finance*, 41(4), 815–829.

Hassani, H., & Yeganegi, M. R. (2019). Sum of Squared ACF and the Ljung-Box Statistics. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 520, 81–86.

Hutton, A. P., Marcus, A. J., & Tehranian, H. (2009). Opaque Financial Reports, R2, and Crash Risk. *Journal of Financial Economics*, 94(1), 67–86.

Hyndman, R., Athanasopoulos, G., Bergmeir, C., Caceres, G., Chhay, L., O'Hara-Wild, M., & Petropoulos, F. (2019). Automatic Time Series Forecasting: The Forecast Package for R. *Journal of Statistical Software*, 26(3), 1–22.

Jarque, C. M., & Bera, A. K. (1980). Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals. *Economics Letters*, 6(3), 255–259.

Joanes, D. N., & Gill, C. A. (1998). Comparing Measures of Sample Skewness and Kurtosis. *Journal of the Royal Statistical Society: Series D (The Statistician)*, 47(1), 183–189.

Kaeck, A., & Alexander, C. (2013). Continuous-Time VIX Dynamics: On the Role of Stochastic Volatility of Volatility. *International Review of Financial Analysis*, 28, 46–56.

Kelly, B., & Jiang, H. (2014). Tail Risk and Asset Prices. *Review of Financial Studies*, 27(10), 2841–2871.

McNeil, A. J., & Frey, R. (2000). Estimation of Tail-Related Risk Measures for Heteroscedastic Financial Time Series: An Extreme Value Approach. *Journal of Empirical Finance*, 7(3), 271–300.

Mills, T. C., & Markellos, R. N. (2008). *The Econometric Modelling of Financial Time Series* (3rd ed.). Cambridge University Press.

Nelson, D. B. (1990). Stationarity and Persistence in the GARCH(1,1) Model. *Econometric Theory*, 6(3), 318–334.

Panna, M. (2017). Note On Simple And Logarithmic Return. *Applied Studies in Agribusiness and Commerce*, 11(1033-2017-2935), 127.

Pfaff, B. (2008). *Analysis of Integrated and Cointegrated Time Series with R*. Springer (2nd ed.). New York.

Poon, S.-H., & Granger, C. W. J. (2003). Forecasting Volatility in Financial Markets. *Journal of Economic Literature*, 41(Part 2), 478–539.

Qadan, M., & Yagil, J. (2012). Fear Sentiments and Gold Price: Testing Causality In-Mean and In-Variance. *Applied Economics Letters*, 19(4), 363–366.

- Samuelson, P. A. (1965). Rational Theory of Warrant Pricing. *Industrial Management Review*, 6(2), 13–39.
- Sargan, J. D. (1958). The Estimation of Economic Relationships Using Instrumental Variables. *Econometrica*, 26(3), 393–415.
- Serletis, A. (2006). *Money and the Economy*. Hackensack, NJ: World Scientific Pub.
- Shaikh, I., & Padhi, P. (2015). The Implied Volatility Index: Is ‘Investor Fear Gauge’ or ‘Forward-Looking’? *Borsa Istanbul Review*, 15(1), 44–52.
- Sornette, D. (2003). *Why Stock Markets Crash: Critical Events in Complex Financial Systems*. Princeton University Press, 41 William Street, Princeton, New Jersey 08540.
- Szado, E. (2009). VIX Futures and Options: A Case Study of Portfolio Diversification During the 2008 Financial Crisis. *The Journal of Alternative Investments*, 12(2), 68–85.
- Trabelsi, N., & Naifar, N. (2017). Are Islamic stock indexes exposed to systemic risk? Multivariate GARCH estimation of CoVaR. *Research in International Business and Finance*, 42, 727–744.
- Tully, E., & Lucey, B. M. (2007). A Power GARCH Examination of the Gold Market. *Research in International Business and Finance*, 21(2), 316–325.
- Whaley, R. E. (2009). Understanding the VIX. *The Journal of Portfolio Management*, 35(3), 98–105.
- Xiong, J. X., Idzorek, T. M., & Ibbotson, R. G. (2013). Volatility versus Tail Risk: Which One is Compensated in Equity Funds? *The Journal of Portfolio Management*, 40(2), 112–121.
- Zang, X., Ni, J., Huang, J.-Z., & Wu, L. (2017). Double-jump diffusion model for VIX: evidence from VVIX. *Quantitative Finance*, 17(2), 227–240.

APÉNDICES

MEMORIAS

Apéndice 1.

Matriz de correlaciones mensuales – realizaciones de índices de miedo vs retornos de índices bursátiles

	Índice Skew	VIX	S&P500	MSCI-W	Kansas	FTSE 100	FTSE 250	Kospi
Índice Skew	1							
VIX	-0.2368	1						
S&P500	0.119	-0.3782	1					
MSCI-W	0.11	-0.3871	0.9117	1				
Kansas	-0.0476	-0.0524	0.0171	0.007	1			
FTSE100	0.0528	-0.3301	0.7663	0.7915	0.0112	1		
FTSE250	0.033	-0.3296	0.6752	0.7357	0.0126	0.8293	1	
Kospi	0.0648	-0.1422	0.4311	0.5064	-0.0585	0.4635	0.4749	1
Nikkei	0.1044	-0.3195	0.5186	0.6849	3.00E-04	0.4595	0.5297	0.4429

Apéndice 2.

Resultados mínimos cuadrados ordinarios - regresión simple - niveles de variables mensuales

Panel A: Mínimos Cuadrados Ordinarios - Simple | Variable Dependiente: Niveles Mensuales del S&P500

	Modelo 1		Modelo 2	
	Valor	P Valor	Valor	P Valor
Intercepto	-5166.985	<2e-16	1489.116	<2e-16
Índice Skew	53.7930	<2e-16		
VIX			-14.171	0.0012
Grados de Libertad	345		345	
R Cuadrado Ajustado	0.4470		0.0272	
Prueba F	280.700	0.0000	10.670	0.0012
Jarque Bera Test Residuos	14.3788	0.0008	10.3364	0.0057

Apéndice 3.

Resultados mínimos cuadrados ordinarios - regresión múltiple - niveles de variables mensuales

Panel B: Mínimos Cuadrados Ordinarios - Múltiple | Variable Dependiente: Niveles Mensuales del S&P500

	Modelo 3		Modelo 4		Modelo 5		Modelo 6		Modelo 7	
	Valor	P Valor								
Intercepto	5098.281	<2e-16	5147.661	<2e-16	-779.979	<2e-16	-741.202	0.000	868.545	0.000
Índice Skew	53.455	<2e-16	53.699	<2e-16	5.370	<2e-16	6.074	0.000	6.241	0.000
VIX	-1.479	0.661	-0.899	0.795					3.249	0.001
IVX					2.3648	<2e-16	2.3116	<2E-16	2.3665	<2e-16
XAU							-0.817	0.000	-0.755	0.000
Bull Bear Spread			108.3503	0.4309						
Grados de Libertad	347		347		282		282		282	
R Cuadrado Ajustado	0.4457		0.4451		0.9484		0.9530		0.9547	
Prueba F	140.1	0.0	93.5	0.0	2583.0	0.0	1901.0	0.0	1481.0	0.0
JBT ²⁵ Residuos	13.5574	0.0011	14.5508	0.0007	2.4642	0.2917	0.0369	0.9817	0.5136	0.7735

²⁵ Jarque Bera Test: prueba de normalidad

Apéndice 4.

Resultados mínimos
cuadrados ordinarios -
regresión simple - retornos
log de variables

Panel A: Mínimos Cuadrados Generalizados - Simple | Variable Dependiente: Retornos Log Mensuales del S&P500

	Modelo 1.1		Modelo 2.1	
	Valor	P Valor	Valor	P Valor
Intercepto	0.0058	0.0091	0.0058	0.0090
Índice Skew	-0.0648	0.1784	-0.0162	0.1781
VIX				
Grados de Libertad	344		344	
R Cuadrado Ajustado	0.0366		0.0024	
Prueba F	1.8180	0.1784	1.8210	0.1781
Jarque Bera Test Residuos	82.4665	0.0000	64.9662	0.0000

Apéndice 5.

Resultados mínimos
cuadrados ordinarios -
regresión múltiple - retornos
log de variables mensuales

Panel B: Mínimos Cuadrados Ordinarios - Múltiple | Variable Dependiente: Retornos Log Mensuales del S&P500

	Modelo 3.1		Modelo 4.1		Modelo 5.1		Modelo 6.1		Modelo 7.1	
	Valor	P Valor								
Intercepto	0.0058	0.0092	0.0085	0.0021	0.0050	0.0540	0.0049	0.0583	0.0051	0.0513
Índice Skew	-0.0703	0.1448	0.0472	0.4701	-0.0714	0.2170	-0.0709	0.2209	-0.0721	0.2134
VIX	-0.0176	0.1446	0.0088	0.5934					-0.0124	0.4717
IVX					0.0741	0.2090	0.0829	0.1729	0.0509	0.4991
XAU							-0.0151	0.5434	-0.0163	0.5146
Bull Bear Spread			0.0025	0.3617						
Grados de Libertad	343		158		278		277		276	
R Cuadrado Ajustado	0.0057		0.0102		0.0022		-0.0001		-0.0018	
Prueba F	1.9810	0.1395	0.4594	0.7110	1.3030	0.2735	0.9899	0.3980	0.8710	0.4817
JBT ²⁶ Residuos	61.9603	0.0000	5.1820	0.0749	54.2293	0.0000	57.1428	0.0000	52.2762	0.0000

²⁶Jarque Bera Test: prueba de normalidad. Es una prueba conjunta propuesta por Jarque & Bera (1980), donde se evalúa de manera conjunta la hipótesis nula de que una serie de datos cuenta con curtosis = 3 y asimetría = 0, lo cual es evidencia estadística de un comportamiento gaussiano.

Apéndice 6.

Resultados método de momentos generalizados - regresión simple - niveles de variables mensuales

Panel A: Método de Momentos Generalizado - Simple | Variable Dependiente: Niveles Mensuales del S&P500

	Modelo 1		Modelo 2	
	Valor	P Valor	Valor	P Valor
Intercepto	-5167.00	0.0000	1489.12	0.6452
Índice Skew	53.7930	0.0000		
VIX			-14.1710	0.8869
Prueba J ²⁷	0.0000		0.0000	
Jarque Bera Test Residuos	14.3788	0.0008	10.3364	0.0057

Apéndice 7.

Resultados método de momentos generalizados - regresión múltiple - niveles de variables mensuales

Panel B: Método de Momentos Generalizado - Múltiple | Variable Dependiente: Niveles Mensuales del S&P500

	Modelo 3		Modelo 4		Modelo 5		Modelo 6		Modelo 7	
	Valor	P Valor								
Intercepto	-5098.30	0.0000	-5147.70	0.0000	-779.98	0.0033	-741.20	0.0006	-868.54	0.0001
Índice Skew	53.4550	0.0000	53.6990	0.0000	5.3700	0.0297	6.0742	0.0033	6.2412	0.0020
VIX	-1.4794	0.7328	-0.8991	0.8390					3.2485	0.1314
IVX					2.3648	0.0000	2.3116	0.0000	2.3665	0.0000
XAU							-0.8168	0.0088	-0.7552	0.0155
Bull Bear Spread			108.3500	0.5935						
Prueba J ²⁸	0.0000		0.0000		0.6582		0.0000		0.5428	
JBT ²⁹ Residuos	13.5574	0.0011	14.5508	0.0007	2.4642	0.2917	0.0369	0.9817	0.5136	0.7735

²⁷La prueba de Sargan-Hansen (o la prueba J) es una prueba estadística utilizada para probar las restricciones de sobre-identificación en un modelo estadístico, el cual puede utilizarse en Método de Momentos Generalizados con series de tiempo, como es el caso estudiado sobre el contexto de significancia del Índice Skew y otros índices de miedo con el S&P500. La Hipótesis nula de la Prueba J es que el modelo es válido al momento de identificar las restricciones, de lo contrario se acepta la hipótesis alternativa, donde los datos no se acercan a encontrar las restricciones. (Bhargava, 1991; L. P. Hansen, 1982; Sargan, 1958)

²⁸Hipótesis nula de la Prueba J es que el modelo es válido al momento de identificar las restricciones, de lo contrario se acepta la hipótesis alternativa, donde los datos no se acercan a encontrar las restricciones.

²⁹Jarque Bera Test: prueba de normalidad. Ho: la serie de datos cuenta con curtosis = 3 y asimetría = 0

Apéndice 8.

Resultados método de momentos generalizados - regresión simple - retornos log de variables mensuales

Panel A: Método de Momentos Generalizado - Simple Variable Dependiente: Retornos Log Mensuales del S&P500				
	Modelo 1.1		Modelo 2.1	
	Valor	P Valor	Valor	P Valor
Intercepto	0.0058	0.0143	0.0058	0.0088
Índice Skew	-0.0647	0.1013		
VIX			-0.0162	0.3155
Prueba J ³⁰	0.0000		0.0000	
Jarque Bera Test Residuos	82.4665	0.0000	64.9662	0.0000

Apéndice 9.

Resultados método de momentos generalizados - regresión múltiple - retornos log de variables mensuales

Panel B: Método de Momentos Generalizado - Múltiple Variable Dependiente: Retornos Log Mensuales del S&P500								
	Modelo 3.1		Modelo 5.1		Modelo 6.1		Modelo 7.1	
	Valor	P Valor						
Intercepto	0.0058	0.0102	0.0050	0.0696	0.0049	0.0736	0.0051	0.0605
Índice Skew	-0.0703	0.0862	-0.0714	0.1496	-0.0709	0.1574	-0.0721	0.1524
VIX	-0.0176	0.2779					-0.0124	0.5087
IVX			0.0741	0.2897	0.0829	0.2299	0.0509	0.5004
XAU					-0.0151	0.5865	-0.0163	0.5570
Bull Bear Spread								
Prueba J ³¹	0.0000		0.0000		0.0000		0.0000	
JBT ³² Residuos	61.9603	0.0000	54.2293	0.0000	57.1428	0.0000	52.2762	0.0000

³⁰Hipótesis nula de la Prueba J es que el modelo es válido al momento de identificar las restricciones, de lo contrario se acepta la hipótesis alternativa, donde los datos no se acercan a encontrar las restricciones. (Bhargava, 1991; L. P. Hansen, 1982; Sargan, 1958)

³¹Hipótesis nula de la Prueba J es que el modelo es válido al momento de identificar las restricciones, de lo contrario se acepta la hipótesis alternativa, donde los datos no se acercan a encontrar las restricciones. (Bhargava, 1991; L. P. Hansen, 1982; Sargan, 1958)

³²Jarque Bera Test: prueba de normalidad. Ho: la serie de datos cuenta con curtosis = 3 y asimetría = 0

Apéndice 10.

Resultados comparativos modelos garch y distribuciones de innovaciones.

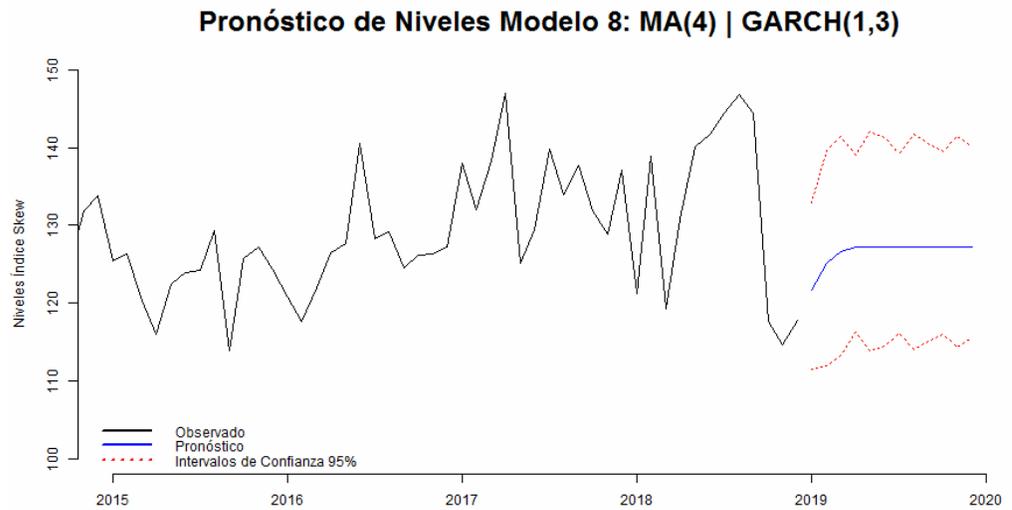
Dist Innovaciones	MA(4) sGARCH(1,3)			MA(4) eGARCH(1,3)			MA(4) gjrGARCH(1,3)			MA(4) iGARCH(1,3)		
	Normal	t Student	sstd	Normal	t Student	sstd	Normal	t Student	sstd	Normal	t Student	sstd
Criterios de Información												
Akaike	-3.633	-3.6382	-3.6325	-3.6696	-3.6651	-3.6593	-3.6327	-3.6392	-3.6335	-0.78609	-0.7705	-0.76412
Bayes	-3.5332	-3.5273	-3.5104	-3.5587	-3.5431	-3.5262	-3.5218	-3.5172	-3.5004	-0.69734	-0.6707	-0.65319
Shibata	-3.6343	-3.6398	-3.6344	-3.6712	-3.667	-3.6616	-3.6343	-3.6411	-3.6358	-0.78712	-0.7718	-0.76572
Hannan-Quinn	-3.5933	-3.5941	-3.5839	-3.6255	-3.6165	-3.6063	-3.5886	-3.5906	-3.5805	-0.75075	-0.7308	-0.71996
P-valor Ljung-Box Test en Residuos Estandarizados												
Lag[1]	0.6811	0.5960	0.5961	0.4928	0.4249	0.4274	0.6085	0.5139	0.5099	2.07E-04	4.70E-05	4.66E-05
Lag[11]	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
Lag [19]	0.7773	0.7693	0.7693	0.7811	0.7618	0.7626	0.7242	0.7104	0.7081	2.20E-07	1.96E-08	1.93E-08
Estadísticos de prueba de estabilidad de Nyblom ³³												
Estadística Conjunta	4.0676	3.7658	3.8247	2.3106	2.5678	2.6285	4.1153	3.4526	3.4751	129.5047	129.0463	129.1572
ma1	0.1263	0.0780	0.0779	0.0398	0.0290	0.0285	0.1250	0.0764	0.0782	0.4104	0.1683	0.16787
ma2	0.2270	0.1782	0.1782	0.0830	0.0707	0.0701	0.2168	0.1617	0.1614	0.0052	0.0480	0.0479
ma3	0.1164	0.1300	0.1300	0.0315	0.0328	0.0325	0.1149	0.1289	0.1297	0.0164	0.0476	0.047
ma4	0.2392	0.3169	0.3169	0.0849	0.0825	0.0824	0.2401	0.3031	0.3039	0.2260	0.2110	0.21426
omega	0.2798	0.3462	0.3463	0.5476	0.5578	0.5587	0.1995	0.2392	0.2377	112.5000	112.5230	112.52221
alpha1	0.5726	0.6963	0.6964	0.0645	0.0619	0.0613	0.3905	0.4724	0.4721	100.5000	100.9587	100.95995
beta1	0.6569	0.7226	0.7226	0.4615	0.4713	0.4722	0.5358	0.5916	0.5879	42.9500	41.2296	41.21906
beta2	0.4920	0.5538	0.5538	0.5154	0.5236	0.5242	0.3564	0.4068	0.4064	40.1200	38.3026	38.2913
beta3	0.5690	0.6657	0.6658	0.5050	0.5144	0.5155	0.4348	0.5298	0.5283			
gamma1				0.3402	0.2774	0.2789	0.2009	0.2264	0.2272			
skew			0.1297			0.0924			0.1250			0.09484
shape		0.1995	0.1994		0.1182	0.1166		0.1640	0.16433		107.0087	107.01446
T-valor de Estadísticos de prueba del test de Engle-Ng para efectos asimétricos												
Sign Bias	0.9164	1.0549	1.0549	0.5336	1.3514	1.3522	0.4880	1.3209	1.3241	0.5047	0.4561	0.456
Neg Sign Bias	0.4904	0.546	0.546	0.7548	1.2052	1.2042	0.5894	1.1008	1.1063	2.9856	2.8842	2.8838
Pos Sign Bias	0.1133	0.1587	0.1587	0.1536	0.6005	0.6007	0.2375	0.7509	0.7531	0.2144	0.1814	0.1813
Joint Effect	1.0941	1.4322	1.4322	0.6066	2.209	2.209	0.4129	2.0551	2.0693	10.7585	10.0982	10.0962
P-Valor Multiplicador de Lagrange de Engle												
LM Engle ³⁴	0.05560	0.05182	0.05183	0.59720	0.05112	0.05120	0.04979	0.04776	0.04754	0.05563	0.05236	0.05238
Validación Cruzada de la Serie de Tiempo												
Tasa de Éxito	92.4856%	92.4856%	92.4856%	93.0636%	93.0636%	93.0636%	92.4856%	92.4856%	92.4856%	100%	100%	100%
MAE	3.40E-02	3.40E-02	3.40E-02	3.39E-02	3.40E-02	3.40E-02	3.39E-02	3.40E-02	3.40E-02	3.40E-02	3.40E-02	3.40E-02
MSE	2.40E-06	2.46E-06	2.46E-06	2.43E-06	2.45E-06	2.45E-06	2.39E-06	2.41E-06	2.41E-06	2.40E-06	2.44E-06	2.44E-06
RMSE	1.55E-03	1.57E-03	1.57E-03	1.56E-03	1.56E-03	1.56E-03	1.54E-03	1.55E-03	1.55E-03	1.55E-03	1.56E-03	1.56E-03

³³Para la prueba de estabilidad de Nyblom, los Valores Críticos Asintóticos a un nivel de confianza del 95% para la estadística conjunta es de 2.75, mientras que para cada una de las estadísticas individuales es de 0.47.

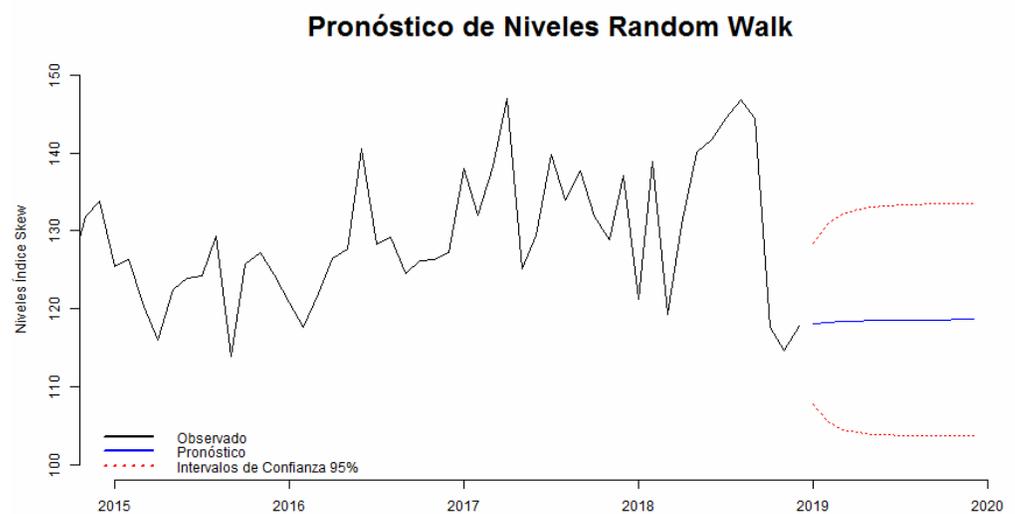
³⁴La hipótesis nula de test de Multiplicador de Lagrange de Engle es la NO existencia de efectos GARCH; para el caso particular de evaluaciones de modelos GARCH rechazar la hipótesis nula indicaría que el modelo no ajusta de manera adecuada a la serie de tiempo.

Apéndice 11.

Pronóstico 12 meses adelante
– modelo 5. Fuente: el autor.

**Apéndice 12.**

Pronóstico 12 meses adelante -
random walk. Fuente: el autor.



Apéndice 13.
Comparación densidades de
pronóstico 95%. Fuente: el autor

