



Call for Papers

Contribuyendo al desarrollo
del sistema financiero

M E M O R I A S
2 0 1 7

ÍNDICE

Presentación

Ponencias ganadoras Call For Papers

04 Pag / Capítulo 1: Desempeño y selectividad de los fondos de inversión colectiva en Colombia, por Melisa Muñoz Murillo y Juan D. Monsalve Arboleda.

28 Pag / Capítulo 2: Análisis de la competencia que enfrentan las instituciones microfinancieras peruanas y el impacto sobre su estabilidad financiera, por Katia Huayta, Antonella García y Narda Sotomayor.

63 Pag / Capítulo 3: Limits to foreign exchange net open positions and capital requirements in emerging economies, por Marc Hofstetter, Ignacio Lopez y Miguel Urrutia.

82 Pag / Capítulo 4: El uso de modelos de inmunización financiera para estructurar portafolios de compañías de seguro: un enfoque de gestión de activos (ALM), por Wilson Mayorga.

100 Pag / Capítulo 5: Predicción del mercado de TES en el corto plazo, por Erick Translateu Martíne.

Ponencia ganadora Mejor Tesis de Maestría

131 Pag / Capítulo 6: Estimating and forecasting the term structure of interest rates: US and Colombia Analysis, por Cristhian Rodríguez.

PRESENTACIÓN

Santiago Castro Gómez
Presidente Asobancaria

En los últimos años se ha evidenciado cómo en Colombia la producción académica en temáticas de economía, finanzas y econometría ha venido perdiendo participación respecto a otras áreas del conocimiento. En efecto, de acuerdo con las cifras de SCImago, entre diez categorías de análisis, la relacionada con el área de economía y finanzas es la segunda de menor producción científica.



En Asobancaria, conscientes de la preponderancia de la investigación de alta calidad en el desarrollo de políticas que propicien una mejor capacidad de gestión de nuestra sociedad, hemos querido retomar, desde la versión 2017 del Simposio de Mercado de Capitales, las banderas para promocionar e incentivar una mayor producción de investigaciones sobre el sector financiero y su impacto en la sociedad.

Hemos estructurado, siguiendo este objetivo, dos grandes proyectos académicos: el Call For Papers y el Premio a la Mejor Tesis de Maestría, dos proyectos que por su preponderancia ocupan y continuarán ocupando un lugar protagónico en las distintas versiones de nuestro Simposio de Mercado de Capitales. Con estos proyectos pretendemos impulsar y reconocer públicamente las investigaciones más pertinentes para nuestro sistema financiero. Nos honra contar, para este propósito, con la participación de jurados altamente calificados, que por su trayectoria académica y profesional son considerados expertos en áreas afines al Call for Papers.

Compartimos hoy las memorias de las investigaciones ganadoras, tanto del Call For Papers como del Premio a la Mejor Tesis de Maestría para la versión 2017, y agradecemos a las decenas de participantes y al selecto grupo de jurados por confiar en esta iniciativa. Felicitamos, desde luego, a los ganadores, para quienes estas memorias resultan ser el mejor honor a su trabajo.

Finalmente, invitamos a toda la comunidad académica y profesional a participar en la edición de 2018, la cual aceptará aplicaciones hasta el 10 de agosto. El reconocimiento y la presentación de los trabajos ganadores se llevará a cabo en el 30° Simposio de Mercado de Capitales, evento que tendrá lugar los días 29 y 30 de noviembre de 2018 en la ciudad de Medellín.

Extendemos de ante mano nuestro agradecimiento a los nuevos postulantes. Estamos seguros de que los nuevos trabajos continuarán fortaleciendo nuestro tejido académico.



DESEMPEÑO Y SELECTIVIDAD DE LOS FONDOS DE INVERSIÓN COLECTIVA EN COLOMBIA

Melisa Muñoz-Murillo
Juan D. Monsalve-Arboleda

Universidad EAFIT
Medellín, Colombia.

Octubre, 2017

S
A
R
I
O
M
E
M
E

RESUMEN

La evidencia empírica sobre el desempeño y la selectividad de los fondos de inversión colectiva (FICs) se enfoca principalmente en mercados desarrollados. Poco se sabe acerca del desempeño de FICs que operan e invierten en países emergentes. Este trabajo provee evidencia empírica sobre el desempeño y la selectividad de FICs que operan e invierten en Colombia. Los resultados soportan la incapacidad de los FICs colombianos para crear valor. La selectividad está positiva y significativamente relacionada con el desempeño, lo que implica que el bajo desempeño de los FICs colombianos se puede explicar en parte por la baja selectividad. Finalmente, la selectividad es mayor para FICs con mayores comisiones de administración. Este resultado podría explicarse por los mayores costos que implica tener una estrategia de gestión activa.

Palabras clave: Desempeño, Fondos de inversión colectiva, Mercados emergentes, Selectividad

ABSTRACT

Mutual fund evidence on performance and selectivity focuses mainly in mature markets. Little is known about performance of mutual funds based on emerging markets. We aim to provide evidence for mutual funds operating and investing in Colombia. Our results suggest an inability to add value of Colombian mutual funds. We find that performance and selectivity are positive related i.e. poor performance is explained, at least in part, by poor selectivity. Finally, selectivity is higher for mutual funds with higher management fees. It can be explained by the higher costs involved in having an active management strategy.

Keywords: Mutual funds, Performance, Selectivity, Emerging markets

JEL: G20, G11, G23, N26

¹Este trabajo es producto del curso de Asset Pricing de la M.Sc. en Finanzas de la Universidad EAFIT. La autora agradece especialmente al profesor Diego Agudelo Rueda por sus valiosos aportes y comentarios.



01 | CONTEXTO COLOMBIANO

Estudiar el desempeño de los FICs colombianos es un ejercicio necesario para fomentar el desarrollo del sector financiero colombiano. En la última década, los FICs se han convertido en alternativas atractivas de inversión para pequeños y medianos inversionistas. Las características de estos fondos permiten a sus suscriptores (inversionistas) invertir en portafolios diversificados sin tener que aportar grandes cantidades de dinero y sin tener un conocimiento profundo del mercado de capitales. Los FICs representan una alternativa de inversión frente a instrumentos del mercado de dinero y del mercado de capitales como las cuentas de ahorro, los CDTs, y los ETFs.

En Colombia, las cuentas de ahorro reportan rendimientos bajos. La Tabla 1 presenta una comparación entre las tasas ofrecidas para depósitos y cuentas de ahorro por diferentes tipos de instituciones financieras para la semana comprendida entre el 11 y el 15 de septiembre de 2017. En primer lugar, se muestran las tasas ofrecidas para depósitos de ahorros ordinarios activos. En el caso de los bancos comerciales, por ejemplo, los ahorradores obtienen un rendimiento efectivo anual de 2.92% por un depósito de ahorro ordinario. Por otro lado, las cuentas de ahorro especial son instrumentos de ahorro ofrecidos por bancos comerciales y cooperativas financieras a empresas o personas naturales que desarrollan actividades comerciales, agropecuarias, industriales o de servicios para facilitar los pagos asociados a proveedores y nómina. Estas cuentas ofrecen un rendimiento efectivo anual de 1.46%.

Tabla 1. Tasas de Interés para Cuentas de Ahorro por Tipo de Institución Financiera

	Bancos Comerciales		Corporaciones Financieras		Compañías de Financiamiento		Cooperativas Financieras	
	Tasa	Monto	Tasa	Monto	Tasa	Monto	Tasa	Monto
Depósitos de ahorro ordinarios activos	2.92%	149,239,238	5.46%	547,767	2.28%	214,150	1.41%	452,069
Cuentas de ahorro especial	1.46%	666,025					3.00%	4,128
Cuentas de AFC	1.83%	1,189,076						
CAVR	0.35%	18,537						

Tasa efectiva anual y monto en millones de pesos. *Monto en Unidades de Valor Real (UVR). Tasas de captación por tipo de entidad del 11 al 15 de septiembre de 2017. Elaboración de los autores con datos tomados del Banco de la República: <http://www.banrep.gov.co/es/df>

Las cuentas de Ahorro y Fomento a la Construcción (AFC) son instrumentos diseñados para personas que tienen créditos hipotecarios o que están planeando adquirir vivienda. Estos instrumentos de ahorro, que son ofrecidos únicamente por bancos comerciales, rinden una tasa efectiva anual de 1.83%. Las cuentas de ahorro AFC fueron creadas para incentivar la construcción y la compra de viviendas, dado que reducen la carga impositiva sobre el poseedor de la cuenta.

Los ahorros en cuentas AFC están exentos del pago de la retención en la fuente y la cuota de manejo. Los depósitos mensuales que se hacen en dichas cuentas son deducibles del impuesto que se aplica a salarios netos mayores a \$2.800.000, siendo posible realizar depósitos de hasta el 30% sobre dichos salarios netos para obtener este beneficio. Así mismo, los depósitos que se realizan a cuentas AFC disminuyen la base gravable para las personas que deben declarar renta. Sin embargo, para obtener el beneficio del descuento en la retención en la fuente, el poseedor de la cuenta AFC no puede realizar retiros de la cuenta por un periodo de mínimo 10 años después de la apertura, de lo contrario deberá pagar el impuesto por retención en la fuente. Finalmente, existen los Certificados de Ahorro de Valor Real (CAVR) que son cuentas de ahorro denominadas en Unidades de Valor Real (UVR) y están diseñadas para reconocer por lo menos la inflación a los ahorradores, más un pequeño margen. Estas cuentas rinden una tasa real efectiva anual de 0.35%.

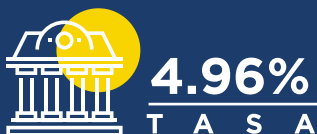
A excepción de las cuentas CAVR, los inversionistas con cuentas de ahorro y depósitos de ahorro ordinarios reciben tasas reales negativas después de tener en cuenta la inflación, que para septiembre de 2017 fue de 3,97% según datos del Banco de la República. Adicionalmente, muchas cuentas de ahorro tienen costos por concepto de cuota de manejo o cobros por retiros, que las hacen aún menos rentables. Afortunadamente para los ahorradores en Colombia, ya es posible retirar todos los recursos que se tengan en cuentas de ahorro gracias a ley 1793 del 7 de julio de 2016, la cual prohíbe la obligación de mantener saldos mínimos que imponían algunas instituciones financieras.

Por su parte, los CDTs son instrumentos financieros de bajo riesgo, pero cuyas tasas de rendimiento apenas logran cubrir la inflación, dejando para el inversionista rendimientos reales bajos. La Tabla 2 presenta las tasas efectivas anuales ofrecidas para CDTs a 6 meses por los ocho principales bancos comerciales de Colombia al 15 de septiembre de 2017. De acuerdo con la tabla, estas tasas de captación oscilan entre 4.93% y 4.97%.

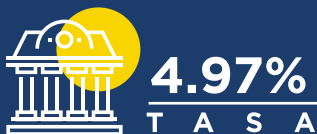
Banagrario



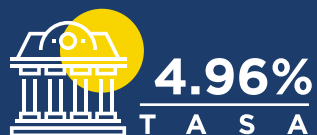
Banco Davivienda



Banco de Bogotá



Banco de Occidente



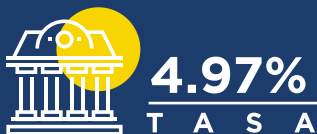
Banco GNB Sudameris



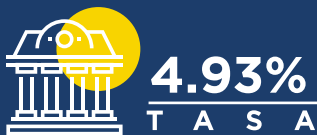
Bancolombia



BBVA Colombia



Itaú Corpbanca



Un tipo de fondos mutuos que suponen menores costos de administración y son de gestión pasiva son los Exchange Traded Funds (ETFs). Los ETFs son fondos cuyas unidades se cotizan en la bolsa de valores como si fueran acciones. En la actualidad existen dos ETFs en Colombia que siguen índices de acciones locales: (a) iShares, que sigue al índice COLCAP, es gestionado por la compañía de inversiones estadounidense Blackrock y administrado por Citivalores; y (b) Horizons Colombia Select, que sigue al índice S&P Colombia Select, es gestionado por la compañía canadiense Horizons ETFs Management y administrado por Fiduciaria Bogotá. También existen en Colombia otro tipo de ETFs que invierten en acciones extranjeras, principalmente originarias de Estados Unidos (Buelvas & Mora, 2016).

Aunque los ETFs tienden a ser más líquidos que los FICs, los FICs presentan tres ventajas principales sobre los ETFs. Primero, requieren inversiones mínimas más bajas que los ETFs. Segundo, tienen mayor diversificación y administración de riesgos. Tercero, reinvierten sus dividendos. En este sentido, los FICs representan una alternativa de inversión para consumidores financieros con características particulares, por ejemplo, bajos montos de inversión. Por tanto, los FICs podrían promover mayor acceso y propender por un sistema financiero más desarrollado.

Para que los FICs se conviertan en instrumentos de ahorro e inversión de mayor alcance en Colombia, es necesario que los potenciales inversionistas dispongan de información veraz y en tiempo real sobre las características principales y el desempeño en términos de rendimiento de estos instrumentos financieros. Esto les permitirá a los inversionistas elegir los FICs que mejor se adapten a sus expectativas, su grado de aversión al riesgo y su horizonte de inversión.

Tabla 2. Tasas de Captación de CDTs

Una mayor facilidad para obtener información sobre el desempeño en términos de rendimiento de los FICs puede incentivar al público en general a invertir más en estos instrumentos, dado que los potenciales inversionistas tendrán más confianza y conocimiento sobre su funcionamiento. Gracias a esto también, más personas tendrán la capacidad de invertir, por ejemplo, indirectamente en acciones a través de FICs, ya que se requiere menos capital mediante los últimos que mediante la compra directa de un portafolio de acciones a través de un comisionista. Esto se debe a que en un FIC los costos de transacción son distribuidos entre todos los participantes del fondo mutuo, abaratando los costos por integrante. Aunque los FICs poseen costos de administración, por lo general estos no superan el 4% efectivo anual. El hecho de que más personas inviertan sus capitales en FICs que invierten en acciones puede dinamizar el mercado de valores colombiano, ya que este todavía se encuentra muy rezagado en términos de liquidez y profundidad en comparación con los mercados de valores en países desarrollados.



02 | REVISIÓN DE LITERATURA

El estudio del desempeño y la selectividad de los FICs en mercados emergentes no solo es relevante desde el punto de vista local, para proveer más información a los inversionistas de un país. Además, los mercados emergentes presentan diferencias estructurales con respecto a los mercados más maduros. En mercados emergentes es más probable que existan ineficiencias y, por lo tanto, que haya oportunidades de obtener rendimientos superiores a los obtenidos en mercados desarrollados. Por ejemplo, Huij y Post (2011) proporcionan una comparación entre FICs que operan en Estados Unidos, pero invierten tanto en mercados emergentes como en Estados Unidos y sus resultados soportan un mejor desempeño promedio de los FICs que invierten en mercados emergentes en comparación con aquellos que invierten en Estados Unidos.

A pesar de lo relevante que es proveer más información sobre FICs que operan e invierten en mercados emergentes, la evidencia es escasa para estos mercados. Mientras que, existe un consenso sobre la incapacidad de vencer al mercado o activo de referencia-- en términos de rendimientos--de los FICs en mercados desarrollados y maduros. Algunos estudios para FICs estadounidenses encuentran que los alfas de Jensen, después de costos de administración y transacción, para la mayoría de los fondos no son estadísticamente diferentes de cero (Carhart, 1997; Jensen, 1968; Makiel, 1995; Wermers, 2000).

Por su parte, Otten y Bams (2002) proveen evidencia para la industria europea. Ellos utilizan el modelo de cuatro factores de Carhart (1997) para evaluar FICs de seis países europeos y encuentran que, en general, estos fondos son incapaces de vencer al activo de referencia y por lo tanto generan alfas estadísticamente no significativas. Otten y Bams (2002) también investigan los determinantes del desempeño de estos fondos y encuentran que los gastos administrativos y la edad del fondo están negativamente correlacionados con el desempeño, mientras que el tamaño del fondo está positivamente correlacionado.

Pocas investigaciones estudian el desempeño de FICs que operan e invierten en mercados emergentes, algunas excepciones provienen de Bialkowski y Otten (2011) e Imisiker y Ozlale (2008). Bialkowski y Otten (2011) examinan el desempeño de FICs en Polonia usando el modelo de cuatro factores de Carhart (1997) encuentran que los FICs analizados tienen un desempeño más bajo que el de su índice de referencia. Adicionalmente, ellos encuentran que existe una ventaja informacional de los inversionistas locales sobre los extranjeros, dado que los FICs con inversiones locales tienen mejores desempeños que los que tienen inversiones en el extranjero.

Los estudios sobre estrategias activas de los FICs (ej., selectividad y market timing) en mercados emergentes son todavía más escasos. El estudio de Imisiker y Ozlale (2008) es uno de los pocos que analizan la selectividad y el market timing de FICs que operan en un mercado emergente. Imisiker y Ozlale (2008) analizaron el mercado turco y encontraron que el tamaño del FIC tiene un impacto positivo sobre la selectividad, pero un impacto negativo sobre el market timing. La edad del fondo y la experiencia del administrador tienen un impacto positivo sobre la selectividad y el market timing, mientras que la magnitud de las comisiones administrativas tiene un impacto negativo sobre ambas variables.

En el caso de Colombia, los estudios disponibles se enfocan solo en el desempeño y comprenden trabajos que analizan una cantidad pequeña de fondos, lo cual limita

la validez de sus inferencias estadísticas. Una excepción es el trabajo de Monsalve y Arango (2016), donde se estudian los retornos semanales de 73 FICs que invierten en acciones desde 2005 hasta 2015, incluyendo fondos diversificados y fondos que invierten en una única acción. Monsalve y Arango Toro (2016) encuentran que la mayoría de los fondos presentan alfas que no son estadísticamente significativos. Adicionalmente, para la mayoría de los fondos no encontraron evidencia de market timing.

Esta investigación provee evidencia sobre el desempeño y la selectividad de los FICs que operan e invierten en Colombia.

El desempeño se define en el marco del modelo CAPM y se obtiene como el intercepto--conocido como alfa de Jensen--en una regresión lineal de series de tiempo entre los rendimientos en exceso del FIC y los rendimientos en exceso del mercado.

Por su parte, la selectividad se define como una estrategia de gestión activa que consiste en predecir el comportamiento de los activos individuales que componen un índice y seleccionar los activos que se espera tengan mejores desempeños en el futuro. En este sentido, la selectividad

de un FIC es mayor a medida que las participaciones de los activos individuales en el FIC difieren de sus participaciones en el índice de referencia que aproxima el mercado. Para medir la selectividad de un FIC se sigue la metodología propuesta por Amihud y Goyenko (2013). Amihud y Goyenko (2013) proponen utilizar $1-R^2$, donde R^2 es la medida de bondad de ajuste obtenida de un modelo tradicional de regresión lineal

ENCUESTRAN QUE LOS
FICS ANALIZADOS TIENEN
UN DESEMPEÑO MÁS
BAJO QUE EL DE SU
ÍNDICE DE REFERENCIA.

En línea con los hallazgos de la literatura, esta investigación busca evaluar las siguientes dos hipótesis:

H1

LA MAYORÍA DE LOS FICS COLOMBIANOS QUE INVIERTEN EN ACCIONES TIENEN ALFAS DE JENSEN QUE NO SON ESTADÍSTICAMENTE DIFERENTES DE CERO

H2

EL BAJO DESEMPEÑO DE LOS FICS COLOMBIANOS QUE INVIERTEN EN ACCIONES ES EXPLICADO POR LA AUSENCIA DE ESTRATEGIAS DE GESTIÓN ACTIVA Y EN PARTICULAR POR LOS BAJOS NIVELES DE SELECTIVIDAD.



Adicionalmente a estas hipótesis, se explora que características de los FICs colombianos influyen en su grado de selectividad. De acuerdo con los resultados de Amihud y Goyenko (2013) se espera una relación negativa de la selectividad con el tamaño del FIC y una relación positiva con los costos y los años de experiencia de los administradores de cada FIC.

Las contribuciones de esta investigación son tres principalmente. Primero, se contribuye a la evidencia empírica sobre el desempeño y la selectividad de los FICs

que operan e invierten en mercados emergentes. Segundo, para nuestro conocimiento, esta es la primera investigación sobre la selectividad de los FICs en Colombia. Vale la pena resaltar que el mercado de FICs en Colombia es incipiente y carece de información relevante que permita a los inversionistas tomar decisiones acertadas. Tercero, los resultados de este estudio pueden ser considerados como una prueba out-of-sample de los resultados que se obtuvieron para Estados Unidos en Amihud y Goyenko (2013).



03 | METODOLOGÍA

3.1. Medición del Desempeño

El modelo tradicional de un solo factor conocido como Capital Asset Pricing Model (CAPM) considera que las fluctuaciones en la valoración del mercado (riesgo sistémico o no diversificable) son la única fuente de riesgo en un portafolio diversificado. Como Jensen (1968) lo señaló, la versión en series de tiempo del CAPM ofrece una medida del desempeño del fondo luego de ajustar por su nivel de riesgo sistémico. El intercepto de la regresión entre los excesos de retorno--por encima de la tasa libre de riesgo--del FIC y los del mercado debería ser cero para cada FIC bajo la hipótesis de mercados eficientes. Un intercepto positivo o negativo, y estadísticamente significativo, podría sugerir un retorno anormal de dicho fondo con respecto al retorno “justo” según su nivel de exposición al riesgo sistémico. Este intercepto es comúnmente llamado alfa de Jensen y se utilizará en esta investigación como medida de desempeño. Por tanto, para obtener una medida de desempeño para cada FIC se estimó la ecuación (1).

$$R_{i,t} - R_{f,t} = \alpha_i + \beta_i R_{m,t} - R_{f,t} + \epsilon_{i,t} \quad (1).$$

En esta ecuación $R_{i,t}$ es el retorno del fondo i en el periodo t , $[R_f]_t$ es la tasa libre de riesgo para el periodo t , α_i es el alfa de Jensen para el fondo i , y $R_{m,t}$ es el retorno del mercado en el periodo t . En una regresión lineal, un alfa positivo y estadísticamente significativo indicaría un desempeño del fondo superior al rendimiento del mercado. En el caso de un alfa negativo y estadísticamente significativo, sería lo contrario.

3.2. Medición de la Selectividad

El market timing y la selectividad han sido estudiados ampliamente en la literatura sobre las estrategias de administración activa de FICs. La selectividad se refiere a la habilidad de predecir los movimientos en los precios de las acciones individuales; mientras el market timing se refiere a la habilidad de predecir los movimientos de los precios de todo un mercado (Imisiker & Ozlale, 2008).

Este estudio se enfoca principalmente en analizar la selectividad de los FICs colombianos. Para esto, se utiliza la metodología propuesta por Amihud y Goyenko (2013). La principal ventaja de esta metodología es la facilidad con la que se puede implementar y los pocos datos que se necesitan. De acuerdo con Amihud y Goyenko (2013), la selectividad puede ser medida como $1-R^2$, donde R^2 es la medida de bondad de ajuste obtenida de un modelo tradicional de regresión lineal. R^2 mide el porcentaje de la variación total en la variable dependiente que es explicada por el modelo de regresión (Gujarati & Porter, 1992, p.75). Por tanto, $1-R^2$ es la proporción de la varianza en la variable dependiente que no puede ser explicada por la varianza en las variables independientes. Para el caso del modelo CAPM, $1-R^2$ es la variación del exceso de retorno de un fondo que no puede ser explicada por variaciones en el exceso de retorno del mercado.

$$1 - R^2 = \frac{SCR}{\text{Varianza}}$$

$$= \frac{SCR}{\text{Riesgo Sistémico}^2 + SCR}$$

En esta ecuación SCR es la variación residual de la variable dependiente que no puede ser explicada por las variaciones en las variables independientes, y Varianza corresponde a la varianza total del modelo, la cual puede descomponerse entre el riesgo sistémico y SCR. Para compensar por el sesgo negativo que frecuentemente se observa en la distribución de los R^2 , se calculó la transformación logística de R^2 propuesta por Amihud y Goyenko (2013)--ecuación (2). En la ecuación (2), c es igual a $0.5/n$ y n es el tamaño de la muestra.

$$[TR]^2 = \log\left[\frac{\sqrt{R^2} + c}{1 - \sqrt{R^2} + c}\right]$$

(2).



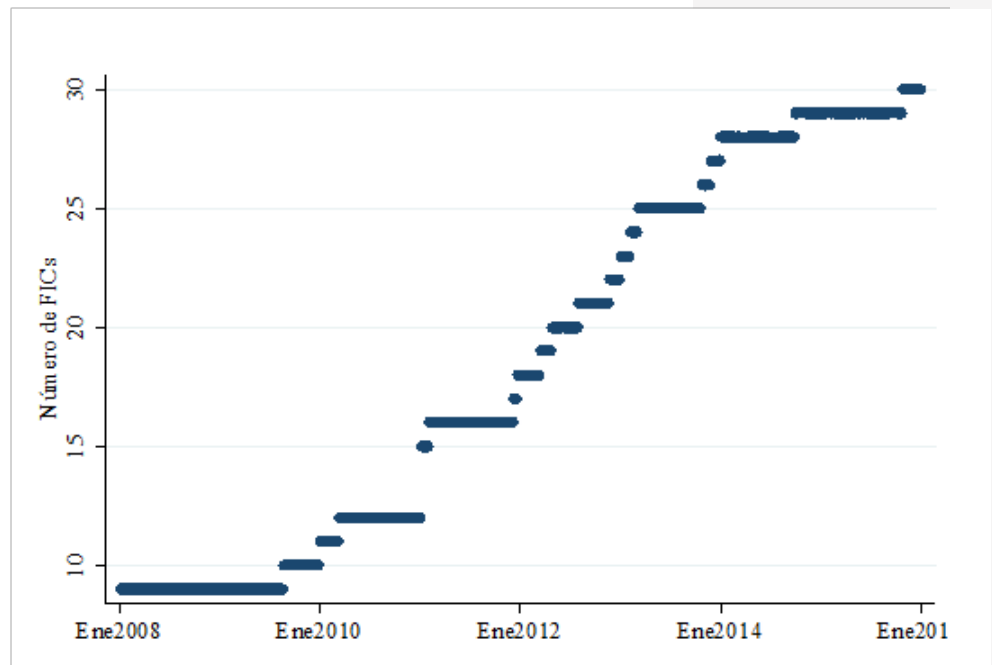
04 | DATOS

3.1. Medición del Desempeño

Los datos semanales de los FICs colombianos se obtuvieron de la plataforma de información financiera Economatica[®], la cual provee datos sobre valor por unidad, activos netos totales, número de suscriptores, fechas de inicio y final de las actividades del fondo, comisiones administrativas, compañía que administra el fondo, y clasificación del fondo (ej., renta fija, renta variable, balanceado) desde 1999. Los datos del activo de referencia o benchmark y de la tasa libre de riesgo fueron descargados de Bloomberg[®]. El activo de referencia que se utilizó es el índice oficial del mercado bursátil COLCAP, el cual se obtiene mediante la ponderación por capitalización de mercado de la Bolsa de Valores de Colombia. La tasa libre riesgo que se utilizó es el Indicador Bancario de Referencia (IBR) Overnight.

El periodo de muestra comprende desde 2008 hasta 2015. La elección de este periodo de estudio se hizo por cuatro razones. Primero, el índice COLCAP se calcula desde el 15 de enero de 2008. Segundo, los datos sobre los rendimientos por dividendos del COLCAP sólo están disponibles desde 2008. Tercero, la tasa IBR está también disponible solamente desde 2008. Finalmente, y más importante, los datos sobre los FICs colombianos antes de 2008 son escasos. Antes de 2008, apenas había nueve FICs operando en Colombia (*ver Figura 1*). Mientras que, a partir de 2008, hubo un aumento constante en el número de FICs vigentes hasta llegar a 30 FICs en 2015.

Figura 1. Número de FICs Activos por Año



Fuente:
Elaboración
de los autores
utilizando datos
de Economatica

Para evitar un sesgo por supervivencia, se incluyó información sobre los FICs que estuvieron activos, pero que para diciembre de 2015 ya habían sido liquidados. Dado que este artículo busca estudiar la selectividad de FICs que invierten en acciones, se eliminaron los FICs que invierten en una sola acción, dado que por definición no tienen una estrategia activa de selectividad. Así mismo, se eliminaron los FICs que invierten menos de 50% de su patrimonio en acciones.

La Tabla 3 presenta las principales estadísticas descriptivas de las variables de interés. El valor de los activos totales netos (ATN) o patrimonio de los FICs oscila entre 10 y 3.250.000 millones de pesos. El 95% de los FICs tienen un valor patrimonial igual o menor a 281.000 millones de pesos. Mientras que, el 99% tienen un valor patrimonial igual o menor a 2.720.000 millones de pesos. Este aumento significativo del percentil 95 al percentil 99, implica que existen muy pocos FICs con patrimonios muy altos. La edad del fondo tiene un comportamiento similar al del patrimonio, aunque no tan pronunciado. En este caso, el 50% de los FICs tienen 7 o menos años de antigüedad, mientras que el FIC más antiguo está vigente hace más de 51 años. Por su parte, la comisión de administración varía entre 0% y 4% efectivo anual, y está ligeramente sesgada hacia arriba ($media < p50$). Esto es, la comisión de administración está mayormente concentrada en los valores superiores de la distribución (valores mayores al 3%). La variación absoluta promedio

de unidades (VAP Unidades) corresponde al promedio semanal de las variaciones absolutas diarias del número de unidades de cada FIC. Esta variable se construyó como un proxy de la tasa de rotación de cada FIC dado que, en las bases de datos consultadas, no se encontró información disponible sobre esta variable. Si se piensa que un aumento o reducción en el número de unidades de un FIC implica un rebalanceo en su portafolio, VAP Unidades está positivamente relacionada con la tasa de rotación.

	Media	Min	p1	P5	P50	P50	P95	P99
ATN (activos totales netos, en \$millones)	117,000	10	3,250,000	469	858	13,600	281,000	2,720,000
Valor de la unidad	23,797	5,160	126,290	6,940	8,126	12,495	74,374	114,702
Edad del fondo (años)	7.3	0.0	51.6	0.1	0.4	3.8	44.2	50.1
Comisión de administración (%)	2.8	0.0	4.0	0.0	0.6	3.0	4.0	4.0
VAP Unidades (variación absoluta promedia, %)	0.36	0.00	8.04	0.00	0.00	0.15	1.43	2.96

Tabla 4. Desempeño de los FICs: Alfas de Jensen

05 | RESULTADOS

5.1. Desempeño de los FICs

Para examinar el desempeño, se calculó el modelo correspondiente a la ecuación (1) para cada uno de los FICs y se obtuvieron las alfas respectivas. El cálculo de alfa se hizo mediante la estimación de regresiones de series de tiempo, donde la variable dependiente eran los excesos de retorno de cada FIC y la variable independiente era los excesos de retorno del mercado. Los errores estándar fueron estimados utilizando el estimador de Newey-West que corrige por heteroscedasticidad y autocorrelación en los residuos de la regresión. La Tabla 10 en el apéndice, presenta el alfa de Jensen para cada FIC y su respectivo p-value, el R^2 y el número de observaciones utilizadas en cada regresión. A continuación, se presentan los resultados agregados en la Tabla 4. Como se esperaba, 20 de las alfas no son estadísticamente diferentes de cero a un nivel de confianza del 5%. Más aún, de las 10 alfas estadísticamente diferentes de cero, 8 son negativos. Esto es, 28 de los 30 FICs colombianos no son capaces de crear valor y 8 de ellos incluso lo destruyen. Estos resultados soportan la hipótesis H1 y están en línea con los resultados obtenidos por Monsalve y Arango (2016).

	Significativo	No Significativo	Total
Alfa > 0	2	6	8
Alfa < 0	8	14	22
Total	10	20	30

Significancia al 5% de confianza. Desviaciones Estándar calculadas con Newey - West

Tabla 4. Desempeño de los FICs: Alfas de Jensen

De acuerdo con la Tabla 5, el valor de los R^2 oscila entre 0.62 y 0.99. En Amihud y Goyenko (2013) el menor R^2 obtenido fue igual a 0.53, el cual es menor al que se obtuvo en esta investigación para Colombia y sugiere una mayor gestión activa de los FICs estadounidenses--como es de esperarse. Por su parte, el alfa varía entre -8.51% y 13.08% anual. Es importante aclarar que solo la alfa mínima (y negativa) fue encontrado significativa.

Tabla 5. Estadísticas Descriptivas para R^2 y Alfa

	Media	Mediana	Min	Max
R^2	0.88	0.91	0.62	0.99
Alfa (anualizado, %)	-0.96	-1.17	-8.51	13.08

5.2. Selectividad de los FICs

En esta sección se analiza la relación entre el desempeño y la selectividad los FICs colombianos --medidos con la alfa de Jensen y la transformación logarítmica del R^2 , $[[TR]]^2$. Posteriormente, se explora cuáles de las principales características de los FICs afectan la selectividad.

5.2.1. Relación entre Desempeño y Selectividad

Para estudiar la relación entre el desempeño y la selectividad de los FICs se utilizó una metodología de rolling regression con ventanas de tiempo móvil de 24 semanas que no se superponen (non-overlapping) entre sí. Se estimó un modelo CAPM para cada FIC en cada una de las ventanas móviles para los 17 periodos de 24 semanas resultantes. De esta forma, se obtuvieron observaciones en serie de tiempo de alfa y $[[TR]]^2$ para cada FIC.

A priori se espera que la relación entre alfa y $[[TR]]^2$ sea negativa. Esto implicaría que a mayor selectividad (menor $[[TR]]^2$), mayor desempeño. La Tabla 6 reporta las correlaciones entre alfa y los valores contemporáneos y rezagados de $[[TR]]^2$. De estas correlaciones se puede observar que la selectividad

contemporánea no tiene una correlación significativa con el desempeño contemporáneo. Lo mismo es cierto para la selectividad rezagada un periodo, esto es 24 semanas antes. No obstante, la selectividad dos periodos atrás, esto es 48 semanas antes (aprox. 1 año antes), sí resulta estar correlacionada negativamente con alfa a un nivel de confianza del 5%.

	Alfa _t
TR_t^2	-0.079 Alfa
TR_{t-1}^2	0.009 Alfa
TR_{t-2}^2	-0.153* Alfa

Estas correlaciones fueron calculadas con el comando pwcorr en Stata*. *Denota significancia al 5% de confianza.

Tabla 6. Correlación entre Desempeño y Selectividad

Para estimar la relación entre alfa y $[(TR)]^2$ luego de controlar por otros factores, se estimó la ecuación (3) mediante un panel de datos con efectos aleatorios.

$$\alpha_{i,t} = \delta_{1t} TR_{i,t-1}^2 + \delta_{2t} TR_{i,t-2}^2 + \delta_{3t} \log(ATN)_{i,t-1} + \delta_{4t} \log(ATN)_{i,t-1}^2 + \delta_{5t} \log(Edad)_{i,t-1} + \delta_{6t} \text{Comisión de Administración}_{i,t-1} + \delta_{7t} VAP \text{ Unidades}_{i,t-1} + \delta_{8t} \alpha_{i,t-1} + \epsilon_t \quad (3).$$

La Tabla 7 presenta los resultados para la ecuación (3). Los resultados sugieren una relación negativa y estadísticamente significativa entre el desempeño y la selectividad, incluso después de controlar por las características de cada FIC. Estos resultados soportan la hipótesis H2. Por tanto, el bajo desempeño de los FICs colombianos puede ser explicado, al menos en parte, por su baja selectividad.

Variable dependiente: $\text{Alfa}_{i,t}$				
$TR_{i,t-1}^2$	0.0000 (0.000)		0.0000 (0.000)	
$TR_{i,t-2}^2$		-0.0002** (0.000)		-0.0003*** (0.000)
$\log(ATN)_{i,t-1}$			0.0006 (0.001)	0.0005 (0.001)
$\log(ATN)_{i,t-1}^2$			0.0000	0.0000
$\log(Edad)_{i,t-1}$			(0.000) -0.0001	(0.000) 0.0000
Comisión de Administración $_{i,t-1}$			(0.000) -0.0001	(0.000) -0.0002**
$VAP \text{ Unidades}_{i,t-1}$			(0.000) -0.0061	(0.000) -0.0191
$\text{Alfa}_{i,t-1}$	0.0795 (0.050)	0.1771*** (0.068)	(0.013) 0.0714 (0.058)	(0.071) (0.071)
Constante	Sí	Sí	Sí	Sí
Observaciones	257	227	237	214

La variable dependiente es $\text{Alfa}_{i,t}$, que se estimó utilizando ventanas móviles de 24 semanas que no se superponen entre sí. Las variables independientes están rezagadas un periodo, esto es, corresponden a sus valores de 24 semanas atrás. La estimación se realizó mediante una regresión de datos de panel con efectos aleatorios.

5.2.2. Determinantes de la Selectividad de los FICs

Utilizando las estimaciones de alfa y $[[TR]]^2$ obtenidas de las rolling regressions, se examinaron los determinantes de la selectividad de los FIC colombianos. La Tabla 8 presenta las correlaciones entre $[[TR]]^2$ y las características de los FICs: (a) ATN (activos totales netos), (b) edad del fondo (en años), (c) VAP Unidades (variación absoluta promedio semanal de las unidades), y (d) comisión de administración (en %). De la Tabla 8 se observa que existe una correlación positiva y estadísticamente significativa al 5% de confianza entre ATN y $[[TR]]^2$. En otras palabras, los FICs con mayores niveles de patrimonio son, a su vez, los que tienen menores niveles de selectividad. Por su parte, la comisión de administración está negativamente correlacionada con $[[TR]]^2$. Esto es, los FICs con una estrategia activa de selectividad también tienen comisiones de administración más altas, las cuales podrían deberse a los mayores costos que implica tener una estrategia de gestión activa.

	TR_t^2
ATN_t (activos totales netos)	0.203*
Edad del Fondo _t (años)	0.007
$VAP\ Unidades_t$ (Variación absoluta promedio, %)	-0.042
Comisión de administración _t (%)	-0.3155*

Estas correlaciones fueron calculadas con el comando pwcorr en Stata®. *Denota significancia al 5% de confianza.

Tabla 8. Correlación entre Selectividad y Características de los FICs

Para estudiar estos determinantes en un contexto multivariado, se estimó un modelo de datos de panel con efectos aleatorios. De acuerdo a los resultados reportados en la Tabla 9, el efecto del patrimonio en la selectividad se desvanece una vez se controla por las demás características. Por el contrario, el costo de administración sigue siendo un factor determinante de la selectividad de un FIC incluso después de incluir las demás características. Este último resultado está en línea con el que obtuvo Amihud y Goyenko (2013) para Estados Unidos.



Tabla 9. Determinantes de la Selectividad

Variable dependiente:					
$\log(ATN)_{i,t-1}$	0.092** (0.041)	-0.226 (0.536)	-0.449 (0.545)	-0.609 (0.575)	-0.230 (0.573)
$\log(ATN)_{i,t-1}^2$		0.010 (0.016)	0.015 (0.016)	0.020 (0.017)	0.008 (0.017)
$\log(Edad)_{i,t-1}$			0.089 (0.057)	0.105* (0.063)	0.111* (0.061)
$VAP\ Unidades_{i,t-1}$				-0.248 (5.586)	-1.236 (5.574)
Comisión de Administración $_{i,t-1}$					1.236*** (0.111)
Constante	Sí	Sí	Sí	Sí	Sí
Observaciones	257	257	250	239	239

La variable dependiente es $TR_{i,t}^2$ que se estimó utilizando ventanas móviles de 24 semanas que no se superponen entre sí. Las variables independientes están rezagadas un periodo, esto es, corresponden a sus valores de 24 semanas atrás. La estimación se realizó mediante una regresión de datos de panel con efectos aleatorios.

6. Conclusiones

Este estudio realiza un análisis del desempeño y selectividad de 30 fondos de inversión colectiva (FICs) colombianos entre 2008 y 2015. Los resultados soportan las dos hipótesis iniciales: (a) 28 de los 30 FICs colombianos no son capaces de crear valor, y 8 de ellos incluso lo destruyen. (b) La selectividad está positiva y significativamente relacionada con el desempeño, lo que implica que el bajo desempeño de los FICs colombianos se puede explicar en parte por la baja selectividad.

Adicionalmente, se estudiaron los determinantes de la selectividad de los FICs colombianos. Los resultados sugieren que la selectividad es mayor en FICs con mayores costos de administración. Esto podría explicarse por los mayores costos que implica tener una estrategia de gestión activa.

7. Limitaciones

Las dos principales limitaciones de esta investigación provienen de los datos. Primero, en la revisión que se hizo a las bases de datos disponibles, no se encontró información sobre la experiencia (en años) de los administradores de cada FIC. Por tanto, no fue posible considerar esta variable dentro de los determinantes de la selectividad como fue considerada en Amihud y Goyenko (2013). Segundo, la baja cantidad de FICs colombianos y su corta duración--en promedio de 7 años--impide la estimación de un modelo asset pricing que incluya más de un factor, esto es, que incluya otras fuentes de riesgo además del mercado.

Amihud, Y., & Goyenko, R. (2013). Mutual Fund's R2 as predictor of performance. *Review of Financial Studies*, 26(3), 667–694. <https://doi.org/10.1093/rfs/hhs182>

Bialkowski, J., & Otten, R. (2011). Emerging market mutual fund performance: Evidence for Poland. *North American Journal of Economics and Finance*, 22, 118–130. <https://doi.org/10.1016/j.najef.2010.11.001>

Buelvas, S. J., & Mora, S. A. (2016). Desempeño de los Exchange-Traded Funds en Colombia. Retrieved from [https://intellectum.unisabana.edu.co/bitstream/handle/10818/29176/Samuel José Buelvas Chacón %28Tesis%29.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://intellectum.unisabana.edu.co/bitstream/handle/10818/29176/Samuel%20Jos%C3%A9%20Buelvas%20Chac%C3%B3n%28Tesis%29.pdf?sequence=1&isAllowed=y)

Carhart, M. M. (1997). On Persistence in Mutual Fund Performance. *The Journal of Finance*, 52(1), 57–82.

Gujarati, D. N., & Porter, D. C. (1992). *Econometría*. McGraw-Hill (5th ed.). <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>

Huij, J., & Post, T. (2011). On the performance of emerging market equity mutual funds. *Emerging Markets Review*, 12(3), 238–249. <https://doi.org/10.1016/j.ememar.2011.03.001>

Imisiker, S., & Ozlale, U. (2008). Assessing Selectivity and Market Timing Performance of Mutual Funds for an Emerging Market: The Case of Turkey. *Emerging Markets Finance & Trade*, 44(2), 87–99. <https://doi.org/10.2753/REE1540-496X440205>

Jensen, M. C. (1968). The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964. *The Journal of Finance*, 23(2), 389–416.

Makiel, B. G. (1995). Returns from investing in equity mutual funds 1971 to 1991. *The Journal of Finance*, 50(2), 549–572.

Monsalve, J. D., & Arango Toro, N. (2016). ¿Crean valor los fondos de inversión colectiva colombianos enfocados en acciones? *Ecos de Economía*, 20(42), 90–110. <https://doi.org/10.17230/ecos.2016.42.5>

Otten, R., & Bams, D. (2002). European Mutual Fund Performance. *European Financial Management*, 8(1), 75–101.

Wermers, R. (2000). Mutual Fund Performance : An Empirical Decomposition into Stock-Picking Talent , Style , Transactions Costs , and Expenses. *The Journal of Finance*, 55(4), 1655–1695.

Tabla 10. Alfa de Jensen por FIC

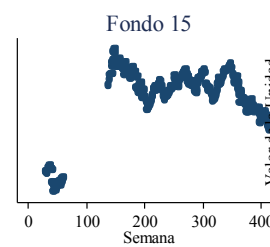
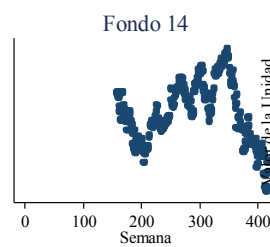
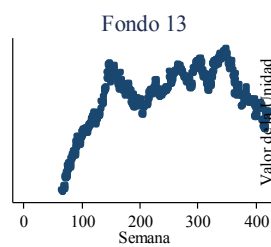
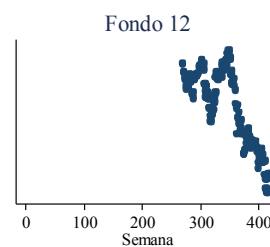
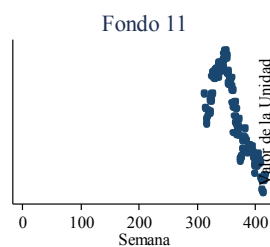
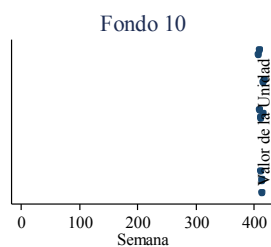
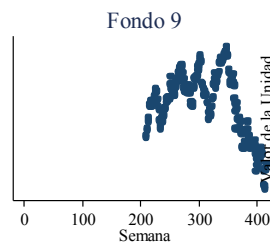
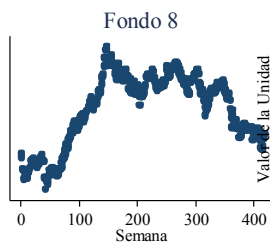
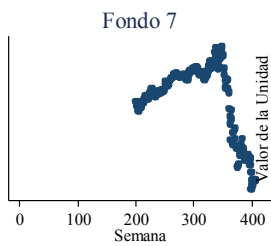
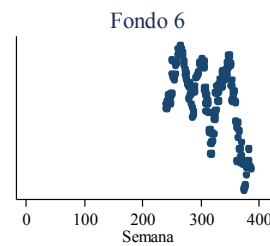
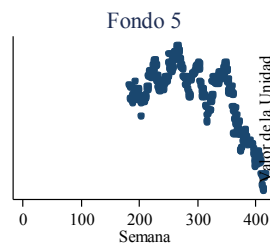
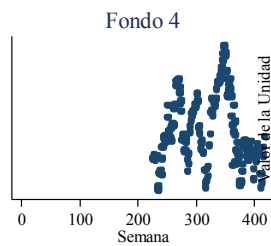
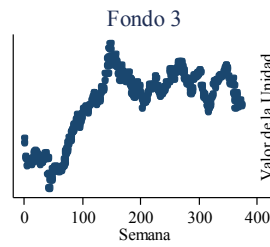
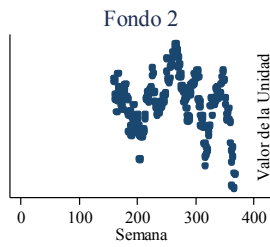
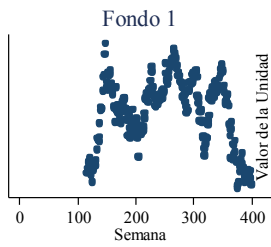
Nombre	Administradora	%)	P-value	R ²	N
Indexado Acciones	Fiducolombia	-1.044	0.356	0.976	282
GNB Acciones	GNB Fiduciaria	-2.073	0.027	0.982	210
Fonval Acciones	Credicorp Capital	-3.535	0.034	0.912	370
Fonval Acciones Dinámico	Credicorp Capital	7.532	0.021	0.749	192
IShares Colcap	Citivalores	-2.849	0.000	0.987	231
Alpha Plus	Casa de Bolsa	-0.426	0.752	0.956	147
BBVA Acciones Colombia	BBVA Fiduciaria	-5.019	0.043	0.643	205
Acciones	Ultraserfinco	-2.757	0.064	0.907	414
Fiduacción	Bogota	1.288	0.563	0.869	208
Acciones Colombia	BTG Pactual	13.076	0.056	0.969	9
Daviplus Acciones Colombia	Fiduciaria Davivienda	-1.347	0.373	0.965	104
Acciones Colombia	Old Mutual	-0.561	0.756	0.942	148

A P É N D I C E

A | DESEMPEÑO DE LOS FICS

Renta Acciones	Fiducolombia	1.432	0.244	0.922	352
Renta Acciones	Fiducolombia	0.467	0.744	0.914	260
Acciones Colombia Clase A	BTG Pactual	-2.702	0.270	0.867	307
Ultra GEA	Ultraserfinco	-0.214	0.937	0.758	325
Horizons Colombia Select	Bogota	-3.599	0.053	0.975	83
Afin Colombia	Afin	-0.415	0.883	0.819	210
Acciones	Alianza Valores	-4.504	0.019	0.872	280
Global Securities Acciones	Global Securities	-1.114	0.580	0.885	205
Invertir Colcap	AdCap Colombia	-1.228	0.377	0.971	256
Renta Variable Colombia	Valores Bancolombia	3.383	0.030	0.907	212
Acción	Davivienda Corredores Seguridad Compañía Administradora	-4.698	0.000	0.950	414
Seguridad Bolivar	Administradora	-0.778	0.610	0.877	414
Accival Acciones Nación	Acciones y Valores	-4.506	0.170	0.870	107
Momentum	Compañía de Profesionales de Bolsa	-8.507	0.028	0.786	198
Valor Acción Colombia	Compañía de Profesionales de Bolsa	-2.748	0.028	0.969	194
Max Dividendo	Compañía de Profesionales de Bolsa	1.449	0.668	0.618	158
Max Dividendo 2	Compañía de Profesionales de Bolsa	-3.307	0.410	0.751	114
Invertir Gestionado Colombia	AdCap Colombia	0.538	0.813	0.892	147

Figura 2. Evolución del Valor de la Unidad por FIC

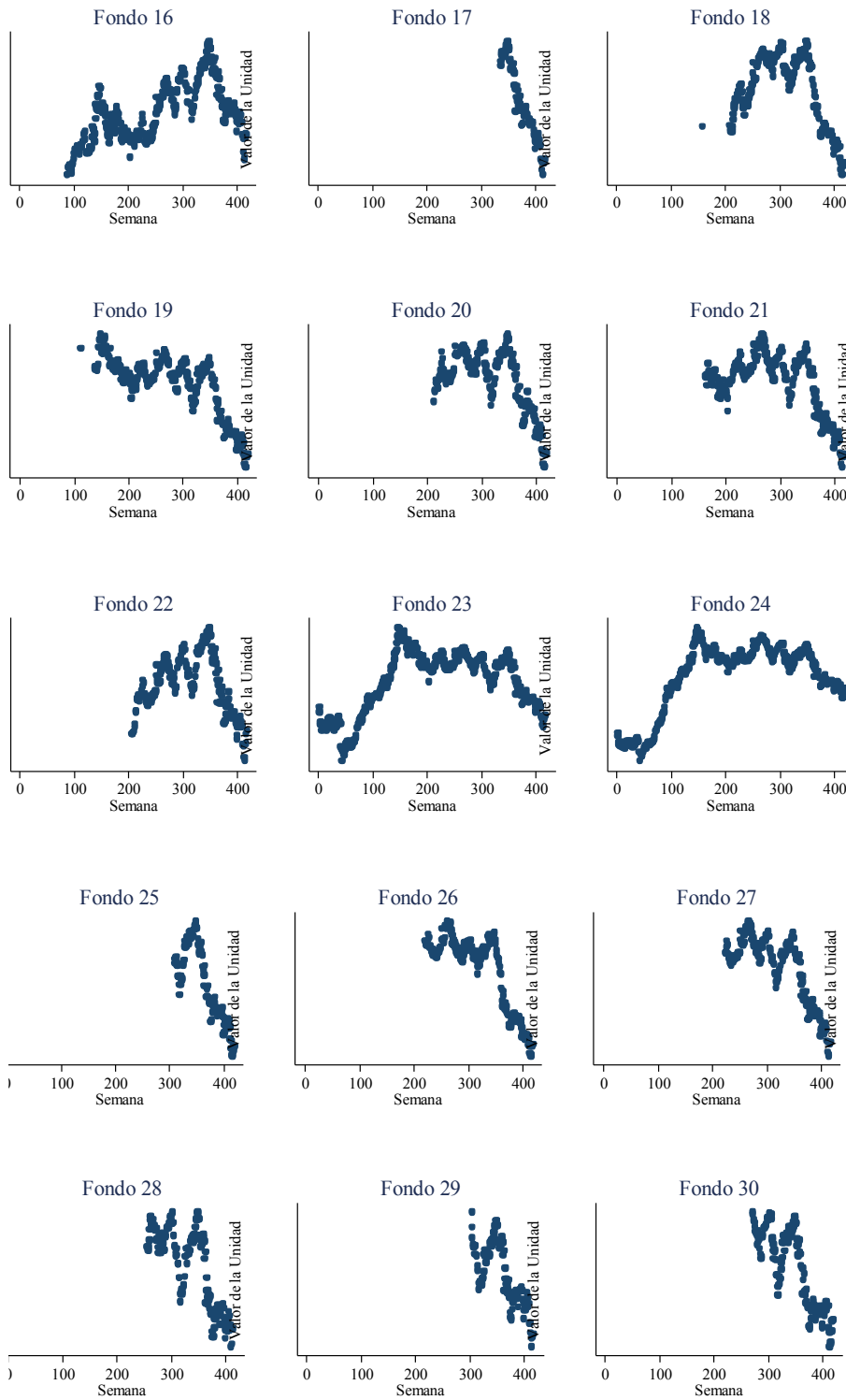


A P É N D I C E

B

OTRAS GRÁFICAS

Figura 2. Evolución del Valor de la Unidad por FIC



A P É N D I C E

B

OTRAS GRÁFICAS

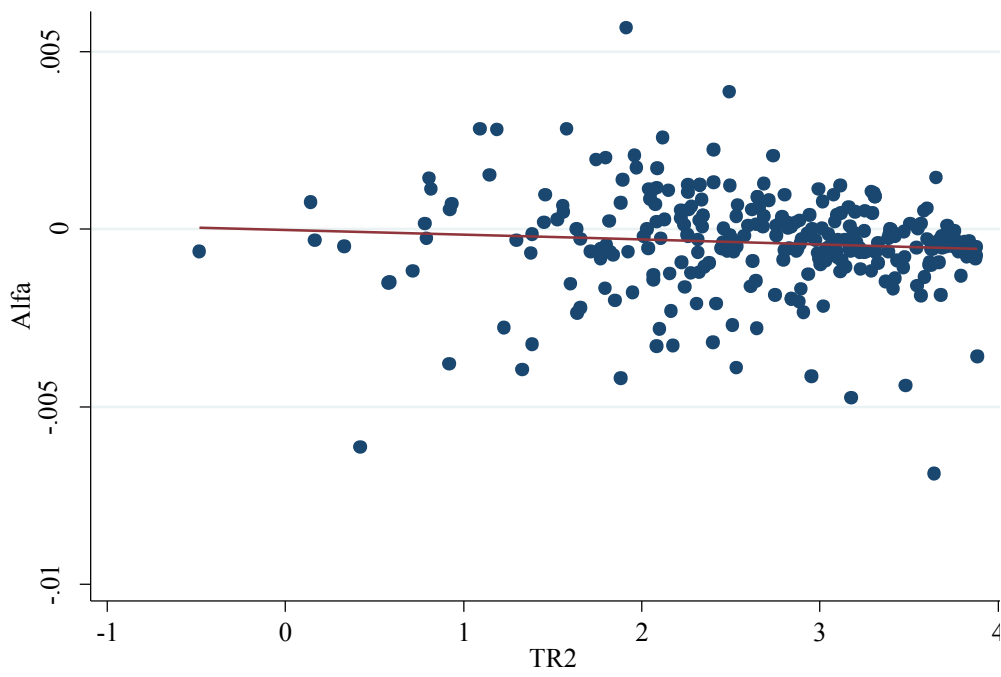


Figura 4. Desempeño y Selectividad

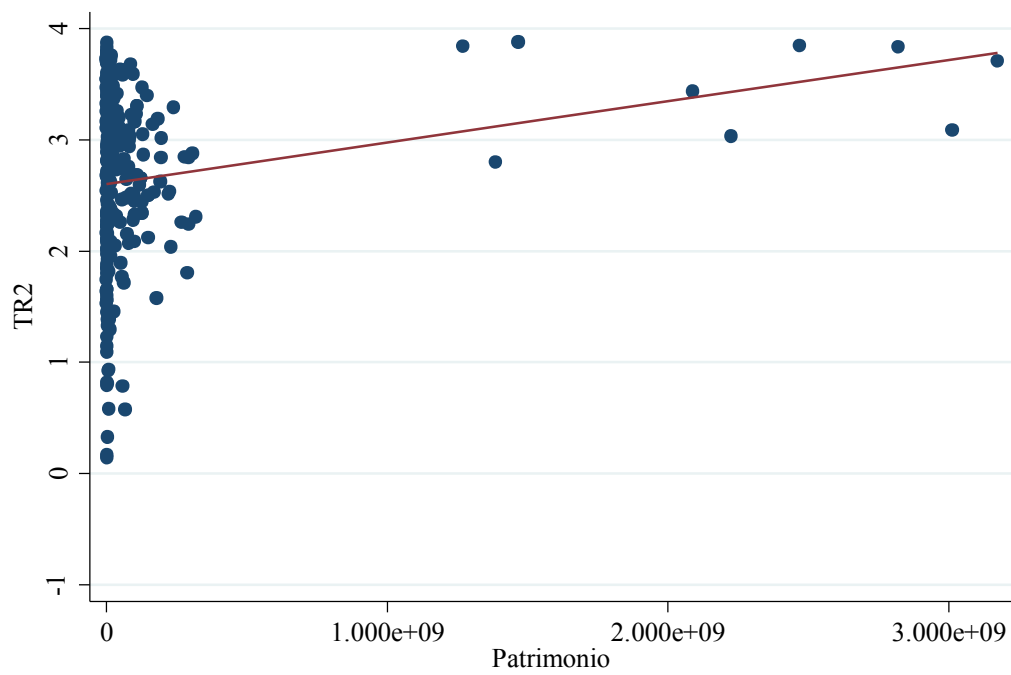


Figura 5. Selectividad y Patrimonio

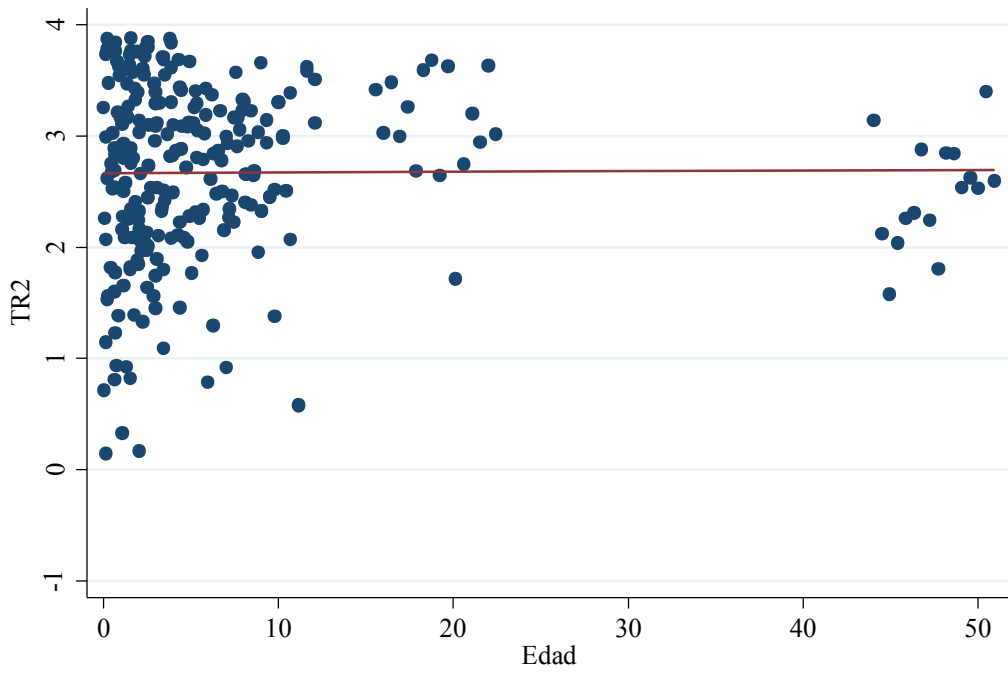


Figura 6. Selectividad y Edad

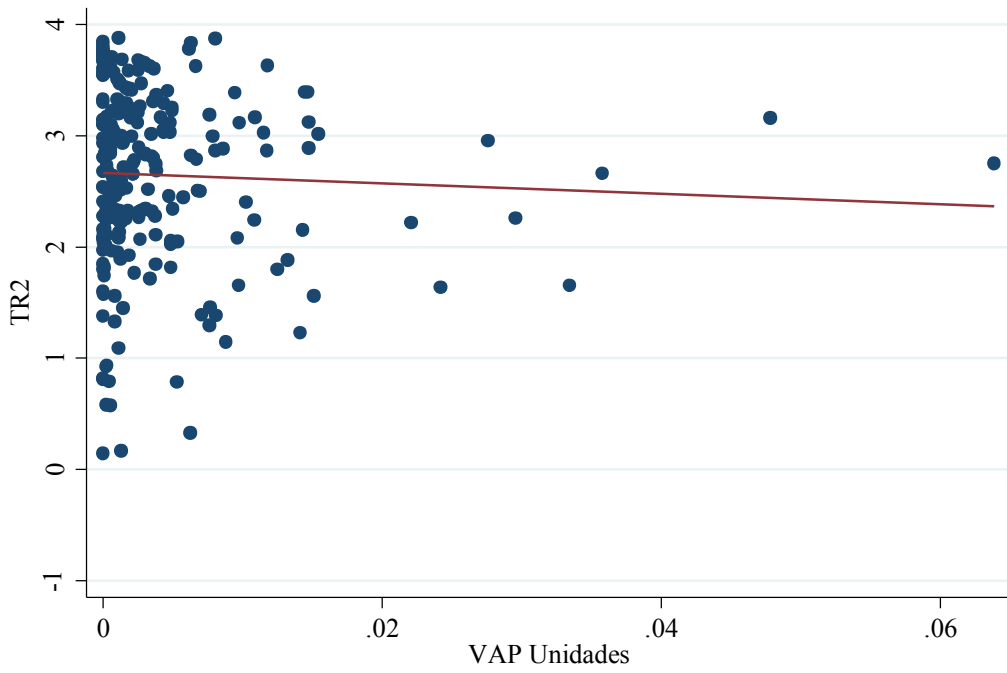


Figura 7. Selectividad y Rotación

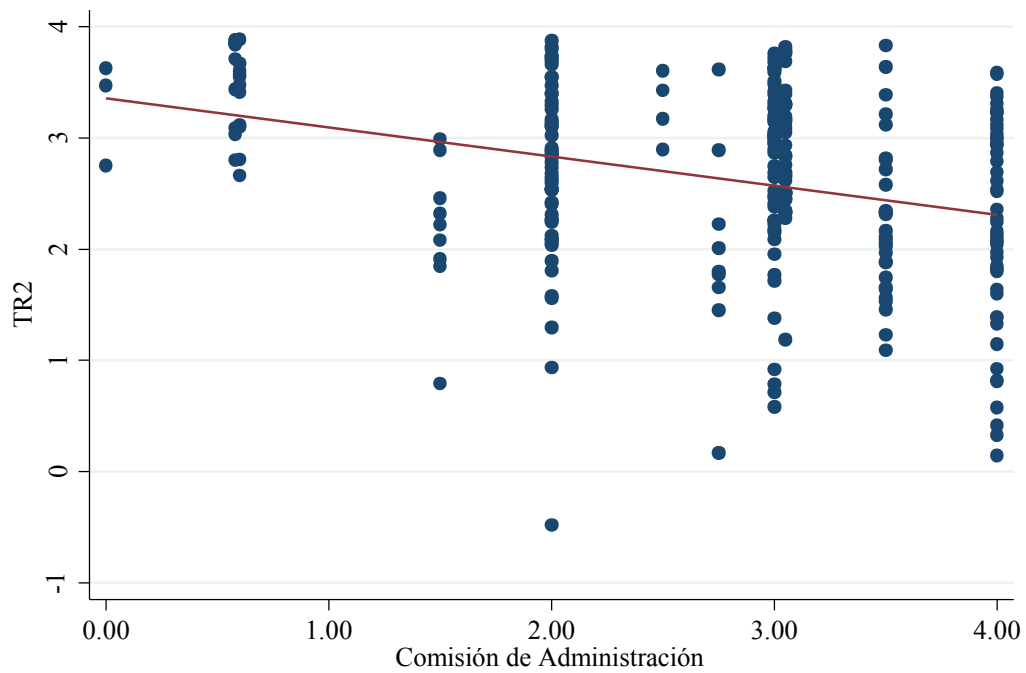



Figura 8. Selectividad y
Comisión de Administración



**ANÁLISIS DE LA
COMPETENCIA QUE
ENFRENTAN LAS
INSTITUCIONES
MICROFINANCIERAS
PERUANAS Y EL
IMPACTO SOBRE SU
ESTABILIDAD
FINANCIERA ⁽¹⁾**

*Katia Huayta, Antonella Garcia y
Narda Sotomayor*

S
A
R
I
O
M
E

RESUMEN

Esta investigación examina la relación entre la competencia en el mercado de créditos de las Instituciones Microfinancieras (IMF) peruanas y su estabilidad financiera durante el periodo 2002-2016. Usando el estadístico H de Panzar y Rosse y el indicador de Boone como variables proxy de competencia, y el Z-score de Roy (1952), como variable proxy de viabilidad financiera, nuestras estimaciones econométricas de modelos de datos de panel muestran que la relación entre el grado de competencia y la estabilidad financiera de las IMF tiene forma no lineal (de U invertida). Observamos también un incremento de la competencia en el mercado de las IMF entre 2003 y 2010, seguido de menores presiones competitivas hasta 2014, luego de lo cual se retoma la tendencia creciente, a partir de 2015. Adicionalmente, de acuerdo al estadístico H de Panzar y Rosse, la estructura que mejor se ajusta al entorno de las IMF durante el periodo 2002-2016 es la de competencia monopolística.

Clasificación JEL: L11, L22, L25, G21.

Palabras clave: Competencia, Estadístico H de Panzar y Rosse, Indicador de Boone, Estabilidad financiera, Z-score.

E-Mail: khuayta@sbs.gob.pe, agarcia@sbs.gob.pe, nsotomayor@sbs.gob.pe

ABSTRACT

This paper examines the relationship between competition and financial stability for Peruvian microfinance institutions, during the 2002-2016 period. Using the Panzar and Rosse H-statistic as well as the Boone indicator for the evaluation of competition, and the Roy Z-score as a proxy for financial stability, our econometric estimations of panel data models show that the relationship between competition and MFI financial stability is non-linear (inverted U-shaped). We observe an increasing competition in the MFI market between 2003 and 2010; followed by less competitive pressures up to 2014; later, competition shows an increasing trend since 2015. According to the H-statistic, the market structure that best fits the microfinance system is monopolistic competition during 2002-2016 period.

JEL Classification: L11, L22, L25, G21.

Key Words: Competition, Panzar-Rosse H-statistic, Boone Indicator, Financial Stability, Z-score.

¹ Este documento se basa en la Tesis de Katia Huayta Zapata para optar por el grado de Magister en Economía de la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP). Agradecemos la valiosa asesoría de Giovanna Aguilar y los importantes comentarios de Francisco Galarza. Asimismo, reconocemos la contribución de la Dirección de Gestión de la Investigación de la Pontificia Universidad Católica del Perú, a través del Programa de Apoyo a la Investigación para estudiantes de Posgrado (PAIP). Finalmente, agradecemos la notable asistencia de Sara Wong Becerra. Cualquier error u omisión es responsabilidad nuestra. Para una versión más detallada, ver: http://www.sbs.gob.pe/Portals/0/jer/DDT_ANO2017/20170920_SBS-DT-002-2017.pdf



01 | INTRODUCCIÓN

Desde inicios de la década de 2000, diversos factores han afectado el entorno competitivo del Sistema Microfinanciero (SMF) peruano. Por un lado, se destaca un entorno macroeconómico favorable y; por otro, los cambios regulatorios impulsados por la Superintendencia de Banca, Seguros y AFP (SBS) a favor de la competencia, como la eliminación de las barreras a la expansión geográfica de las Instituciones Microfinancieras (IMF) en 2002. Asimismo, diversas medidas incrementaron la transparencia en la información, tales como el inicio de la entrega del reporte crediticio consolidado de deudores a las entidades financieras en 2004, que incluía, además del historial negativo de los deudores, también el historial crediticio positivo; y desde 2002, el inicio de la publicación de tasas de interés y costos completos de los servicios financieros. En ese contexto, los procesos de upgrading de Edpymes y cajas rurales; los procesos de downscaling de entidades vinculadas a la banca comercial; y el proceso de consolidación del SMF que aún continúa en marcha, son muestra del dinamismo de las instituciones para adaptarse al nuevo entorno, estar en mejores condiciones para enfrentarlo y aprovechar las oportunidades del mercado.

El comportamiento presentado por algunos indicadores de las IMF en el periodo bajo análisis serían manifestaciones de este mayor entorno competitivo: la caída importante de las tasas de interés promedio cobradas por las IMF, que pasaron de 38% a 24% entre 2002 y 2016, y el incremento del número de intermediarios en todas las regiones, originando la reducción de cuotas de mercado. Este menor dinamismo, habría incentivado a que algunas entidades microfinancieras asuman conductas poco prudentes frente al riesgo, afectando principalmente a aquellas empresas que se encontraban mal posicionadas en el mercado, con menor eficiencia y que carecían de estrategias para enfrentar la competencia. Bajo este contexto, la morosidad de las IMF inicia una tendencia creciente y sostenida a partir aproximadamente de 2009, impactando negativamente en la rentabilidad de las

²Katia Huayta es Analista del Departamento de Investigación Económica de la Superintendencia de Estudios Económicos de la Superintendencia de Banca, Seguros y AFPs (SBS) - Lima, Perú. Antonella Garcia es Analista Departamento de Análisis de Microfinanzas de la SBS. Narda Sotomayor es jefa del Departamento de Análisis de Microfinanzas de la SBS.

IMF, que pasó de 25% en 2002 a 15% en 2016. Dichos resultados afectarían la estabilidad financiera de las IMF, lo cual podría debilitar la confianza del público hacia las IMF como intermediarias de servicios financieros.

Los cambios experimentados en el entorno competitivo de las IMF y el efecto que estos han tenido en el desempeño financiero de dichas entidades, demandan analizar la competencia y la relación con su estabilidad financiera con el fin de proponer recomendaciones de política orientadas a fortalecer las IMF, más aun considerando que estas representan una fuente importante de financiamiento para los segmentos de bajos ingresos en el país.

Con la finalidad de examinar lo que sucede en el SMF peruano, este estudio busca conocer el grado y evolución de la competencia en el mercado de créditos en que participan las IMF, y analizar la relación con su estabilidad financiera durante el periodo enero 2002 – diciembre 2016. Para lo primero, se aproxima la competencia mediante dos indicadores del enfoque no estructural de la nueva organización industrial empírica: estadístico H de Panzar y Rosse, e indicador de Boone. En tanto, lo segundo se realiza con el planteamiento de Martínez-Miera y Repullo (2010) que establece una relación en forma de U invertida entre competencia y estabilidad.

Esta última variable se cuantifica mediante el “Z-score”, que es un indicador de solvencia financiera propuesto por Roy (1952), utilizado para aproximar la estabilidad financiera a nivel de entidades.

Esta investigación tiene dos aportes importantes a la literatura microfinanciera empírica. El primero es que aproxima de manera general la definición de un mercado relevante, en el que se identifica a las principales entidades no microfinancieras competidoras de las IMF, cuyas presiones competitivas podrían afectar el desempeño de las IMF. Debido a que los créditos a la micro y pequeña empresa y de consumo son los principales productos activos otorgados por las IMF, se considera a la cartera conjunta de estos créditos como producto relevante, a fin de

identificar a las competidoras de las IMF. El segundo aporte es que es una investigación pionera en analizar la relación entre competencia y estabilidad financiera de las IMF peruanas.

Lo que resta del documento está organizado de la siguiente manera. La segunda sección describe el entorno competitivo de las IMF; la tercera sección describe los hechos estilizados sobre el SMF peruano; la cuarta sección presenta la revisión de literatura que guía esta investigación; la quinta sección presenta la aproximación empírica empleada en el presente análisis; la sexta sección analiza los resultados de las estimaciones; y por último, la séptima sección presenta las reflexiones finales.

LOS CAMBIOS EXPERIMENTADOS EN EL ENTORNO COMPETITIVO DE LAS IMF Y EL EFECTO QUE ESTOS HAN TENIDO EN EL DESEMPEÑO FINANCIERO DE DICHAS ENTIDADES, DEMANDAN ANALIZAR LA COMPETENCIA Y LA RELACIÓN CON SU ESTABILIDAD FINANCIERA



02 | EL ENTORNO COMPETITIVO DE LAS INSTITUCIONES MICROFINANCIERAS

El estudio se centra en las IMF peruanas reguladas por la SBS, conformadas por Cajas municipales (CM), Cajas rurales de ahorro y crédito (CRAC), Entidades de desarrollo de la pequeña y microempresa (Edpymes), Mibanco y Empresas financieras especializadas en el financiamiento de la micro y pequeña empresa. Aun cuando otras entidades no reguladas, como Cooperativas de ahorro y crédito, y Organizaciones no gubernamentales crediticias podrían ejercer presiones competitivas sobre el SMF, estas no son consideradas debido a limitaciones de información.

Para identificar a las entidades del Sistema Financiero (SF) que compiten con las IMF, se requiere caracterizar el mercado relevante, es decir, el entorno en el que se transa un producto determinado. Aproximamos el “mercado relevante” usando la definición de la legislación de competencia europea: “Un mercado relevante del producto comprende todos los productos y/o servicios que el consumidor considere intercambiables o sustituibles debido a sus características, su precio y el uso al que se destinan, mientras que un mercado relevante geográfico comprende el territorio en el cual las empresas de referencia son contratadas para la oferta de bienes y servicios en cuestión, cuyas condiciones de competencia son suficientemente homogéneas, y que puede distinguirse de otros territorios próximos donde las condiciones competitivas difieren sensiblemente.” (Official Journal EUR-Lex C 372, 9.12.1997). Según esta definición, las presiones competitivas provienen del carácter sustituible de la demanda y de la oferta.

³ Definimos como IMF a aquella entidad cuya cartera Mype representa, en promedio, más del 50% de su cartera total durante 2003-2016.

⁴ A diciembre de 2016, las financieras especializadas están conformadas por Confianza, Compartamos, Qapaq, Proempresa y Credinka.

Desde el lado de la oferta, ejemplos de la reducción de obstáculos o barreras a la entrada incluyen la difusión de la tecnología microfinanciera, (consultorías, capacitaciones, rotación de funcionarios de crédito entre las entidades); uso de información de la central de riesgos, que facilita a las entidades financieras competir por los mismos clientes. Asimismo, la autorización para que las IMF abran oficinas en cualquier región peruana habría permitido a las entidades del SF extender su cobertura geográfica. A pesar

de que esta segmentación podría persistir, asumimos un mercado agregado a nivel nacional debido a limitaciones en la información relevante para el análisis regional.

Desde la perspectiva de la demanda, la caracterización del mercado relevante toma en cuenta que el cliente percibe a un producto sustituto de otro, en función a sus preferencias y necesidades. Esto puede abordarse utilizando información disponible por tipo de producto crediticio. Según Naranjo (2015):

... “En el ámbito urbano, la evidencia muestra un creciente crédito promedio y número de deudores con deudas con múltiples entidades. El sobreendeudamiento actual es el resultado de una externalidad positiva y otra negativa. **Las microfinancieras, al hacer pública la información del comportamiento de pagos de los clientes que bancariza**, son una externalidad positiva para los proveedores de crédito de consumo; y los proveedores de créditos de consumo, al sobreendeudar a esos mismos clientes, son una externalidad negativa para las microfinancieras” (pp.96).

Además, considerando que los clientes de las IMF han demandado fundamentalmente créditos Mype (61%) y de consumo (22%) durante el periodo 2002-2016, definimos el mercado relevante con ambos tipos de crédito. Entre créditos del mismo tipo, de características razonablemente homogéneas, se analiza el criterio de sustituibilidad entre distintas entidades. Dicho criterio también podría aplicarse entre los créditos Mype y de consumo inclusive dentro de una misma entidad, pues tratándose de clientes de muy bajos recursos y autoempleados, las cuentas del negocio se confunden a menudo con las cuentas de la familia. Un argumento adicional es que los clientes suelen endeudarse con más de un tipo de producto, principalmente créditos Mype y de consumo, por lo que la competencia sería por la prioridad en el pago del cliente. De esta manera, la identificación de entidades competidoras de las IMF debe tomar en cuenta productos Mype y de consumo razonablemente homogéneos a los créditos de estos tipos ofrecidos por las IMF.

⁵ Se alude solamente a la presencia geográfica física, en tanto que las transacciones de crédito por medio virtual son todavía incipientes en el Perú.

⁶ Hasta junio 2010, corresponde a los créditos MES; a partir de julio 2010, a los créditos otorgados a las Mype.

⁷ Durante el periodo 2002-2015, el 14% de los clientes de las IMF (28% del saldo de su cartera directa) ha mantenido ambos créditos Mype y créditos de consumo con alguna entidad del SF.

En consecuencia, la determinación de los competidores de las IMF se realiza en función a dos criterios: i) crédito promedio, el cual en relación a los créditos del SF es usualmente más reducido para los clientes de las IMF, en tanto estos pertenecen a segmentos de bajos ingresos; y ii) tasa de interés activa que, por el contrario, suelen ser más altas que para el promedio del SF, que va acorde al perfil de riesgo de los clientes de las IMF (típicamente informales, sin historial crediticio ni garantías colaterales) y al mayor costo medio de otorgar créditos pequeños.

Asumimos que para considerar a una entidad como participante del mercado relevante, y por tanto competidora de las IMF, sus créditos promedio no deben exceder la mediana del crédito promedio de las IMF más una desviación estándar ($M+\sigma$). En el caso de las tasas de interés, el criterio es que la tasa de interés cobrada por los competidores de las IMF debería ser como mínimo la mediana de la tasa promedio de las IMF menos una desviación estándar ($M-\sigma$). Cuando realizamos un análisis de sensibilidad con dos y tres desviaciones estándar, identificamos que las entidades que deberían incluirse al mercado relevante, corresponderían a empresas de mayor tamaño que atienden a clientes de mayores ingresos. Por este motivo, se considera más conveniente optar por las entidades derivadas del análisis con solo una desviación estándar.

El umbral máximo del monto promedio del crédito y el umbral mínimo de la tasas de interés se aplican para cada tipo de crédito. Así, las competidoras de las IMF serían aquellas identificadas dentro del mercado de créditos: de consumo, a la microempresa, y a la pequeña empresa.

En base a los criterios expuestos, se determinó que el mercado relevante para los créditos Mype y de consumo de las IMF está conformado por 58 entidades que han operado entre 2002 y 2016, donde 39 son IMF y 19 INMF. De estas últimas, la mayoría se especializa en créditos de consumo, por ejemplo: Interbank, Banbif, B. Ripley, B. Financiero, B. Cencosud, B. Azteca, B. Falabella, B. Comercio, F. TFC y F. Oh!.





03 | HECHOS ESTILIZADOS

La estructura del mercado microfinanciero peruano ha evolucionado en las últimas décadas, principalmente a raíz de los cambios en el marco legal y regulatorio, así como por el dinamismo macroeconómico y de las propias instituciones. Un factor importante para la competencia de las IMF habría sido el entorno macroeconómico favorable observado entre 2002 y 2016, que se caracterizó principalmente por el crecimiento sostenido del producto bruto interno (PBI) y por la estabilidad de precios.

Asimismo, las medidas adoptadas por la SBS durante el periodo de análisis habrían favorecido la competencia por el lado de la sustituibilidad de la oferta como de la demanda. A medida que las IMF se fueron desarrollando, la regulación garantizó una cancha plana en el marco regulatorio que rigiera para todas las empresas del SF, de tal forma que éstas puedan expandir la oferta de servicios financieros para las microempresas, reduciendo la marcada segmentación de mercado regional existente y compitiendo en igualdad de condiciones. Así, en 2002, las barreras a la expansión geográfica para las IMF se eliminaron, al modificarse el reglamento para la apertura, conversión, traslado o cierre de oficinas y uso de locales compartidos, permitiendo a las cajas operar en áreas geográficas del país distintas a las de su ámbito de origen (incluyendo Lima Metropolitana).

⁸ Dado que las distribuciones de los créditos promedio y de las tasas de interés se encuentran sesgadas hacia la izquierda (salvo en el caso del crédito promedio de pequeñas empresas y la tasa de interés de microempresas), el estadístico que representa mejor a estas variables es la mediana.

⁹ Resolución SBS N° 1276-2002.

¹⁰ Memoria Anual SBS 2002.

Otro elemento primordial en la competencia ha sido la transparencia de información. Así:

¹¹ Central de Riesgos (SBS).

¹² Memoria Anual SBS 2002.

¹³ Memoria Anual SBS 2003.

¹⁴ Memorial Anual SBS 2012.

- En 2004, el reporte crediticio de deudores que la SBS ponía a disposición de las empresas del SF, empezó a informar no solo sobre los deudores con calificación negativa, como se venía haciendo, sino también sobre aquellos con calificación positiva. Este cambio regulatorio habría reducido la asimetría en la información e incentivaría la competencia en el mercado de crédito, permitiendo que los buenos clientes fueran identificados y atraídos por entidades competidoras, algunas con mayor capacidad para explotar la información y ofrecer mejores condiciones crediticias, así como productos y servicios complementarios.

- Desde el año 2002, la SBS ha lanzado una serie de medidas para garantizar mayor transparencia de precios de los servicios financieros, lo cual permitiría a las empresas del SF compararse entre ellas y a los usuarios tomar decisiones informadas. En 2002, se inició la publicación de las



tasas de interés promedio sobre flujos, por tipo de crédito y de depósito por entidad financiera; en 2003, se empezó a publicar cuadros comparativos sobre todos los costos de productos activos (tasas de interés compensatoria, comisiones, seguros, y costos) y rendimientos de productos pasivos, inicialmente a nivel agregado y desde 2012 también a nivel regional. Asimismo, en dicho periodo se tomaron medidas para lograr mayor transparencia en las comisiones, precisando y ampliando nuevos conceptos al listado de cargos prohibidos.

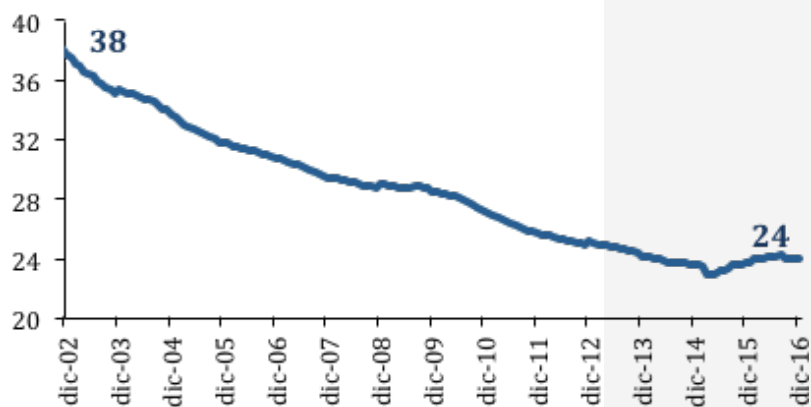
- La SBS también fomentó la transparencia de los procesos de contratación de servicios financieros, reconociendo que la claridad del contrato influyen en las decisiones, desempeño y satisfacción del cliente. Así, destaca el reglamento de transparencia de información y protección al consumidor financiero (Resolución SBS N° 1765-2005), que incorpora disposiciones generales y complementarias de la ley de protección al consumidor (Ley N° 28587).

Por su parte, las empresas del SF respondieron a incentivos del marco regulatorio y a oportunidades del mercado, incentivado también mayor competencia. Esto se habría reflejado en:

- El proceso de “downscaling” se manifestó en la adquisición de IMF por parte de grupos económicos vinculados a bancos comerciales, con sólida capacidad de fortalecimiento patrimonial (Berger et al. 2007). Este respaldo no solo dotaría a las IMF de mejor capital para competir, sino también menor costo de fondeo resultado de la mejora en el perfil de riesgo.
- También se ha experimentado el proceso inverso, “upgrading”, expresado en las conversiones de Edpymes a empresas financieras, y en las fusiones orientadas a lograr un mejor posicionamiento para atender a más segmentos del mercado, diversificando clientes y ofreciendo una gama más completa de productos y servicios. Además, estos cambios permitirían aprovechar economías de escala y de ámbito, ser más eficientes y obtener mejores términos en el fondeo, elementos que permiten competir en mejores condiciones.

3.1. Indicadores de competencia y desempeño financiero de las IMF

En este escenario cambiante, algunas señales parecen indicar mayor competencia en el SMF durante el periodo de análisis. Por un lado, las tasas de interés promedio cobradas por las IMF, aproximadas por las tasas implícitas, presentaron una tendencia a la baja, disminuyendo de 38% a 24% entre 2002 y 2016 (Gráfico N° 1), lo cual podría ser reflejo de un entorno más competitivo.



Fuente: SBS

Elaboración: Propia

Nota: Las tasas de interés son las tasas implícitas promedio calculadas a partir de los EE.FF. Son la suma de los ingresos financieros anualizados, sobre la media móvil a doce meses de los créditos directos.

Dos señales adicionales a favor de la competencia son el mayor número de entidades que operan en diversas regiones y la menor participación individual de las entidades tradicionalmente líderes. Así, por ejemplo, a inicios de 2002, las cajas municipales mantenían las mayores cuotas en los mercados regionales de créditos Mype y de consumo; dicha participación se redujo gradualmente a favor de otros intermediarios financieros como otras cajas, bancos y financieras. En base a ello, si bien sería ideal analizar la competencia en el SMF a nivel regional, la falta de información de costos impide dicho análisis. Por este motivo, en este estudio examinamos la competencia a nivel nacional.

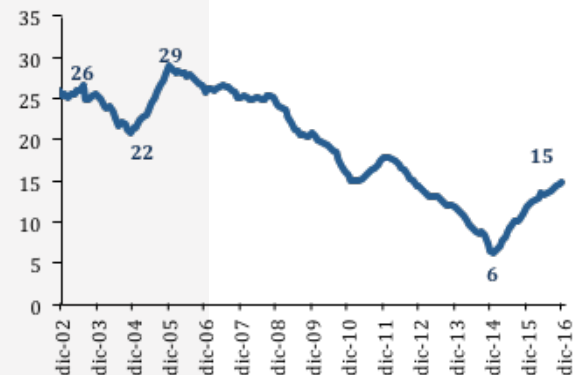
En este escenario, también se observa un deterioro en la calidad de cartera de las IMF, así como menores niveles de rentabilidad, que podrían poner en riesgo la estabilidad financiera de las IMF. El incremento de la morosidad (Gráfico N° 2) del SMF desde 2008 puede ser reflejo de la flexibilización de políticas crediticias de las IMF, probablemente en respuesta a las presiones competitivas y a la desaceleración de los créditos. Asimismo, la rentabilidad patrimonial inicia su tendencia decreciente y sostenida desde 2005 hasta 2014 (Gráfico N° 3), explicada principalmente por la reducción de márgenes financieros. No obstante, tanto la morosidad como la rentabilidad patrimonial inician su recuperación a partir de 2014, posiblemente como consecuencia del proceso de consolidación y saneamiento del SMF. Por lo mencionado hasta el momento, resulta relevante analizar la relación entre la competencia y el desempeño en los mercados de crédito donde participan las IMF.



Fuente: SBS.

Elaboración: Propia.

* Ratio desestacionalizado mediante el modelo X11-ARIMA del procedimiento Censur X13.



Fuente: SBS.

Elaboración: Propia.

Gráfico N° 2
SMF: Evolución de la morosidad (%)*

Gráfico N° 3
SMF: Evolución de la rentabilidad patrimonial (%)



04 | REVISIÓN DE LITERATURA

4.1. Competencia y estabilidad financiera de las IMF

El estudio de la relación entre competencia y estabilidad de los sistemas financieros se ha desarrollado en dos corrientes: i) competencia-fragilidad, que sostiene que una mayor competencia en el SF está asociada a altos riesgos, que implican una mayor fragilidad; y ii) competencia-estabilidad, que señala que es posible una relación positiva entre ambas variables. Ante estas corrientes diametralmente opuestas, se abre paso una teoría que sostiene que la relación puede darse en ambas direcciones. En este enfoque, Martínez-Miera y Repullo (2010) desarrollan un modelo estático de competencia a la Cournot, a partir del cual determinan la existencia de una relación en forma de U entre la competencia y el riesgo de quiebra. Los autores muestran dos efectos que reflejan el rol dual de las tasas de interés: i) el risk-shifting effect, establece que una mayor competencia conlleva a menores tasas de interés, que se traduce en mayores probabilidades de pago de créditos (de clientes menos riesgosos) y por tanto mayores ingresos esperados; y ii) el margin effect, señala que a mayor competencia, las tasas de los créditos son menores, reflejándose en menores ingresos por aquellos créditos no morosos.

Esto significa que, en un entorno competitivo, la reducción de los ingresos financieros ocasionados por la caída inicial de las tasas de interés es contrarrestada por el aumento de los ingresos por créditos de los nuevos clientes con buen perfil de riesgo, lo cual mejora los resultados de la empresa (relación positiva). Luego, a medida que la competencia se intensifica, la acentuada caída de tasas de interés afecta al dinamismo de los ingresos financieros provenientes de los créditos no morosos (relación negativa). Si, además, las empresas relajaran sus políticas crediticias para tratar de atraer más clientes, deteriorarían aún más sus ingresos.

¹⁵Da Marcus (1984), Dermine (1986), Chan et al. (1986), Saunders y Wilson (1996), Marquez (2002), Salas y Saurina (2003), Levy y Micco (2003), Jimenez et al. (2007), Araya y Pino (2008), Beck et al. (2012).

¹⁶Boyd y De Nicoló (2005), Boyd et al. (2006), De Nicoló y Loukoianova (2007), Beck (2008) y Cihak et al. (2006)

Similarmente, Tabak et al. (2012) hallan una relación no lineal entre competencia y estabilidad, al analizar un conjunto de países de América Latina, a partir del indicador de Boone (2008) y el “Z-score” como aproximaciones de competencia y estabilidad, respectivamente. Asimismo, Fernández y Garza-García (2015) verifican cuál de las dos corrientes (estabilidad o fragilidad) predomina en el SF mexicano, usando los mismos indicadores que Berger et al. (2008). Estos autores encuentran una relación en forma de U invertida entre competencia y estabilidad.

Diversos autores analizan la relación entre competencia y estabilidad de bancos y SF peruano, dentro de un panel de países. No obstante, en la literatura revisada hasta el momento, no hay ningún estudio que analice el impacto de la competencia en la estabilidad del SMF peruano. En ese sentido, esta investigación representa una contribución importante a la literatura microfinanciera, considerando el actual contexto competitivo de las IMF. A continuación, presentamos los indicadores de estabilidad y competencia usados en esta investigación.

4.1.1 Estabilidad financiera

Existen diversos modelos que miden la estabilidad de los sistemas financieros; unos estudian la estabilidad del SF en su conjunto y, otros, a nivel de entidad financiera, utilizando información contable, del mercado de capitales e información macroeconómica. La estabilidad individual se aproxima mediante scores crediticios, probabilidad de default, u otros indicadores que reflejen la estabilidad del negocio en su conjunto. En esta investigación, analizamos la estabilidad financiera general de cada IMF, a partir de información contable, debido a que ellas no participan en el mercado de capitales. Utilizamos el “Z-score”, que es un indicador de solvencia financiera propuesto por Roy (1952), usado para aproximar la estabilidad financiera: a mayor valor, mayor estabilidad.

Este indicador se determina a partir de información contable, usando el ratio capital sobre activos (C/A) y el retorno de los activos (ROA). De acuerdo a De Nicoló (2001), la insolvencia se define como la probabilidad de que las pérdidas excedan el patrimonio:

Donde $\varphi(\text{ROA})$ es la función de distribución de la rentabilidad de las IMF, y $(\text{ROA})^-$ y σ_{ROA}^2 son el primer y segundo momento de estas distribuciones, respectivamente. Utilizando la desigualdad de Chebyshev, Roy (1952) demuestra que la máxima probabilidad de default es:

$$p(\text{ROA} < -C/A) \leq \frac{\sigma_{\text{ROA}}^2}{\left(\frac{\text{ROA} + C}{A}\right)^2} = \frac{1}{Z^2}$$

Donde $Z = \frac{\text{ROA} + C/A}{\sigma_{\text{ROA}}}$. Como Z está inversamente relacionado a la probabilidad de insolvencia, se le considera como una aproximación de estabilidad. El “Z-score” se refiere al número de desviaciones estándar que el ROA tiene que disminuir debajo de su valor esperado, antes que se acabe su capital y se vuelva insolvente (Roy, 1952; Hannan y Henwick, 1988; Boyd et al., 1993; De Nicoló, 2000).

Pese a su utilidad, el “Z-score” presenta algunas limitaciones que deben ser mencionadas. La calidad del indicador dependerá de la veracidad de los estados financieros, lo que favorecería a entidades que teniendo un débil desempeño ocultan su verdadera situación financiera en la información otorgada al supervisor. Adicionalmente, este indicador determinado individualmente no considera el riesgo de interconexión (que podría desencadenar un efecto dominó), lo que representa una limitación importante, pues la insolvencia de algunas entidades puede influenciar en la estabilidad de otras.

4.1.2 Competencia

La literatura sobre la medición de competencia en los mercados se divide en dos enfoques. El enfoque estructural abarca el paradigma estructura-conducta-desempeño y la hipótesis de eficiencia, así como otras metodologías con raíces en la teoría de la organización industrial (Bikker y Haaf, 2000). En respuesta a las limitaciones de los métodos estructurales, aparece el enfoque no estructural de la nueva organización industrial empírica (NOIE), que propone métodos con fundamentos microeconómicos, derivados de planteamientos formales como el comportamiento optimizador de las empresas. Dentro de este enfoque, se distinguen las corrientes: primera generación, influenciada por la escuela neoclásica; y segunda generación, de la escuela austriaca.

¹⁷Beck et al. (2012), Cihak et al. (2006) y Tabak et al. (2012).

Por un lado, en la primera generación de la NOIE diversos autores desarrollaron sus modelos en base a la influencia de competencia neoclásica, bajo la teoría del oligopolio. La primera etapa se desarrolló sobre los fundamentos del modelo de Cournot (1838), quien define a la competencia ideal no como una situación de equilibrio de largo plazo, sino como una condición de equilibrio en sí misma (León, 2014). En su modelo, Cournot asume que la variable de decisión de la empresa es la cantidad, la cual se determina simultáneamente con las cantidades de las demás empresas del mercado (de manera estática); también supone, en su versión más simple, que los productos son homogéneos, y que las empresas no enfrentan restricciones de capacidad. Así, un monopolio existe cuando solo hay una empresa, pero cuando hay muchas empresas homogéneas el equilibrio converge al de competencia perfecta. En la segunda etapa, otros autores brindaron grandes aportes a la teoría del oligopolio. Bertrand (1883) sostuvo que la variable relevante para las empresas es el precio; en tanto, Chamberlin (1933) y Robinson (1933) plantearon reconciliar la competencia perfecta con la realidad, desarrollando las teorías de competencia monopolista y competencia imperfecta, respectivamente. Bajo estos enfoques, es posible conocer distintas estructuras de mercado existentes entre los casos de competencia perfecta y monopolio, considerando el gasto en publicidad y la diferenciación de productos (Silva, 2001). Dentro de estas teorías, algunos modelos como el de variación conjetural, Lerner (poder de mercado), y el de Panzar y Rosse han sido muy utilizados en la literatura.

En este estudio utilizamos el indicador de competencia desarrollado por Panzar y Rosse. Esta metodología plantea un modelo teórico para determinar la estructura competitiva de los mercados, que varía desde monopolio hasta competencia perfecta. En general, las condiciones de optimalidad se obtienen a partir del proceso de maximización de utilidad $\pi(y, z, w, t) = R(y, z) - C(y, w, t)$,

donde (y) es el vector de productos, (z) es el vector de variables exógenas de la función de ingresos R , es el vector de precios de los factores y t es el vector de variables exógenas que explican el costo de producción C .

Para un mejor detalle sobre el estadístico H , ver Panzar y Rosse (1977, 1982, 1987). Bajo condiciones de equilibrio de largo plazo se tiene:

Estadístico H	Mercado
$H \leq 0$	Monopolio u oligopolio colusivo
$0 < H < 1$	Competencia monopolística
$H = 1$	Competencia perfecta

Fuente: Panzar y Rosse (1987).

Elaboración: Propia

Tabla N° 1. Estadístico H de Panzar y Rosse

Los trabajos empíricos que utilizan la metodología de Panzar y Rosse determinan, en la mayoría de los casos, mercados financieros con competencia monopolística, tanto para la evidencia internacional¹⁸ como para el SF peruano¹⁹. Dentro de ellos, Céspedes y Orrego (2014) encuentran un estadístico H cercano a 0.5 (competencia monopolística) para la industria bancaria peruana en el periodo 2001–2013. Asimismo, al ampliar el análisis hacia las cajas municipales, evidencian un mayor grado de competencia con respecto a la industria bancaria. Por su parte, Del Pozo (2008) analiza la competencia en el SMF peruano entre 2003 y 2008; a partir de un estadístico H de entre 0.412 y 0.475, se determina también una estructura de competencia monopolística.

¹⁸Gutiérrez (2007).

¹⁹Claessens y Laeven (2003); Yildirim y Philippatos (2007); y Levy y Micco (2007), determinan una estructura de competencia monopolística al analizar un conjunto de países incluido el Perú.

Por otro lado, la influencia de la segunda generación de la NOIE ha sido clave para analizar la dinámica de la competencia, entendida como un proceso de rivalidad entre empresas que se desenvuelven en mercados competitivos. De acuerdo a León (2014), la escuela austriaca se apoya en el principio de destrucción creativa, donde un mercado es competitivo cuando los competidores son lo suficientemente agresivos para incentivar a otras empresas a mejorar, ya sea en términos de calidad, gestión, menores precios, nuevos productos, etc. Inicialmente, las empresas obtienen poder y beneficios monopolísticos, hasta que sus competidores empiecen a imitarlas o a superarlas. Como resultado, las empresas más exitosas son premiadas por los clientes, mientras que las menos exitosas, son castigadas poniendo en riesgo su permanencia en el mercado.

Este enfoque de competencia, recientemente ha tenido influencia en la literatura sobre la organización industrial, destacando el modelo de Boone, con un planteamiento aplicable a industrias financieras. Boone desarrolla un modelo para evaluar la competencia considerando la eficiencia y el desempeño de una empresa en el mercado. En su modelo, Boone plantea la función de beneficios $\pi(n_i, N, I, \theta) = p(n_i, N, I, \theta) \cdot q(n_i, N, I, \theta) - C[(n_i, N, I, \theta), n_i]$. Donde N es el índice de eficiencia agregado, función de los niveles de eficiencia n_1 (más eficiente) $\geq n_2 \dots \geq n_I$ (menos eficiente); I es el número de empresas en equilibrio; y θ es el parámetro de la "agresividad" en la conducta de las empresas en el mercado. Para un mejor detalle sobre la derivación de este indicador, ver Boone (2000, 2005; y Boone et al. 2008).

Empíricamente, este planteamiento teórico se verifica con: $\ln s = \alpha + \beta CMe + \varepsilon \dots (1)$, donde s es la participación y CMe el costo promedio.

El modelo teórico establece que existe un estrecho vínculo entre competencia y eficiencia: cuando hay más competencia, la relación entre eficiencia y participación de mercado es más fuerte. Una mayor competencia brindará mayores beneficios a las empresas más eficientes, en comparación con las menos eficientes, porque las primeras aprovechan sus ventajas en costos de manera más agresiva. De esta manera, el indicador de Boone (β) indica en cuánto mejora la participación, a medida que aumenta la eficiencia (menor costo medio); y, por tanto β , tiene un signo negativo.



Este indicador se determina en base a la hipótesis de estructura-eficiencia planteada por Demsetz (1973), razón por la cual se está prestando un mayor interés al indicador de Boone en relación a otras medidas de competencia. A diferencia del estadístico H, el indicador de Boone tiene como ventaja su naturaleza continua, pues está relacionado monótonamente con la competencia (León, 2014), de manera que este es el más adecuado cuando analiza la evolución de la competencia.

A diferencia de otras aproximaciones para analizar la competencia, la metodología de Boone ha sido poco desarrollada en la literatura empírica. Dentro de este grupo limitado para el Perú, Tabak et al. (2012) encuentran evidencia para el SF peruano dentro de diez países de América Latina entre 2001 y 2008. Los resultados sugieren que el sector bancario peruano es el más competitivo dentro de los países analizados ($\beta = -1.207$), aunque la competencia no ha variado significativamente en el tiempo. Por su parte, Aguilar (2014) utiliza el indicador de Boone para estudiar la competencia en el mercado peruano de microcréditos (MES) para el periodo 2003–2009, analizando separadamente los créditos MES de los otros créditos (consumo, comercial, hipotecario). La autora determinó un incremento de la competencia para el mercado crediticio MES.

05 | APROXIMACIÓN EMPIRICA (21)

5.1. Indicadores de competencia

El grado y evolución de la competencia, se estiman mediante el estadístico H y el indicador de Boone.

5.1.1. Estadístico H de Panzar y Rosse

Siguiendo a Claessen y Laeven (2003); Levy-Yeyati y Micco (2007); y Del Pozo (2008), la estimación del estadístico H, para medir el grado de competencia, se obtiene de la siguiente ecuación:

$$\ln(P_{it}) = \beta_0 + \beta_1 \ln(w_{1,it}) + \beta_2 \ln(w_{2,it}) + \beta_3 \ln(w_{3,it}) + \beta_4 \ln(w_{4,it}) + S + u_i + \varepsilon_{it} \dots (2)$$

Donde P es la tasa implícita activa de la entidad perteneciente al mercado relevante; w_1 es el costo laboral; w_2 el costo de fondeo; w_3 el costo de capital; w_4 el costo de provisiones; y S el vector de variables de control, que incluye los logaritmos del ratio de capital sobre activos (C/A), y las variables tipo de cambio (tc), tasa de interés interbancaria (tiibk), u_i es el error compuesto y ε_{it} el error idiosincrático. Respecto al costo del capital, se considera el costo de oportunidad de los accionistas, aproximado con la tasa implícita promedio anual de los depósitos a plazo ofrecidos por las entidades del SF. Por otro lado, se incluye el costo por provisiones que entidades separan prudencialmente por pérdidas esperadas.

²⁰ Van Leuvensteijn et al. (2007), Cihak et al (2006), Castellanos y Garza-García (2013)

²¹El análisis se lleva a cabo utilizando información con las siguientes características: (i) se trata de un panel largo, con información mensual de enero de 2002 a diciembre de 2016, para 58 entidades del SF (19 INMF y 39 IMF) en el análisis de la competencia. Para el análisis de la estabilidad, se utiliza información trimestral de marzo de 2002 a diciembre de 2016, para las 39 IMF; y (ii) el panel es no balanceado, pues considera entidades que ingresaron al mercado durante el periodo de análisis, y aquellas entidades que ya no se encuentran en operación, como consecuencia de liquidaciones o fusiones.

²²Si bien el costo de oportunidad del accionista es diferenciado por entidad y supone un riesgo mayor que el proveniente de un depósito a plazo, se utilizó dicho indicador debido a limitaciones en la información necesaria para elaborar una metodología más precisa como el CAPM (Capital Asset Pricing Model, por sus siglas en inglés).

²³Para mayor detalle ver Resolución SBS N° 11356-2008 “Reglamento para la evaluación y clasificación del deudor y la exigencia de provisiones”.

provisiones no implican una salida de efectiva de fondos, su tratamiento contable reduce el capital disponible para realizar colocaciones; por lo que se le considera como una fuente de costos. Estas variables se detallan en el **Anexo 1**.

El estadístico H se calcula a partir de las elasticidades del precio de los factores:

$$H = \sum \frac{w_{j,it}}{P_{it}} \frac{\partial P_{it}}{\partial w_{j,it}} = \sum \frac{\partial P_{it}/P_{it}}{\partial w_{j,it}/w_{j,it}} = \sum \frac{\partial \ln(P_{it})}{\partial \ln(w_{j,it})} = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 \dots (3)$$

Sin embargo, las conclusiones del modelo de Panzar y Rosse serán válidas siempre que se cumplan las condiciones de equilibrio de largo plazo. Al igual que en Claessen y Laeven (2003), estas condiciones se verifican en la siguiente regresión:

$$\ln(ROA_{it}) = \theta_0 + \theta_1 \ln(w_{1,it}) + \theta_2 \ln(w_{2,it}) + \theta_3 \ln(w_{3,it}) + \theta_4 \ln(w_{4,it}) + S + u_i + \varepsilon_{it} \dots (4)$$

Donde el ROA es la variable de rentabilidad (Return On Assets, por sus siglas en inglés). De esta manera, en el equilibrio de largo plazo se debería cumplir que $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 = 0 \dots (5)$

Siguiendo a Céspedes y Orrego (2014), se determina la evolución de la competencia en función a la ecuación (2), donde se incorpora una variable dummy trimestral D, que toma el valor de 1 en el trimestre Tr, y cero, en caso contrario. Esta variable interactúa con cada precio de los factores.

$$\begin{aligned} \ln C_{it} = & \beta_0 + \sum_{k=1}^4 \beta_k \ln w_{k,it} + \beta_5 \ln y_{it} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^4 \sum_{j=1}^4 \delta_{kj} \ln w_{k,it} \ln w_{j,it} + \frac{1}{2} \delta_{55} \ln^2 y_{it} \\ & + \sum_{k=1}^4 \delta_{k5} \ln w_{k,it} \ln y_{it} + \theta_1 \ln(tend) + \theta_2 \ln^2(tend) + NoIMF_i + Entidad \\ & + \varepsilon_{it} \dots (8) \end{aligned}$$

De esta manera, el estadístico H para cada trimestre es:

$$H_{Tr} = \beta_{1Tr} + \beta_{2Tr} + \beta_{3Tr} + \beta_{4Tr} \dots (7)$$

5.1.2 Indicador de Boone

La determinación del indicador de competencia de Boone depende de la estimación del costo marginal. Este se obtiene a partir de la función de costos, cuyos productos e insumos pueden ser definidos a partir de dos enfoques. El primero es el de la producción (Benston, 1965; Bell y Murphy, 1968); donde la cantidad de productos (créditos y depósitos) es resultado de la utilización de los insumos (capital y mano de obra). Este enfoque no es aplicable para el caso peruano, debido que no se dispone la información de la cantidad de productos financieros. El segundo enfoque es el de intermediación financiera

(Benston et al., 1982), que considera que las entidades captan recursos del público (depósitos) para ofrecer préstamos; incluyendo dentro del costo de producción al costo financiero y al costo operativo. En la presente investigación se sigue el enfoque de intermediación.

De esta manera, el costo marginal (CMg) se obtiene mediante la especificación empírica similar a la de Van Leuvensteijn et al. (2007), a partir de una función translogarítmica de costos, que se deriva de una aproximación de Taylor de segundo orden alrededor de su media.

²⁴ Es posible aproximar la cantidad de créditos usando la información de la central de riesgos; sin embargo, esta aproximación no es tan precisa debido a que no se cuenta con una central de riesgos por operaciones. Respecto a la cantidad de depósitos, la legislación vigente sobre el secreto bancario en el Perú prohíbe a las entidades financieras difundir información de sus depositantes, por lo que no es posible contar con dicha información.

$$\ln C_{it} = \beta_0 + \sum_{k=1}^4 \beta_k \ln w_{kit} + \beta_5 \ln y_{it} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^4 \sum_{j=1}^4 \delta_{kj} \ln w_{kit} \ln w_{jit} + \frac{1}{2} \delta_{55} \ln^2 y_{it} + \sum_{k=1}^4 \delta_{k5} \ln w_{kit} \ln y_{it} + \theta_1 \ln(tend) + \theta_2 \ln^2(tend) + NoIMF_i + Entidad + \varepsilon_{it} \dots (8)$$

Para asegurar homogeneidad lineal, esta función debe cumplir con las restricciones de simetría y de linealidad siguientes: $\delta_{kj} = \delta_{jk}$; $\sum_{k=1}^4 \beta_k = 1$; $\sum_{k=1}^4 \delta_{kj} = 0$; $\sum_{k=1}^4 \delta_{k5} = 0$

Al desarrollar la ecuación (8), esta quedaría:

$$\ln C_{it} = \beta_0 + \beta_1 \ln w_{1it} + \beta_2 \ln w_{2it} + \beta_3 \ln w_{3it} + \beta_4 \ln w_{4it} + \beta_5 \ln y_{it} + \frac{1}{2} \delta_{11} \ln^2 w_{1it} + \frac{1}{2} \delta_{22} \ln^2 w_{2it} + \frac{1}{2} \delta_{33} \ln^2 w_{3it} + \frac{1}{2} \delta_{44} \ln^2 w_{4it} + \frac{1}{2} \delta_{55} \ln^2 y_{it} + \delta_{12} \ln w_{1it} \ln w_{2it} + \delta_{13} \ln w_{1it} \ln w_{3it} + \delta_{14} \ln w_{1it} \ln w_{4it} + \delta_{23} \ln w_{2it} \ln w_{3it} + \delta_{24} \ln w_{2it} \ln w_{4it} + \delta_{34} \ln w_{3it} \ln w_{4it} + \delta_{15} \ln w_{1it} \ln y_{it} + \delta_{25} \ln w_{2it} \ln y_{it} + \delta_{35} \ln w_{3it} \ln y_{it} + \delta_{45} \ln w_{4it} \ln y_{it} + \theta_1 \ln(tend) + \theta_2 \ln^2(tend) + NoIMF_i + Entidad + \varepsilon_{it} \dots (9)$$

Donde C denota el costo total de la entidad perteneciente al mercado relevante; e y corresponde al principal producto (créditos directos). Las variables w son los mismos precios de los insumos utilizados para el estadístico H. Se incluye también la variable tendencia (tend) y su cuadrado para controlar por los efectos del cambio tecnológico. Adicionalmente, para capturar las características propias de las empresas no IMF competidoras de las IMF se incluye la dummy NoIMF.

La estimación del costo total se realiza mediante el método de mínimos cuadrados ordinarios restringidos con variables dummy a nivel de entidad (Entidad), similar a un modelo de datos de panel con efectos fijos. Una vez estimada la función de costos totales, el costo marginal se obtiene a partir de la ecuación (9):

$$CMg_{it} = \frac{\partial(C_{it})}{\partial y_{it}} = \frac{C_{it} \partial(C_{it})/C_{it}}{y_{it} \partial y_{it}/y_{it}} = \frac{C_{it}}{y_{it}} \frac{\partial(\ln C_{it})}{\partial \ln y_{it}}$$

$$CMg_{it} = \frac{C_{it}}{y_{it}} (\beta_5 + \delta_{55} \ln y_{it} + \delta_{15} \ln w_{1it} + \delta_{25} \ln w_{2it} + \delta_{35} \ln w_{3it} + \delta_{45} \ln w_{4it}) \dots (10)$$

A diferencia de algunos autores que utilizan el costo promedio para la ecuación de Boone, nosotros empleamos el costo marginal porque refleja mejor la eficiencia. Tomando como propuesta a Van Leuvensteijn et al. (2007) y Aguilar (2014) para analizar la evolución de la competencia, se determina un indicador de Boone para cada trimestre, donde D es la dummy trimestral, que es igual a 1 en el trimestre Tr y cero, en caso contrario.

Ambas consideraciones se introducen en la ecuación de Boone (ecuación (1)), de donde resulta:

$$\ln s_{it} = \alpha + \sum_{Tr} (\beta_{Tr} D_{Tr} \ln CMg_{it}) + u_i + \varepsilon_{it} \dots (11)$$

Donde s_{it} es la participación de cada entidad en el mercado de créditos.

5.2. Competencia y estabilidad financiera de las IMF

Para evaluar la relación en forma de U invertida entre competencia y estabilidad financiera de las IMF, introducimos el término cuadrático de la variable de competencia (H o Boone) previamente estimada, a un modelo de datos de panel con periodicidad trimestral en:

$$Z_{it} = \beta_0 + \beta_1 K_t + \beta_2 K_t^2 + \beta_3 \pi_t + \beta_4 \sigma_t + \beta_5 \ln A_{it} + \beta_6 Mype_{it} + \beta_7 Cred_{it} + \beta_8 Liq_{it} + \beta_9 Ef_{it} + u_i + \varepsilon_{it} \dots (12)$$

La estabilidad financiera por entidad se determina con el “Z-score” $\left(Z_{it} = \frac{\overline{ROA_{it}} + \frac{C}{A_{it}}}{\sigma_{ROA_{it}}} \right)$, donde C es capital y A activos. Para cada entidad, calculamos el primer $\left(\overline{ROA_{it}} \right)$ y segundo momento $\left(\sigma_{ROA_{it}} \right)$ del ROA. Debido a que no existe un consenso acerca del periodo adecuado del “Z-score”, analizamos los periodos de referencia del último año $\left(\left[Z_1 \right]_{it} \right)$, dos últimos años $\left(\left[Z_2 \right]_{it} \right)$ y últimos tres años $\left(\left[Z_3 \right]_{it} \right)$.

Las variables de competencia (K_t) son las estimadas previamente: estadístico H de Panzar y Rosse, y el indicador de Boone. Asimismo, el término cuadrático (K_t^2) permitirá evaluar la hipótesis de U invertida entre competencia y estabilidad. Se espera que relación entre la estabilidad y K_t sea positiva, pero negativa con K_t^2 . Respecto a las variables de control, por un lado se considera el entorno macroeconómico, que incluye el índice de inflación (π_t), para evaluar su efecto sobre la estabilidad financiera de las IMF; y la actividad económica, medida por el PBI (σ_t). Se espera una asociación negativa con la inflación, y positiva con el PBI. Por otro lado, también incluimos las variables internas para controlar por características observables de las IMF (determinadas en base a los estudios empíricos de Araya y Pino, 2008; Beck et al., 2012; Berger, 2008; y Pérez, 2009):

- Tamaño de las IMF ($\ln A_{it}$): Logaritmo natural de los activos de las IMF. Esta variable permite evaluar la importancia de las economías de escala. Se anticipa una relación positiva.
- Especialización ($\left[Mype \right]_{it}$): Proporción de créditos Mype en la cartera total de las IMF, para evaluar el efecto del grado de especialización. El efecto esperado es incierto; por un lado, la especialización incrementa la eficiencia en la principal actividad; por otro, reduce la diversificación generando más vulnerabilidad hacia shocks que afectan la actividad principal.

²⁸ La principal actividad activa de las IMF es el otorgamiento de créditos, por lo que se usa una especificación más precisa que la propuesta por Beck et al. (2012), y Araya y Pino (2008), quienes utilizan el ratio de créditos sobre activos.

- Riesgo de crédito ($[[Mor]]_{it}$): Ratio de morosidad, es decir, cartera atrasada sobre cartera total. Se espera una relación negativa.
- Riesgo de liquidez ($[[Liq]]_{it}$): Ratio de liquidez, como control de la gestión de liquidez en las IMF. El signo esperado de esta variable es incierto (Molyneux y Thornton, 1992; y Bourke, 1989), ya que si bien es positivo para la estabilidad que los activos líquidos cubran los pasivos de corto plazo, una excesiva liquidez implica menores ganancias debido al costo de oportunidad de esos fondos.
- Eficiencia operativa ($[[Ef]]_{it}$): Ratio de gastos administrativos sobre créditos directos. Se anticipa una relación positiva.

Adicionalmente, u_i representa la heterogeneidad individual no observable invariante en el tiempo y ε_{it} el error idiosincrático. En el **Anexo 1** se detalla la construcción de cada variable. Los estadísticos descriptivos de las variables de las regresiones se muestran en el **Anexo 2**.



06 | ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Debido a que la información utilizada son series mensuales largas por entidad, los datos están expuestos a los problemas de series de tiempo, tales como no estacionariedad de las series, efectos estacionales o presencia de heterocedasticidad autorregresiva, que conllevarían a problemas de baja eficiencia en los estimadores. Por este motivo, analizamos los principales factores que contaminarían el análisis económico de las series utilizadas en las diversas regresiones.

Inicialmente, realizamos los contrastes de presencia y evaluación de estacionalidad para cada variable de las regresiones de cada entidad, usando el modelo X11-ARIMA del procedimiento Census X13, debido a que las variables financieras suelen tener comportamientos estacionales. Para determinar si las variables necesitan desestacionalizarse, se analiza lo siguiente: prueba F de estacionalidad estable, prueba no paramétrica de Kruskal-Wallis, contraste de estacionalidad móvil y contraste combinado de estacionalidad identificable. En tanto, se utiliza el indicador Q para medir la calidad del ajuste estacional. En función estos contrastes, se determinó que el 91% de las series requerían un ajuste estacional, y el 39% de estas series presentan un adecuado ajuste estacional.

Seguidamente, se evaluó algunas pruebas de detección de raíces unitarias en datos de panel, considerando intercepto y tendencia. Los métodos utilizados fueron los de Levin, Lin, y Chu; Breitung; Im, Pesaran, y Shin; Dickey -Fuller Aumentado Fisher; y Phillips-Perron Fisher (ver Anexo 3), en base al número de rezagos óptimos en el modelo de raíz unitaria que minimizan los criterios de información Akaike, Schwarz y Hannan-Quinn. Bajo la hipótesis nula de que las series del panel contienen una raíz unitaria, concluimos que no existe evidencia suficiente de presencia de raíces unitarias, salvo en tres variables (créditos, costo total y activos), a un nivel de significancia de

0.1. Sin embargo, al considerar los logaritmos naturales de estas tres variables (tal como utilizamos en las especificaciones), no se detecta la presencia de raíces unitarias a una significancia de 0.01. Con relación a las series de tiempo a nivel agregado, desestacionalizamos las variables costo de capital, tasa de interés interbancaria, tipo de cambio, PBI e IPC. Luego de evaluar algunas pruebas de raíz unitarias, tales como Dickey-Fuller Aumentado, Phillips-Perron, Elliot-Rothenberg-Stock y Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin, no es posible rechazar la presencia de raíz unitaria en el PBI, IPC y tipo de cambio, por lo que se toma una diferencia con el fin de volverlas estacionarias.

6.1. Competencia

6.1.1 Grado de competencia

En primer lugar, se verifica la existencia de equilibrio de largo plazo (ecuación 5) en la metodología de Panzar y Rosse a través de un modelo de efectos fijos corrigiendo por autocorrelación, heterocedasticidad y correlación entre paneles (con errores estándar Driscoll-Kraay), resultado del test de Hausman. A partir de ellos, no se puede rechazar la hipótesis de $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 = 0$; verificando la condición de largo plazo (significancia de 1%). Luego, el grado de competencia en el SMF (ecuación 3) se estima mediante efectos fijos (como sugiere el respectivo test de Hausman) corrigiendo por autocorrelación, heterocedasticidad y correlación entre paneles (con errores estándar Driscoll-Kraay), determinando la elasticidad precio de los factores. Como muestra la Tabla N° 2, la estimación de H ($\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 = 0.764$), sugiere que la estructura competitiva que mejor se ajusta al SMF peruano en el periodo de análisis es de competencia monopolística.

Tabla N° 2. Estadístico H: Resultados del modelo de Panzar y Rosse

Variable	Coefficientes
Ln (lab) β_1	0.375*** (0.0321)
Ln (tip) β_2	0.313*** (0.0253)
Ln (cap) β_3	0.0672** (0.0298)
Ln (prov) β_4	0.0086*** (0.00300)
Ln(tipo de cambio)	-0.126 (0.170)
Ln(tasa int intebanc)	-0.0292 (0.0228)
Ln (capital / activo)	0.0527** (0.0213)
Constante	1.589*** (0.112)
N° observaciones	8,334
R ²	0.7525

Errores estándar robustos en paréntesis.

*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

6.1.2 Evolución de la competencia

La evolución de la competencia se basa en la evolución del estadístico H e indicador de Boone. Este último indicador requiere haber estimado previamente los costos marginales (ecuación 10), a partir de la función de costos totales (ecuación 9). Esto se realiza mediante mínimos cuadrados ordinarios restringidos con variables dummy a nivel de entidades, que se asemeja al modelo de panel de datos con efectos fijos (ver Tabla N° 3). Luego se determina el indicador de Boone trimestral (ecuación 11). Por otro lado, también se estima el

²⁹ En todas las regresiones, para detectar los problemas de autocorrelación y correlación entre paneles, se utilizó un panel balanceado con las entidades que siempre han operado en el mercado (36 en competencia y 23 en estabilidad), cubriendo así el 75% y 71% de las observaciones, respectivamente. Luego, las conclusiones correspondientes a esta muestra se extienden a la base de datos general.

estadístico H trimestral (ecuación 7), mediante efectos fijos (como sugiere el test de Hausman), corrigiendo por autocorrelación, heterocedasticidad y correlación entre paneles (con errores estándar Driscoll-Kraay).

Tabla N° 3. Estimación del Costo Marginal³⁰

Variable	Coefficientes
Ln (laboral)	0.6512***
Ln (fondeo)	0.2328
Ln (capital)	-0.1408
Ln (provisiones)	0.2567***
Ln (créditos)	1.0894***
Ln (laboral) ²	0.0518***
Ln (fondeo) ²	0.0036
Ln (capital) ²	0.0254
Ln (provisiones) ²	0.017***
Ln (créditos) ²	-0.0061***
Ln (laboral)*Ln (fondeo)	-0.1188***
Ln (laboral)*Ln (capital)	-0.0268
Ln (laboral)*Ln (provisiones)	-0.0536***
Ln (fondeo)*Ln (capital)	-0.002
Ln (fondeo)*Ln (provisiones)	0.0391***
Ln (capital)*Ln (provisiones)	-0.0335***
Ln (laboral)*Ln (créditos)	-0.0195***
Ln (fondeo)*Ln (créditos)	0.0161**
Ln (capital)*Ln (créditos)	0.0065
Ln (provisiones)*Ln (créditos)	-0.0031***
Ln(Tendencia)	-0.2015***
Ln(Tendencia) ²	0.0377***
No IMF	0.3234***
Constante	-3.1106***
N° observations	8,357
R ²	0.9955

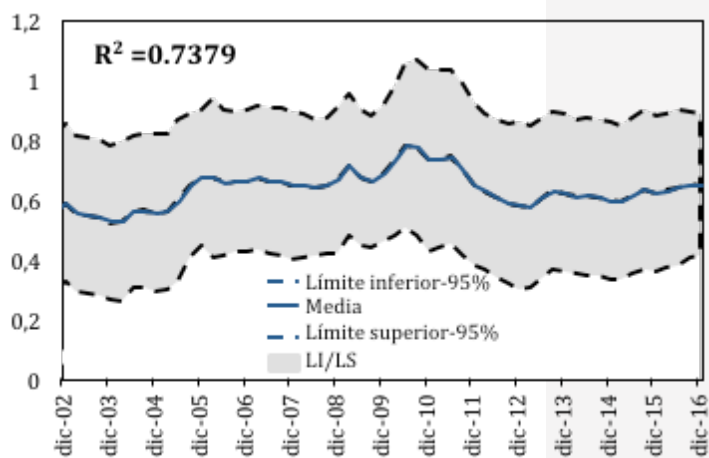
Robust standard errors in parentheses.

*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

Como se observa en el Gráfico N° 4 y Gráfico N° 5, ambos indicadores muestran dos momentos diferenciados en la evolución de la competencia del SMF. En primer lugar,

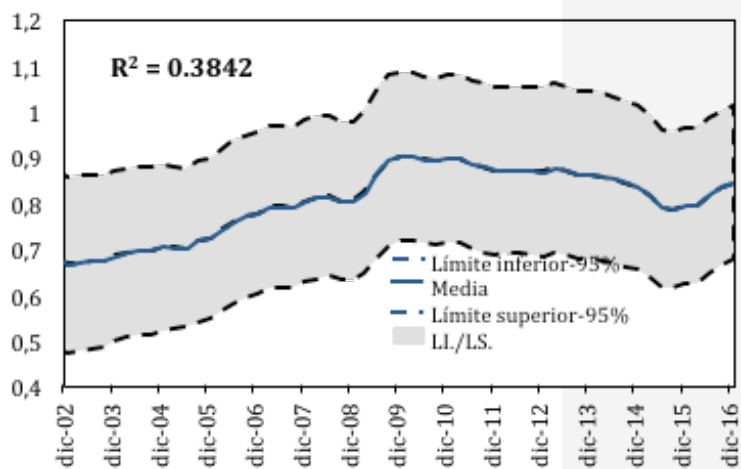
³⁰ El alto R2 de esta regresión se debe a la multicolinealidad ocasionada por la incorporación de los cuadrados de las variables, característico de las funciones translogarítmicas. No obstante, este no sería una limitación grave ya que los coeficientes de esta regresión se usan para determinar el costo marginal, sin considerar el error estándar de los coeficientes.

entre 2003 y mediados de 2010, se aprecia una tendencia creciente de los indicadores de competencia. Esto sería reflejo de las acciones regulatorias a favor de la competencia y de los procesos de downscaling y upgrading, que motivaron la participación activa de IMF y no IMF en este mercado. Entre la segunda mitad de 2010 y mediados de 2014, sin embargo, la competencia muestra una tendencia decreciente, reflejo probablemente del menor dinamismo económico, lo que explicaría el menor crecimiento de los créditos otorgados por las IMF. De otro lado, la tendencia creciente mostrada a partir de 2015 estaría relacionada a las estrategias de consolidación desarrolladas en el SMF, particularmente con la fusión de dos de las microfinancieras más grandes, evidenciando así que este mercado puede alcanzar mayores grados de competencia, incluso cuando la concentración aumenta. Los indicadores de competencia analizados reflejan lo observado en la realidad. Tanto el estadístico H como el indicador de Boone están asociados negativamente con la tasa de interés activa (**ver Anexo 4**).



Elaboración: Propia

* A mayor valor mayor competencia



Elaboración: Propia

* A mayor valor mayor competencia

Gráfico N° 4
Evolución de la
competencia en el SMF:
Estadístico H*

Gráfico N° 5
Evolución de la
competencia en el SMF:
Negativo del Indicador de
Boone*

6.2. Competencia y estabilidad

Los indicadores de competencia estimados se introducen en las regresiones de estabilidad (ecuación 12), que consideran Z-scores con distintos periodos de referencia. En las regresiones con ambos indicadores de competencia se determinó la presencia de heterocedasticidad, correlación entre paneles y correlación serial. Considerando el test de Hausman, todas las especificaciones se estiman mediante efectos fijos, corrigiendo por heterocedasticidad con errores estándares robustos Huber-White sándwich.

Los resultados obtenidos con el estadístico H e indicador de Boone sugieren que la relación entre competencia y estabilidad tiene forma de U invertida (ver Tabla N° 4). Inicialmente, una mayor competencia reduce las tasas de interés activas del mercado y por tanto las IMF intentarán atraer a los buenos clientes de otras entidades, lo cual se refleja positivamente en los resultados financieros de las IMF (segmento positivo de la U invertida). Luego, conforme las presiones competitivas se intensifican, la caída de tasas de interés es tan fuerte que reduce el dinamismo de los ingresos de la cartera con buena calidad crediticia, por lo que las IMF incentivarán a sus empleados a fin de ganar participación en el mercado. En algunos casos, estos incentivos estarían desligados de los controles de riesgo de crédito, lo cual debilitaría la calidad de cartera de las entidades. En estas circunstancias, los resultados financieros de algunas IMF empiezan a deteriorarse, lo cual afecta la estabilidad financiera de las entidades a largo plazo (segmento negativo de la U invertida).

Adicionalmente, se destaca la relación positiva del tamaño de la entidad en todas las especificaciones analizadas, mostrando que las empresas de mayor tamaño pueden aprovechar las ganancias derivadas de las economías de escala y de ámbito. Asimismo, resalta la relación positiva de la eficiencia, pues las entidades más eficientes son las que aseguran su permanencia en el mercado, permitiéndoles ser financieramente más estables. Adicionalmente, la influencia positiva de la especialización probablemente sea porque las IMF están aprovechando su conocimiento en los segmentos Mype a fin de mejorar sus resultados. Por otro lado, se observa relaciones negativas de: (i) riesgo de crédito, debido a que el deterioro de cartera afecta de manera importante la estabilidad a largo plazo de las IMF; y ii) riesgo de liquidez, lo que puede explicarse porque altos ratios de liquidez pueden implicar menores ganancias debido al costo de oportunidad de los fondos.

³¹ El Anexo 5 muestra visualmente la relación negativa existente entre los indicadores de competencia y la estabilidad financiera de las entidades.

³² La evidencia estadística utilizando el estadístico H es consistente con lo encontrado por el estudio de Pérez (2009), aunque dicho autor utiliza una metodología de estimación diferente.

Variable	Competencia: Estadístico H			Competencia: Indicador de Boone		
	Z ₁	Z ₂	Z ₃	Z ₁	Z ₂	Z ₃
Competencia	814.6** (379.5)	717.2*** (257.4)	823.3*** (303.9)	1479** (571.4)	1267** (475.7)	1244*** (342.7)
Competencia ²	-690.8** (288.8)	-596.8*** (197.0)	-651.3*** (231.4)	-992.5*** (347.0)	-850.7*** (296.6)	-812.2*** (215.5)
Tamaño Ln (activos)	10.69*** (2.276)	4.268*** (1.274)	2.011* (1.046)	14.04*** (3.422)	8.208*** (1.481)	4.343*** (0.744)
Especialización (créd Mype / créd directos)	0.19 (0.128)	0.0661 (0.0623)	0.068* (0.0375)	0.232* (0.121)	0.111* (0.0654)	0.103** (0.0388)
Riesgo de crédito (morosidad)	-1.585*** (0.341)	-0.909*** (0.166)	-0.662*** (0.160)	-1.601*** (0.350)	-0.982*** (0.200)	-0.777*** (0.156)
Riesgo de liquidez (ratio de liquidez)	-0.0049*** (0.00127)	-0.0022* (0.00113)	-0.0008 (0.000783)	-0.0046*** (0.00133)	-0.0019* (0.00113)	-0.0005 (0.000806)
Eficiencia (-gastos administ / créditos directos)	1.139*** (0.231)	0.455*** (0.103)	0.217*** (0.0547)	1.037*** (0.229)	0.378*** (0.0986)	0.17*** (0.0501)
PIB	1.917 (140.9)	-19.37 (95.84)	48.86 (56.09)	26.53 (157.3)	51.27 (92.35)	121.5** (51.64)
Inflación	174.7 (307.9)	-7.453 (171.7)	-226.4** (111.2)	173.2 (316.2)	-41.91 (158.6)	-268.3*** (93.36)
Constante	-353.9*** (129.4)	-245.9*** (87.84)	-264.8** (112.9)	-728.3*** (205.2)	-576.9*** (181.8)	-525.2*** (141.5)
N° observaciones	1,837	1,683	1,533	1,837	1,683	1,533
R2 ajustado	0.101	0.0799	0.0571	0.105	0.0958	0.0806
Prueba F	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

Errores estándar robustos en paréntesis.

*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

De otro lado, al analizar la relación entre competencia y estabilidad, manteniendo todo lo demás constante, encontramos que niveles de competencia mayores a 0.59 (H) o a 0.74 (Boone) han estado asociados a deterioros de la estabilidad financiera de las IMF. Estos umbrales coinciden con el periodo en el que se promovió la mayor transparencia de la central de riesgos, lo cual sugeriría que la información del historial crediticio de los deudores del SF habría sido utilizada de manera poco prudente por algunas entidades financieras, generando fuertes presiones competitivas, que habrían deteriorado su propia estabilidad financiera y las de otras instituciones financieras. No obstante, la futura relación entre competencia y estabilidad de las IMF podría ser distinta a la encontrada, debido a que las condiciones en el

mercado microfinanciero están cambiando. Esto significa que los niveles de competencia observados en los últimos meses se enmarcan en un entorno donde muchas de las entidades han aprendido de los errores del pasado y están implementado estrategias de consolidación para mejorar su posicionamiento en el mercado, lo cual permite que un ambiente de mayor competencia sea compatible con mejores niveles de estabilidad financiera para las IMF.

7. REFLEXIONES FINALES

Según los resultados del estadístico H, la estructura de mercado que mejor caracteriza el entorno competitivo del SMF entre 2002 y 2016, es la de competencia monopolística. De acuerdo al estadístico H y al indicador de Boone, la competencia que enfrentan las IMF presentó una tendencia creciente entre 2003 y 2010. Estos resultados responderían a las medidas regulatorias a favor de la competencia y al mismo dinamismo del mercado. A partir de la segunda mitad de 2010, y hasta mediados de 2014, la competencia muestra una tendencia decreciente, como reflejo del menor dinamismo económico, que explicaría el menor crecimiento de los créditos otorgados por las IMF. En tanto que la tendencia creciente registrada a partir de 2015 estaría relacionada a las estrategias de consolidación desarrolladas en el SMF, particularmente con la fusión de dos de las IMF más grandes, evidenciando así que este mercado puede alcanzar mayores grados de competencia incluso cuando la concentración aumenta.

De otro lado, la relación entre competencia y estabilidad en forma de U invertida encontrada revela que, pasado cierto nivel, una mayor competencia puede debilitar la estabilidad de las IMF. En el SMF peruano se observa que, cuando la competencia aumenta, las empresas asumen ciertas conductas orientadas a no perder presencia en el mercado. Algunas de ellas se fusionan con otras empresas para mejorar su posicionamiento en el mercado; otras reestructuran su funcionamiento y/u organización; pero otras asumen mayores riesgos, con el fin de mejorar sus resultados, lo cual podría deteriorar la calidad de sus carteras y, a largo plazo, debilitar su posición financiera. Si bien un mejor entorno competitivo tiene implicancias positivas en el bienestar de los consumidores, como mostramos en este estudio, los resultados de este entorno no necesariamente son positivos para todas las IMF, ya que estos dependen de la intensidad de la competencia y de la respuesta de la industria.

Debido a que el proceso de reestructuración y consolidación del SMF aún no concluye, la competencia podría relacionarse positivamente con la estabilidad financiera, pues las IMF que están fortaleciendo su posición mediante conductas estratégicas de consolidación, muestran resultados financieros favorables. Es así que a fin de mantener un entorno competitivo sano que impacte en el beneficio de los clientes y preserve la estabilidad financiera, es necesario el esfuerzo conjunto de

diferentes actores en la sociedad. Por el lado del regulador, es importante que continúe asegurando la igualdad de condiciones entre los distintos participantes del mercado y fomentando la transparencia de la información, y a la vez seguir garantizando una adecuada regulación y supervisión prudencial que preserve la estabilidad financiera.

Por el lado de las instituciones financieras, se recomienda fortalecer el análisis de la demanda, gestión de riesgos y de la eficiencia. Por un lado, debido a que una fuerte competencia podría conllevar a mayores niveles de endeudamiento o migración de deudores, se sugiere que las IMF: (i) cuenten con estrategias de fidelización de clientes; (ii) mejoren los procesos de originación crediticia que capture adecuadamente la capacidad de pago de los deudores; (iii) amplíen su alcance hacia mercados desatendidos por el SF, garantizando un manejo adecuado de la gestión del riesgo de crédito. Teniendo en cuenta que los deudores del SF solo representan alrededor del 30% de la población adulta, pareciera existir un amplio mercado desatendido (mayormente de bajos ingresos) que podría ser servido por las IMF, sobre todo aprovechando su experiencia en mercados con similares condiciones económicas. Por otro lado, como se ha mostrado en este estudio, la gestión de los riesgos de crédito y de liquidez, así como de la eficiencia son factores importantes para lograr la estabilidad financiera de las IMF. Considerando que la tecnología crediticia microfinanciera es intensiva en capital humano y que existe una alta rotación de funcionarios de crédito, la gestión del personal debería ir acompañada de un adecuado control de los gastos operativos y campañas de retención e incentivos. Asimismo, dado que un mayor tamaño institucional también está asociado positivamente con la estabilidad financiera de las IMF, es importante que las empresas desarrollen estrategias de crecimiento sanas y sostenibles.

Por último, representa una tarea conjunta del regulador, instituciones financieras y otras instituciones como ministerios, asociaciones, ONG, etc., para que realicen campañas de educación financiera enfatizando en el manejo responsable de las finanzas personales, así como en la difusión de los principales productos y servicios ofrecidos por el SF. Esto contribuiría a reducir el sobreendeudamiento en mercados donde existe una amplia oferta de créditos, lo cual mejoraría los niveles de morosidad y, consecuentemente, la estabilidad de las IMF.

A. Aguilar, G. (2014). *Dos Estudios sobre las Microfinanzas en el Perú*. Lima: Escuela de Posgrado de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

Araya, I., & Pino, G. (2008). "Competencia y Estabilidad Bancaria: ¿Hermanos Gemelos?, Una aplicación a la Industria Chilena". Departamento de Economía, Universidad de Concepción.

Baumol, W. J., Panzar, J. C., Willig, R. D., Bailey, E. E., Fischer, D., & Fischer, D. (1982). *Contestable markets and the theory of industry structure*.

Beck, T., & Laeven, L. (2008). "Bank Competition And Financial Stability: Friends Or Foes?". *World Bank Policy Research Working Papers* N° 4656.

Beck, T., De Jonghe, O., & Schepens, G. (2012). "Bank competition and stability: Cross-country heterogeneity". *Journal of Financial Intermediation*, 22(2), 218-244.

Bell, F. W., & Murphy, N. B. (1968). *Costs in commercial banking: A quantitative analysis of bank behavior and its relation to bank regulation*. (Vol. 41), Federal Reserve Bank of Boston.

Benston, G. J. (1965). *Economies of scale and marginal costs in banking operations*. *National Banking Review*, 2(4), 507-549.

Benston, G. J., Hanweck, G. A., & Humphrey, D. B. (1982). *Scale economies in banking: A restructuring and reassessment*. *Journal of money, credit and banking*, 435-456.

Berger, A., Klapper, L., & Turk-Ariss, R. (2008). "Bank Competition and Financial Stability". *World Bank Policy Research Working Paper* N° 4696.

Berger, M., Goldmark, L., & Miller-Sanabria, T. (2007). "El boom de las microfinanzas: El modelo latinoamericano visto desde adentro". *Inter-American Development Bank*.

Bertrand, J. . (1883). *Book review of theorie mathematique de la richesse sociale and of recherches sur les principes mathematiques de la theorie des richesses*. *Journal de Savants* 67, 499-508.

Bikker, J. A., & Haaf, K. (2000). "Measures of competition and concentration in the banking industry: a review of the literature". *Economic & Financial Modelling*, 9(2), 53-98.

Boone, J. (2000). "Competition". *Center for Economic Policy Research Discussion Paper Series* N° 2636.

Boone, J. (2008). "A New Way to Measure Competition". *The Economic Journal*, 118(531), 1245-1261.

Bourke, P. (1989). *Concentration and other determinants of bank profitability in Europe, North America and Australia*. *Journal of Banking & Finance*, 13(1), 65-79.

Boyd, J., & De Nicoló, G. (2005). "The Theory of Bank Risk Taking Revisited". *Journal of Finance*, 60(3), 1329-1343.

Boyd, J., De Nicoló, G., & Jalal, A. (2006). *Bank risk taking and competition revisited: New theory and new evidence*. *International Monetary Fund Working Paper* N° 06/297.

Castellanos, S., & Garza-García, J. (2013). "Competition and Efficiency in the Mexican Banking Sector". *BBVA Research Working Paper* N° 13/29.

Céspedes-Reynaga, N., & Orrego, F. (2014). "Competencia de intermediarios financieros en Perú". *Asociación Peruana de Economía Documento de Trabajo* N° 17.

Chamberlin, E. H. (1933). *The theory of monopolistic competition: A re-orientation of the theory of value*.

Chan, Y., Greenbaum, S., & Thakor, A. (1986). "Information Reusability, Competition and Bank Asset Quality". *Journal of Banking and Finance*, 10, 243-253.

Cihák, M. M., Wolfe, S., & Schaeck, K. (2006). *Are more competitive banking systems more stable?*. *International Monetary Fund*, (No. 6-143).

Claessens, S., & Laeven, L. (2003). "What Drives Bank Competition? Some International Evidence". *Journal of Money, Credit and Banking*, 36(3), 563-583.

- Community Competition Law. (1997). Official Journal.
- Cournot, A. A. (1838). *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses* par Augustin Cournot. chez L. Hachette.
- De Nicolo, G. (2001). Size, charter value and risk in banking: An international perspective. In EFA 2001 Barcelona Meetings.
- De Nicoló, G., & Loukoianova, E. (2007). "Bank Ownership, Market Structure and Risk". International Monetary Fund Working Paper N° 07/215.
- Del Pozo, C. (2008). "Nivel de competencia en las microfinanzas, evidencia para el Perú". Banco Central de Reserva del Perú (BCRP), Encuentro de Economistas XXVI.
- Demsetz, H. (1973). "Industry structure, market rivalry, and public policy". *Journal of Law and economics*, 1-9.
- Dermine, J. (1986). "Deposit Rates, Credit Rates and Bank Capital". *Journal of Banking and Finance* , 10, 99-114.
- Fernández, R. O., & Garza-García, J. G. (2015). "The relationship between bank competition and financial stability: A case study of the Mexican banking industry". University of the West of England, Centre for Global Finance Working Paper N° 03/12.
- Griffith, R., Boone, J., Harrison, & R. (2005). "Measuring competition". Advanced Institute of Management Research Paper N° 022.
- Gutiérrez de Rozas, L. (2007). "Testing for Competition in the Spanish Banking Industry: The Panzar-Rosse Approach Revisited". Banco de España Working Paper N° 0726.
- Hannan, T. H., & Hanweck, G. A. (1988). Bank insolvency risk and the market for large certificates of deposit. *Journal of Money, Credit and Banking*, 203-211.
- Jimenez, G., López, J., & Saurina, J. (2007). "How does competition impact bank risk taking". Federal Reserve Bank of San Francisco, Working Paper N° 2007-23.
- León, F. (2014). "Measuring competition in banking: A critical review of methods". Centre d'Etudes et de Recherches sur le Développement International Working Paper N° 201412.
- Levy Yeyati, E., & Micco, A. (2003). "Banking Competition in Latin America". Documento presentado en el Primer Encuentro del Foro de Competencia de América Latina en París, Francia.
- Levy Yeyati, E., & Micco, A. (2007). "Concentration and foreign penetration in Latin American banking sectors: Impact on competition and risk". *Journal of Banking and Finance*, 31, 1633-1647.
- Marcus, A. (1984). "Deregulation and Bank Financial Policy". *Journal of Banking and Finance* , 8, 557-565.
- Marquez, R. (2002). " Competition, adverse selection and information dispersion in the banking industry". *Review of Financial Studies* , 15, 901-926.
- Martínez-Miera, D., & Repullo, R. (2010). "Does competition reduce the risk of bank failure?". *Review of Financial Studies* , 23(10), 3638-3664.
- Molyneux, P., & Thornton, J. (1992). Determinants of European bank profitability: A note. *Journal of banking & Finance*, 16(6), 1173-1178.
- Naranjo, M. (2015). *Microfinanzas: Recuperar Nuestras Raíces*. América Economía Perú - CADE Ejecutivos, 96.
- Panzar, J., & Rosse, J. (1977). Chamberlin vs. Robinson: an empirical test for monopoly rents. Bell Laboratories. Bell Telephone Laboratories, Incorporated.
- Panzar, J., & Rosse, J. (1982). *Structure, Conduct, and Comparative Statistics*. Bell Telephone Laboratories, Incorporated.
- Panzar, J., & Rosse, J. (1987). "Testing For "Monopoly" Equilibrium". *Journal of Industrial Economics*, 35(4), 443-456.
- Pérez Hernández, E. (2009). "Competencia y estabilidad en el sistema bancario: Evidencia para la República Dominicana". Pontificia Universidad Católica de Chile, Instituto de Economía.

Robinson, J. (1933). *The economics of imperfect competition*. New York: Macmillan .

Roy, A. D. (1952). Safety first and the holding of assets. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 431-449.

Salas, V., & Saurina, J. (2003). Deregulation, market power and risk behaviour in Spanish banks. *European Economic Review*, 1061-1075.

Saunders, A., & Wilson, B. (1996). "Bank capital structure: Charter value and diversification effects". New York University Salomon Center Working Paper S-96-52.

SBS. (2002). *Memoria Anual 2002*. Lima: Superintendencia de Banca, Seguros y AFPs - SBS.

SBS. (2002). Resolución SBS N° 1276-2002. Lima: Superintendencia de Banca, Seguros y AFPs - SBS.

SBS. (2003). *Memoria Anual 2003*. Lima: Superintendencia de Banca, Seguros y AFPs - SBS.

SBS. (2005). Resolución SBS 1765-2005. Lima: Superintendencia de Banca, Seguros y AFPs - SBS.

SBS. (2006). Ley N°. 28677, Modificatoria de la Ley General, artículo 290°. Lima: Superintendencia de Banca, Seguros y AFPs - SBS.

SBS. (2012). *Memoria Anual 2012*. Lima: Superintendencia de Banca, Seguros y AFPs - SBS.

Silva, A. L. (2001). Chamberlain on product differentiation, market structure and competition: an essay.

Tabak, B., Fazio, D., & Cajueiro, D. (2012). "The relationship between banking market competition and risk-taking: Do size and capitalization matter?". *Journal of Banking & Finance*, 36(12), 3366-3381.

Van Leuvensteijn, J., Bikker, J., Van Rixtel, A., & Kok-Sorensen, C. (2007). "A New approach to measuring competition in the loan markets of the Euro area". *European Central Bank Working Paper N° 768*.

Yildirim, H., & Philippatos, G. (2007). "Restructuring, consolidation and competition in Latin American banking markets". *Journal of Banking and Finance*, 31, 629-639.

Anexo 1: Definición de variables

N°	Variable		Definición	Fuente
1	Tasa de interés	p	Ingresos financieros anualizados / promedio anual de los créditos directos.	SBS
2	Costo total	C	Anualizado del gasto administrativo, financiero, en provisiones y otros gastos.	SBS
3	Créditos	y	Créditos directos.	SBS
4	Costo laboral	w_1	Anualizado del gasto en personal y en servicios recibidos de terceros / créditos directos.	SBS
5	Costo de fondeo	w_2	Anualizado del gasto financiero de depósitos al público y de los adeudos / depósitos al público y de adeudos promedio.	SBS
6	Costo de capital	w_3	Tasa implícita promedio anual de los depósitos a plazo de las entidades del sistema financiero.	SBS
7	Costo de provisiones	w_4	Anualizado del gasto en provisiones para créditos directos / promedio anual de los créditos directos.	SBS
8	Retorno de los activos	ROA	Utilidad neta anualizada / promedio anual del activo.	SBS
9	Participación	$Part$	Creditos directos de la entidad / Creditos directos del SMF.	SBS
10	Estabilidad (Z- score)	Z_1	(Promedio del ROA del último año + Capital sobre activos) / Desviación estándar del ROA del último año.	Propia, en base a información SBS

ANEXOS

11	Estabilidad (Z- score)	Z_2	(Promedio del ROA de los últimos 2 años + Capital sobre activos) / Desviación estándar del ROA de los últimos 2 años.	Propia, en base a información SBS
12	Estabilidad (Z- score)	Z_3	(Promedio del ROA de los últimos 3 años + Capital sobre activos) / Desviación estándar del ROA de los últimos 3 años.	Propia, en base a información SBS
13	Tamaño de la IMF (activos)	$Ln(A)$	Logaritmo natural del saldo de activos.	SBS
14	Especialización (créditos Mype / créditos directos)	$Mype$	Saldo de créditos otorgados a la Micro y Pequeña empresa (Mype) / saldo de créditos directos totales.	SBS
15	Riesgo de crédito (morosidad)	Mor	Ratio de morosidad: Saldo de cartera atrasada (en situación vencidos y cobranza judicial) / saldo de créditos directos totales.	SBS
16	Riesgo de liquidez (ratio de liquidez)	Liq	Ratio de liquidez: Saldo de activos líquidos / saldo de pasivos de corto plazo.	SBS
17	Eficiencia operativa (-gastos administrativos / créditos directos)	Ef	Negativo del saldo anualizado de los gastos administrativos / saldo promedio anual de los créditos directos.	SBS
18	Capital / activos	$\frac{C}{A}$	Patrimonio contable promedio anual / activo promedio anual.	SBS
19	Tipo de cambio	tc	Tipo de cambio contable al cierre de mes.	SBS
20	Tasa de interés interbancaria	$tiibk$	Tasa Interbancaria en Moneda Nacional.	BCRP
21	PIB	σ	Producto Bruto Interno real (año base 2007).	BCRP
22	Inflación	π	Índice de Precios al Consumidor de Lima (año base 2009).	BCRP
23	Dummy entidad no IMF	$NoIMF$	1, si es entidad no microfinanciera que compete con IMF 0, si es IMF.	Propia

Variable		Nº observaciones	Media	Desviación estándar	Mínimo	Máximo
Tasa de interés	(p)	8,479	32.2	13.6	3.3	115.9
Costo total (millones S/)	(C)	8,515	145.2	300.5	0.2	3,403.4
Créditos (millones S/)	(y)	8,646	759.9	2,126.8	0.0	26,382.3
Costo de capital	(w_1)	8,646	3.7	0.9	2.7	6.0
Costo de fondeo	(w_2)	8,409	7.1	2.8	0.0	30.8
Costo laboral	(w_3)	8,499	18.0	15.9	2.3	475.2
Costo de provisiones	(w_4)	8,515	5.1	5.7	0.0	95.8
Rendimiento de los activos	(ROA)	8,515	46.9	4.6	0.1	67.9
Participación	$(Part)$	8,646	2.1	4.7	0.0	40.3
Estabilidad (Z- score)	Z_1	1,850	66.9	65.1	-4.4	648.8
Estabilidad (Z- score)	Z_2	1,696	37.8	35.0	-0.3	321.9
Estabilidad (Z- score)	Z_3	1,546	27.8	23.4	-0.2	199.3
Estadístico H	H	1,999	0.6	0.1	0.5	0.8
Índice de Boone	B	1,999	-0.798	0.076	-0.902	-0.667
Tamaño de la IMF (activos) (millones S/)	A	2,878	1,080,000	3,290,000	1,756	42,573,338
Especialización (créditos Mype / créditos directos)	$Mype$	1,995	72.6	19.1	0.0	100.0
Riesgo de crédito (morosidad)	Mor	2,873	6.8	6.8	0.0	100.0
Riesgo de liquidez (ratio de liquidez)	Liq	2,861	371.0	5,361.6	0.0	239,587
Eficiencia operativa (-gastos administrativos / créditos directos)	Ef	2,836	27.1	18.0	4.1	456.5
Capital / activos	$\frac{C}{A}$	8,646	20.7	17.0	3.3	99.6
Tipo de cambio	tc	8,646	3.1	0.3	2.6	3.6
Tasa de interés interbancaria	$tiibk$	8,646	3.8	1.1	1.0	6.6
PIB (millones S/ de 2007)	σ	2,878	90,763	22,326	55,138	131,814
Inflación (año base 2009)	π	2,878	100.6	12.9	81.5	125.7

Variable	Método de detección de raíces unitarias ^{1/}												
	(p-values)												
	Levin, Lin, y Chu			Breitung			Im, Pesaran, y Shin			Dickey -Fuller Aumentado Fisher ^{2/}			Phillips - Perron Fisher ^{2/}
	AIC	SIC	HQC	AIC	SIC	HQC	AIC	SIC	HQC	AIC	SIC	HQC	
Competencia													
G. laboral	1.000	0.018	0.988	1.000	1.000	1.000	0.050	0.001	0.005	0.000	0.000	0.000	0.000
Créditos ^{3/}	0.937	1.000	0.999	0.688	0.998	0.978	1.000	1.000	1.000	0.999	1.000	1.000	1.000
Tasa de interés pasiva	0.822	0.000	0.054	0.186	0.025	0.104	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Costo total ^{3/}	0.998	0.988	0.999	0.193	0.617	0.365	1.000	1.000	1.000	0.999	0.987	0.999	1.000
G. en provisiones	1.000	0.036	0.660	0.001	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
Tasa de interés activa	0.055	0.000	0.000	1.000	1.000	1.000	0.022	0.010	0.004	0.000	0.000	0.000	0.036
ROA	1.000	0.541	1.000	0.764	0.560	0.685	0.007	0.000	0.000	0.002	0.000	0.000	0.010
Participación	0.000	0.007	0.014	0.996	1.000	1.000	0.985	1.000	1.000	0.001	0.193	0.167	0.044
Capital sobre activos	0.661	0.014	0.173	0.997	0.998	0.998	0.002	0.000	0.004	0.000	0.000	0.000	0.000

ANEXOS

Estabilidad	Z ₁	0.000	0.000	0.000	0.033	0.002	0.003	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.002
	Z ₂	0.152	0.002	0.042	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.302
	Z ₃	0.996	0.439	0.727	0.299	0.145	0.109	0.062	0.031	0.035	0.001	0.000	0.000	0.000	0.918
	Activos ^{3/}	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	0.996	0.951	0.948	1.000	
	Mype	0.835	0.020	0.327	0.986	0.999	0.998	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.113
	Morosidad	0.001	0.000	0.000	0.565	0.968	0.730	0.004	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	Liquidez	0.000	0.000	0.000	0.015	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	Eficiencia	1.000	0.999	1.000	0.997	1.000	1.000	0.002	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

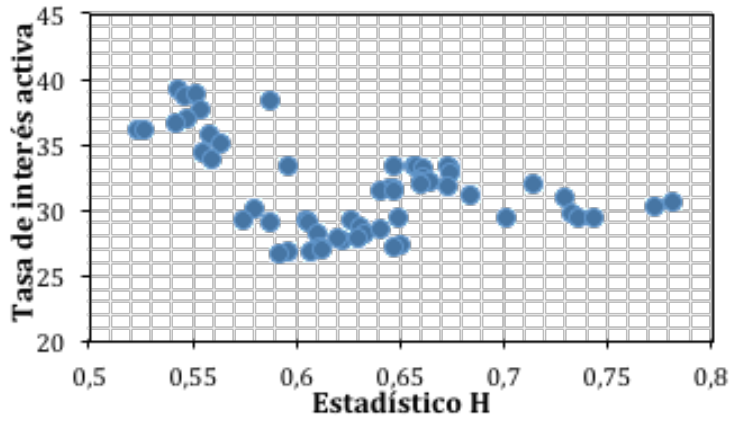
1/ En cada prueba se incluyó intercepto y tendencia, además se seleccionó automáticamente el ancho de banda Newey-West y Bartlett kernel. En Levin, Lin, y Chu; y Breitung, la hipótesis nula es la existencia de un proceso de raíces unitarias común. En Im, Pesaran, y Shin; Dickey -Fuller Aumentado Fisher; y Phillips - Perron Fisher, la hipótesis nula es la existencia de un proceso de raíces unitarias individual.

2/ Las probabilidades de Fisher se calculan usando una distribución asintótica Chi-cuadrado. El resto de métodos asumen normalidad asintótica.

3/ Al evaluar las pruebas de raíces unitarias en los logaritmos de estas variables, se puede afirmar que son consistentes con el supuesto de estacionariedad. Solo en el caso del costo total, esto se confirma con la prueba de Phillips - Perron Fisher considerando intercepto.

Anexo 3: Pruebas de detección de raíces unitarias de los datos del panel con series desestacionalizadas, considerando intercepto y tendencia

Estadístico H y tasa de interés ^{1/2/}



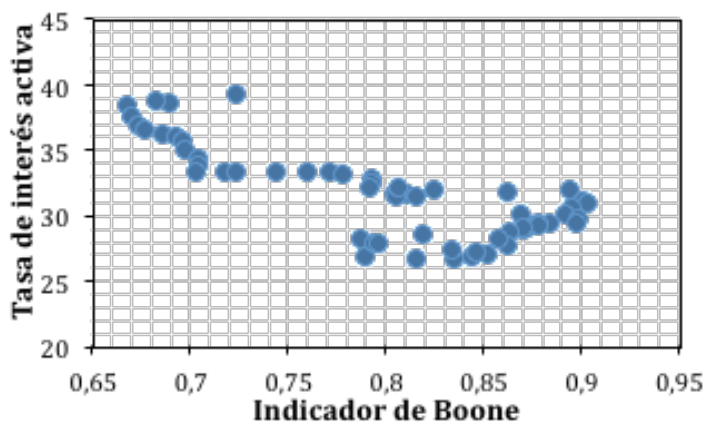
^{1/}Tasa activa implícita promedio trimestral

^{2/}Coefficiente de correlación (-0.4324)

significativo al 1%

Elaboración: Propia

Indicador de Boone y tasa de interés ^{1/3/4/}

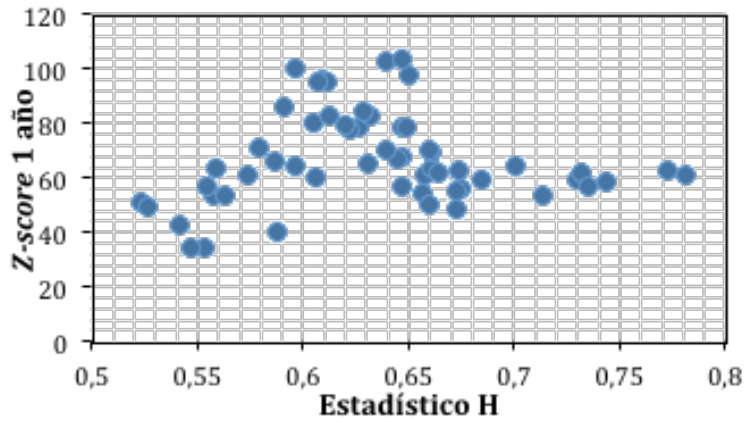


^{3/}Coefficiente de correlación (-0.7962)

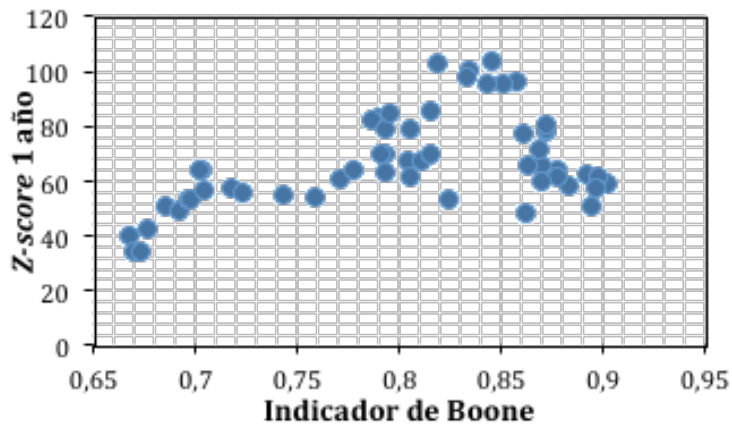
significativo al 1%

^{4/}Negativo del indicador de Boone

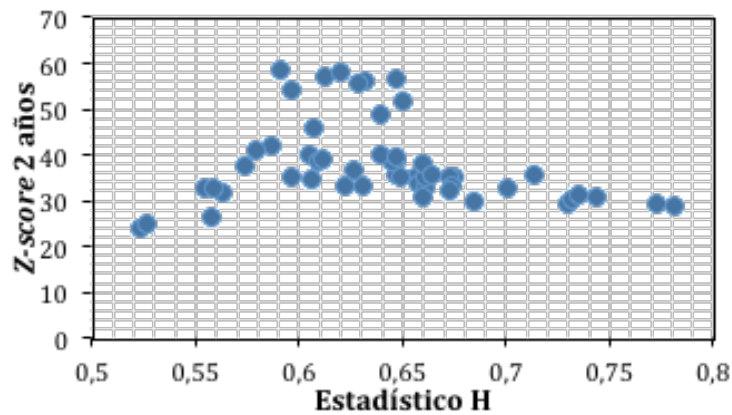
Estadístico H y Z-score a un año



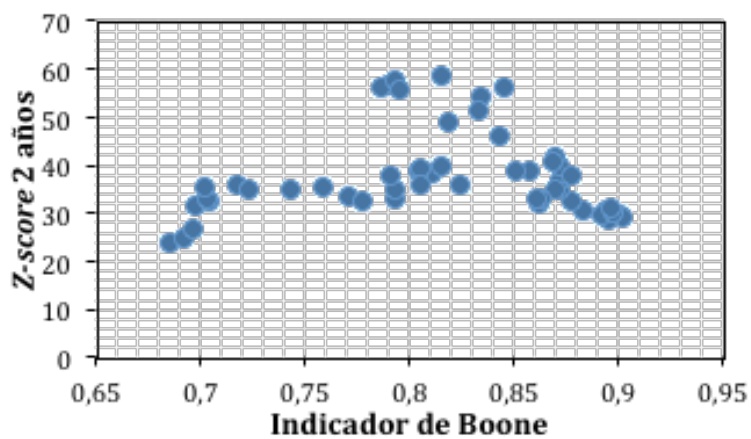
Indicador de Boone y tasa de interés $1/3^A/$



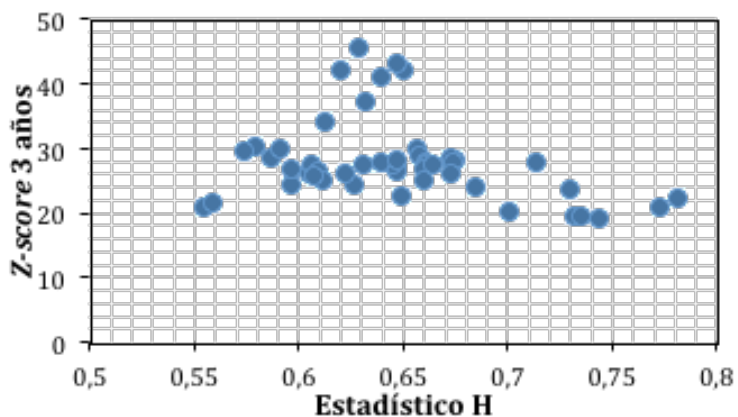
Estadístico H y Z-score a dos años



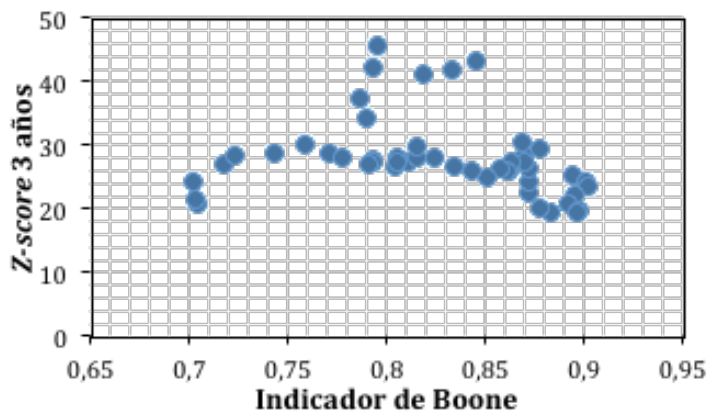
Indicador de Boone y Z-score a dos años



Estadístico H y Z-score a tres años



Indicador de Boone y Z-score a tres años



* Z-score promedio trimestral.
Elaboración: Propia



LIMITS TO FOREIGN EXCHANGE NET OPEN POSITIONS AND CAPITAL REQUIREMENTS IN EMERGING ECONOMIES ⁽¹⁾

Marc Hofstetter
Universidad de Los Andes Jose

Ignacio Lopez
Universidad de Los Andes

Miguel Urrutia
Universidad de los Andes

S
A
R
I
A
O
M
E

ABSTRACT

Explicit limits to banks' foreign exchange rate net open position may be in conflict with Basel's prudential policy regarding capital requirements. This paper shows that the capital adequacy ratio of a bank with investments in foreign subsidiaries is more exposed to exchange rate fluctuations under explicit limits to the foreign position. We discuss alternative policies to the explicit limits to the foreign exchange net position that are still in place in many emerging markets to overcome this potential problem.

JEL classification: G21, F42, F23

Keywords: Foreign Exchange Open Positions, Capital Requirements,

¹The authors are grateful for financial support from Bancolombia. First version June 2017.
Email addresses: mahofste@uniandes.edu.co (Marc Hofstetter), jl.lopezg@uniandes.edu.co (Jose Ignacio Lopez), murrutia@uniandes.edu.co (Miguel Urrutia)



01 | INTRODUCTION

Explicit limits to a bank's foreign exchange rate net open position, the difference between the bank's claims and liabilities in foreign currency, can be in contradiction with maintaining an specific capital adequacy ratio because a matched currency risk position, although protects a bank's income against losses from fluctuations in the exchange rate, leaves the capital adequacy ratio exposed to such exchange rate movements. This potential conflict between the direct limits to the foreign currency exposure and Basel's capital requirements was early identified by the Basel's committee (BIS(2016)) and motivated the end of such limits in developed economies during the end of the 90s. Developed countries replaced the explicit limits to the foreign exchange rate position by capital requirements, in line the Basel Accords where foreign exchange rate is treated as any other market risk.

In many emerging countries explicit limits to banks' foreign exchange rate net open positions are still in place, in some cases under the jurisdiction of domestic Central Banks. The internationalization of many emerging market banks, and more recently, the adoption of the International Financial Accounting Standards (IFRS) which requires banks to properly translate the balance sheet of foreign subsidiaries to domestic currency, has make the conflict between limits to foreign positions and capital requirements evident again.

This paper examines the role of such limits in the current context in which emerging markets banks control foreign subsidiaries. With this goal in mind we develop a simple model to study the effects of direct limits to the foreign exchange position on the capital adequacy ratio of a bank with a foreign subsidiary. Using a simplified balance sheet we study how the capital adequacy ratio of a bank under explicit limits to the open currency risk position varies with fluctuations of the exchange rate depending on the leverage of the foreign subsidiary, the size of the subsidiary relative to the holding bank and the risk factor associated with the foreign exchange rate risk used to construct the capital

adequacy ratio. We contrast these results with the case in which there are no explicit limits to the foreign exchange rate net open position.

We find that under explicit regulatory limits to the foreign exchange rate exposure, the capital adequacy ratio of a bank with foreign investments in subsidiaries is much more volatile against changes in the exchange rate, in particular if the foreign subsidiaries exhibit relative high levels of leverage or low levels of capital. We conclude that national authorities in emerging markets should favor capital requirements to the explicit limits to foreign exposure of a non-dealing nature as to protect the stability of capital ratios of domestic banks. Moreover, we find that the optimal prudential policy requires a higher capital adequacy ratio of the banks' foreign subsidiaries. This policy can be achieved if there is perfect coordination among supervisory agencies. If coordination is unfeasible, the national authority can induce a higher capital ratio of the domestic banks' foreign subsidiaries by increasing the factor associated to foreign exchange rate market risk or by demanding asymmetric capital requirements for the parent bank and the domestic holding bank. These alternatives prudential policies help to achieve a higher capital adequacy ratio of the foreign subsidiary and to dampen the effect of capital adequacy ratio fluctuations due to exchange rate movements.

This paper belongs to a long literature devoted to study prudential policies to mitigate foreign currency risk. Many papers such as Canales-Kriljenko (2003), Cayazzo, Pascual, Gutierrez, and Heysen (2006), Luca and Petrova (2008) and Ostry, Ghosh, Chamon, and Qureshi (2012) study prudential policies when domestic markets in emerging markets are dollarized or experience international capital inflows. Other papers of this literature discuss prudential policies and bank stability in the context of the discussion of the exchange rate regime or a policy transition towards flexible exchange rates (Calvo and Mishkin (2003), Fernandez, Karacadag, and Duttagupta (2004), Claessens, Ghosh, and Mihet (2013), Galati and Moessner (2013), among others). In this paper we discuss direct limits to the foreign open position and other alternative foreign risk prudential policies when domestic banks have structural investments in foreign markets in line with the recent phenomenon of the international of emerging markets' banks into foreign markets.

The paper is organized as follows. Section (2) discusses the limits to the foreign exchange rate net open positions as prudential tool present in many emerging markets. Section (3) analyzes the effect of such limits on the relation between capital ratios and exchange rate fluctuations of a domestic bank that owns a foreign subsidiary whose assets and liabilities are denominated in foreign currency and need to be re-expressed in domestic currency. Section (4) suggests alternative policies to the direct limits to the foreign position that can achieve a stable capital ratio in the presence of exchange rate fluctuations. The final section (5) concludes.

“

**IN MANY EMERGING COUNTRIES
EXPLICIT LIMITS TO BANKS'
FOREIGN EXCHANGE RATE NET
OPEN POSITIONS ARE STILL IN
PLACE...**

”



02 | LIMITS TO THE FOREIGN EXCHANGE RATE POSITION

The limits to the foreign exchange rate net open position were abandoned in most developed economies after the issuance of the EU directive in 1993 and the Basel Committee proposal of market risks in 1996. All these countries replaced the explicit limits of the exposure to foreign exchange risk by capital requirements. In line with Basel's Accords, foreign exchange risk is treated as other type of market risk and banks should be required to an specific capital allocation against foreign currency exposure.

In many emerging countries, national supervisory authorities or Central Banks continue to impose specific limits to the domestic banks' balance net exposure to foreign assets.² There is some degree of uniformity among national supervisory authorities in the definition of the foreign exchange rate net open position of banks. This position is defined as the sum of the net spot position, the net forward position, all irrevocable guarantees and uncovered credit letters and foreign currency option positions, including gold. The net spot position is the difference between all foreign assets and liabilities, including accrued interest positions. The net forward position is the difference between amounts to be received and paid in the form of foreign exchange forward contracts and the principal on currency swaps not included in the spot position.

There are important differences, however, across national authorities in emerging markets in the definition of the limits to the exposure to foreign currency risk that local banks are allowed to have. In some countries like Iceland the maximum amount of foreign exposure is defined as the overall net currency position in relation to the equity of the bank. In most countries, like Croatia, Macedonia, and Georgia, the limit to the foreign exchange rate net position is defined in terms of the bank's capital base, whose definition

² A not exhaustive list of countries or territorial entities where limits on open currency positions are still in place is: Argentina, Bolivia, Brazil, Colombia, Costa Rica, Croatia Cyprus, Georgia, Guatemala, Honduras, Hong Kong, Iceland, Macedonia and Peru.

also diverges across countries. Limits are used to control both the exposure to foreign exchange rate risk and the indebtedness of the domestic financial sector in foreign currency. In Colombia, banks' foreign currency position cannot be below -5% and cannot exceed 20% of banks' capital base.

Emerging countries also use limits on open currency positions in order to intervene in the foreign exchange rate markets, particularly during economic crises. Mexico, for instance, established a limit to foreign currency open positions of 40% of banks' capital during the Tequila crisis in 1995. In July 1998, after the crisis, the limit was reduced to 15%. As documented in Tobal (2014) other Latin America countries like Bolivia, Brazil, Guatemala, Costa Rica and Honduras have tightened limit positions with the objective of reducing foreign exchange rate volatility.

In most of these countries where there are explicit limits to foreign currency positions, national supervisory authorities have also adopted the Basel's capital requirements for credit risk. These capital requirements restrict minimum levels of banks' capital as a buffer against potential losses of all sorts of market risks.

These two approaches for prudential management and regulation of foreign exchange risk procure rather different objectives: explicit limits on the foreign currency position restrict the fluctuations in income that can be caused by exchange rate fluctuations while capital requirements rely on the use of capital to buffer the balance sheet of banks against potential losses. These two objectives can be in direct conflict when banks have structural positions of non-dealing nature in foreign currency. The ownership, for example, of foreign subsidiaries causes that exchange rate fluctuations under the compliance of limits to currency positions translate into changes in the capital adequacy ratio of the parent bank.

Emerging markets have been historically recipients of foreign banks. Nonetheless in the last few decades there has been a trend towards a financial integration within emerging markets and many emerging market banks have now foreign subsidiaries. One particular example is the case of Colombian banks. Historically, Colombian banks have seen competition in the domestic market from international banks from the US and Spain. In the last few years the market configuration has dramatically changed as Colombian banks have become increasingly international



with large investments in subsidiaries in Center America. Figure (6) shows the number of subsidiaries and assets under control of Colombian banks in foreign markets. Figure (7) put these assets as proportion of Colombia’s GDP and international reserves. The internationalization of emerging market banks is a recent phenomenon that brings back the discussion of the use of explicit limits to the net open currency risk position as prudential policy against exchange rate fluctuations.



03 | CAPITAL ADEQUACY RATIO AND EXCHANGE RATE FLUCTUATIONS

3.1 Capital ratio and foreign currency risk without explicit limits to the net foreign open position

In this section we study the effects on the capital adequacy ratio of a bank due to fluctuations in the exchange rate when the bank has a foreign subsidiary and it is not subject to explicit limits to the foreign exchange rate net open position. Later we contrast this exercise with the case of a bank that has to comply with a specific limit on the currency position, so we can quantify the effect of having explicit limits. We analyze a simplifying balance sheet of the foreign subsidiary, the parent bank and the consolidated balance sheet in domestic currency. Table (1) presents the balance sheet of the three accounting entities.

Foreign Subsidiary	
A^{US}	L^{US}
$NW^{US} = A^{US} - L^{US}$	
Parent Bank	
A^{LC}	L^{LC}
$NW_{\alpha}^{US} = A^{US} - L^{US}$	$NW^{LC} = A^{LC} + NW_{\alpha}^{US} - L^{LC}$
Consolidated Holding	
A^{LC}	L^{LC}
A^{US}	L^{US}
$NW^{LC} = A^{LC} - L^{LC} + A^{US} - L^{US} \quad \Sigma$	

Table 1: Simplified Balance Sheet Subsidiary, Parent Bank and Consolidated Holding

As benchmark case we assume that the bank controls 100% of the foreign subsidiary whose balance sheet is converted to USD dollars. The balance sheet of the parent bank is expressed in local currency and the assets under control of the foreign subsidiary are

accounted in the domestic books using the equity method. The exchange rate between the local currency and the USD is normalized to one. The net worth of the consolidated holding is assumed to be of sufficiently quality as to be considered Tier 1 Capital.

Under these assumptions the capital adequacy ratio (CR) of the consolidated bank is defined as the ratio of the net worth to the risk-weighted assets (RWA) plus the market risk (MR) of the holding:

$$CR = \frac{NetWorth}{RWA + MR} = \frac{NW^{LC}}{\alpha A^{LC} + \beta A^{US} + MR} \quad (1)$$

where α and β are the risk-weights of the bank's domestic and foreign assets, respectively. Without loss of generality we assume that these two parameters are equal to one as if the bank's assets took only the form of commercial credit.

Given that the purpose of this exercise is to assess the effect of having limits on the currency position of banks, we focus exclusively on foreign currency risk and ignore any other type of risk present in the balance sheet of either the foreign subsidiary or the parent bank. Adding other sources of market risk leaves our conclusions unchanged but adds complexity to the calculations.

Table 2: Simplified Balance Sheet after a percent change D of the local currency (LC) against the dollar (USD)

Foreign Subsidiary	
$(1 + D)A^{US}$	$(1 + D)L^{US}$
$NW^{US} = (1 + D) \cdot A^{US} - L^{US} \quad \Sigma$	
Parent Bank	
A^{LC}	L^{LC}
$(1 + D)NW_a^{US} \quad NW^{LC} = A^{LC} + (1 + D)NW_a^{US} - L^{LC}$	
Consolidated Holding	
A^{LC}	L^{LC}
$(1 + D)A^{US}$	$(1 + D)L^{US}$
$NW^{LC} = A^{LC} - L^{LC} + (1 + D) \cdot A^{US} - L^{US} \quad \Sigma$	

The net foreign open exchange rate position of the bank in this simplified balance sheet is the different between assets and liabilities in foreign currency. Assuming that the capital adequacy ratio required by the supervisory authority is 9%, the market risk of the holding bank is defined as:

$$MR = f(100/9)(A^{US} - L^{US})$$

where f is the risk weight associated to foreign currency exposure risk. How the capital ratio of this bank changes when there are fluctuations in the exchange rate between the USD dollar and the local currency USD/LC? Let's assume a percentage change of D of the USD relative to the local currency, so if D is positive the local currency

Figure 1: Capital ratio and exchange rate fluctuations under two different level of leverages

$$A^{US} / NW^{US} = 20$$

depreciates against the dollar. In this case the balance sheet of the foreign subsidiary, the parent bank and the consolidated holding change as shown in Table (2).

The capital adequacy ratio of the consolidated bank after the change in the value of the domestic currency can be written as:

$$CR^D = \frac{NW^{LC} + D(A^{US} - L^{US})}{A^{LC} + (1 + D)A^{US} + MR} \quad (2)$$

The change in the capital adequacy ratio after the appreciation or depreciation in the value of the local currency relative to the USD dollar is equal to:

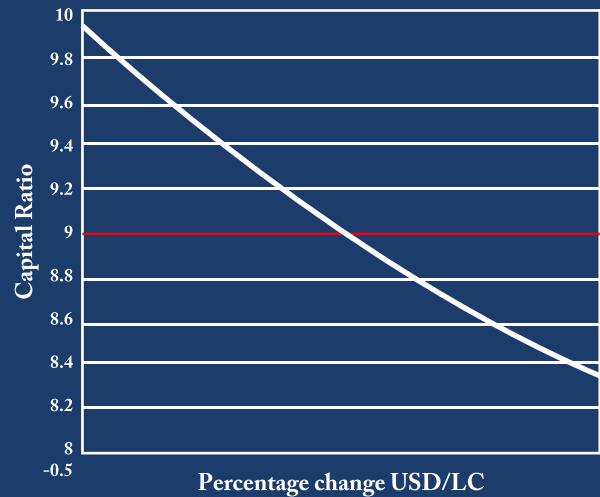
$$\frac{CR^D}{CR} = \frac{1 + D \left(\frac{A^{US} - L^{US}}{NW^{LC}} \right)}{1 + D \cdot CR \left(A^{US} / NW^{LC} + f (100/9) \left(\frac{A^{US} - L^{US}}{NW^{LC}} \right) \right)} \quad (3)$$

The effect on the capital ratio is ex-ante ambiguous and depends on the ratio of the net worth of the foreign subsidiary to the consolidated holding ($NW^{US} / NW^{LC} = A^{US} - L^{US} / NW^{LC}$) and on the foreign assets-to-the-net worth ratio A^{US} / NW^{US} , namely the leverage of the foreign subsidiary. As baseline parameters we choose $f = 5.5\%$ and $NW^{US} / NW^{LC} = 0.2$ in order to compute the sensitivity of the capital ratio to ex- change rate movements. Given that exchange rates in emerging markets are quite volatile we use a range for D of 50%, in other words we allow the local currency to appreciate or depreciate 50% against the dollar.

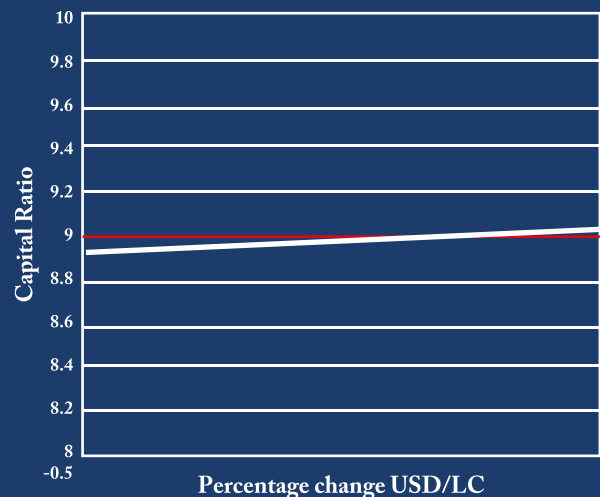
We examine first the role of the foreign assets-to-the-net worth ratio for the relation between the capital adequacy ratio and the exchange rate.

Figure (1) shows the capital ratio of the consolidated holding as a function of the changes in the exchange rate USD/LC under two scenarios: high leverage, in which the asset- to-net worth ratio of the foreign subsidiary is equal to 20, and low leverage in which the same indicator is equal to 10.

$$A^{US} / NW^{US} = 20$$



$$A^{US} / NW^{US} = 10$$



From the graph is clear that the capital adequacy ratio of the holding bank is very sensitive to changes in the exchange rate in the case of high leverage, while not so much for the low-leverage case. Intuitively, changes in the dollar denominated assets of the foreign subsidiary are absorbed by the changes in the subsidiary capital when the foreign subsidiary has low-leverage. In other words, in the low-leverage case both the numerator and the denominator of the capital ratio move in the same direction with exchange rate fluctuations, dampening the movements in the capital adequacy ratio against movements in the foreign currency. In the high leverage case, the value of foreign assets reconverted into domestic currency drive the changes in the capital ratio.

The relation between the capital adequacy ratio and exchange rate fluctuations at different levels of leverage of the foreign subsidiary is represented in figure (2). This figure confirms that the capital ratio of the consolidated holding does not fluctuate a lot against foreign currency changes when the foreign subsidiary has low levels of leverages. It also suggests that is must exist a level of leverage at which the capital adequacy ratio is constant despite movements in the exchange rate.

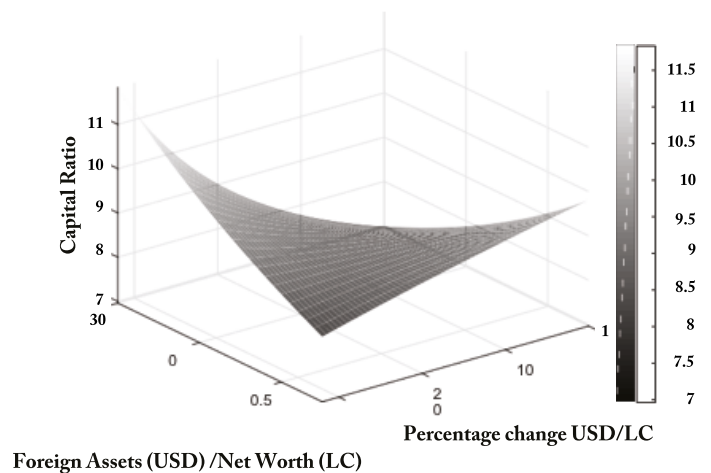
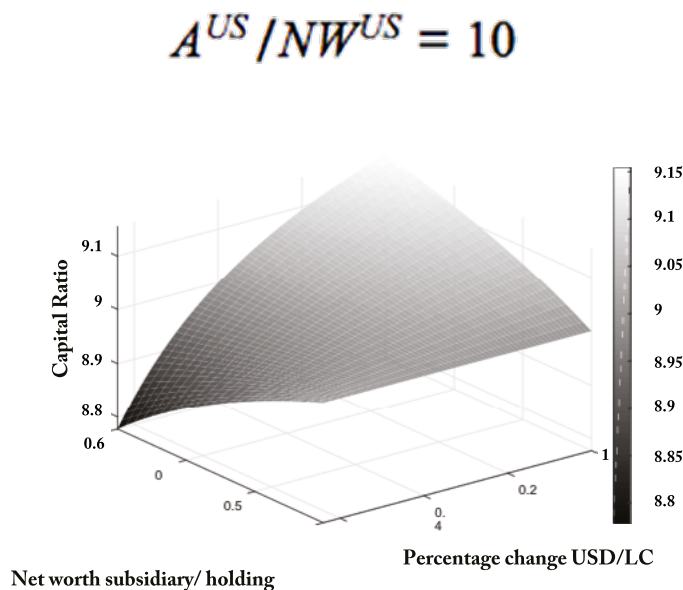
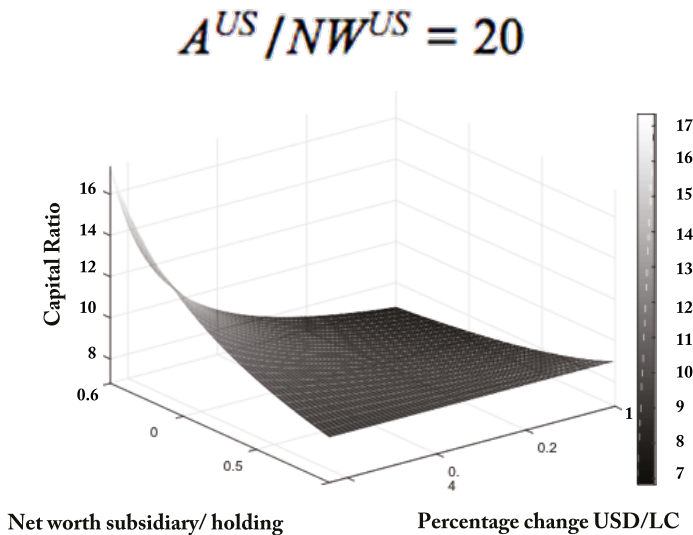


Figure (3) shows the capital ratio of the consolidated holding as a function of the changes in the exchange rate assuming different values for the ratio of the net worth of the foreign subsidiary to the consolidated holding $NWUS / NW LC$ and under two different values for the foreign assets-to-the-net worth ratio. This graph reinforces the previous conclusion: the capital adequacy ratio becomes more sensitive to exchange rate fluctuations as the leverage of the foreign subsidiary increases.

This sensitivity problem gets worse as the foreign subsidiary weights more on the balance sheet of the consolidated bank. In other words, as a bank becomes more international and increases its participation in foreign markets, its capital adequacy ratio is more exposed to fluctuations associated to movement in the exchange rate, in particular if the foreign subsidiaries are not well enough capitalized and exhibit relatively high leverage levels.



3.2 Capital ratio and foreign currency risk without explicit limits to the net foreign open position

In this section we ask how explicit limits to the net foreign position of banks change the sensitivity of the capital ratio to exchange rate fluctuations. For this purpose, we analyze the balance sheet of bank subject to explicit limits to its net foreign position and that controls of a foreign subsidiary whose balance sheet is expressed in USD dollars and converted into domestic currency.

Table (3) presents the simplify balance sheets of the foreign subsidiary, the parent bank and the consolidated group but now assuming that the bank needs to close any net foreign position by issuing a liability in USD dollars to completely hedge against any movements in the exchange rate. Without any loss in generality, we assume that the limit to the net foreign open position is zero, which means that the bank is forced to fully hedge its foreign currency exposure. In this case, the bank needs to open a short-position in USD dollars, that is invested in some domestic-currency asset. The short-position could be implemented by using the derivative markets or by issuing USD-denominated debt whose proceedings are used to buy domestic assets. The balance sheet of the parent bank includes now the short-position in USD dollars in the liability side and the domestic-currency asset. Because of this, the net worth of the consolidated bank is now equal to the net worth of domestic assets plus the domestic-currency asset resulting from the the hedging of the net foreign position. Changes in the exchange rate have no effect on the net worth of the consolidated bank and the bank has no foreign exchange rate risk because it is completely hedge. The capital ratio, however, fluctuates with exchange rate movements as the value of the risk-weighted assets of the foreign subsidiary, converted into domestic currency, vary with the exchange rate.

Figure 3: Capital ratio and exchange rate fluctuations for different level of leverages

Table 3: Simplified Balance Sheet subsidiary, parent bank and consolidated holding with explicit limits to the net foreign open position

Foreign Subsidiary	
A^{US}	L^{US}
$NW^{US} = A^{US} - L^{US}$	
Parent Bank	
A^{LC}	L^{LC}
$SP^{LC,US}$	SP^{US}
$NW_{\mu}^{US} = A^{US} - L^{US}$	$NW^{LC} = A^{LC} + NW_{\mu}^{US} - L^{LC}$
Consolidated Holding	
A^{LC}	L^{LC}
A^{US}	L^{US}
$SP^{LC,US}$	SP^{US}
$NW^{LC} = A^{LC} - L^{LC} + SP^{LC,US}$	

Assuming that the domestic-currency asset equal to the short-position carries no risk as it is the case when the Bank issues USD-denominated debt to buy domestic government bonds that are treated as risk-free assets, the capital ratio under explicit limits (CREL) of the consolidated group is given by the following expression:

$$CREL = \frac{NW^{LC}}{A^{LC} + A^{US}}$$

Note that in this expression there is no market risk term as the bank has a zero net foreign position. Also note that the numerator, the net worth of the bank, is invariant to exchange rate fluctuations as it is only function of local currency positions. How the capital ratio of the bank changes in this case when there are fluctuations in the exchange rate between the USD dollar and the local currency USD/LC? In this case the numerator remains constant, but the domestic-currency value of the risk-weighted foreign assets change with the exchange rate:

$$CREL = \frac{NW^{LC}}{A^{LC} + (1 + D) A^{US}}$$

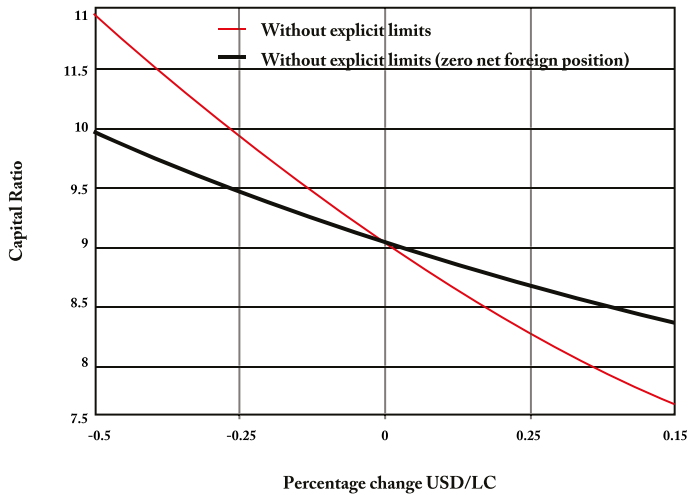
It can be shown that the changes in the capital ratio under explicit limits (CREL) is a function of the overall leverage of the bank, the leverage of the foreign subsidiary and the participation of the foreign subsidiary in the consolidated bank:

$$CREL = \frac{1}{\frac{A^{LC} + A^{US}}{NW^{LC}} + (1 + D) \frac{A^{US}}{NW^{US}} \frac{NW^{US}}{NW^{LC}}}$$

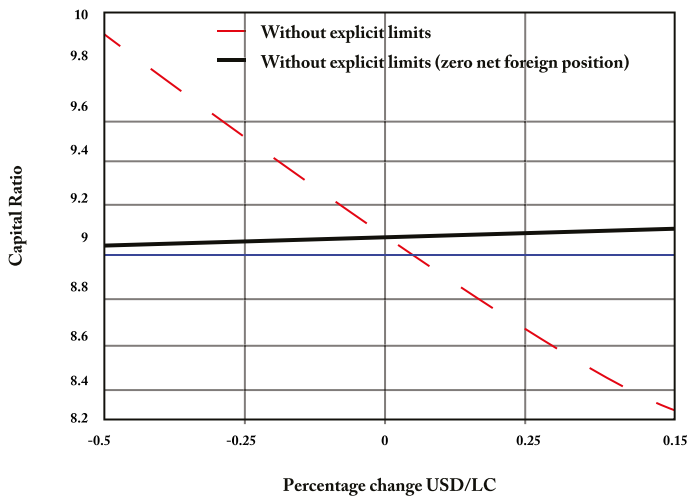
Using the baseline parameter of $NW^{US} / NW^{LC} = 0.2$, we show that regardless of the total leverage position of the bank, the capital ratio under explicit limits is more volatile than the capital ratio without limits against movements in the exchange rate (Figure 4).

Figure 4: Capital ratio and exchange rate fluctuations with and without explicit limits to the net foreign open position

$$A^{US} / NW^{US} = 20$$



$$A^{US} / NW^{US} = 10$$



From this analysis is clear is that the national supervisory authority faces a trade-off between the stabilization of the income statement, which is achieved by imposing explicit limits to the net foreign open position, and the stabilization of the capital ratio. Basel regulation has been designed so a to prioritize the capital ratio as the key measure of financial stability. The current explicit limits to foreign positions imposed by supervisory authorities in emerging markets are in potential conflict with Basel's capital requirements when domestic banks have investments in foreign subsidiaries denominated in foreign currency. How this potential conflict can be resolved? What prudential policies can be put in place to replace explicit limits to the foreign position and achieve a capital ratio that is buffer from exchange rate fluctuations? We discuss these questions in the next section.



04 | ALTERNATIVE POLICIES TO THE EXPLICIT LIMITS TO THE NET FOREIGN OPEN POSITION

In this section we discuss alternative policies to the limits to the foreign exposure that guarantee a stable capital adequacy ratio in the presence of movements in the exchange rate. We start by discussing the optimal level of leverage in the foreign subsidiary that achieves a constant capital ratio that doesn't fluctuate with the foreign exchange rate.

4.1. Optimal leverage threshold to buffer the capital ratio against exchange rate fluctuations

Using equation (3) we can find the level of the foreign subsidiary leverage that brings a constant capital ratio:

$$\frac{A^{US}}{NWLC} = \frac{1 - (5.5\%) \left(\frac{100}{9} \right) * CR}{CR} \quad (4)$$

which for the benchmark parameter values is equal to 10.5. If the leverage of the foreign subsidiary is higher than this threshold, a depreciation of the domestic currency relative to the USD dollar, reduces the capital ratio of the bank. If the leverage of the foreign subsidiary is lower than this threshold the opposite happens. Note that this leverage threshold implies a higher capital ratio of the foreign subsidiary. For the baseline parameters, the leverage threshold implies a capital ratio of the foreign subsidiary of 9.52%, 52 basis points higher than the 9% capital ratio of the consolidated group. This

introduces a problem of coordination for the supervisory authorities of the countries where the bank operates. If the foreign supervisory authority requires a capital ratio of 9% to the foreign subsidiary, and the domestic agency requires the same level of capital for the domestic operation of the bank, the consolidated balance sheet is exposed to foreign currency risk, as the capital ratio of the foreign subsidiary falls short from the optimal level. In other words, to buffer the balance sheet of the consolidated bank against potential losses associated to exchange rate fluctuations, the two supervisory authorities have to coordinate and demand higher capital ratios to the foreign subsidiaries. As Basel's capital requirements for market risk make no distinction between foreign and domestic banks, the optimal level of capital for the foreign subsidiary is not attainable under the current prudential policies. So, precluding the case of perfect coordination between the domestic and foreign authorities, we discuss two alternative policies to induce banks to increase their foreign capital to the higher (optimal) level needed to achieve a stable capital ratio.

4.2. Asymmetric capital ratio requirements for the parent and the consolidated bank

National authorities can induce higher capital ratio of the foreign subsidiary by demanding asymmetric capital adequacy ratios to the parent bank and the consolidated holding. The general practice is that national supervisory authorities require minimum levels for capital adequacy ratios for both the parent bank, whose balance sheet is purely domestic, and for the consolidated bank.

Using the simplified balance sheet of table (1) we can find the ratio of the capital ratio of the parent bank and the consolidated bank consistent with the optimal threshold level of leverage of the foreign subsidiary (4):

$$\frac{CR^{Parent}}{CR^{Consolidated}} = \frac{\frac{A^{LC}}{A^{US}} (1 - f) + 1}{\frac{A^{LC}}{A^{US}} (1 - f) + f + CR^{Consolidated}} \quad (5)$$

This ratio is a function of the risk weight factor on exchange rate risk, and the ratio of foreign-to-domestic assets, which captures how important is the foreign subsidiary in the overall balance sheet of the consolidated bank. Using the baseline parameter value of $f = 5.5\%$ and assuming the ratio of foreign-to-domestic assets is $1/4$, we find that the ratio of the two capital ratio is equal to



1.21. This implies that if the national supervisory authority requires a 9% capital ratio to the consolidated bank, it can induce the bank to have the optimal level of capitalization of the foreign subsidiary if the capital ratio of the parent bank is equal to 10.9%. These asymmetric capital requirements to the parent and the holding bank can help to solve the problem of the sensitivity of the capital ratio of the bank against movements in the exchange rate. The caveat with this policy is that the degree of asymmetry depends on the degree of internationalization of the bank. Banks with a higher foreign-to-domestic asset ratio should be required to have a higher capital ratio of the parent bank, so policy requirements need to be tailor-made to different financial institutions. If the supervisory authority requires the same minimum level of capital ratios to all parent banks, it would need to be based on the maximum foreign-to-domestic asset ratio within the domestic financial system, which will induce an excess of capital of the foreign subsidiaries of the banks with the lower levels of international participation.

4.3. Risk weight of foreign exchange risk

In most emerging countries, the risk weights use to compute the market risk of exchange rates in the capital adequacy ratio are below the 30% level recommended by the latest Basel's minimum capital requirements for market risk. For example, in Colombia and Mexico the weight of foreign exchange rate risk is 5% and 8%, respectively. In order to understand the effect of rising the weight of exchange rate risk on the sensitivity of the capital ratio to changes in the exchange rate we present a similar analysis to the one of the previous section but assuming different values for the risk weight parameter.

Figure (5) presents the capital ratio of the consolidated bank for different values of exchange rates values and under different leverage and risk weights. As this graph shows, increasing the risk weight associated to foreign exchange risk for the computation of market risk, amplifies the sensitivity of the capital adequacy ratio against movements in the exchange rate, with the exception of the case in which the foreign subsidiary has low leverage, namely it has a much higher capital ratio on its own. We conclude from this exercise that increasing the risk weight of foreign exchange risk can lead to a higher sensitivity of the capital ratio to exchange rate movements if foreign subsidiaries have not enough capital. If banks are averse

to changes in the capital ratio, increasing the risk weights of foreign exchange rate risk can be an effective policy to induce banks to increasing capital buffers in the foreign subsidiary. Nevertheless, given that this policy relies on the aversion of banks to avoid fluctuations in the capital ratio, we conclude that the national authorities should favor the first prudential policy suggested.

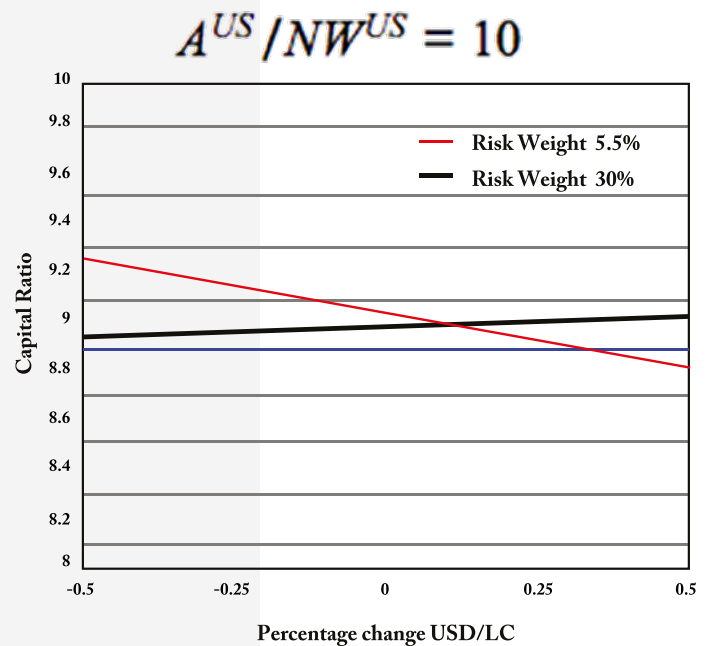
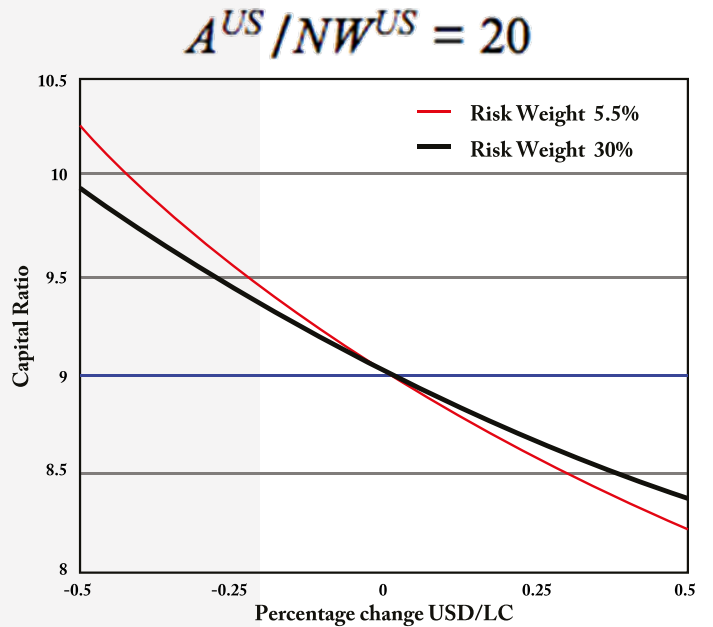
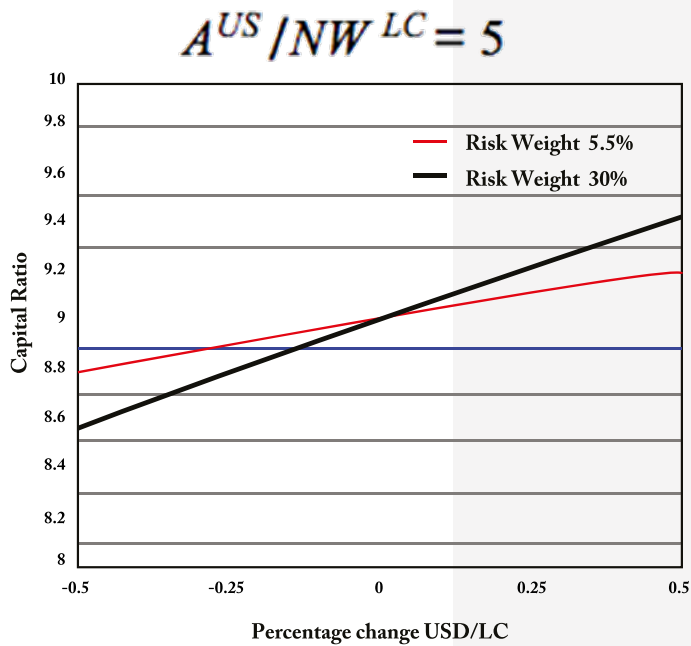


Figure 5: Capital ratio and exchange rate fluctuations with different risk weights and leverage

Figure 5: Capital ratio and exchange rate fluctuations with different risk weights and leverage



5. Conclusion

In this paper we discuss the role of explicit limits to the net foreign position still used in many emerging markets. We show that these limits are in potential conflict with the capital requirements used in line with Basel's accords when domestic banks have structural position of non-dealing nature in foreign subsidiaries. In this case, exchange rate fluctuations, affect the capital ratio of the bank as even in the case of a perfect hedge of the foreign open position, the domestic-currency value of risk weighted foreign assets change with the exchange rate. The capital adequacy ratio of banks with foreign subsidiaries is more stable in the case in which the national authority doesn't impose explicit limits to the net foreign open position. Motivated by this we suggest alternative policies by national authorities to avoid fluctuations in the capital ratio of banks with structural positions in foreign markets. We show that there is an optimal level of leverage of the foreign subsidiary that achieves a capital ratio that doesn't change with exchange rate fluctuations. This optimal leverage implies a capital ratio of the foreign subsidiary higher than the one of the consolidated holding. In a world with perfect coordination among national authorities this optimal level can be induced by demanding more capital to foreign than to domestic banks. In absence of coordination, the domestic supervisory office can induce a higher capital in the foreign subsidiary of the domestic bank by requiring a higher capital ratio of the parent bank than the one required to the consolidated holding. Increasing the risk weight associated to foreign exchange rate risk and used to compute the market risk of the bank, can also induce domestic banks to increase capital in their foreign subsidiaries in order to mitigate changes in the capital ratio against fluctuations of the exchange rate.

BIS (2016). Minimum capital requirements for market risk. Technical report, Bank for International Settlements.1

Calvo, G. A. and F. S. Mishkin (2003). The mirage of exchange rate regimes for emerging market countries.

The Journal of Economic Perspectives 17(4), 99–118.1

Canales-Kriljenko, J. I. (2003). Foreign exchange intervention in developing and transition economies: results of a survey. Technical report, International Monetary Fund.1

Cayazzo, J., A. G. Pascual, E. Gutierrez, and S. Heysen (2006). Towards the effective supervision of partially dollarized banking systems. In Financial Dollarization, pp. 177–215. Springer.1

Claessens, S., S. R. Ghosh, and R. Mihet (2013). Macro-prudential policies to mitigate financial system vulnerabilities. Journal of International Money and Finance 39, 153–185.1

Fernandez, G., M. C. Karacadag, and R. Duttagupta (2004). From Fixed to Float: Operational Aspects of Moving towards Exchange Rate Flexibility. Number 4-126. International Monetary Fund.1

Galati, G. and R. Moessner (2013). Macroprudential policy—a literature review. Journal of Economic Surveys 27(5), 846–878.1

Luca, A. and I. Petrova (2008). What drives credit dollarization in transition economies? Journal of Banking & Finance 32(5), 858–869.1

Ostry, J. D., A. R. Ghosh, M. Chamon, and M. S. Qureshi (2012). Tools for managing financial-stability risks from capital inflows. Journal of International Economics 88(2), 407–421.1

Tobal, M. (2014). Prudential regulation, currency mismatches and exchange rate regimes in latin america and the caribbean. Technical report, CEMLA.2

Yildirim, H., & Philippatos, G. (2007). "Restructuring, consolidation and competition in Latin American banking markets". Journal of Banking and Finance, 31, 629-639.

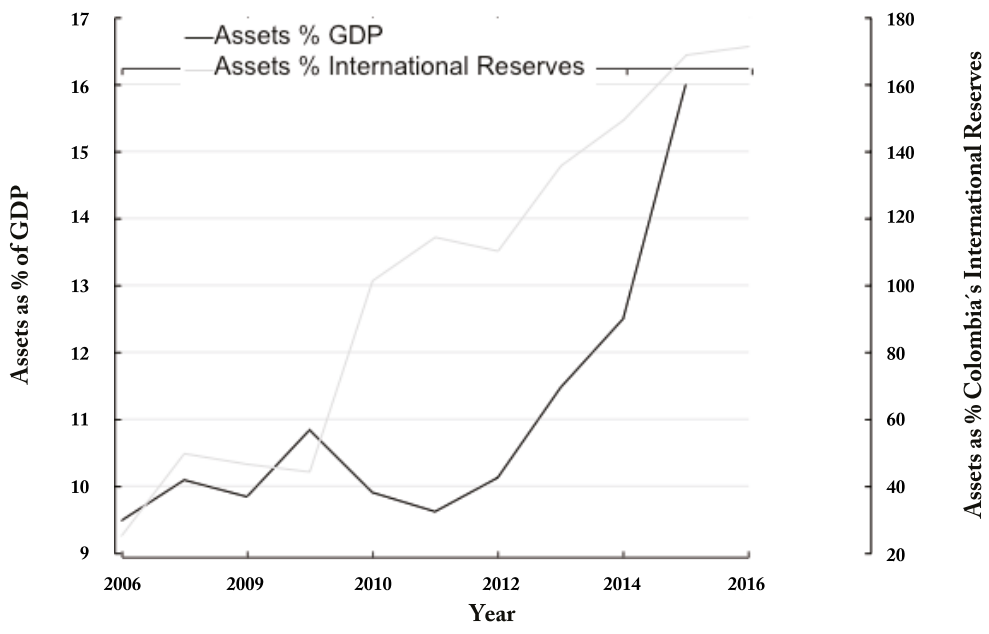
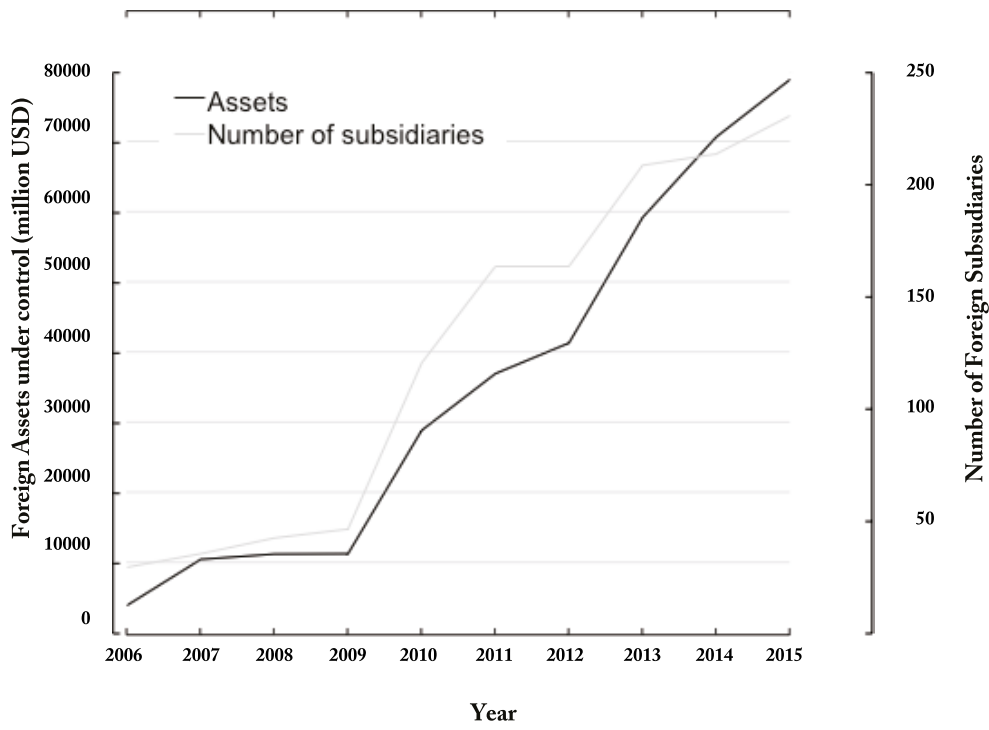


Figure 6: Foreign Assets under control and Number of Foreign Subsidiaries of Colombian Banks

Figure 7: Foreign Assets under control of Colombia Banks as % of GDP and Colombia's International Reserves

TABLES AND FIGURES

ADDITIONAL

**EL USO DE
MODELOS DE
INMUNIZACIÓN
FINANCIERA PARA
ESTRUCTURAR
PORTAFOLIOS DE
COMPAÑÍAS DE
SEGUROS: UN
ENFOQUE DE
GESTIÓN DE
ACTIVOS (ALM)**

Wilson Mayorga
*Pgd Actuarial Science (University
of Leicester, UK)*

*Msc Finance and Econometrics
(University of York, UK)*

RESUMEN

Los modelos de inmunización financiera más recientes buscan cubrir el riesgo financiero de tasa de interés de portafolios de activos ante los cambios no paralelos de la curva de rendimientos de bonos de renta fija. Este tipo de modelos son particularmente útiles para ajustar flujos de pasivos con flujos de activos de similar duración. Si se asume que un administrador de portafolios tiene como pasivos un flujo de obligaciones derivadas de rentas de largo plazo (incluso vitalicias, como pensiones) o de seguros de vida y tiene como activos inversiones disponibles en el mercado financiero, se propone evaluar, mediante modelos de simulación, el impacto de cambios en la tasa de interés de largo plazo, en sus medidas de riesgo.

ABSTRACT

The most recent financial immunization models seek to hedge the interest rate financial risk of asset portfolios in the face of the non-parallel changes in the bond yield curve. These types of models are particularly useful for adjusting flows of liabilities with similar asset flows. Assuming that a portfolio manager has liabilities as a liability arising from long-term income (including life annuities, such as pensions) or from life insurance, and has assets available investments in the financial market, it is proposed to evaluate, by means of models of simulation, the impact of changes in the long-term interest rate, in its risk measures.

Palabras Clave: *Inmunización Financiera, Curva de rendimientos, Compañías de Seguros.*



01 | INTRODUCCIÓN

El problema de Gestión de Activos -Asset Liability Management, ALM- puede ser definido como un mecanismo que utiliza una entidad financiera para ajustar el diferencial o descalce entre activos y pasivos debido a diferencia en liquidez (disponibilidad de convertir activos en recursos disponibles para cubrir flujos de pasivos) o cambios en la tasa de interés .

Un esquema de ALM debe permitir maximizar la rentabilidad de los portafolios de la entidad, a la vez que minimice los riesgos asociados a la administración del portafolio.

El mecanismo de ALM elegido tiene una importancia crucial para compañías de seguros cuyos negocios son de largo plazo y generan flujos de liquidez en determinados momentos, en los cuales se invierten estos activos en el mercado de capitales para cubrir las obligaciones del pasivo de largo plazo .

El reto que enfrenta una compañía de seguros de vida de garantizar los pasivos de su asegurado durante un largo periodo de tiempo mientras que, simultáneamente, busca maximizar la rentabilidad del activo. Por lo tanto, una compañía de seguros de vida debe definir una estrategia a largo plazo de asignación de activos que cubran sus pasivos y su perfil de riesgo. Estas son precisamente las preocupaciones de un modelo de ALM. (Corlosquet-Habart (2015)).

Una característica común de estos problemas es la incertidumbre de Pasivos y rendimientos de activos y el consiguiente riesgo de reinversión. Esto constituye una dificultad no trivial en la gestión del riesgo en cualquier modelo aplicado por la institución financiera. La necesidad de planeación financiera de largo plazo, cuando es muy usual que no existan activos con duraciones que soporten los pasivos de la aseguradora, complica adicionalmente el problema

¹Una definición más general puede ser tomada de SOA (2003) que plantea “ALM is the ongoing process of formulating, implementing, monitoring and revising strategies related to assets and liabilities to achieve an organization’s financial objectives, given the organization’s risk tolerances and other constraints”

²El pasivo puede corresponder a las mesadas pensionales que se deben pagar a través del tiempo o los beneficios garantizados a los asegurados de productos de vida. Corlosquet-Habart et al (2015) en el Capítulo 4 proponen un esquema ALM para una compañía de seguros de vida

La estrategia pasiva de gestión de portafolios mediante inmunización financiera se enmarca dentro de los modelos de ALM (SOA (2003), Rosen and Zenios (2006)).

La estrategia de inmunización busca ajustar o calzar los flujos de activos con flujos de pasivos del portafolio para eliminar el riesgo asociado a cambios futuros en la tasa de interés (para detalles formales de la metodología, ver LaGranville (2003)). A través del establecimiento de estrategias de inmunización se pretende garantizar la rentabilidad de un portafolio de bonos durante un determinado periodo de tiempo, garantizando la posibilidad de obtener uno o varios flujos de caja ciertos en el futuro.

Siguiendo a Pérez et al (2001), las fluctuaciones de las tasas de interés tienen dos efectos sobre el riesgo del portafolio: cuando las tasas de interés suben (bajan), los flujos futuros de un portafolio de renta fija se descuentan a una mayor tasa de interés con lo que el valor presente del portafolio baja (sube) –efecto precio– pero, por otra parte, el alza (descenso) de las tasas de interés hace que los flujos que se vayan obteniendo puedan reinvertirse a una mayor (menor) tasa de interés aumentando (reduciendo) el valor final de la inversión –efecto reinversión-. La inmunización trata, precisamente, de lograr compensar ambos efectos, pues ello hace que el portafolio sea invariante a los cambios en la estructura temporal de tasas de interés.





02 | METODOLOGÍA

El modelo tradicional de inmunización financiera, basado en el trabajo de Fisher and Weil (1971) se basa en que la estrategia óptima de protección ante cambios no esperados en la tasa de interés consiste en cumplir las siguientes tres condiciones (Institute and Faculty of Actuaries (2013)):

EL VALOR PRESENTE DE LOS ACTIVOS VALORADOS A LA TASA DE INTERÉS INICIAL DEBE SER IGUAL AL VALOR PRESENTE DE LOS PASIVOS.

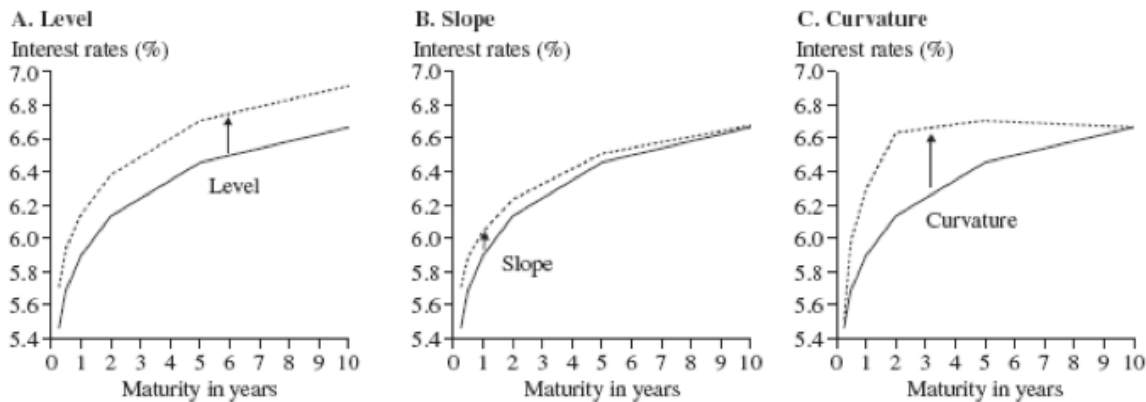
LA DURACIÓN DE LOS FLUJOS DE LOS ACTIVOS DEBE SER IGUAL A LA DURACIÓN DEL FLUJO DE LOS PASIVOS..

LA CONVEXIDAD DE LOS FLUJOS DE LOS ACTIVOS DEBE SER MAYOR QUE LA CONVEXIDAD DEL FLUJO DE LOS PASIVOS.

Las estrategias de inmunización, si bien garantizan un valor final de portafolio independiente de cambios de tasas de interés, inicialmente estuvieron basadas en la hipótesis de cambios paralelos en la estructura temporal de tasas de interés. En caso de presentarse cambios no paralelos en la estructura de tasas de interés harían que no se cumpla el rendimiento esperado del portafolio de activos para cubrir el valor presente de los pasivos. Este riesgo es conocido como riesgo de inmunización.

En el gráfico 1 se presentan los movimientos de la curva de rendimientos (representación gráfica de la estructura temporal de tasas de interés). Un movimiento en el nivel cambia las tasas de interés de todos los vencimientos en cantidades casi idénticas, induciendo un cambio paralelo que cambia el nivel de toda la curva de rendimiento. Un movimiento en el factor de pendiente aumenta las tasas de interés a corto plazo en cantidades mayores que las tasas de interés a largo plazo, de modo que la curva de rendimiento

se vuelve menos pronunciada y su pendiente disminuye. Por último, un cambio en el factor de curvatura es el efecto de cualquier foco de choque en las tasas de interés de mediano plazo y, en consecuencia, la curva de rendimiento se vuelve más en forma de joroba que antes.



Fuente: Tomado de Federal Reserve Bank Of San Francisco Economic Letter Number 2003-15.

Buscando ampliar las estrategias de inmunización para cubrir cambios no paralelos en la estructura temporal de tasas de interés, la literatura especializada ha propuesto, entre otras alternativas, definir estrategias de inmunización a través de minimizar alguna medida que cuantifique la dispersión de los flujos de los portafolios de activos y pasivos a lo largo del horizonte de inversión. De manera recurrente se observan desarrollos a partir de los aportes de Fong and Vasicek (1984) y Nawalkha and Chambers (1996).

Las medidas de dispersión propuestas por la literatura pueden entenderse, de manera muy general, como la dispersión de los flujos netos de activos y pasivos alrededor del horizonte de inversión. En la medida en que la dispersión de los flujos de activos y pasivos se reduzca, menor será el riesgo de inmunización.

Fong and Vasicek (1984) proponen como medida de dispersión de los flujos de activos y pasivos la medida M^2 . Si el portafolio se encuentra inmunizado, la duración de los activos coincide con el horizonte de inversión (H) requerido para cubrir los pasivos para la estructura de tasas de interés definida y la medida de riesgo de inmunización, M^2 , indicará la desviación media ponderada entre el momento de la realización cada obligación y su media ponderada:

$$M^2 = \frac{\sum_{t=1}^T (t-H)^2 F_h (1+i_t)^{-t}}{\sum_{t=1}^T F_h (1+i_t)^{-t}} \quad (2.1.)$$

DONDE:

t

MOMENTO DE LA VALORACIÓN INICIAL

H

HORIZONTE DE INVERSIÓN (ÚLTIMO VENCIMIENTO DE LAS OBLIGACIONES)

F_h

OBLIGACIÓN DEL MOMENTO H

i_t

TASA DE INTERÉS SPOT

Si el portafolio estuviera constituido únicamente con bonos de cupón cero que realizan su único reembolso en el momento H , entonces el riesgo de inmunización será cero. Por otra parte, cuanto más lejos de H estén los vencimientos del bono, cuanto mayor dispersión exista entre los flujos del activo y del pasivo y mayor será el riesgo de inmunización.

Siguiendo a Soto y Prats (2002), otras dos medidas desarrolladas como extensión al enfoque de Fong and Vasicek (1984) son la M -Absoluta de Nawalkha and Chambers (1996) y la N de Balbás e Ibáñez (1998) que, aunque surgen de desarrollos diferentes y dan lugar a programas de inmunización diferentes, coinciden en su expresión:

$$M^A = N = \frac{\sum_{t=1}^T |t-H| F_h (1+i_t)^{-t}}{\sum_{t=1}^T F_h (1+i_t)^{-t}} \quad (2.2.)$$

Siguiendo a Soto y Prats (2002), otras dos medidas desarrolladas como extensión al enfoque de Fong and Vasicek (1984) son la M -Absoluta de Nawalkha and Chambers (1996) y la N de Balbás e Ibáñez (1998) que, aunque surgen de desarrollos diferentes y dan lugar a programas de inmunización diferentes, coinciden en su expresión:

$$\begin{aligned} \min_w \sum_{t=1}^T w_t N_t \\ \text{s. a.} \\ \sum_{t=1}^T w_t = 1 \\ \sum_{t=1}^T w_t D_F = H \\ w_t \geq 0 \quad \forall t \end{aligned} \quad (2.3)$$

El programa de optimización resolverá la proporción de excedente de flujos de activos respecto al flujo de pasivos w_i que se espera pueda tener la aseguradora para, simultáneamente, minimizar el riesgo de descalce entre los flujos de activos y de pasivos.

Adicionalmente, siguiendo a Iturricastillo (2007) quien muestra que la condición básica para inmunizar una serie de pagos que serán cubiertas con un portafolio de activos corresponde a igualar la Duración Modificada de los activos con la Duración Modificada de los pagos futuros ante cualquier estructura de tasa de interés vigente en el mercado. Ello supone que permanecerá inmunizado el pasivo si los desplazamientos en la curva de tipos de interés son paralelos respecto a lo previsto por el mercado.

Pero si hay desplazamientos no paralelos en la estructura temporal de tasas de interés que, incluso aunque se verifiquen las condiciones iniciales de la inmunización (igualdad de duraciones modificadas), el portafolio de activos no sería suficiente para afrontar los pagos comprometidos.

Este es el riesgo de inmunización: El riesgo de no disponer de fondos suficientes incluso a pesar de que el conjunto de obligaciones se encontraba inicialmente inmunizado.

³Artículos aplicados como Pérez et al (2001), Soto (2001) y Soto y Prats (2002) presentan una revisión de la bibliografía sobre modelos de inmunización que buscan cubrir el riesgo de movimientos no paralelos de la estructura temporal de tasas de interés mediante la minimización de medidas de dispersión de flujos, así como otros desarrollos de modelos de inmunización financiera.

Iturricastillo (2007) propuso una medida que denominó “Riesgo de Inmunización Absoluto” (RIA) y que mide el tiempo medio entre los pagos y los cobros que compensan a aquellos. La medida propuesta es congruente con el riesgo de inmunización, ya que muestra cuán cerca o lejos está una inversión de la estrategia sin riesgo de interés. Esta medida cuantifica la distancia temporal entre los cobros y los pagos. La medida propuesta por el autor, RIA, es la media del tiempo medio entre los pagos y los cobros que vienen a compensarlos. El riesgo de inmunización absoluto está dado, entonces, por (Iturricastillo y De la Peña (2010)):

$$RIA = \frac{\sum_{t=1}^T |\sum_{j=1}^H (F_j - L_t)(1 + i_t)^{-j}|}{\sum_{t=1}^T F_t (1 + i_t)^{-t}}$$

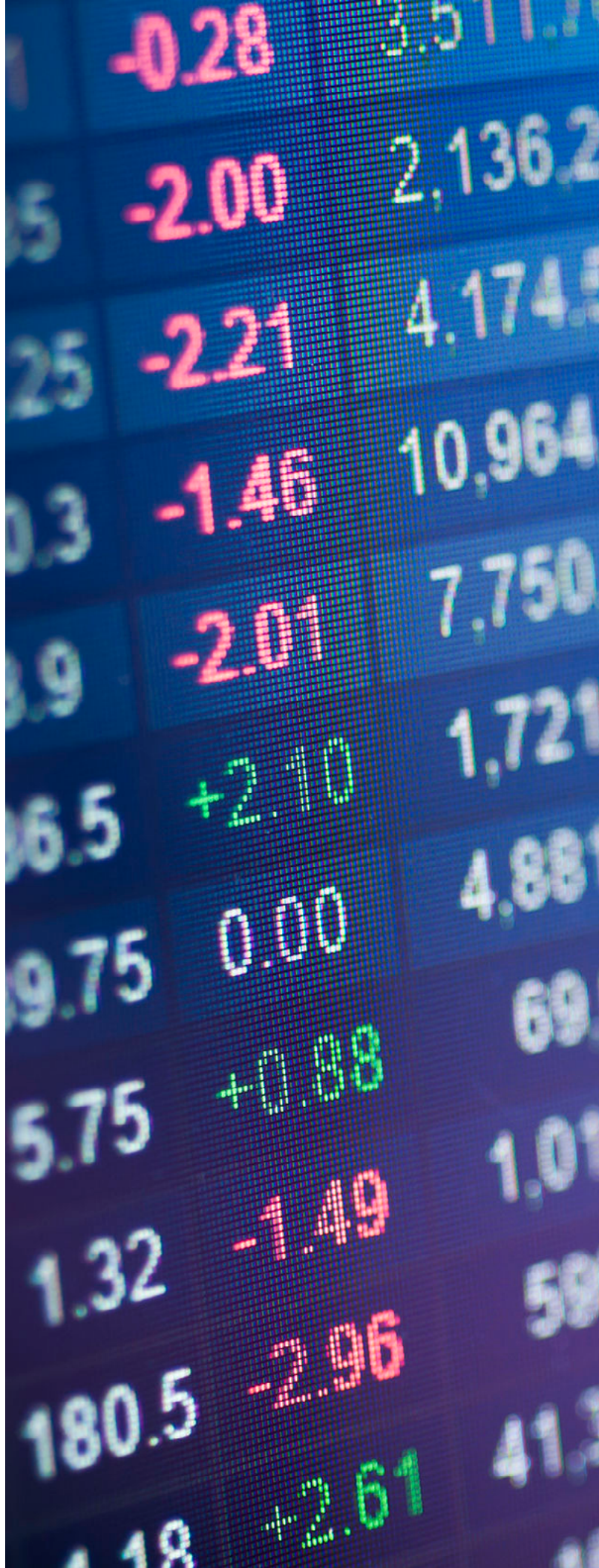
DONDE:

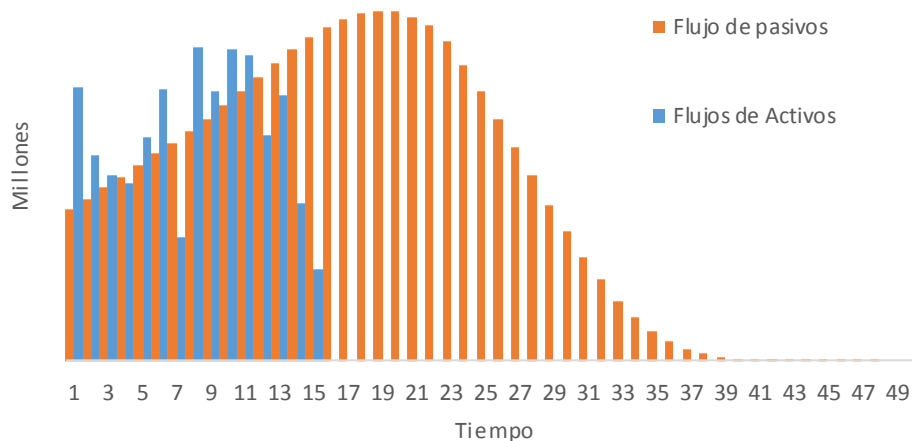
F_j FLUJO DE ACTIVOS

L_j FLUJO DE PASIVOS

Si el inversionista quiere protegerse no sólo contra desplazamientos paralelos en la curva, entonces se debe marcar como objetivo minimizar el riesgo de inmunización. Esto es, no sólo deberá igualar la Duración con el Horizonte de Inversión (inmunización clásica), sino que tiene que conseguirlo con una estructuración del portafolio de inversiones con cobros lo más cercanos posible al Horizonte de Inversión.

Para un asegurador, donde sus pasivos corresponden a las reservas matemáticas que soportan sus obligaciones para con sus asegurados (bien en la forma del valor asegurado de un seguro de vida o los flujos futuros de mesadas asociadas a una pensión o renta vitalicia que debe cubrir) tienen una duración mayor que sus activos (inversiones que respaldan los pasivos) una estrategia óptima de ALM resulta fundamental tanto para cubrir el riesgo de tasa de interés como el riesgo de reinversión.





Fuente: Autor

Se propone, entonces, utilizar como estrategia óptima un modelo de inmunización que minimice la dispersión de los flujos de activos y pasivos. La idea que subyace a los mismos es que cuanto mayor sea la concentración de los flujos del portafolio en torno al final del horizonte planificador más alto será el grado de inmunización que se alcance, pues en el esquema de flujos se asemejará al de un supuesto bono cupón cero con vencimiento conocido; entonces, carente, por definición, de riesgo de interés.

Sin embargo, la duración de los activos es inferior a la de los pasivos de una compañía de seguros, debido a que es usual que los sistemas financieros no tengan activos de largo plazo que equiparen con la duración de los flujos esperados de rentas por las que debería responder un asegurador.

En este contexto, se propone entonces que el programa de optimización del asegurador se construya de la siguiente manera:

- Convertir su portafolio de activos en flujos corrientes. En el caso más sencillo de un único activo de renta fija, se expresará como una serie de flujos de cupones y un principal, denotados como A_i durante N_1 periodos.
- Convertir su portafolio de pasivos en flujos corrientes. En el caso más sencillo de una única renta vitalicia, se expresará como una serie de flujos de mesadas pensionales valoradas de acuerdo a las condiciones del contrato durante T periodos, siendo T el máximo

de la expectativa de vida ponderada de su portafolio de asegurados, dado que el portafolio de pasivos implicará pago de mesadas pensionales, denotadas como P_i hasta T periodos.

Shiu (1988) probó que la inmunización de cada pasivo, cuando se tienen varios pasivos en el portafolio es una condición necesaria para la inmunización del portafolio. Por esta razón, se sugiere que se analicen los flujos de todos los pasivos simultáneamente.

- Asumiendo que, dadas las características del sistema financiero, $T_1 < T$, la aseguradora deberá reinvertir los flujos netos $F_i = \max(A_i - P_i, 0)$ durante el periodo $T_2 = T - T_1$ de acuerdo a la estructura de tasas de interés disponible en el momento del mercado.
- Asumiremos que la estructura temporal de tasas de interés durante el periodo líquido, aquel donde existen activos disponibles en el mercado financiero (T_1), se puede aproximar mediante el modelo Nelson-Siegel, en tanto la proyección de la estructura temporal de tasas de interés del plazo mayor (T_2) se podrá aproximar mediante un modelo de tasas de interés de Smith-Wilson .
- En cada periodo en que $F_i > 0$ la aseguradora reinvertirá este flujo de excedente de activos a la tasa forward disponible de acuerdo al modelo estimado correspondiente, hasta cubrir los T_2 periodos restantes.
- Al contar con flujos de activos y pasivos, incluyendo aquellos productos de reinversiones, el problema de optimización para la aseguradora será minimizar la dispersión de los flujos netos F_i

EL DISEÑO DEL
MODELO DE
ANÁLISIS SE
PUEDE EXPLICAR
EN EL SIGUIENTE
GRÁFICO:

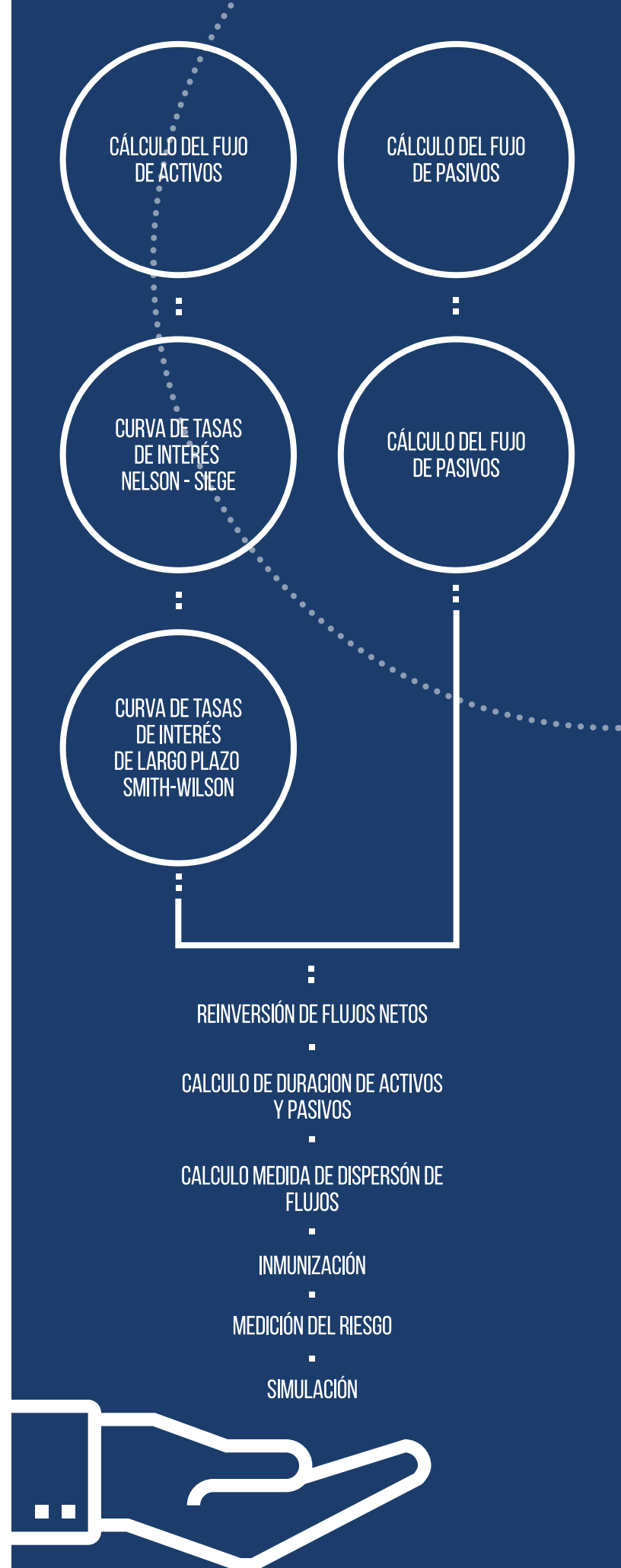


Gráfico 3. Metodología de Inmunización de Pasivos de Largo Plazo

La metodología propuesta permite encontrar un escenario de comparación óptima de estrategia de inversión de activos para cubrir pasivos: en la medida en que se optimice la distribución de flujos de activos y pasivos (y por ende, se minimice el riesgo de inmunización) la aseguradora podrá evaluar si las fluctuaciones en las condiciones del mercado (cambios no paralelos en la estructura temporal de tasas de interés) implica un mayor riesgo de inmunización o si implica una diferencia entre el valor presente de sus activos y sus pasivos y, por tanto, es necesario que incremente el valor de sus provisiones para cubrir insuficiencia de activos.



03 | ANÁLISIS DE SIMULACIÓN

Dado el marco metodológico propuesto es posible evaluar el impacto que tendrían los cambios en los parámetros de valoración de activos o de pasivos en el riesgo de inmunización. No sólo los cambios de corto plazo en la estructura temporal de tasas de interés (no paralelos) podrán afectar la estrategia de inmunización. En vista que el horizonte de planeación de una compañía de seguros es de largo plazo, cambios en la tasa de interés de largo plazo (Ultimate Forward Rate, en el modelo Smith-Wilson) o mejoras de longevidad que modifiquen el valor presente de las obligaciones (reserva matemática) afectarán indudablemente la estrategia de inmunización de la aseguradora.

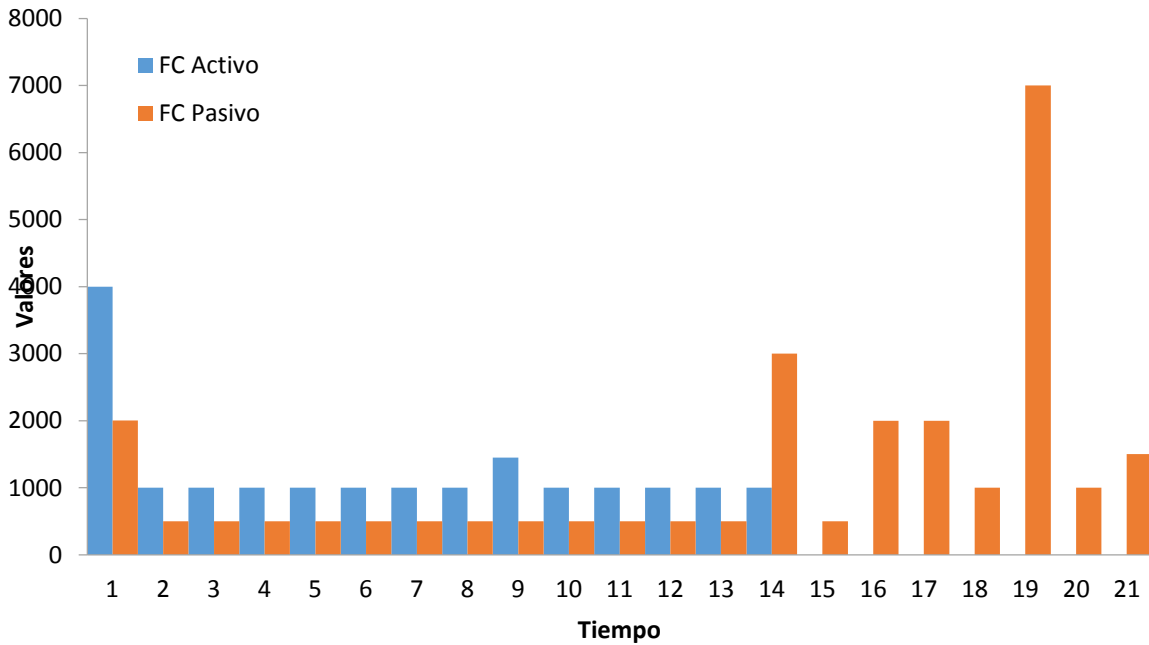
Como ejercicio aplicado, en un entorno donde los activos disponibles en el mercado no tienen maduración igual o cercana al horizonte de planeación determinado por las obligaciones, se evaluó el impacto de cambios estocásticos en el largo plazo de la estructura temporal de tasas de interés (para el caso del activo) sobre el escenario óptimo que podría generar el modelo de inmunización financiera de la aseguradora.

Buscando que el escenario de aplicación de la metodología propuesta fuera simple, se supuso una aseguradora hipotética cuyo portafolio de activos sólo tiene 14 años líquidos y su portafolio de pasivos tiene un horizonte de inversión de 21 años.

Los valores de los flujos fueron supuestos de manera arbitraria sin que responda al comportamiento de alguna aseguradora en particular.

⁴ Jodar (2015) presenta una discusión amplia sobre el problema de encontrar la tasa de interés de largo plazo en el contexto de Solvencia II y una explicación detallada de la aplicación de la metodología de Smith-Wilson.

Gráfico 4. Flujos de Caja de Activos y Pasivos – Aseguradora Hipotética



La estructura temporal de tasas de interés se asumió bajo un modelo de Nelson-Siegel. Diebold and Li (2006) proponen la representación del modelo de Nelson and Siegel (1987) para identificar los factores latentes como los factores de nivel, pendiente y curvatura. La representación de la curva de rendimiento es:

$$y(\tau) = \beta_{1t} + \beta_{2t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} \right) + \beta_{3t} \left(\frac{1 - e^{-\lambda_t \tau}}{\lambda_t \tau} - e^{-\lambda_t \tau} \right) \quad (3.1.)$$

Bajo esta representación, la curva de rendimientos puede desglosarse en componentes a largo plazo, a corto y medio plazo. Diebold and Li (2006) proponen la siguiente interpretación a los parámetros en el modelo de Nelson-Siegel:

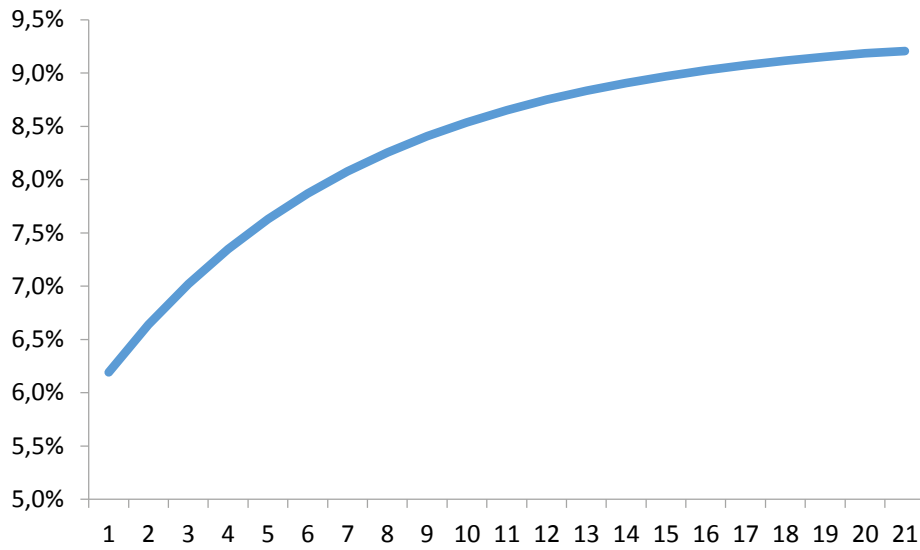
El parámetro λ_t regula la tasa de decaimiento exponencial: valores pequeños de este parámetro implican un mejor ajuste de la curva a vencimientos largos, mientras que los grandes valores de ésta producen mejor ajuste de la curva a vencimientos cortos.

Los parámetros β_{1t} , β_{2t} , β_{3t} serán los tres factores dinámicos latentes. El primero corresponde como la tasa

de convergencia de largo plazo, el segundo puede ser visto como un factor a corto plazo y mide la pendiente de la curva de rendimiento, que Diebold and Li (2006) definen como el rendimiento a diez años menos el rendimiento a tres meses. Un aumento de los rendimientos de bonos de corto plazo, por encima de los rendimientos de bonos de largo plazo, cambia la pendiente de la curva de rendimiento.

El tercer factor es el factor de curvatura, que los autores definen como dos veces el rendimiento a dos años menos la suma del rendimiento a diez y tres meses. Un aumento en el efecto tendrá poco efecto en rendimientos muy cortos o muy largos, pero aumentarán los rendimientos a medio plazo, que se cargan más pesadamente en él, aumentando así curvatura de la curva de rendimiento.

Gráfico 5. Curva de Rendimientos hipotética - Metodología Nelson-Siegel

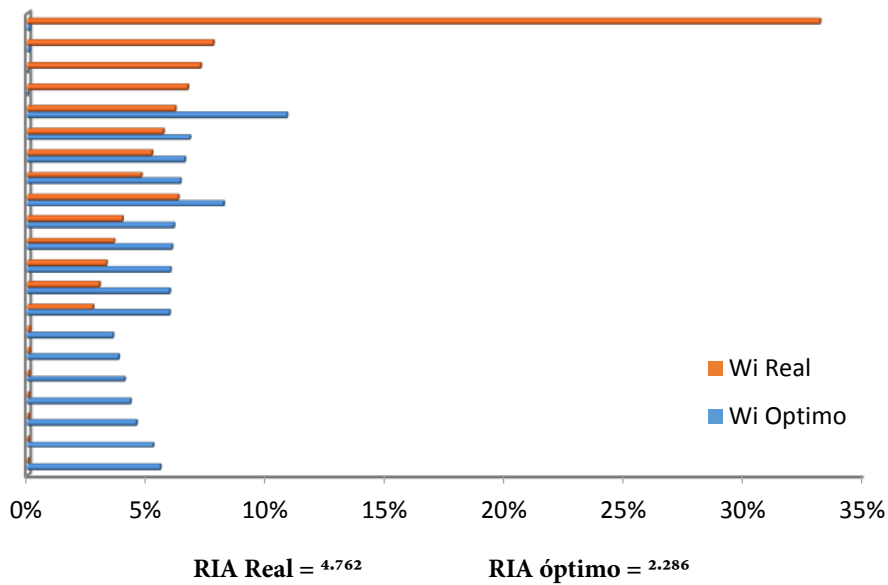


Fuente: Autor

Dado el flujo de activos y de pasivos, se asumió que la aseguradora invierte el excedente de cada periodo de sus activos respecto a sus pasivos de acuerdo a la estructura de tasas de interés disponible (Modelo Nelson-Siegel). Para el periodo mayor al último periodo líquido la reinversión de flujos se hace a la URF (ultimate forward rate) que, por simplicidad, se estimó como la tasa de convergencia de largo plazo del modelo de Nelson-Siegel.

Una vez proyectados los flujos de activos y pasivos, se optimizó la estructura de flujos de acuerdo a la metodología de inmunización.

Los resultados se presentan a continuación:



Fuente: Autor

Gráfico 6. Optimización de Flujos de Activos y Pasivos

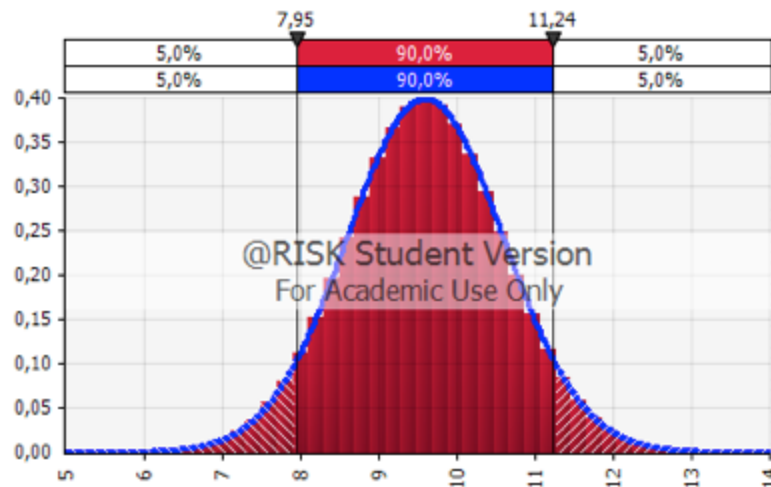
El gráfico 6 presenta la comparación de la proporción de horizontes de inversión supuestas en el ejercicio tradicional y la proporción de horizontes de inversión óptima. Los resultados muestran que al aplicar la metodología de inmunización de flujos netos de activos y pasivos, la estrategia real (escenario base) de concentrar más del 30% en activos líquidos (a un periodo) y 70% del total de activos en los 6 primeros periodos cambia al ser optimizada, dados los flujos de pasivos de la aseguradora a una estrategia de inversión y de reinversión de mediano y largo plazo: 11% de los activos en el periodo 4, 61% en la parte media de la estructura de tasas de interés (periodos 5 al 14) y 27% en el periodo que no tiene activos disponibles en el mercado, mediante la figura de reinversión a la tasa forward de largo plazo.

El indicador de riesgo de inmunización, RIA, pasa de 4.76 años en el escenario base a 2.28 años en el escenario óptimo.

Finalmente, el efecto de cambios en el activo o en el pasivo sobre la estrategia de inmunización podría evaluarse mediante cambios estocásticos en los parámetros de valoración del activo (estructura temporal de tasas de interés) o del pasivo (cambios en la longevidad de la población asegurada).

Eligiendo medir el efecto de cambios en la estructura temporal de tasas de interés mediante la simulación de cambios en la tasa de convergencia de largo plazo de la curva de Nelson-Siegel (parámetro b_{1t}) como una variable aleatoria normal con media 9.6% y desviación estándar 1% se evaluó el impacto sobre el riesgo de inmunización de cambios en la tasa de interés de largo plazo, mediante la valoración de flujos de inversión y de reinversión de los activos que cubren los pasivos de la aseguradora.





CAMBIOS ESTOCÁSTICOS EN LA TASA DE INTERÉS DE LARGO PLAZO GENERAN CAMBIOS PROPORCIONALES EN EL RIESGO DE INMUNIZACIÓN

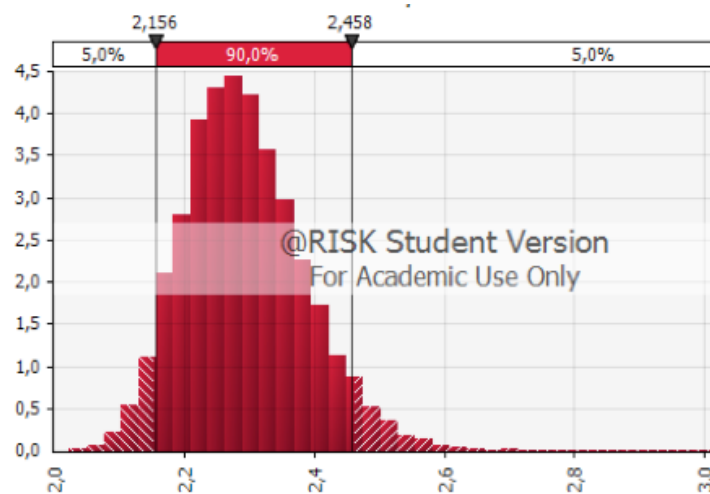


Gráfico 7. Efecto de Cambios en tasas de interés de largo plazo sobre el Riesgo de Inmunización

Específicamente, en un intervalo de confianza de 90%, donde la tasa de largo plazo podría fluctuar entre 7.95% y 11.24%, manteniendo la estructura óptima de flujos de activos para cubrir los pasivos, definido por el esquema de inmunización elegido (ver gráfico 6) el riesgo de inmunización de la aseguradora puede fluctuar entre 2.156 años y 2.458 años.

La sensibilidad resultante es aproximadamente que, por cada 100 pbs de cambio en la tasa de interés de largo plazo el riesgo de inmunización puede ser, para este ejemplo, del orden de 3.5% al 4.6% respecto al riesgo mínimo de inmunización obtenido bajo un esquema de cobertura óptima.

Cuadro 1. Sensibilidad del riesgo de Inmunización ante cambios en la Tasa de interés

	Percentil 5%	Óptimo	Percentil 95%
RIA	2.15	2.28	2.46
Tasa de Largo Plazo %	7.95	9.6	11.24
Variacion RIA	-0.13		0.17
Variacion Tasa (%)	-1.65%		1.64%
Sensibilidad	0.08%		0.11
%	3.5%		4.6%

Fuente: Autor

OTROS EJERCICIOS DE
SIMULACIÓN PODRÍAN
SER IMPLEMENTADOS
BAJO LA METODOLOGÍA
PROPUESTA.

4. CONCLUSIONES

La aplicación de modelos ALM resulta indispensable para aseguradoras, las cuales deben cubrir pasivos de largo plazo con activos que usualmente tienen una duración menor, los cuales deben ser reinvertidos en condiciones inciertas en el futuro.

Las estrategias recientes de inmunización de pasivos con flujos de activos permiten minimizar el efecto de cambios no paralelos en la estructura temporal de tasas de interés. Se propone la aplicación de una metodología que permite optimizar la distribución de flujos de activos que al minimizar la dispersión entre flujos de activos y pasivos y por ende el riesgo de inmunización.

Ejercicios de simulación permiten, además, evaluar el impacto de cambios de la estructura temporal de tasas de interés (de inversión y reinversión de los flujos de activos) o cambios en la valoración de pasivos (por ejemplo, cambios en la longevidad de la población asegurada) sobre el riesgo de inmunización en el escenario considerado óptimo.

Al comparar, mediante un ejercicio hipotético, se encuentra que la estrategia de optimización propuesta reduce de manera importante el riesgo de inmunización y de descalce entre activos y pasivos de largo plazo de una compañía de seguros hipotética. Específicamente, la medición de riesgo RIA pasa de 4.76 años a 2.28 años.

La estrategia óptima propuesta es una regla de comparación (benchmark) para los responsables de elegir los activos de inversión de una compañía de seguros que a la vez que maximice los rendimientos del portafolio de activos, simultáneamente minimice el impacto en el riesgo de desfinanciamiento de los pasivos de largo plazo y, por lo tanto, en las reservas técnicas que debe constituir la aseguradora.

Corlosquet-Habart, M. et al (2015) *Asset Liability Management for Banks and Insurance Companies*. John Wiley & Sons.

Diebold, F and Li, C (2006). "Forecasting the term structure of government bond yields". *Journal of Econometrics* 130 (2006) 337–364.

Diebold, F. et al (2006) "The macroeconomy and the yield curve: a dynamic latent factor approach". *Journal of Econometrics* 131, 309–38

Fong, G.H. y Vasicek, A. (1984): "A risk minimizing strategy for portfolio immunization". *Journal of Finance*, vol. XXXIX, nº 5, december, págs. 1541-1546.

Institute and Faculty of Actuaries (2013) *An Introduction to the Mathematics of Finance*. Elsevier.

Iturricastillo Iván (2007) *Medición y gestión de riesgos en las entidades financieras a través de la inmunización del riesgo de interés*. Tesis Doctoral. Universidad del País Vasco. Disponible en internet.

Iturricastillo, I y De la Peña, J (2010) *Riesgo de inmunización absoluto como medida general del riesgo de inmunización*. *Análisis Financiero*, No 114, pp. 42-57.

Jodar, L (2015) *Tipos de Interés para Valorar las Provisiones Técnicas de Seguros*. Fundación Mapfre.

Lagranville, O (2003) *Bond Pricing and Portfolio Analysis*. MIT Press.

Nawalkha, S. K. and Chambers, D. R. (1996): "An improved immunization strategy: M-Absolute". *Financial Analyst Journal*, september- october , págs. 69-76.

Nelson, C.R. y Siegel, A.F. (1987): "Parsimonius modeling of yield curves". *Journal of Business*, vol. LX, nº 4, págs. 473-489.

Pérez, M. et al (2001) *Comparativa de modelos de inmunización financiera para la gestión del riesgo de tipo de interés: Contraste empírico en el mercado español de deuda pública*. *Análisis Financiero*, p.p 26-35. Disponible en internet.

Rosen, D. and S. A. Zenios. 2006. "Enterprise-Wide Asset and Liability Management." In *Handbook of Asset and Liability Management, Volume 1: Theory and Methodology*, Chapter 1, edited by S. A. Zenios and W. T. Ziemba. Amsterdam: Elsevier. Shiu, E (1988) *Immunization of multiple liabilities*. *Insurance: Mathematics and Economics*. No. 7, pp. 219-224.

Society of Actuaries -SOA- (2003) "Professional Actuarial Specialty Guide: Asset Liability Management". Disponible en internet.

Soto, G (2001) *Modelos De Inmunización De Carteras De Renta Fija*. *Revista de Economía Aplicada*, vol. IX, núm. 26, 2001, pp. 57-93. Universidad de Zaragoza.

Soto, G y Prats, m (2002) *La Inmunización Financiera: Evaluación De Diferentes Estructuras De Cartera*. Working Paper WP-EC 2002-03. Universidad de Murcia. Disponible en internet.



PREDICCIÓN DEL MERCADO DE TES EN EL CORTO PLAZO

Autor:
Erick Translateur Martínez ⁽¹²⁾

Asesor: **Diego Jara** ⁽³⁾

27 de enero de 2017

S
A
R
I
A
O
M
E
M
E

RESUMEN

En el presente trabajo se estudia la hipótesis de caminata aleatoria para el mercado colombiano de bonos gubernamentales (TES). En el estudio se encuentra que es posible predecir el precio en el corto plazo, por lo que se rechaza la hipótesis de caminata aleatoria para dicho mercado. Lo anterior se concluye por medio de un algoritmo de trading intradía, basado en modelos de aprendizaje de máquinas, al cual se le realiza un Backtest y se concluye que los retornos esperados son superiores a los costos de transacción. A su vez, se realiza un Backtest del algoritmo sobre el mercado norteamericano y se observa que en dicho mercado los retornos esperados son significativamente menores. Es de resaltar que adicional a las implicaciones académicas, el algoritmo tiene aplicaciones empíricas ya que puede ser utilizado como una estrategia de inversión.

Palabras clave: *Eficiencia de Mercados, TES, Algoritmo de Trading, Minería de Datos.*

Clasificación JEL: G14, G17, C02, C21.

ABSTRACT

This work studies the random walk hypothesis in the Colombian sovereign bond market (TES). I find that it is possible to predict the price in the short term, thus the random walk hypothesis is rejected for this market. This conclusion is reached backtesting an algorithm of trading based on machine learning. The backtest shows expected positive returns, net of transaction costs. This backtest is also repeated for American bonds, but the returns are significantly lower. In addition, note that besides the theoretical implications, the algorithm can be used as a profitable investment strategy.

Key words: *Market Efficiency, TES, Trading Algorithm, Machine Learning.*

JEL Classification: G14, G17, C02, C21.

¹Facultad de Economía, Universidad de los Andes - Quantil. Correo: erick.translateur@quantil.com.co, em.translateur@gmail.com

²El presente estudio fue realizado como parte de mi trabajo al interior de Quantil. De igual forma, doy mis agradecimientos a la corredora de bolsa AFIN por haber ofrecido los datos necesarios para desarrollar la investigación.

³Facultad de Economía, Universidad de los Andes - Quantil. Correo: diego.jara@quantil.com.co



01 | INTRODUCCIÓN

Los mercados financieros son una parte fundamental para el buen desarrollo de las economías mundiales ya que permiten realizar una mejor distribución de los recursos entre quienes desean ahorrar y quienes desean invertir. Por lo tanto, los países desarrollados han logrado alcanzar mercados que se caracterizan por ser profundos y eficientes. Por otra parte, mercados ineficientes pueden traer altos costos económicos y sociales; por ejemplo, la ineficiencia de un mercado genera costos adicionales de transacción para los individuos y altos costos de financiación para las compañías y la Nación. De esta forma, señales de ineficiencia deberían ser tomadas en cuenta por los encargados de política, quienes deberían dar solución a las causas de la ineficiencia fomentando el uso de los mercados y eliminando las obstrucciones o regulaciones que estén generando dichas ineficiencias.

En esta línea, la eficiencia de los mercados ha sido estudiada a profundidad en la literatura. La Hipótesis de Mercados Eficientes (HME) surge a través del trabajo realizado por Eugene Fama (1970) “Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work”. En este, basándose en una serie de tests, se demuestra que los principales mercados financieros del mundo son eficientes. En ellos, se evalúan tres principales definiciones de eficiencia: en la primera definición, un mercado se considera eficiente si el precio siempre refleja toda la información disponible; en la segunda, un mercado es eficiente si los precios se ajustan eficientemente ante la llegada de nueva información de mercado; por último, la tercera definición sustenta que un mercado es eficiente si no existen grupos de agentes con información privilegiada. Para analizar el cumplimiento del primer enfoque de eficiencia se desarrolló la hipótesis de caminata aleatoria. Si el precio siempre refleja toda la información disponible, no es posible predecir el precio del activo para un periodo futuro, por lo que el precio debería seguir una caminata aleatoria.

De la anterior línea de pensamiento surgió la hipótesis de caminata aleatoria. Esta fue utilizada para comprobar la HME por varias décadas; sin embargo, la literatura más reciente ha encontrado que el incumplimiento de la hipótesis de caminata aleatoria no implica necesariamente ineficiencia de mercado. Diferentes estudios como Chordia, Roll y Subrahmanyam (2007), Lo, Mamaysky y Wang (2000), Campbell, Lo y MacKinlay (1997) y Dacorogna, Gençay, Müller, Olsen y Pictet (2001) demostraron que aún los mercados más eficientes no siguen una caminata aleatoria puesto que en el corto plazo existe cierto nivel de predicción en el precio. A pesar de ello, la literatura tiende a respaldar la HME y argumenta que la predictibilidad del precio de los activos solo ocurre en el corto plazo y tiende a desaparecer. Lo y MacKinlay (2002) sustentan que el descubrimiento de una herramienta capaz de predecir el precio de un activo es equiparable a la inversión sobre el descubrimiento de una vacuna.

Una vez descubierta, se espera que la vacuna genere retornos esperados positivos durante cierto tiempo para recuperar la inversión y generar ganancias equivalentes al riesgo asumido. Un mercado eficiente debería ser capaz de introducir este nuevo desarrollo y tender a reducir los retornos de dicha herramienta en un mediano plazo. Lo mismo sucede con los avances tecnológicos en el mundo financiero. Cuando el poder computacional creció significativamente, nuevas herramientas fueron creadas para predecir el precio de los activos. No obstante, los retornos positivos de las nuevas herramientas atrajeron agentes capaces de explotar dichas ventajas, reduciendo el poder predictivo de los nuevos modelos. En otras palabras, la predictibilidad del precio de mercado está directamente ligada a un costo, ya sea tecnológico o de investigación de nuevos modelos. A pesar de los anteriores hallazgos, la literatura no ha trazado una línea divisoria para determinar hasta qué punto la predictibilidad del precio no es considerada ineficiencia de mercado.

Teniendo en cuenta los anteriores puntos, el principal resultado de este documento es demostrar que el mercado de TES rechaza la hipótesis de caminata aleatoria, dado que es posible predecir en el corto plazo el precio del activo. A diferencia de los estudios encontrados en la literatura, la presente investigación rechaza la hipótesis de caminata aleatoria por medio de un Backtest (de más de 4 años) y no por medio de pruebas estadísticas. Utilizando un algoritmo de trading, basado en máquinas de aprendizaje (machine learning), se demuestra que el precio de los TES es lo suficientemente predecible para generar una estrategia de inversión con retornos esperados superiores a los costos de transacción. Resalta que el poder predictivo del algoritmo es bastante alto y estable en el tiempo; en el mejor Backtest se logra obtener una probabilidad de acierto 2.95 veces mayor a la probabilidad de desacierto. Adicional a esto, se da robustez a los resultados al comparar el desempeño del algoritmo en el mercado colombiano con el de los Estados Unidos y al realizar un Backtest sobre el spread entre dos referencias de TES. Es de resaltar que en el mercado norteamericano el desempeño del algoritmo es significativamente inferior, por lo que se considera que el rechazo de la hipótesis de caminata aleatoria en el caso de los TES es una evidencia de ineficiencia de mercado; no obstante, dado que no existe en la literatura pruebas determinantes para ello, esta investigación se dejará para futuros estudios. Por último, adicional a las implicaciones académicas, el algoritmo tiene aplicaciones empíricas ya que puede ser utilizado como una estrategia de inversión.

EL PRINCIPAL RESULTADO DE ESTE DOCUMENTO ES DEMOSTRAR QUE EL MERCADO DE TES RECHAZA LA HIPÓTESIS DE CAMINATA ALEATORIA...

Este documento se estructura en cuatro partes. Primero, se presenta un breve resumen de las metodologías de análisis de eficiencia existentes hasta el momento; segundo, se expone la situación actual del mercado financiero colombiano, los datos y los supuestos utilizados; tercero, se plantean los distintos algoritmos de trading utilizados para comprobar la hipótesis de caminata aleatoria; por último, se presentan los principales resultados y conclusiones junto a posibles estudios futuros.



02 | REVISIÓN DE LITERATURA

El trabajo de Eugene Fama (1970) es una compilación de varios trabajos expuestos en su época; sus estudios han sido pioneros en tanto de ellos surge la Hipótesis de los Mercados Eficientes. En esta hipótesis se define a un mercado eficiente como aquél en el que el precio siempre refleja completamente toda la información disponible del mercado. De esta forma, se argumenta que si un mercado es eficiente y el precio refleja toda la información disponible, su comportamiento futuro no es predecible. Sin embargo, este no es el único concepto de eficiencia que se presenta. Por ejemplo, si el precio actual refleja toda la información disponible, se podría estudiar qué sucede cuando llega nueva información. Entonces, otro análisis sería observar qué tan eficientemente un mercado adapta o incorpora nueva información de mercado. Por otro lado, tras haber estudiado los dos anteriores casos, también se contempla la existencia de monopolios de información. Un ejemplo, sería determinar la existencia de grupos selectos con información privilegiada que no todo el mercado tiene.

De acuerdo con la anterior discusión, el trabajo de Fama (1970) se divide en tres tipos de tests: los test de forma débil (weak form), de forma semifuerte (semi-strong form), y por último, los test de forma fuerte (strong form). En primer lugar, los test de forma débil evalúan si el precio actual refleja toda la información disponible. Estos principalmente se basan en ver si es posible pronosticar a futuro el valor del activo. Debido a que en la literatura no se encontraron resultados significativos de ineficiencia de mercados en los tests de forma débil, la literatura se tornó a testear la eficiencia con la que el precio se adapta a nueva información. Estos tests son llamados de forma semifuerte (semi-strong form). Por último, los tests de forma fuerte (strong form) analizan la existencia de grupos dentro del mercado con información privilegiada.

Como ya se mencionó, los test de forma débil analizan si el precio de un activo siempre refleja toda la información disponible de mercado. Si esto sucede, no sería posible predecir el precio de un mercado puesto que no habría información adicional que no estuviera incorporada en el precio actual. No obstante, una de las principales limitantes de este tipo de test es la definición de “toda la información de mercado”. De hecho, el conjunto de información estará limitado a la teoría de precios que se desee utilizar. Esta teoría dependerá de los demás activos incluidos en ella y el periodo histórico utilizado para calibrar sus parámetros. La literatura ha desarrollado varias formas de definir la información de mercado. Sin embargo, la presente investigación se basa en la principal línea de análisis de los tests de forma débil: la hipótesis de la caminata aleatoria. Esta teoría se explica brevemente a continuación.

2.1 Hipótesis de la Caminata Aleatoria

Siguiendo a Campbell et al. (1997) los test de forma débil se basan en tres versiones de la hipótesis de caminata aleatoria: incrementos en el precio independiente e idénticamente distribuidos (IID) o caminata aleatoria 1 (RW1, por sus siglas en inglés); incrementos independientes no idénticamente distribuidos (INID) o caminata aleatoria 2 (RW2); por último, incrementos no correlacionados o caminata aleatoria 3 (RW3). Para los tres casos, los test solo incluyen información histórica del precio del activo; no obstante, si sólo con la información histórica del mismo activo se logra predecir el precio futuro, se esperaría que con aún más información los resultados se mantendrían.

2.1.1 Caminata Aleatoria 1: Incrementos IID

El modelo de caminata aleatoria 1 afirma que, debido a que el precio actual refleja toda la información disponible, los cambios del precio de un periodo a otro son independientes entre sí. Además, estos cambios en precio son idénticamente distribuidos.

Sea p_t el logaritmo del precio de un activo en el periodo t (tiempo discreto). Entonces, la Ecuación (1) describe el comportamiento del precio a través del tiempo.

$$p_t = \mu + p_{(t-1)} + e_t \text{ donde } [e_t] \sim \text{IIDN}(0, \sigma^2) \setminus,$$

donde e_t es el término del error que se distribuye normal con media 0 y varianza σ^2 . Por su parte, μ representa la tendencia del precio, que está asociada al riesgo del activo. Es de notar que esto hace que el precio no sea estacionario a través del tiempo. Por tal motivo, cuando se hace referencia a la predictibilidad de un mercado, tácitamente se está hablando sobre lograr predecir movimientos del precio con respecto a su tendencia μ . Para fines de esta investigación, dado que el periodo de predicción es de alrededor de 10 minutos, por simplicidad se asume que μ es igual a cero.

De igual forma, es de notar que la anterior ecuación permite afirmar que los cambios en el precio no están correlacionados entre ellos, al igual que cualquier transformación no lineal de estos.

El valor esperado y la varianza del precio (en logaritmo) para un periodo t se muestran en las Ecuaciones (2) y (3).

$$E[p_t|p_0] = p_0 + \mu_t.$$

$$Var[p_t|p_0] = \sigma_t^2.$$

Adicionalmente, el incremento esperado $r_{(t+1)}$ (o Log-return esperado) en el periodo t para el periodo $t+1$ condicionado a cualquier conjunto de información ϕ_t es igual su valor esperado incondicional:

$$E[p_{(t+1)} - p_t] = E[r_{(t+1)}] = E[r_{(t+1)} | \phi_t] = \mu$$

Como ya se mencionó, ϕ_t representa cualquier conjunto de información que se desee utilizar. Éste puede incluir información de otros activos o únicamente la información del activo estudiado. El supuesto de que μ es constante a través del tiempo se puede relajar; sin embargo, la idea fundamental de la Ecuación (4) es que la mejor predicción del precio de un activo es igual al precio actual más una constante (que podría variar en el tiempo) asociada al riesgo del mismo.

2.1.2 Caminata Aleatoria 2: Incrementos INID

Suponer que la distribución de los cambios de los precios de un activo es constante en el tiempo es un supuesto fuerte. Por esta razón, la hipótesis de RW2 relaja este supuesto y permite a la distribución del error e_t cambiar durante distintos periodos. De esta forma, también se le permite a la volatilidad del error depender del tiempo incorporando heterocedasticidad a la volatilidad de los retornos de los activos financieros. A pesar de que RW2 es más débil que RW1, ésta sigue conteniendo la principal propiedad económica del modelo: no es posible crear una estrategia de inversión basándose en la historia del precio que presente retornos esperados por encima de μ , dado que no es posible predecir el precio.

⁴Para evitar calcular μ , que depende de la teoría de precios utilizada, se suele analizar el comportamiento del precio de un activo relativo al precio de otro activo. Esto se hace en la Sección 5.1.1.

Los tests utilizados para analizar la hipótesis de RW2 se pueden clasificar en dos tipos:

- **Reglas de Filtros:** Estos modelos consisten en crear reglas básicas de trading y analizar su desempeño comparado con el de mercado. No obstante, estas reglas son bastante básicas. Alexander (1961, 1964) las presentó como: un activo se compra si el precio incrementa $x\%$ y se mantiene hasta cierto umbral. Por otro lado, se toma una posición en corto si el precio cae $x\%$ y se liquida la posición en un nuevo umbral. A estas estrategias se les conoce como un filtro $x\%$. Fama (1965) y Fama y Blume (1966) mostraron que dichas estrategias presentaban un buen rendimiento para valores inferiores a 1%. No obstante, generaban tantas transacciones que los costos superaban las ganancias.
- **Análisis técnico:** Varios autores como Taylor y Allen (1992) y Lo, Mamaysky y Wang (2000) han demostrado que el análisis técnico ofrece información adicional de mercado que podría ser utilizada para generar una ventaja a la hora de tomar decisiones de inversión. Lo et al. (2000), tomando un periodo de 31 años para los mercados de Estados Unidos, muestran que “varios indicadores de análisis técnico realmente sí proveen incrementos en la información y podrían tener algún valor práctico”.

No obstante, las técnicas utilizadas para testear la hipótesis de RW2 son bastante simples y se basan en métodos por fuera del ámbito académico. Por tal motivo, este tipo de test no han tenido una gran acogida en la literatura.

Teniendo en cuenta lo anterior, la metodología que se propone en este documento tendría cabida en este rango de tests. No obstante, el aporte que se hace es ofrecer una herramienta técnica que involucra estadística no paramétrica (kernels de suavizamiento) y máquinas de aprendizaje (Logit, Random Forest y Support Vectors Machine) para demostrar que el precio de un activo sí es predecible, por lo que rechaza tanto RW1 como RW2.

Antes de continuar al modelo RW3, es importante abrir la discusión de cómo evaluar si una estrategia de inversión logra predecir el precio del activo o no. Por un lado, se esperaría que la estrategia genere retornos esperados positivos. Pero de igual forma, estos retornos deberían ser superiores a algún benchmark. Definir el benchmark correcto no es una tarea sencilla. Los modelos anteriormente explicados han sido comparados por la literatura contra la estrategia de buy-and-hold. El supuesto detrás de esta metodología de comparación es que el nivel de riesgo de la estrategia de trading es igual al nivel de riesgo del activo. Pero desconoce estrategias, como la mostrada en el presente texto, que solo retienen el activo por unos minutos alrededor de tres veces

al día. En el presente documento no se espera responder directamente esta pregunta. Sin embargo, se muestran evidencias concluyentes de que los retornos esperados de la estrategia planteada son efectivamente causados por la posibilidad de predecir el precio en el corto plazo; lo cual es suficiente para rechazar RW2.

2.1.3 Caminata Aleatoria 3: Incrementos no correlacionados

La hipótesis de RW3 es la teoría de caminata aleatoria más general y reciente en la literatura. En esta no se supone ninguna distribución de los retornos; solamente se desea comprobar que la Ecuación (5) se mantiene.

$$\text{Cov}[e_t, e_{t-k}] = 0 \quad \forall k.$$

La Ecuación (5) ha sido testada de varias formas. Las principales han sido correlogramas y pruebas de autocorrelación como las desarrolladas por Box y Pierce (1970) y Ljung y Box (1978). Sin embargo, dado que estas pruebas dependen del número de rezagos a incluir, se desarrolló la metodología de razones de varianzas (variance ratios). En Campbell et al. (2000) se presenta dicha metodología, la cual estudia la distribución de la razón entre varianzas. A continuación, se realizará una descripción breve de ella, aunque no se utilizará en el presente trabajo.

Defínase $r_t(2) = r_t + r_{t-1}$. Entonces, la razón de varianzas VR(2) es igual a la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \text{VR}(2) &= \frac{\text{var}[r_t(2)]}{2\text{var}[r_t]} = \frac{\text{var}[r_t + r_{t-1}]}{2\text{var}[r_t]} \\ &= \frac{2\text{var}[r_t] + 2\text{Cov}[r_t, r_{t-1}]}{2\text{var}[r_t]} \\ \text{VR}(2) &= 1 + \rho(1), \end{aligned}$$

donde $\rho(1)$ es el coeficiente de autocorrelación de primer orden de los retornos r_t . Si se desea que se cumpla RW3, es necesario que VR(2) sea estadísticamente igual a 1. Existen varias formas para construir estadísticos para el análisis de VR(2); de hecho, algunos logran incorporar heterocedasticidad en el término del error. A su vez, se puede generalizar dicha metodología para distintos VR(q). Este tipo de tests han mostrado que, aun en mercados eficientes, existe correlación entre los retornos de los activos y sus valores pasados (ver Campbell et al. (2000), Lo y MacKinlay (1999) y Hodrea (2015)).

Por ejemplo, Lo y Mackinaly (1999) usaron datos semanales entre 1962 y 1985 del índice CRSP NYSE-AMEX y encontraron que, en todo el periodo estudiado, al igual que en subperiodos de la muestra, el valor del coeficiente de autocorrelación de primer orden es aproximadamente igual a 30% (utilizando razones de varianzas). En esta misma línea, Roll (1984) muestra que aun cuando el precio de un activo sigue una caminata aleatoria y las transacciones solo ocurren entre las puntas (ask y bid), los cambios de precios resultantes siguen un proceso MA(1).

2.1.4 Los mercados son eficientes?

La literatura sigue apoyando la HME para los principales mercados del mundo; sin embargo, reconoce la necesidad de adecuar la teoría a los recientes hallazgos. Es de recordar que hasta el momento se ha demostrado que la teoría de caminata aleatoria no se cumple debido a la existencia de cierto nivel de predictibilidad en los precios de los activos. A pesar de ello, varios autores sostienen que esta predictibilidad es consecuencia de factores racionales específicos de los agentes del mercado, que son consistentes con la eficiencia de mercado (Dacorogna et al. (2001)). La principal dificultad es que en la literatura no se ha establecido una línea divisoria que permita definir hasta qué punto la predictibilidad observada no es considerada como una señal de ineficiencia.

... La principal dificultad es que en la literatura no se ha establecido una línea divisoria que permita definir hasta qué punto la predictibilidad observada no es considerada como una señal de ineficiencia.

Dada las anteriores afirmaciones, la presente investigación únicamente rechaza la hipótesis de caminata aleatoria. No obstante, se considera que para el caso colombiano el rechazo de la hipótesis de caminata aleatoria es una señal de ineficiencia de mercado, por lo que se deja para trabajos futuros establecer una definición de eficiencia que permita determinar si el mercado de TES es eficiente o no. La principal razón de ello es que el nivel de predictibilidad en el mercado de TES es relativamente alto y estable a través del tiempo. En esta línea, algunos autores afirman que la eficiencia debería ser medida en términos relativos (Farmer y Lo (1999)). Cuando se habla de la eficiencia de un motor no se espera que la máquina sea 100% eficiente, simplemente se prefiere un motor con un nivel de eficiencia del 40% sobre uno del 30%. Por tal motivo, en la Sección 5.1.1 se compara el desempeño del algoritmo de trading en el mercado de TES y en el de Bonos Gubernamentales de los Estados Unidos. En la comparación se observa que el mercado de TES es significativamente más predecible que el mercado norteamericano. Por otra parte, en el Anexo D se presentan los resultados mensuales del backtest y se concluye que la predictibilidad del mercado de TES ha sido constante durante los últimos 5 años. Por estas razones, se cree que lo observado en el estudio no es solamente el rechazo de la hipótesis de caminata aleatoria, sino también, una señal de ineficiencia de mercado; esto se explorara en futuras investigaciones. Antes de entrar a los modelos desarrollados, a continuación se presenta un breve resumen de literatura para el mercado accionario colombiano.

2.2 Estudios de Eficiencia en Colombia

Para el caso colombiano se observan distintas metodologías de prueba de eficiencia del mercado accionario. Ojeda y Castaño (2014) utilizan un modelo autorregresivo fraccionalmente integrado de medias móviles ARFIMA sobre el Índice General de la Bolsa de Valores de Colombia y concluyen que el IGBC no respeta la hipótesis de martingala, por lo que el mercado rechaza

la hipótesis de eficiencia en el sentido débil. Por su parte, Worthington y Higgs (2003) estudian para Latinoamérica, incluyendo a Colombia, el comportamiento de tests tipo Dick-Fuller, KPSS y razones de varianzas y encuentran que ningún mercado latinoamericano sigue un proceso de caminata aleatoria. Trujillo (2015) analiza la eficiencia de las acciones de Ecopetrol y Bancolombia por medio de estrategias de trading basadas en spreads y modelos estadísticos; en su investigación encuentra resultados similares a los anteriores. También se han realizado estudios de eventos. Gómez y Melo (2014) estudian el efecto del anuncio de problemas de liquidez de la principal comisionista de bolsa colombiana, Interbolsa. Este estudio concluye que los retornos de los activos financieros del país fueron afectados significativamente por dicho evento. Este tipo de estudios están ligados a los test de forma semifuerte que en el presente documento no se explicaron.

De los anteriores estudios resalta que no se ha analizado la eficiencia del mercado de TES que representa más del 75% del volumen transado en la Bolsa de Valores de Colombia. Para ofrecer un mejor contexto, a continuación se presenta una breve descripción del mercado a analizar, los datos y los supuestos utilizados.

3 Mercado colombiano, datos y supuestos

En el caso colombiano, como en muchos otros países en vía de desarrollo, los mercados financieros están caracterizados por su falta de liquidez y profundidad. Adicionalmente, esta falta de profundidad de los mercados financieros se ha visto incrementada tras la crisis del 2008 y la caída de Interbolsa. Estos dos acontecimientos han generado una mayor aversión de los inversionistas a utilizar sus recursos en los mercados financieros colombianos. Como se puede observar, en el reporte mensual de la Bolsa de Valores de Colombia (BVC) de enero de 2016, en enero de 2015 se operaba en promedio \$83,67 billones en la BVC, mientras que para finales de 2015 este monto se redujo a \$55,1 billones.

Por su parte, en la Figura (1) se observa que el 75,37% del total negociado en la BVC corresponde a transacciones de TES, alrededor de \$15,02 billones mensuales para diciembre de 2015. Lo anterior muestra que el mercado financiero colombiano, en su mayoría, está representado por el mercado de deuda pública.

PARTICIPACIÓN
EN EL
TOTAL
TRANSADO

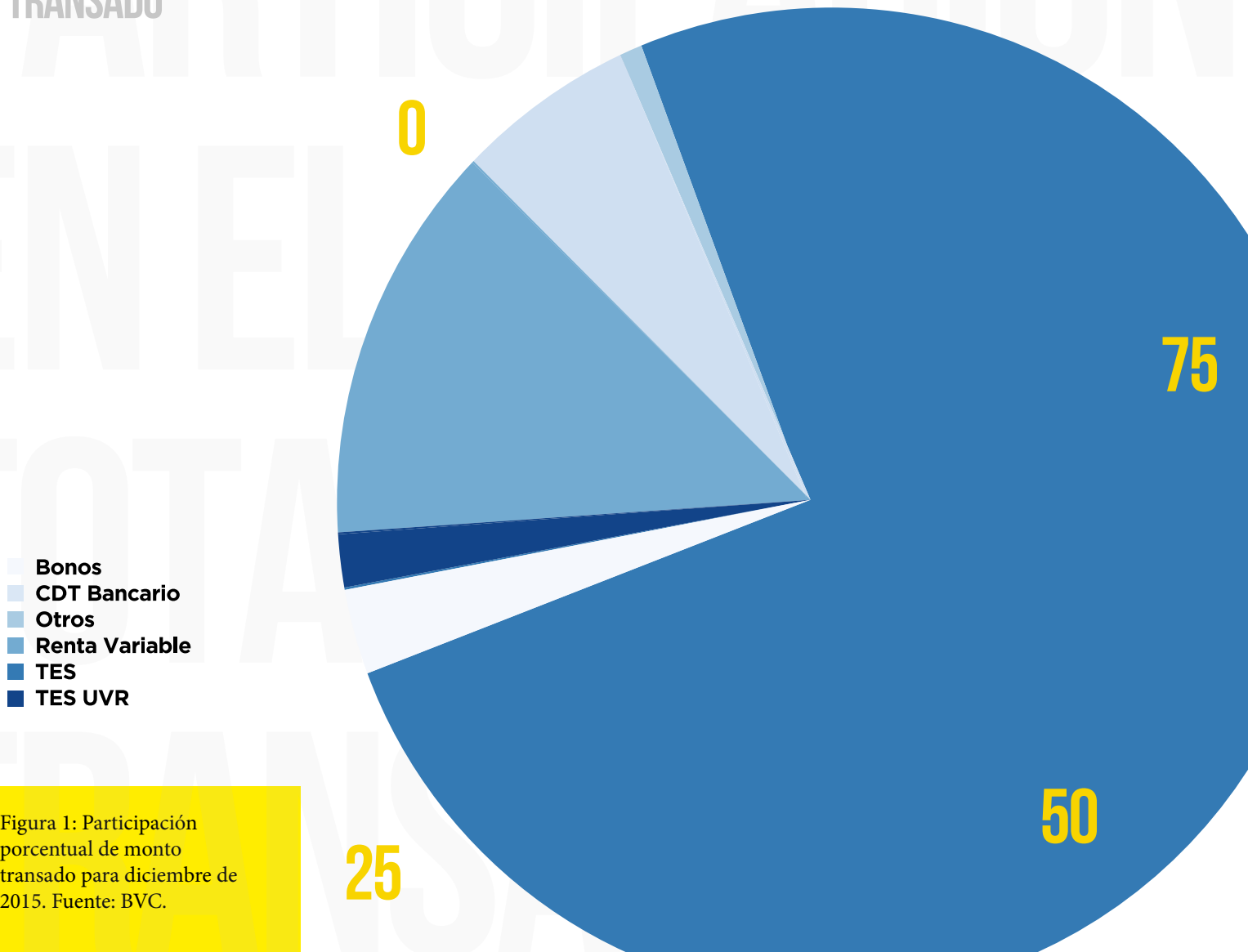


Figura 1: Participación porcentual de monto transado para diciembre de 2015. Fuente: BVC.

Los TES en Colombia pueden ser transados en el Sistema Electrónico de Negociación (SEN) administrado por el Banco de la República y en el Mercado Electrónico Colombiano (MEC) administrado por la Bolsa de Valores de Colombia. En el SEN pueden transar los creadores de mercado como el Banco de la República y los principales bancos del país. En el MEC pueden negociar además de los creadores de mercado, las corredoras de bolsa, compañías de financiamiento, entre otros. Los datos del SEN son públicos y se encuentran en la página del Banco de la República; por su parte, los datos del MEC fueron ofrecidos por la Corredora de Bolsa AFIN, mediante la consultora de matemáticas aplicadas Quantil, a quienes se le agradece por su colaboración. Es de resaltar que estos mercados coexisten, por lo que se juntaron ambas bases de datos para tener un análisis completo.

Los datos utilizados son las series intraday de los precios de los TES con vencimiento 24 de julio de 2024. El periodo utilizado comprende desde julio primero de 2011 hasta marzo 31 de 2016. Estos datos incluyen el monto operado de cada una de las transacciones, la tasa de transacción (precio) y la hora exacta de su operación. Se tomaron los TES 24's debido a que son los bonos más líquidos. No obstante, se espera que si se rechaza la hipótesis de caminata aleatoria en este tipo de TES, en los TES de menor liquidez la conclusión será la misma. De hecho, el algoritmo fue utilizado para predecir el precio de los bonos que vencían a mediados de 2016 y los resultados se mantuvieron. El volumen mensual transado de TES 24 se observa en la Figura (2).

⁵La BVC diferencia entre montos operados y montos negociados. Los primeros incluyen registro de operaciones, mientras que los segundos no.

⁶ A partir de mediados de 2011 los TES 24 se convirtieron en el bono de 10 años de referencia y se han mantenido hasta la fecha a pesar de que su expiración sea menor a 8 años.



Figura 2: Nocional mensual transado en el SEN y el MEC de TES 24s. Fuente: AFIN y Banco de la República. Cálculos del Autor.



Por facilidad, para el procesamiento de datos se toma como variable la tasa de mercado (yield), en vez del precio; no obstante, por convención en la literatura y facilidad para el lector, la teoría se desarrollará en términos de precios. Como referencia, ganar un punto básico, sobre un nocional de \$1,000 millones, era alrededor de \$1'000,000 cuando los TES tenían una duración de 10 años; sin embargo, a medida que se acerca la fecha de vencimiento (2024) el valor de un punto básico decrece. Actualmente es de alrededor de \$615,000.

Es de observar que no se tiene información de puntas de mercado (bid y ask), como consecuencia es necesario plantear los siguientes supuestos

3.1 Supuestos

Debido a que el mercado colombiano es ilíquido, se observan varias características específicas de este mercado que vale la pena resaltar. El mercado de TES se caracteriza por largos periodos sin transacciones, seguidos por cortos periodos de alto volumen de transacción. En la muestra existen 1,143 días y cada día está compuesto por 300 minutos de operación. De estos 342,900 minutos de operación,

205,527 no presentan transacción alguna. Cuando se toma la media del volumen transado por minuto, incluyendo los minutos sin transacción, se obtiene un valor de \$2.58 mil millones; al retirar los minutos sin transacción, el valor asciende a 6.44 mil millones.

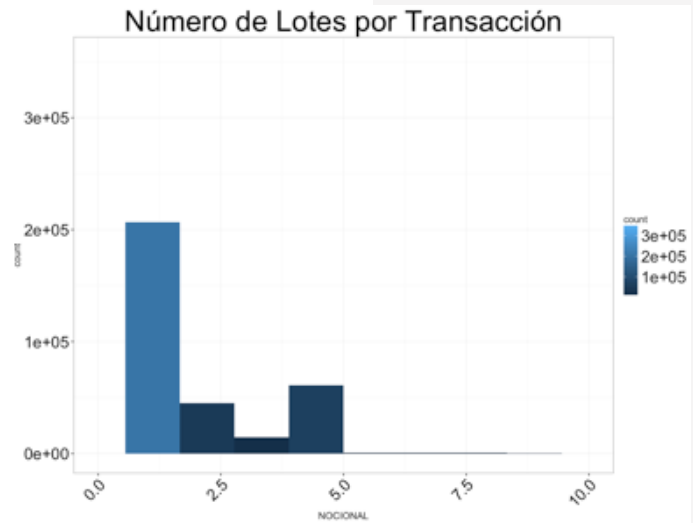
Con el fin de hacer un Backtest robusto es necesario respetar el orden de llegada de la información. Por tal motivo, se debe simular, con la información que se tendría en cada momento del Backtest, lo que el algoritmo podría haber efectivamente realizado. Debido a que no se tiene información de las puntas de mercado (bid y ask), el principal supuesto que se hace es que en los intervalos de tiempo que no se observan transacciones, el precio de mercado es igual al último precio observado. No obstante, este supuesto no es tan relevante como parece; si se toma la tarea de observar una pantalla de trading, se puede ver que las puntas de mercado no se mueven significativamente cuando no hay operaciones.

De igual forma, para mitigar el impacto del supuesto, solo se le permite al algoritmo abrir una posición cuando acaba de ocurrir una transacción hace menos de un minuto. Dada la dinámica de trading explicada anteriormente, cuando acaba de ocurrir una transacción es muy probable que

se pueda transar a ese mismo precio, de hecho, existiría la posibilidad de transar a un precio más favorable. No obstante, para cerrar una posición sí es permitido hacerlo en cualquier momento al último precio reportado. Esta asimetría surgió por facilidad en el procesamiento de datos.

El siguiente supuesto principal es que las acciones que realizaría el algoritmo no afectarían el precio futuro. Para esto, los cálculos que se van a realizar serán basados en suponer que el algoritmo puede invertir en un nocional máximo de \$1,000 millones de pesos; cuando se tiene una posición abierta solo se puede mantener o cerrar la posición, no se puede aumentar el nocional. Como se observa en la Figura (3) en promedio se transan \$1.289 millones por transacción y se realizan 2 transacciones por minuto. De esta forma, se considera que una inversión máxima de un nocional de \$1,000 millones no alcanza a afectar las puntas. Es de notar que un nocional de \$1,000 millones es un monto bajo (el monto mínimo por transacción es de \$500 millones); no obstante, existe una posibilidad limitada de reescalar la inversión sin afectar las puntas considerablemente.

Figura 3: Número de lotes de \$1,000 millones por transacción observada (por facilidad visual se eliminó la barra correspondiente a 0). Fuente: AFIN y Banco de la República. Cálculos del autor.



Por último, debido a que existen altas volatilidades al comienzo y final de la jornada de trading, al algoritmo no se le permite abrir ninguna posición sino hasta 30 minutos después de la apertura de mercado (8:30a.m.) y 30 minutos antes del cierre (12:30p.m.). A su vez, este debe cerrar su última posición a más tardar a las 12:40p.m. El propósito de estas reglas es evitar tomar posiciones overnight. Con esta información, a continuación se presentan las diferentes estrategias de trading utilizadas en la investigación.



04 | ESTRATEGIAS DE TRADING

En este documento solo se mostrarán las metodologías más relevantes de la investigación. Lo anterior dado que se probaron más de 10 formas de realizar una estrategia de trading con distintas herramientas estadísticas de predicción. Entre estas herramientas estadísticas se encuentran los modelos Logit, Random Forest, y Support Vectors Machine (SVM).

Inicialmente se mencionó que el procesamiento de los datos y los resultados por facilidad se desarrollaron con la tasa de mercado en vez del precio del bono. Sin embargo, por convención en la literatura y facilidad para el lector, la notación está en términos del precio del activo (existe una relación inversa entre tasa y precio de mercado). Es de notar que una vez se tiene uno de los dos valores, se puede obtener directamente el otro.

De forma general, todas las estrategias estudiadas se pueden resumir de la siguiente forma: Sea $f^\tau(\Phi_t)$ una función (ya sea el modelo logit, los árboles de decisión o SVM) que toma como argumento de entrada la información histórica (Φ_t) del precio del activo, conocida hasta el momento t , y que predice una variable z :

$$z = f^\tau(\Phi_t).$$

z es una variable discreta en el caso del modelo Logit; para Random Forest y SVM, z es una variable continua. Por su parte, τ representa el horizonte de tiempo de pronóstico y está medido en minutos y tiempo discreto; también t está medido en minutos y tiempo discreto. De esta forma, las estrategias de trading consisten en tomar una decisión de compra, venta o espera dependiendo del valor de z . Los algoritmos solo pueden comprar o tomar una posición en corto cuando no se tienen ninguna posición abierta. Una vez se

abre la posición, las únicas decisiones que puede tomar el algoritmo es mantener la posición hasta $t+1$ o cerrarla; no se permite duplicar una posición.

Para el modelo logit, las decisiones son directas dependiendo de la categoría generada por $f^{\tau}(\Phi_t)$ (ver Sección 4.2.1). En el caso de los modelos con variable de salida continua, la decisión de compra o venta se toma a partir de umbrales que dependen de las predicciones históricas del modelo (ver Secciones 4.2.2 y 4.2.3).

Para todos los modelos, el mercado se revisa cada minuto. Cuando se decide comprar el activo, éste se retiene hasta el periodo $t+1$. En $t+1$ se debe predecir de nuevo $f^{\tau}(\Phi_{t+1})$ y volver a tomar la decisión. Este proceso se repite hasta que $f^{\tau}(\Phi_t)$ cruce un nuevo umbral, en el caso en que z sea una variable continua, o que tome la categoría correspondiente a cerrar la posición. En ambos casos, se vende el activo. Como ya se mencionó, es posible tomar una posición en corto para generar ganancias cuando el mercado está cayendo. En dado caso, la estrategia consiste en revisar el mercado cada minuto, recalcular z y decidir si se cierra la posición o se mantiene hasta el siguiente minuto.

Para determinar el valor de τ se realizaron varios Backtest para distintos valores de τ (1, 2, 3, 5, 8, 10, 15 y 20 minutos). Dependiendo de los resultados en el Backtest, para cada modelo se selecciona un τ distinto. A este punto, vale la pena aclarar que varios de los parámetros de los modelos fueron escogidos sin realizar un proceso de optimización robusto, por capacidad computacional. Por tal motivo, en trabajos futuros se realizarán procesos de optimización en aras de buscar mejores resultados.

En este orden de ideas, la riqueza del algoritmo dependerá de la función $f(\Phi_t)$ y en gran medida de lo que se tome como información Φ_t . Como ya se dijo, las funciones a utilizar fueron un modelo Logit, un Random Forest y un SVM; no obstante, se entrará un poco más al detalle de cada uno cuando se muestren sus resultados.

4.1 Variables de entrada

Es preciso aclarar que tanto la estrategia como las variables de entrada varían para cada uno de los modelos y fueron escogidas dependiendo de su desempeño en los Backtest. De hecho, trabajos futuros también podrían

incluir procesos de optimización robustos para la selección de variables.

De forma general, las variables de entrada son distintas formas de medir la distancia entre el precio actual y su historia. Las variables se describen a continuación:

- Las primeras variables de la forma $P_t - P_{(t-s)}$, donde $s \in (1, 3, 5, 7, 10, 20, 30)$, representan el cambio del precio con respecto al precio de s minutos atrás.
- La función $k(P_{t,j})$ es una función de suavización exponencial "Kernel" que pondera por el monto de cada transacción y les da más peso a las transacciones más recientes. Entre menor sea el valor de j , menor será el peso asignado a las transacciones más antiguas. De esta forma, las variables $P_t - k(P_{t,j})$ representan el cambio del precio actual con respecto a la suavización exponencial ponderada por monto transado de j minutos atrás (su tendencia); j está medido en minutos, pero, a diferencia de los demás subíndices, puede tomar valores continuos. Los valores utilizados fueron ("03,0", "1,0", "3,0", "7,1,6,10,20").
- $\text{Var}(P_t, P_{(t-\tau)})$ representa la varianza del precio de las transacciones que han ocurrido minutos hacia atrás. Nótese que se toma un valor de igual intervalo de pronóstico de la Ecuación 7. De nuevo, éste es un parámetro que se podría optimizar en trabajos futuros.
- Por último, $\text{Sum}(q_t, q_{(t-\tau)})$ representa el volumen total operado de las transacciones que han ocurrido minutos hacia atrás.

Durante la investigación se observó que los kernel de suavizamiento son una fuente de información de gran riqueza para los modelos. Lo et al. (2000) utilizan un kernel de suavizamiento exponencial (sin ponderar por monto transado) para evaluar el desempeño del Análisis Técnico y encuentran resultados similares: el kernel de suavizamiento se adapta bastante bien a los datos financieros.

En la presente investigación se utilizó un kernel exponencial ponderado por monto de transacción expresado por la Ecuación (9).

⁷Dado que los precios llegan en tiempos no discretos, los kernels solamente se estimaron cada vez que una transacción ocurría. Tras ello, su valor se dejó constante hasta el arribo de una nueva transacción.

$$k(P_t, j) = \frac{\sum_{u=1}^t (w_{t-u} \cdot N_{t-u} \cdot P_{t-u})}{\sum_{u=1}^t (w_{t-u} \cdot N_{t-u})} \quad \forall u \leq t$$

$$w_{t-u} = \frac{e^{-\frac{|t-u|}{j}}}{j}$$

$$w_{t-u} = \frac{3}{4} * \left(1 - \left(\frac{t-u}{j}\right)^2\right) * \mathcal{J}_{\left\{\frac{|u|}{j} < 1\right\}}$$

$$w_{t-u} = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot j} * e^{-\frac{(t-u)^2}{2}}$$

donde N_t representa el notional de la transacción ocurrida en el periodo t y $|x|$ representa el valor absoluto de x . Todos los subíndices están medidos en minutos y toman valores continuos; la llegada de transacciones no ocurre en tiempo discreto. Es de notar que por lo general se utiliza la Ecuación (9) $\forall u$; sin embargo, dado que se quiere realizar un backtest, no es posible incluir información que no se tenga hasta el periodo t . Por tal motivo, cualquier $u > t$ queda descartado y el Kernel solo es utilizado hasta t .

En la literatura se observa que el valor de j (o bandwidth) debe ser optimizado. Este representa el espacio de tiempo a ponderar; entre mayor sea el valor de j , mayor será el peso otorgado a las observaciones más antiguas. Lo et al. (2000) exponen un proceso de optimización para el ancho de banda llamado cross-validation (distinto al concepto usado en machine learning). Este consiste en estimar, para distintos j , excluyendo la observación t ($u \neq t$), el valor equivalente de $k(P_t, j)$. Al final se minimiza el error cuadrático de $P_t - k(P_t, j)$. Los autores encuentran que dicho proceso de optimización resulta en un ancho de banda muy superior al deseado y que debe ser dividido entre 3 (empíricamente observan esta característica). El proceso de cross-validation se realizó sobre 300 días aleatorios de la muestra del mercado de TES, y a diferencia de lo encontrado por los anteriores autores, se obtuvo un ancho de banda muy bajo (menos de un minuto). Esto responde a las características ya mencionadas del mercado analizado: largos periodos donde no se observan transacciones, seguidos por periodos de alta transaccionalidad. Lo anterior genera que la mejor predicción de P_t se consiga al ponderar periodos muy pequeños de tiempo por medio de un $j < 1$.

Se corrió el backtest utilizando el ancho de banda obtenido por la anterior metodología de optimización; sin embargo, se obtuvo un desempeño inferior al observado al incluir varios anchos de banda. Con esto se concluye que los distintos valores de j permiten a los modelos diferenciar tendencias de distintos plazos sobre el precio del activo. Esta información es discernida por el modelo estadístico ofreciendo un mayor poder predictivo. De igual forma se probó el kernel Epanechnikov y el kernel Gaussiano de las Ecuaciones (10) y (11) respectivamente, sin encontrar un mejor desempeño en el backtest:

Adicional a las variables de entrada, es necesario especificar la frecuencia de calibración del modelo y la cantidad de observaciones utilizadas para calibrarlo. Para poder realizar un backtest de forma precisa, es necesario garantizar que la estrategia de trading no utilice información que no se tendría en el momento t . Por ello, de forma estándar, cada modelo se calibra mensualmente exclusivamente con información que se conocería al momento de calibración. Sin embargo, la cantidad de información utilizada (número de meses atrás m) para calibrar el modelo variará dependiendo de su desempeño en cada una de las herramientas estadísticas.

⁸De forma más precisa, el percentil 85 corresponde al histórico empírico de los cambios en precios en lapsos iguales a τ minutos del mes inmediatamente anterior al mes que se va a pronosticar.

4.2 Herramientas estadísticas de predicción

Tras haber descrito las variables de entrada de los modelos, a continuación se presentan las herramientas estadísticas utilizadas (Logit, Random Forest y SVM) y las estrategias de trading que se diseñan a partir de ellas.

4.2.1 Logit

Para el modelo Logit Multinomial el mejor resultado fue obtenido al incluir todas las variables mencionadas anteriormente (Sección 4.1) excepto $\text{Sum}(q_t, q_{(t-\tau)})$. Por su parte, el valor óptimo de τ es igual a 10 y se utilizan 6 meses de historia para calibrar el modelo ($m=6$).

Para el modelo Logit, la variable de salida de $f(\phi_t)$ es una variable categórica, la cual se divide en 5 posibles categorías: “S”, el precio va a ser estable; “U” el precio va a subir; “RU” el precio va a subir por encima del percentil 85 del histórico del mes anterior, “D” el precio va a bajar; “RD” el precio va a caer por debajo del negativo del percentil 85 del histórico del mes anterior. De esta forma, la estrategia a implementar es la siguiente. Si

$$f^{10}(\phi_t) = \text{RU} \setminus,$$

se compra el activo. Se analiza el mercado cada minuto y se pronostica de nuevo $f^{10}(\phi_t)$.

Así, se retiene el activo hasta que

$$f^{10}(\phi_t) = \text{S, D o RD} \setminus.$$

La estrategia para la posición en corto

$$f^{10}(\phi_t) = \text{RD}$$

es análoga. Como es de esperar, los resultados del modelo Logit, por ser basados en una variable categórica, presentan el backtest con menor poder predictivo.

4.2.2 Random Forest

Random Forest es una metodología de aprendizaje de máquinas. Debido a que es un método de predicción poco conocido, en el Anexo A se ofrece una breve descripción de la metodología. Para este modelo se encontró que las mejores variables para predecir son las observadas en la siguiente Ecuación:

$$f^2(\phi_t) = f^2(P_t - P_{(t-s)}, P_t - k(P_{(t,j)})).$$

Por su parte, el τ óptimo es igual a 10 minutos, el número de meses para calibrar el modelo es igual a 4 meses y se generaron 1.000 árboles aleatorios. Dado que $f^{10}(\phi_t)$ es una variable continua para RF, la estrategia de trading se define de la siguiente forma: Si $f^{10}(\phi_t)$ es superior al percentil 99 de las predicciones realizadas sobre el último mes de calibración, se compra el activo. Se revisa el mercado cada minuto y se retiene hasta que $f^{10}(\phi_t)$ sea menor o igual a 0. Por el contrario, si $f^{10}(\phi_t)$ es inferior al negativo del percentil 99 de las predicciones realizadas sobre el último mes de calibración se toma una posición en corto. Esta se mantiene hasta que $f^{10}(\phi_t)$ sea mayor o igual a 0.

⁸De forma más precisa, el percentil 85 corresponde al histórico empírico de los cambios en precios en lapsos iguales a τ minutos del mes inmediatamente anterior al mes que se va a pronosticar.

⁹Originalmente el SVM también predecía una variable categórica. Debido a esto, uno de los modelos de comparación era el modelo logit. No obstante, se encontró que el SVM tenía un mejor desempeño si la variable de pronóstico se trataba como continua.

4.2.3 Support Vectors Machine

Al igual que en el caso de Random Forest, en el Anexo B se puede observar una breve descripción de la metodología de SVM. Para dicho modelo, las variables a utilizar son las observadas en la siguiente Ecuación:

$$f^2(\phi_t) = f^2(P_t - P_{(t-s)}, P_{t-k}(P_{(t,j)})).$$

De forma óptima τ es igual a 2; para este modelo se utilizaron los últimos 6 meses para realizar la calibración ($m=6$). Para el SVM, se utilizó un Kernel Radial con parámetros $c=\gamma=2^{-6}$. Dado que $f^2(\phi_t)$ es una variable continua, la estrategia de trading es la siguiente: Si $f^2(\phi_t)$ es superior al percentil 98.5 de las predicciones realizadas sobre el último mes de calibración, se compra el activo. Se revisa el mercado cada minuto y se retiene el activo hasta que $f^2(\phi_t)$ sea menor o igual a 0. Por el contrario, si $f^2(\phi_t)$ es inferior al negativo del percentil 98.5 de las predicciones realizadas sobre el último mes de calibración, se toma una posición en corto. Esta se mantiene hasta que $f^2(\phi_t)$ sea mayor o igual a 0.

4.3 Equivalente de Certeza

Con el fin de realizar una comparación más acertada de los modelos, se decidió utilizar el Equivalente de Certeza correspondiente a la distribución de ganancias de cada uno de los modelos. Para calcular el Equivalente de Certeza se utiliza una función de utilidad HARA de la siguiente forma:

$$U(x) = -(x + 100)^{-0.4},$$

donde x está medido en puntos básicos. Así, la aversión al riesgo es una función decreciente igual a:

$$A(x) = \frac{-U''(x)}{U'(x)} = \frac{1.4}{x+100}.$$

Esto significa que la aversión al riesgo es inversamente proporcional a las ganancias. En particular los parámetros son escogidos a priori. Sin embargo, para entender la aversión al riesgo de esta función de utilidad, se puede tener en cuenta que una lotería que paga con 50% de probabilidad 0 y 50% de probabilidad 100 puntos básicos tiene un equivalente de certeza de 38.075. En otras palabras, una persona con esta función de utilidad sería indiferente entre tener un pago de 38.075 puntos básicos con 100% de probabilidad y la lotería anteriormente descrita.



Lo anterior se puede observar en la siguiente ecuación:

$$\frac{-(100 + 100)^{-4} - (100 + 0)^{-4}}{2} = -(100 + x)^{-4},$$

de nuevo, estos valores son escogidos por el Autor y su connotación es únicamente intuitiva.



05 | RESULTADOS

En esta sección se muestran los principales resultados de los tres modelos. Para cada uno se presenta un histograma de las ganancias (Anexo C) y un cuadro resumen de los resultados. En los histogramas se pueden observar algunas de las medidas descriptivas del PyG de cada algoritmo, al igual que medidas de riesgo como el VaR y el CVaR. Por su parte, los cuadros contienen la siguiente información: PyG Total, es el número de puntos básicos (PB) ganados; Número de entradas, es el número de veces que se abre y se cierra una posición; PyG Promedio, es el resultante de dividir los dos anteriores valores; Duración de Posiciones, es el tiempo promedio medido en minutos que se tuvieron abiertas las posiciones; E. Certeza, es un PyG promedio ajustado por riesgo (ver Sección 4.3); P. Éxito, es el número de veces que se ganó dinero sobre el total de entradas; PyG|E, es el promedio del PyG dado que se ganó dinero; PyG|P, es el promedio del PyG dado que el pronóstico fue equivocado; E|P, es igual al número de éxitos sobre el número de pérdidas; por último, PyG EC es el valor del PyG promedio corregido por riesgo (equivalente de certeza) multiplicado por el número de entradas y la duración del bono, menos los costos de transacción multiplicados por el número de entradas (su valor se encuentra en millones de pesos netos).

¹⁰ El costo de transacción de una comisionista de bolsa colombiana en el mercado de TES es de alrededor de \$20,000 por posición. Este es un costo fijo. Debido a esto, se supone que existe un costo total de entrada y salida de \$40,000.

Cuadro 1: Estadísticas de los resultados de los algoritmos de trading Logit, Random Forest y SVM. Fuente: AFIN y Banco de la República. Cálculos: del Autor.

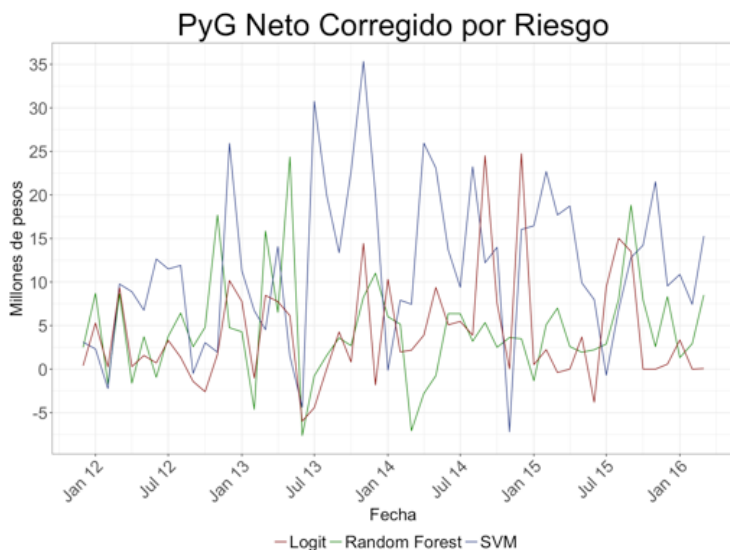
Figura 4: PyG mensual de cada uno de los algoritmos. Fuente: AFIN y Banco de la República. Cálculos del Autor.

	PyG Total	Número de Entradas	PyG Prom	Duración Posiciones	E. Certeza	P.Éxitos	PyG Éxito	PyG Pérdida	E P	PyG EC
Logit	362.80	2224	0.16	6.50	0.16	0.53	0.69	-0.84	2.20	209.99
RF	425.70	2931	0.15	6.84	0.14	0.52	0.79	-0.83	1.63	237.15
SVM	899.90	3396	0.26	10.03	0.26	0.69	0.73	-1.05	3.03	607.85

Como se había mencionado anteriormente, el modelo Logit es el de menor poder de pronóstico. No obstante, con un PyG corregido por riesgo (PyG EC) de \$210 millones, el PyG después de costos de transacción es positivo. El equivalente de certeza es de 0.16 p.b. y la probabilidad de éxito es 2.2 veces mayor a la de pérdida.

Para el modelo predictivo Random Forest el PyG EC es positivo y superior al del modelo logit (\$237 millones). De igual forma, la probabilidad de éxito es 1.62 veces la probabilidad de pérdida.

Por último, en las figuras del Anexo (C) y en el Cuadro (1) se muestran los resultados del algoritmo de trading basado en SVM. Al igual que en el caso del modelo Logit y Random Forest, el PyG EC es positivo, aunque superior a los dos modelos anteriormente mencionados (\$604 millones). Lo mismo sucede con la probabilidad de éxito que es igual a 2.95 veces la probabilidad de pérdida y el equivalente de certeza que es igual a 0.26 p.b.



El PyG mensual neto corregido por riesgo se puede observar en la Figura 4, y en el Anexo D se presentan los detalles mensuales para el modelo de SVM. En ellos se observa que, para el SVM, solo en 6 meses de 52 de muestra, el algoritmo presenta pérdidas netas. Este valor para el Logit y el RF es de 8 y 10 respectivamente. El valor esperado del PyG mensual corregido por riesgo para el SVM, el RF y el modelo logit sería de \$11.68, \$4.51 y \$4.01 millones de pesos. Como consecuencia de ello, se puede afirmar que sí es posible crear una estrategia de trading con retornos esperados positivos y predecir el precio de los TES. De esta forma, se comprueba que el precio de los TES 24's no refleja toda la información disponible y no sigue una caminata aleatoria, por lo que se rechaza RW2.

¹¹ De igual forma, se corrió para los 5 años de información de TES el algoritmo sin ponderar por monto y los resultados no cambian significativamente.

5.1 Comparación con otros Mercados y Activos

Siguiendo la discusión planteada en la sección 2.1.4, a continuación se presenta el Backtest sobre el mercado norteamericano y sobre otras referencias de TES.

5.1.1 SVM: Mercado de Bonos de los Estados Unidos

El algoritmo basado en SVM, por ser el de mayor predictibilidad, fue utilizado para predecir el precio del Bono Gubernamental Genérico a 10 años de los Estados Unidos tomado de Bloomberg. Esta herramienta solo permite descargar una cantidad limitada de historia de datos intraday para este activo, por lo que solamente se recuperaron 12 meses de información. De igual forma Bloomberg no ofrece información del volumen transado, por lo que solamente se utilizó el kernel de suavizamiento sin ponderar por monto transado.

Los resultados se presentan en el Cuadro (2). En estos se observa que el nivel de predictibilidad del algoritmo se reduce drásticamente. A pesar de que la probabilidad de éxito es bastante alta con respecto a la probabilidad de pérdida (3.26 veces), el PyG dado éxito es significativamente inferior a lo observado en el mercado de TES. Por su parte, el PyG promedio es de 0.07 pb mientras que en los TES es de 0.26. Las variables de entrada y el valor de τ no son necesariamente las óptimas para el mercado estadounidense; sin embargo, los anteriores resultados son evidencia de que el mercado de TES es más predecible que el mercado norteamericano.

	PyG Total	Número de Entradas	PyG Prom	Duración Posiciones	E. Certeza	P.Éxitos	PyG Éxito	PyG Pérdida	E P
Enero	17.53	202	0.09	2.62	0.09	0.59	0.25	-0.31	2.93
Febrero	39.06	489	0.08	2.99	0.08	0.59	0.25	-0.39	3.44
Marzo	29.14	435	0.07	2.63	0.07	0.56	0.21	-0.34	3.70
Abril	29.41	569	0.05	3.43	0.05	0.49	0.21	-0.30	2.75
Mayo	7.00	119	0.06	3.69	0.06	0.52	0.19	-0.42	5.17
Junio	1.20	15	0.08	2.07	0.08	0.53	0.19	-0.34	8.00
Julio	0.17	25	0.01	3.12	0.01	0.60	0.20	-0.41	2.14
Agosto	-0.52	56	-0.01	3.34	-0.01	0.38	0.19	-0.33	1.50
Septiembre	3.81	79	0.05	4.03	0.05	0.54	0.21	-0.27	2.26
Octubre	9.90	88	0.11	2.95	0.11	0.68	0.20	-0.45	12.00
Total	136.70	2077	0.07	3.08	0.07	0.55	0.22	-0.34	3.26

5.1.2 Tes 24 relativos a los TES 16

Para dar completitud a la investigación, el algoritmo de SVM fue utilizado para predecir el precio de los TES con vencimiento 2016 y la diferencia de la tasa entre los 24 y los 16. En el Cuadro (3) se observan el desempeño del algoritmo y se concluye que los resultados son robustos y efectivamente es posible predecir el precio de los TES a futuro. Esto se concluye al obtener equivalentes de certeza de 0.32 y 0.58 puntos básicos.

Es necesario reconocer que realizar un Backtest sobre los spreads es un ejercicio principalmente teórico. En la práctica se dificulta comprar y vender dos activos distintos al mismo tiempo teniendo en cuenta el diferencial de liquidez entre las dos referencias.

Cuadro 3: Estadísticas de los resultados del algoritmo de trading SVM para los TES 16 y la diferencia entre los 24's y 16's. Fuente: AFIN y Banco de la República. Cálculos: del Autor.

	PyG Total	Número de Entradas	PyG Prom	Duración Posiciones	E. Certeza	P.Éxitos	PyG Éxito	PyG Pérdida	E P
16's	465.40	1380	0.34	22.91	0.32	0.66	1.03	-1.48	2.82
24's-16's	2291.20	3929	0.58	9.25	0.58	0.81	0.87	-0.85	5.45

6 Conclusiones

En este documento se analizó el cumplimiento de la hipótesis de caminata aleatoria para el principal mercado financiero colombiano, el de deuda pública, en particular su activo más líquido, los TES 24. La investigación desarrollada se enfocó en los test de forma débil, que consisten en comprobar si el precio del activo siempre refleja completamente toda la información disponible. Los principales resultados encontrados muestran que para el caso de los TES colombianos esto no se cumple. Dicha comprobación es realizada por medio de una estrategia de trading que, utilizando un modelo de predicción estadístico, anticipa el movimiento del precio de los TES. Al final, por medio de un Backtest, se encuentra que los retornos esperados de la estrategia de trading son positivos y superiores a los costos de transacción. Debido a esto, se puede afirmar que el precio de los TES 24's y sus retornos no siguen una caminata aleatoria.

En los resultados de los Backtest se observa que el desempeño del modelo se preserva en distintos periodos el tiempo y casi no se observan pérdidas acumuladas por mes. De igual forma, los resultados se mantienen utilizando otras referencias de TES y la diferencia entre el precio de dos referencias (análisis relativo). Por otra parte, al implementar el algoritmo en el mercado estadounidense se encuentran retornos esperados positivos, aunque sustancialmente inferiores a los presentados en el mercado de TES. Como ya se mencionó, debido a que en la literatura no hay una definición que determine hasta qué punto un mercado que se pueda predecir se sigue considerando como eficiente, los anteriores resultados no son suficientes para determinar ineficiencia en el mercado de TES. No obstante, se considera que el resultado de la investigación abre la oportunidad para estudiar la eficiencia del mercado de TES en trabajos futuros. Por tal motivo, para futuras investigaciones se espera desarrollar un modelo que defina un benchmark que pueda ser utilizado para determinar si la predictibilidad de un mercado (observada en un Backtest) es señal de ineficiencia.

Por otra parte, se resalta que el principal valor agregado ofrecido por la investigación es el algoritmo de trading desarrollado. Si bien, el fin de este texto tiene como objetivo la comprobación de la hipótesis de caminata aleatoria en un mercado en particular, la metodología desarrollada podría ser utilizada para analizar otros mercados financieros. De igual forma, además de tener aplicaciones académicas, el algoritmo podría ser utilizado como una estrategia de inversión en la vida real.

Con respecto a la metodología desarrollada, los trabajos expuestos en la revisión de literatura rechazan la hipótesis de caminata aleatoria por medio de pruebas estadísticas sobre muestra. A diferencia de estos estudios, el presente documento demuestra que, para el mercado colombiano, la predictibilidad observada dentro de muestra puede ser utilizada para predecir el precio fuera de muestra. De esta forma, se considera que los Backtest son una metodología más robusta dado que permiten determinar si lo observado en muestra puede ser efectivamente utilizado para generar una estrategia con retornos esperados positivos.

Por otro lado, existen posibilidades de optimizar los parámetros utilizados como los bandwidth, el periodo de calibración y el número de minutos a predecir (τ) al igual que la selección de variables. De ello, se esperaría mejorar aun más el poder de pronóstico de los modelos.

Finalmente, debido a que el mercado presenta señales de ineficiencia en el sentido débil (rechazo de la hipótesis de caminata aleatoria), se esperaría que también las presente en el sentido semifuerte y fuerte. A causa de ello, trabajos futuros incluirán test de tipo semifuerte y fuerte para el mercado de TES. Posiblemente de esta forma se logre determinar si el mercado es eficiente o no. Se esperaría que ésto fuera un llamado para las autoridades regulatorias de promover el mercado financiero colombiano.



Alexander, S. (1961) Price Movements in Speculative Markets: Trends or Random Walks. *Industrial Management Review*. 76. pp 7-26.

Alexander, S. (1964) Price Movements in Speculative Markets: Trends or Random Walks. *The random Character of Stock Markets Prices*. MIT Press.

Campbell, J. Lo, A. MacKinlay, G. (1997). *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton University Press. New Jersey.

Chordia, T., Roll, R., Subrahmanyamb, A. (2004). Evidence on the Speed of Convergence to Market Efficiency.

Chordia, T., Roll, R., Subrahmanyamb, A. (2008). Liquidity and market efficiency. *Journal of Financial Economics*.

Dacorogna, M. Gençay, R. Müller, U. Olsen, R. Pictet, O. (2001) *An introduction to High-Frequency Finance*. Academic Press.

Fama, E. (1965). The Behavior of Stock Market Prices. *Journal of Business*. 38. pp 34-105.

Kendal, M. (1953). The analysis of Economic time-series. Part 1: Prices. *Journal of the Royal Statistical Society*. 96.

Fama, E. Blume (1966) Filter Rules and Stock Market Trading Profits. *Journal of Business*. 39.

Fama, E. (1970). Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. *The Journal of Finance*, Vol. 25, No. 2, Papers and Proceedings of the Twenty-Eighth Annual Meeting of the American Finance Association New York. 25. pp 383-417.

Farmer J. Lo A. (1999). Frontiers of finance: Evolution and efficient markets. This paper is a summary of a session presented at the tenth annual symposium on Frontiers of Science, held November 19-21, 1998, at the Arnold and Mabel Beckman Center of the National Academies of Sciences and Engineering in Irvine, CA.

Hautsch, N. (2012). *Econometrics of Financial High-Frequency Data*. Springer. Heidelberg Dordrecht London New York.

Hastie, T., Tibshirani, R., & Friedman, J. (2009). *The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference and Prediction*. (Segunda ed.). Springer.

Hodrea R. (2015). An intraday analysis of the market efficiency-liquidity relationship: the case of BVB stock exchange. *Procedia Economics and Finance*. 32. pp 24-25.

James, G., Witten, D., & Hastie, T. (2013). *Introduction to Statistical Learning with Applications in R*. Springer Heidelberg Dordrecht London New York.

Lo A., Mamaysky H., Wang J. (1988). Stock Market Prices do not Follow Random Walks. *Review of Financial Studies*.

Lo A., Mamaysky H., Wang J. (2000). Foundations of Technical Analysis: Computational Algorithms, Statistical Inference, and Empirical Implementation. *The Journal of Finance*. 4. pp 1705-1765.

Lo A., MacKinlay G (1999). *A Non-Random Walk Down Wall Street*. Princeton University Press.

Moore, A. (1962). *A Statistical Analysis of Common Stock Prices*. PhD Tesis. Universidad de Chicago.

Ojeda, C., Castaño, E. (2014). Prueba de Eficiencia Débil en el Mercado Accionario Colombiano. *Universidad de Medellín. Semestre Económico*. 17. pp 13-42.

Roll, R. (1984). A Simple Implicit Measure of the Effective Bid-Ask Spread in an Efficient Market. *The Journal of Finance*, 39, pp 1127-1139.

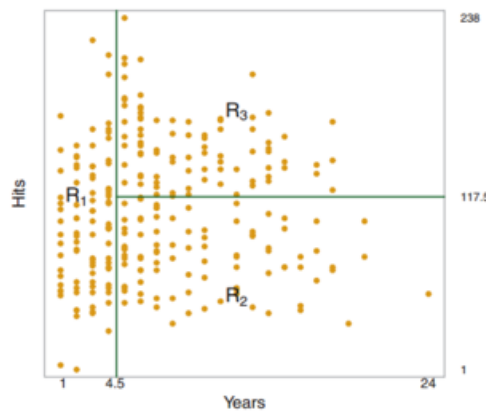
Rosales, R., Perdomo, J., Morales, C., & Urrego, J. (2013). *Fundamentos de Econometría Intermedia: Teoría y Aplicaciones*. Bogotá: Ediciones Uniandes.

Trujillo (2015). *Trading algorítmico: un análisis para el mercado financiero colombiano*. Tesis de Pregrado Universidad de los Andes.

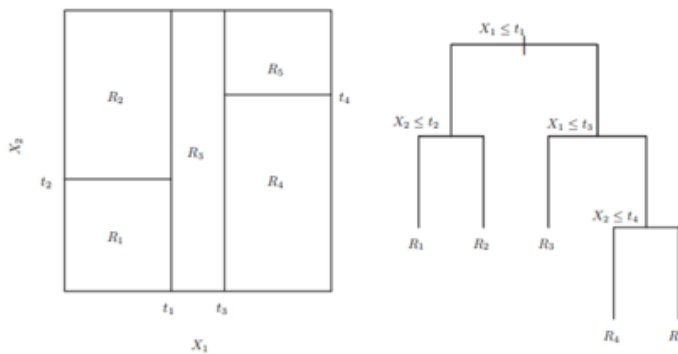
Worthington, A., Higgs, H. (2003). Tests of Random Walks and Market Efficiency in Latin American Stock Markets: An empirical note. School of Economics and Finance, Queensland University of Technology, Brisbane, Australia.

En esta sección se da una breve descripción del método de Random Forest. Al igual que en el caso de SVM no se espera cubrir a profundidad el modelo, no obstante si el lector desea familiarizarse con los métodos puede referenciarse al libro de Hastie, Tibshirani, & Friedman (2009).

De forma general, Random Forest consiste en dividir la muestra en subgrupos dependiendo de las características de cada observación. En la Figura (5) se tiene un ejemplo extraído de Hastie, Tibshirani, & Friedman (2009). En el ejemplo se intenta predecir el salario de un jugador de béisbol dependiendo del número de hits realizados durante su carrera y el número de años que lleva en las grandes ligas. La predicción de cada uno de los jugadores es igual al promedio del salario de los jugadores que cumplen con las divisiones mostradas en la gráfica (mayor y menor a 4.5 años dentro de las grandes ligas y mayor y menor a 117.5 hits).



El nombre de Random Forest proviene de la representación en forma de árbol, de la división de los datos realizada. Un ejemplo de ello se observa en la Figura (6).

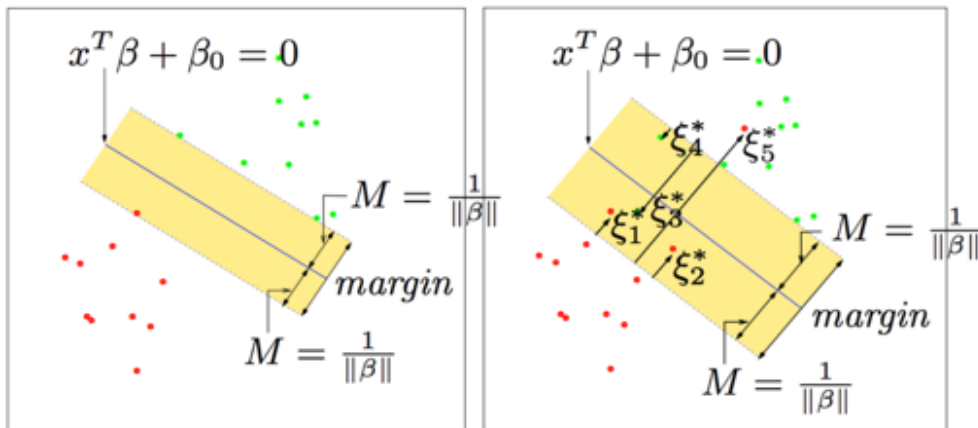


Por su parte, Random hace referencia a que se realizan n divisiones, o árboles, de forma aleatoria y se escoge la mejor división por medio de un estadístico de precisión llamado curva ROC.

Figura 5: Explicación teórica de Random Forest. Fuente: Hastie, Tibshirani, & Friedman (2009, capítulo 7).

Figura 6: Explicación teórica de Random Forest. Fuente: Hastie, Tibshirani, & Friedman (2009, capítulo 7).

De igual forma, el método de minería de datos SVM es explicado por Hastie, Tibshirani, & Friedman (2009) y James, Witten, & Hastie (2013). En este método se separan las observaciones por medio de hiperplanos en R^n , donde n es el número de variable de entradas que se tienen. El nombre de Support Vectors Machine es consecuencia de que el hiperplano está definido solo por ciertas observaciones llamadas vectores de soporte. En la Figura (7) se observa que el hiperplano está caracterizado por β y β_0 . Para calibrar los parámetros se realiza la minimización de la norma de β o lo que es lo mismo la maximización de M .

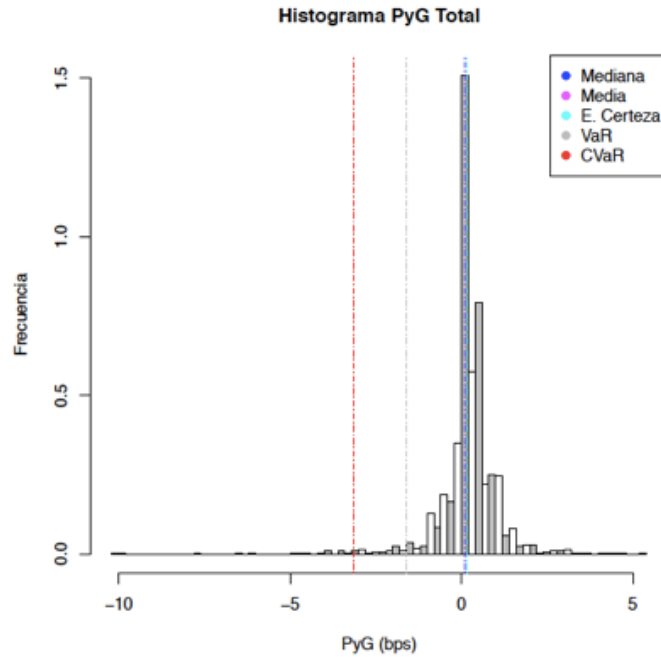


Sin embargo, matemáticamente se puede demostrar que para realizar esta calibración solo se tienen en cuenta las observaciones mal clasificadas y las que tienen una distancia al hiperplano menor a M ; estas observaciones son los vectores de soporte.

Para el caso del algoritmo, la clasificación que se desea hacer correspondería a que si el precio observado dentro de τ minutos es mayor o menor al precio actual (dado los valores de las variables calculadas para el precio actual). Sin embargo, SVM permite, para mayor precisión, que el hiperplano no sea recto. Por ejemplo, este podría ser polinomial o radial. De igual forma, se pueden tener más de una clasificación (arriba, abajo o estable) o se podría tener una variable de salida continua (el precio va a subir x pesos). Tras realizar varias pruebas el mejor modelo resultante fue utilizar un hiperplano radial con variable de salida continua.

Figura 8: Histograma del PyG del algoritmo de trading Logit. Fuente: AFIN y Banco de la República. Cálculos: del Autor

Figura 9: Histograma del PyG del algoritmo de trading Random Forest. Fuente: AFIN y Banco de la República. Cálculos: del Autor



A
N
E
X
O
S

C | HISTOGRAMAS DE LOS PRINCIPALES MODELOS

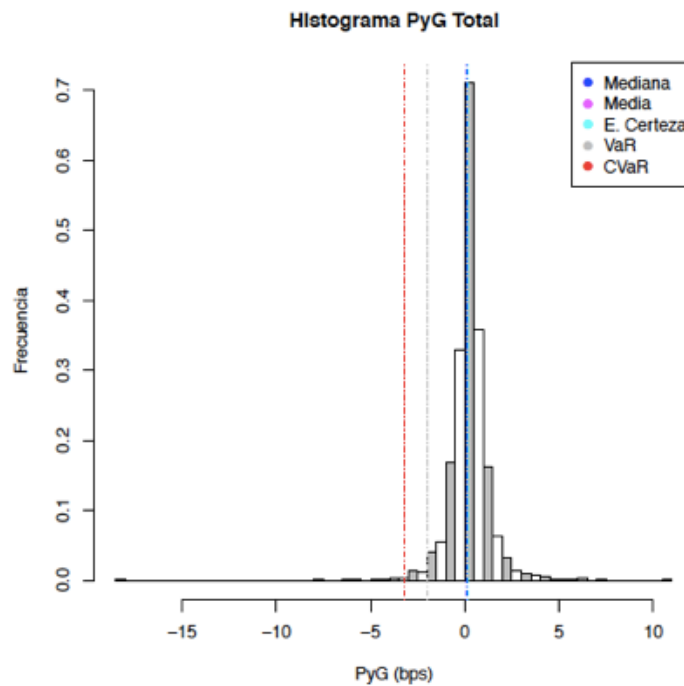
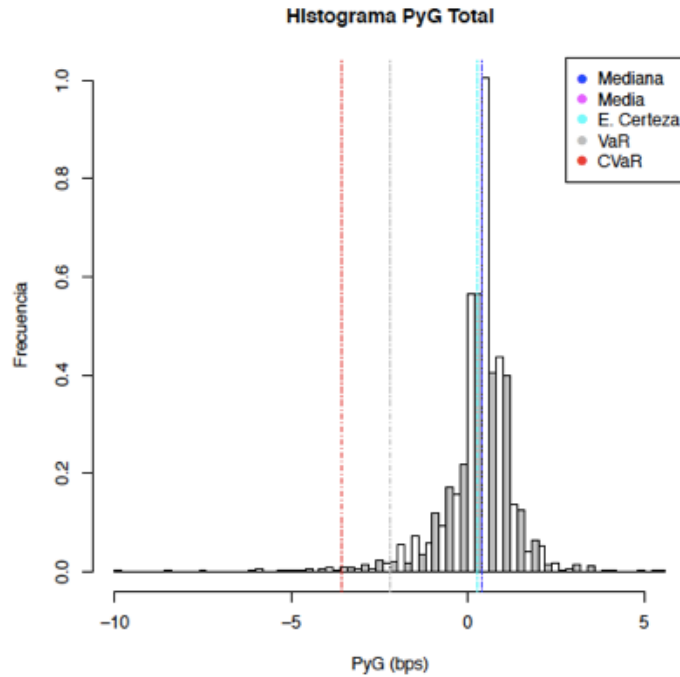


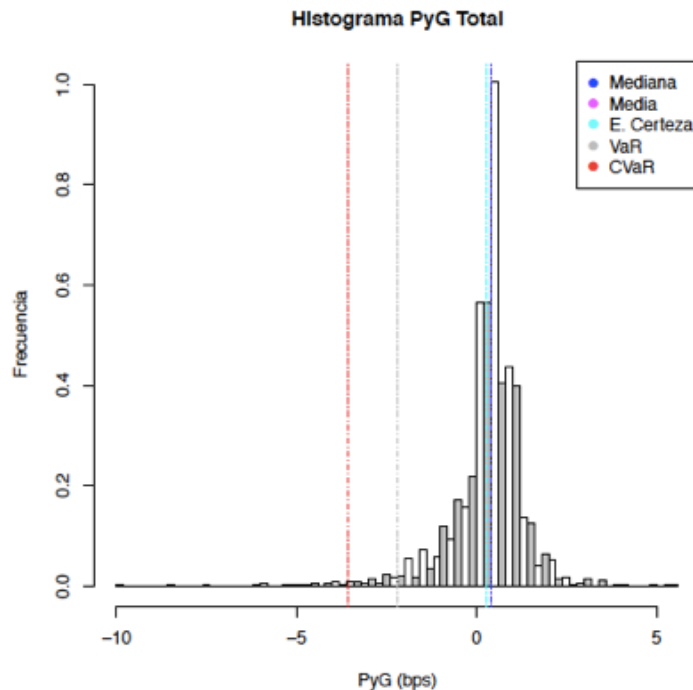
Figura 10: Histograma del PyG del algoritmo de trading SVM. Fuente: AFIN y Banco de la República. Cálculos: del Autor.

Figura 11: Histograma del PyG del algoritmo de trading SVM para el Mercado de los Estados Unidos. Fuente: Bloomberg. Cálculos: del Autor



A
N
E
X
O
S

C | HISTOGRAMAS DE LOS PRINCIPALES MODELOS



Cuadro 4: Estadísticas de los resultados del algoritmo de trading SVM. Fuente: AFIN y Banco de la República. Cálculos: del Autor

Resultados 2011

	PyG Total	Número de Entradas	PyG Prom	Duración Posiciones	E. Certeza	P.Éxitos	PyG Éxito	PyG Pérdida	E P	PyG EC
Diciembre	4.50	24.00	0.19	26.38	0.18	0.58	0.84	-0.80	1.56	3.10
Total	4.50	24.00	0.19	26.38	0.18	0.58	0.84	-0.80	1.56	3.10

Resultados 2012

	PyG Total	Número de Entradas	PyG Prom	Duración Posiciones	E. Certeza	P.Éxitos	PyG Éxito	PyG Pérdida	E P	PyG EC
Enero	4.20	38.00	0.11	26.32	0.10	0.63	0.70	-1.04	2.00	2.32
Febrero	-0.70	40.00	-0.02	16.02	-0.03	0.62	0.51	-1.34	2.50	-2.24
Marzo	12.40	40.00	0.31	7.78	0.31	0.72	0.50	-0.33	4.83	9.77
Abril	11.20	37.00	0.30	7.54	0.30	0.81	0.43	-0.27	5.00	8.89
Mayo	8.10	17.00	0.48	7.88	0.48	1.00	0.48		Inf	6.76
Junio	16.20	58.00	0.28	9.31	0.28	0.78	0.44	-0.46	5.62	12.64
Julio	14.40	51.00	0.28	9.78	0.28	0.80	0.46	-0.63	5.86	11.50
Agosto	15.30	67.00	0.23	9.12	0.23	0.78	0.43	-0.51	3.71	11.90

A N E X O S

D | RESULTADOS MENSUALES DEL ALGORITMO DE TRADING BASADO EN SVM

Septiembre	1.40	46.00	0.03	11.35	0.03	0.67	0.39	-0.96	2.82	-0.49
Octubre	3.70	16.00	0.23	6.94	0.23	0.69	0.41	-0.40	5.50	3.03
Noviembre	5.00	75.00	0.07	12.71	0.05	0.68	0.61	-1.74	3.40	1.94
Diciembre	28.40	67.00	0.42	12.33	0.42	0.78	0.70	-0.88	5.78	25.92
Total	119.60	552.00	0.22	11.64	0.21	0.74	0.51	-0.90	4.08	91.95

Resultados 2013

	PyG Total	Número de Entradas	PyG Prom	Duración Posiciones	E. Certeza	P.Éxitos	PyG Éxito	PyG Pérdida	E P	PyG EC
Enero	14.10	89.00	0.16	11.36	0.16	0.70	0.48	-0.63	2.48	11.30
Febrero	8.10	51.00	0.16	14.14	0.16	0.73	0.42	-0.62	3.08	6.72
Marzo	6.70	69.00	0.10	8.81	0.09	0.68	0.46	-1.05	3.36	4.52
Abril	17.30	115.00	0.15	8.09	0.14	0.69	0.58	-0.95	2.63	14.06
Mayo	5.80	115.00	0.05	9.71	0.05	0.57	0.52	-0.76	1.76	1.52
Junio	-0.10	107.00	-0.00	7.46	-0.02	0.58	1.09	-2.04	1.88	-4.37
Julio	47.60	296.00	0.16	7.59	0.15	0.62	0.83	-1.33	2.35	30.75
Agosto	26.70	78.00	0.34	14.55	0.33	0.65	0.92	-0.96	2.43	19.98
Septiembre	18.30	63.00	0.29	6.79	0.29	0.65	0.72	-0.80	2.93	13.37
Octubre	29.20	78.00	0.37	7.91	0.37	0.72	0.77	-0.99	4.00	22.70
Noviembre	45.30	93.00	0.49	7.45	0.48	0.75	0.90	-0.97	3.89	35.33
Diciembre	25.00	36.00	0.69	7.56	0.68	0.83	1.08	-1.50	6.00	20.04
Total	244.00	1190.00	0.21	8.89	0.20	0.66	0.74	-1.12	2.60	175.93

Cuadro 4: Estadísticas de los resultados del algoritmo de trading SVM. Fuente: AFIN y Banco de la República. Cálculos: del Autor

Resultados 2014

	PyG Total	Número de Entradas	PyG Prom	Duración Posiciones	E. Certeza	P.Éxitos	PyG Éxito	PyG Pérdida	E P	PyG EC
Enero	0.70	18.00	0.04	17.50	0.03	0.72	0.72	-1.72	2.60	-0.14
Febrero	11.20	31.00	0.36	7.61	0.36	0.77	0.60	-0.83	6.00	7.91
Marzo	11.30	50.00	0.23	7.06	0.22	0.70	0.78	-1.23	2.69	7.45
Abril	35.30	122.00	0.29	6.69	0.28	0.70	0.77	-1.14	3.19	25.95
Mayo	30.60	87.00	0.35	6.41	0.35	0.75	0.67	-0.85	4.33	23.09
Junio	18.00	40.00	0.45	12.18	0.44	0.80	0.81	-1.32	5.33	13.67
Julio	13.60	49.00	0.28	9.20	0.27	0.65	0.69	-0.78	2.91	9.39
Agosto	31.90	76.00	0.42	10.72	0.42	0.76	0.71	-0.63	3.87	23.23
Septiembre	17.80	59.00	0.30	9.90	0.30	0.78	0.67	-1.09	3.83	12.21
Octubre	19.80	51.00	0.39	9.16	0.39	0.78	0.59	-0.67	6.67	13.99
Noviembre	-7.40	29.00	-0.26	13.03	-0.29	0.66	0.54	-2.21	2.38	-7.19
Diciembre	22.40	36.00	0.62	10.58	0.62	0.67	1.05	-0.90	8.00	16.04
Total	205.20	648.00	0.32	9.01	0.31	0.73	0.72	-1.08	3.79	145.61

A N E X O S

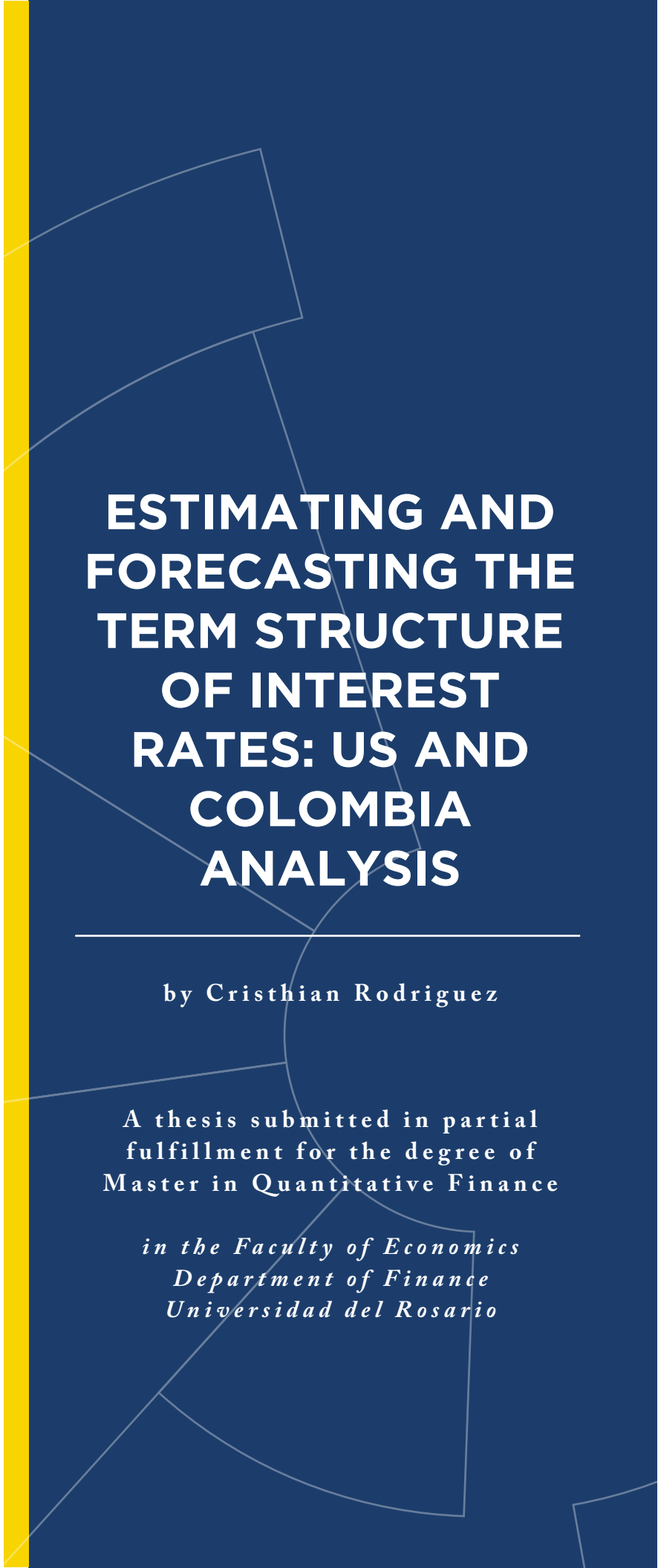

D | RESULTADOS MENSUALES DEL ALGORITMO DE TRADING BASADO EN SVM

Resultados 2015

	PyG Total	Número de Entradas	PyG Prom	Duración Posiciones	E. Certeza	P.Éxitos	PyG Éxito	PyG Pérdida	E P	PyG EC
Enero	27.40	128.00	0.21	10.26	0.21	0.70	0.70	-1.07	2.70	16.46
Febrero	34.50	117.00	0.29	8.47	0.29	0.65	0.79	-0.88	2.62	22.69
Marzo	27.30	81.00	0.34	7.64	0.33	0.69	0.76	-0.79	2.95	17.69
Abril	27.90	68.00	0.41	9.40	0.41	0.71	0.73	-0.71	4.80	18.73
Mayo	14.70	30.00	0.49	9.13	0.49	0.87	0.65	-0.73	8.67	9.90
Junio	13.70	52.00	0.26	11.37	0.26	0.58	0.82	-0.84	2.31	7.98
Julio	-0.80	3.00	-0.27	11.00	-0.27	0.33	0.90	-0.85	0.50	-0.70
Agosto	12.60	50.00	0.25	9.76	0.25	0.74	0.71	-1.24	3.36	6.84
Septiembre	25.10	102.00	0.25	11.88	0.24	0.61	0.93	-0.95	1.82	12.81
Octubre	24.30	57.00	0.43	16.33	0.41	0.72	1.07	-1.49	3.15	14.22
Noviembre	38.70	102.00	0.38	11.52	0.37	0.70	0.84	-0.92	3.09	21.51
Diciembre	17.50	41.00	0.43	10.73	0.42	0.56	1.18	-0.80	1.92	9.55
Total	262.90	831.00	0.32	10.48	0.31	0.67	0.82	-0.96	2.77	157.68

Resultados 2016

	PyG Total	Número de Entradas	PyG Prom	Duración Posiciones	E. Certeza	P.Éxitos	PyG Éxito	PyG Pérdida	E P	PyG EC
Enero	22.00	70.00	0.31	11.07	0.31	0.64	0.96	-1.07	2.25	10.87
Febrero	13.80	24.00	0.57	10.33	0.57	0.75	1.03	-1.20	4.50	7.44
Marzo	27.90	57.00	0.49	15.11	0.46	0.75	1.27	-2.22	3.58	15.28
Total	63.70	151.00	0.42	12.48	0.41	0.70	1.10	-1.46	2.94	33.59



ESTIMATING AND FORECASTING THE TERM STRUCTURE OF INTEREST RATES: US AND COLOMBIA ANALYSIS

by *Cristhian Rodriguez*

A thesis submitted in partial
fulfillment for the degree of
Master in Quantitative Finance

*in the Faculty of Economics
Department of Finance
Universidad del Rosario*



ABSTRACT

In this paper we use the most representative models that exist in the literature on term structure of interest rates. In particular, we explore affine one factor models and polynomial-type approximations such as Nelson and Siegel. Our empirical application considers monthly data of USA and Colombia for estimation and forecasting. We find that affine models do not provide adequate performance either in-sample or out-of- sample. On the contrary, parsimonious models such as Nelson and Siegel have adequate results in-sample, however out-of-sample they are not able to systematically improve upon random walk base forecast.



01 | INTRODUCTION

Modelling the term structure of interest rates has become a field of research on its own for different professionals, for example investors need to have an accurate analysis in pricing, investment and portfolio management decisions. In addition, central banks are very interested in the information that the yield curve conveys in terms of expectation of future rates. Different models has been developed over the last 30 years with the purpose of anticipate the dynamics of yield curve. In the literature, two types of models have surfaced affine models and Nelson and Siegel(1987)[9] type models.

When the objective is exclusively forecasting performance of the different models, the literature finds mixed results with respect to Nelson and Siegel type models and rather poor results for affine models. Nevertheless, the idea conceptual in-consistency of out-of-equilibrium models, creates some discomfort with Nelson and Siegel type models. However, empirical evidence show otherwise, Coroneo, Nyholm and Vidoka(2008)[1] showed that Nelson and Siegel is compatible with no-arbitrage constrains for US market; Dufee and Hopkins(2011) [7] inferred that omitting arbitrage free restrictions do not affect forecasting efficiency.

For affine models Duan and Simonato(1995)[5] used models of one factor as Vasicek(1977) [11] and CIR(1985)[2] for estimation analysis. On the other hand Dufee(2002)[6] finds poor forecasting performance out-of-sample. For Nelson and Siegel type model, Ullah, Matsuda and Tsukuda(2013) estimated the yield curve observing a good power of fit. Zivot and Choun-Yu(2011) conjectured good forecasting performance out-of-sample.

The purpose of this paper is to confirm some of these results with respect to US yield and evaluate the forecasting performance of these model for Colombian data. We analyze the stylized facts of the set of observed yields for both countries and use the models to determine forecasting performance in-sample, and more importantly out-of-sample. Our efforts are divided in two areas: first, the affine models represented by Vasicek(1977) and CIR(1985), and second, the polynomial form of Nelson and Siegel type models. The main tool for sequential estimation is the Kalman Filter and what we call two steps procedure that is a combination between OLS and VAR(1) of unobserved factors for one particular case of the exercise.

The results in the side of affine models confirm the hypothesis exposed in the literature. In sample we find a extreme weaknesses cause by the inability of replicating the stylized facts of term structure. In terms of out-of-sample more or less confirms the weakness of these models independent form the country of time frame. On the other side, Nelson and Siegel has an overall success in fitting the data in-sample. However, out-of-sample has poor performance with respect to simple benchmarks.





02 | TERM STRUCTURE MODELS

Modelling term structure of interest rates is usually associated with deriving theoretically and/or empirically a functional relationship between yields and time to maturity, for example the yield curve of zero coupon bond. In order to achieve this goal we build two types of parametric models that will represent and capture the curve.

2.1 Affine Term Structure Models

Affine models are based on a particular form of the pricing equation that imposes an equilibrium where arbitrage opportunities are not possible. Two of the most well known models are the Vasicek(1987)[11] and CIR(1985)[2], used by practitioners and academics. In both cases, the price of the zero coupon bond follows a generalized geometric Brownian motion where $t < \tau$ and τ the maturity.

$$dP(t, \tau) = P(t, \tau) [\mu_{\tau}(t, r_t) dt + \sigma_{\tau}(t, r_t) dW_t] \quad (2.1)$$

The definition of a new Ito process W^Q with Q as a risk-neutral measure is required for solving the price equation.

$$dW_t^Q = \phi_t dt + dW_t \quad (2.2)$$

When $\phi_t = \lambda(t, r_t)$ and $\mu(t, r_t) - \sigma(t, r_t)\phi = \mu - \lambda\sigma$, λ is the risk price market. Hence, the value of this zero coupon bond is represented as an expected value discounted value from a Q -martingale process.

$$P(t, \tau) = E[e^{-\int_t^\tau r_s ds} | r_t = r], t \in [0, \tau] \quad (2.3)$$

This model for the short rate provides an affine term structure model as long as the price has the following form,

$$P(t, \tau) = \exp(A[t, \tau] + B[t, \tau]r_t) \quad (2.4)$$

The bond price is an affine function of the short rate. The dynamic of short rate follows a diffusion process,

$$dr_t = \mu(t, r_t)dt + \sigma(t, r_t)dW_t \quad (2.5)$$

In most application estimation is performed on the implied yield rather than the observed prices, therefore we must relate the observed time- t compounded yield on a zero-coupon bond of maturity τ , $R(t, \tau)$, and the price equation.

$$R(t, \tau) = -\frac{1}{\tau} \ln(P(t, \tau)) \quad (2.6)$$

2.1.1 Vasicek

The diffusion process for this model allows the instantaneous spot rate to live in the support of $(-\infty, \infty)$. The Vasicek data generating process is also known as a continuous time Ornstein-Uhlenbeck process and is characterized by a mean reversion on the drift component of the diffusion equation. $\bar{\theta} = \theta - \lambda\sigma$

$$dr_t = k(\bar{\theta} - r_t)dt + \sigma dW_t \quad (2.7)$$

Duffie and Kan(1996)[8] used one factor models for pricing under constrains of the neutral risk measures. They provide an analytical solution for the term structure equation (2.4) using expressions (2.8) and (2.9).

$$B[t, \tau] = \frac{1}{k} [1 - \exp(-k\tau)] \quad (2.8)$$

$$A[t, \tau] = \left[\theta + \frac{\lambda\sigma}{k} - \frac{\sigma^2}{2k^2} \right] B[t, \tau] - \tau - \frac{(\sigma B[t, \tau])^2}{4k} \quad (2.9)$$

2.1.2 Cox-Ingersoll-Ross (CIR)

The CIR model can be seen as a restricted version of the Vasicek(1977), because the instantaneous spot rate is forced to live in the positive support, $(0, \infty)$. The data generating process has a mean-reverting component in the drift equation, but in addition include a square root process in the diffusion. With $k > 0, 2k\theta > \sigma^2$ guaranteeing the positiveness of short rate

$$dr_t = k(\bar{\theta} - r_t)dt + \sigma \sqrt{r_t} dW_t \quad (2.10)$$

Duan and Simonato(1995) used an analytical solution for the term structure equation (2.4) using expressions (2.11) and (2.12), where the market price of risk is chosen as $\lambda \sqrt{r_t}$, and $[k + \sigma\lambda] f = 0$.

$$B[t, \tau] = \frac{e^{\delta\tau} - 1}{\gamma(e^{\delta\tau} - 1) + \delta} \quad (2.11)$$

$$A[t, \tau] = \Gamma \ln \frac{\sum \delta e^{\delta\tau}}{\gamma(e^{\delta\tau} - 1) + \delta} \quad (2.12)$$

$$\delta = \sqrt{(k + \lambda\sigma)^2 + 2\sigma^2}$$

$$\gamma = \frac{k + \lambda\sigma + \delta}{2}$$

$$\Gamma = \frac{2k\theta}{\sigma^2}$$

2.2 Nelson and Siegel

Nelson and Siegel(1987)[9] has been the preferred model by practitioner and macroeconomist, because is based on the objective of setting up all possible specifications that the curve might have in a parsimonious estimation. As in affine models, $P(t, \tau)$ is the price in time- t of a zero coupon bond of maturity τ . Here, the main difference is that the dynamic for pricing does not guarantees an equilibrium without arbitrage opportunities.

$$P(t, \tau) = \exp(-\tau R(t, \tau)) \quad (2.13)$$

As the relation between yields to maturity and price is direct, we can obtain from the discount curve the instantaneous (nominal) forward rate curve represented as:

$$f(t, \tau) = -P'(t, \tau)/P(t, \tau) \quad (2.14)$$

As the relation between yields to maturity and price is direct, we can obtain from the discount curve the instantaneous (nominal) forward rate curve represented as:

$$f(t, \tau) = B_1t + B_2te^{-\lambda\tau} + B_3\lambda te^{-\lambda\tau} \quad (2.15)$$

The time- t compounded yield on a zero-coupon bond of maturity τ may be written as an equally-weighted average of forward rates.

$$R(t, \tau) = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} f(t, u) du \quad (2.16)$$

$$R(t, \tau) = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} f(t, u) du \quad (2.16)$$

Using this representation it is straight forward to derive a functional representation for the yield curve. Equation (17) represents the term structure equation with the following features: as the curve begins in one at zero maturity and approaches zero at infinity maturity, being λt the exponential decay term that permits the factor loading $(\frac{1 - e^{-\lambda t \tau}}{\lambda t \tau} - \frac{e^{-\lambda t \tau}}{\lambda t \tau})$ achieves its maximum.

$$R(t, \tau) = B_1 t + B_2 t \left(\frac{1 - e^{-\lambda t \tau}}{\lambda t \tau} \right) + B_3 t \left(\frac{1 - e^{-\lambda t \tau}}{\lambda t \tau} - e^{-\lambda t \tau} \right) \quad (2.17)$$

The parameters $B_1 t$, $B_2 t$ and $B_3 t$ are the level, slope and curvature of the yield curve respectively, together three components gives enough flexibility to the model for having an average upward and concave curve.

2.3 Affine Models Estimation

Affine models are generally considered as over-parameterized. Duan and Simonato(1995) [5] uses the Kalman filter as an optimal iterative process, based on the projection theorem, for estimation. In order to use the Kalman filter we first write the model in state-space form given by the measurement and transition equations. The former is given by the yields for different maturities depending on unobserved errors and a functional relationship with the latter which is the short rate process.

$$R(t, \tau) = -\frac{1}{\tau} A[t, \tau] + \frac{1}{\tau} B[t, \tau] r_t + \epsilon_t \quad (2.18)$$

$$r_t = \alpha + \gamma r_{(t-1)} + \sqrt{\Phi} \eta_t \quad (2.19)$$

$R(t, \tau)$, $-1 A[t, \tau]$, $1 B[t, \tau]$ and s_t are $(N \times 1)$ vectors according to the number of maturities. For this application we assume η_t and s_t as iid $N(0,1)$ variables and not correlated between them. Below, for estimation the values of parameters are presented according to the type of affine model.

¹ Although there is a possibility to re-write the Nelson-Siegel type model so as to find a no-arbitrage affine representation, see Duffee and Hopkins^[7]

Vasicek Model

$$\alpha = \theta(1 - e^{-kh})$$

$$Y = (e^{-kh})$$

$$\Phi = \frac{\sigma^2}{2k}(1 - e^{-2kh})$$

CIR Model

$$\alpha = \theta(1 - e^{-kh})$$

$$Y = (e^{-kh})$$

$$\Phi = r(t-h) \frac{\sigma^2}{k}(e^{-kh} - e^{-2kh}) + \theta \frac{\sigma^2}{2k}(1 - e^{-kh})^2$$

2.4 Nelson and Siegel Estimation

Nelson and Siegel fits the term structure using a smooth parametric function in a polynomial form that has three coefficients. Estimation of this parametric form is performed using two methodologies.

Two Steps Diebold and Li(2006) use this methodology because it is easy to implement and also does not required sophisticated mathematical tools. First, they perform cross-sectional estimation by Non-Linear-Squared (NLS) at each time-t in the sample.

$$\min_{B1, B2, B3, \lambda} \sum_{i=1}^N (R(\hat{t}, \tau) - R(t, \tau))^2 \quad \text{for } t \text{ in } 1 : \tau \quad (2.20)$$

Second, they built a first order vector-autoregression (VAR(1)) for the series of estimated $\beta = \{B1, B2, B3\}$ represented in equation (2.22) with the aim of having parameters that relate the forecasting process between the factors. The result of the first step is (2.21) when the process find times series for each one of the parameters. Diebold and Li(2006)[3] find that the parameter λ might be fix through time without problems. Therefore, we fit as sample average of the series, $\lambda = \bar{\lambda}$.

$$R(\hat{t}, \tau) = \hat{B}_1 + \hat{B}_2 \left(\frac{1 - e^{-\hat{\lambda}\tau}}{\hat{\lambda}\tau} \right) + \hat{B}_3 \left(\frac{1 - e^{-\hat{\lambda}\tau}}{\hat{\lambda}\tau} - e^{-\hat{\lambda}\tau} \right) \quad (2.21)$$

$$\hat{\beta}_t = \hat{C} + \hat{\gamma}\beta_t \quad (2.22)$$

$R(\hat{t}, \tau)$ is a $(T \times N)$ matrix, $\{B1_t, B2_t, B3_t\}$ a $(T \times 1)$ vectors, \hat{C} a (3×1) vector and $\hat{\gamma}$ a (3×3) matrix of coefficients.

One Step As in affine models the use of a state space representation for the polynomial is correct because the jointly estimation reduces the possible bias of using two steps procedure. Diebold, Rudebusch and Aruoba(2006)[4] implement the filter where the unobserved state variables are estimated with the use of the Kalman Filter in a dynamic system that simultaneously fits the yield curve.

First is the transition equation Where, η_t is iid $N(0, \omega)$ being ω a (3×3) covariance matrix, C a (3×1) vector and γ a (3×3) matrix of coefficients. Secondly is the measurement equation that keeps s_t as iid $N(0, \psi)$, being ψ a diagonal matrix of $(N \times N)$ variances, ζ a $(N \times 3)$ matrix of factor loadings, β_t a (3×1) vector and $R(t, \tau)$ a $(N \times 1)$ vector. Besides, white noise and measurement disturbances have to be orthogonal between them and to the initial state.

$$\beta_t = C + \gamma\beta_{t-h} + \eta_t \quad (2.23)$$

$$R(t, \tau) = \zeta\beta_t + s_t \quad (2.24)$$

03 | EMPIRICAL APPLICATION

The data consist of the zero coupon rates of Colombia and the United States available in their respectively central banks web page 1, the frequency is monthly for both of them but the sample length and the number of maturities is different for each set of series. For the colombian data we have three maturities (one, five and ten years) and the sample is from January, 2003 until August, 2015. For the US we have ten maturities (one, three and six months also for one, two, three, five, seven, ten and twenty years) and the sample is from July, 2001 until August, 2015.

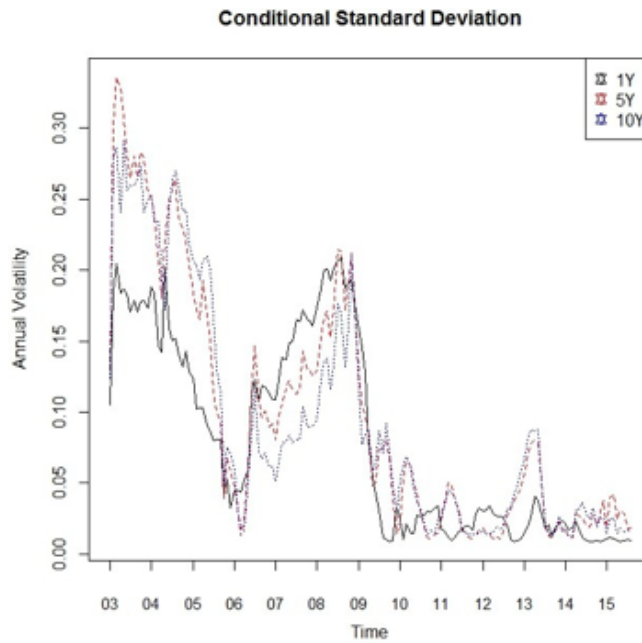
3.1 Stylized Facts

The short end of the yield curve is more volatile than the long end. For the exercise we capture data volatility as the conditional standard deviation represented in a GARCH(1,1) model, figures (3.1) and (3.2) exhibit that for Colombia the relationship is not clear in contrast with USA where the short yield maturity remarks more movements over the majority of sample against the long yield.

Three main factors explain more than 95% of the changes in yield curve. Despite available data for Colombia does not have enough maturities as USA only 3 against 10, in general terms the cumulative proportion of variance achieves the majority of explicative power in the second component.

¹ <http://www.banrep.gov.co/es/tes> · <https://research.stlouisfed.org/fred2/categories>²²

Figure 3.1: Colombian Volatility



COLOMBIA

PRINCIPAL COMPONENTS	PC1	PC2	PC3
STANDARD DEVIATION	1.46	0.846	0.39
PROPORTION OF VARIANCE	0.7109	0.2383	0.0508
CUMULATIVE PROPORTION	0.7109	0.9492	1

USA

PRINCIPAL COMPONENTS	PC1	PC2	PC3	PC4	PC10
STANDARD DEVIATION	2.6398	1.5141	0.6539	0.4398	0.0558
PROPORTION OF VARIANCE	0.6969	0.2293	0.0428	0.0193	0.0003
CUMULATIVE PROPORTION	0.6969	0.9261	0.9689	0.9882	1

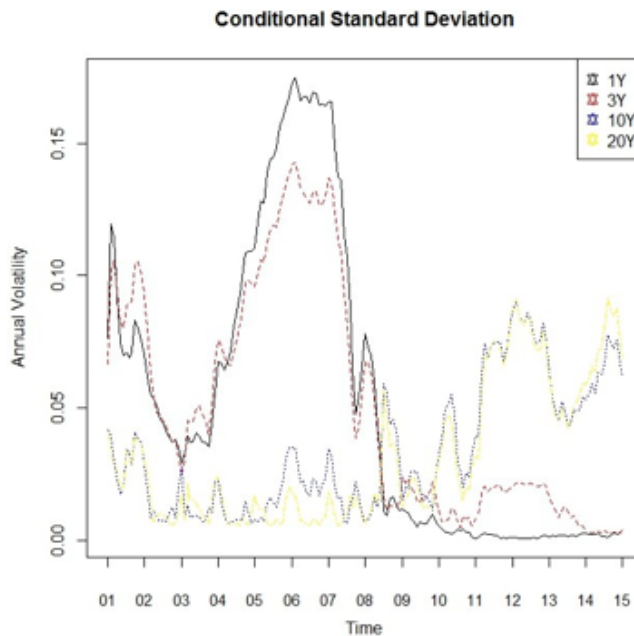


Figure 3.2: USA Volatility

3.2 In Sample Results

The data from the term structure of interest rates, is very important for investors and policymaker. From the point of view of professional forecasters the objective is that a good model should be able to replicate the historical regularities.

The average yield curve is iVel for one and two steps. The parameters $\hat{\alpha}$ for Colombia and USA are 0.999934 and 0.5247941 respectively, the numbers are obtained after Non-Linear-Squared estimation and bringing out the mean of t series. Figures (3.5) and (3.6) reproduce affine models conduct more specifically CIR and Vasicek. The evidence of graphics is clear because exposes limitations of affine models against Nelson and Siegel either in Colombia and USA scenario.

Yield curve assumes a variety of shapes in the sample. Figures (3.7) to (3.12) personify for Nelson-Siegel the movements in each one of the curves through time, either using OLS kalman filter or OLS two steps estimation. Figures (3.13) to (3.18) typify the comportment for affine models. Results are definitive against Vasicek and CIR considering the great numbers of disparities throughout the sample.



OTRAS GRÁFICAS

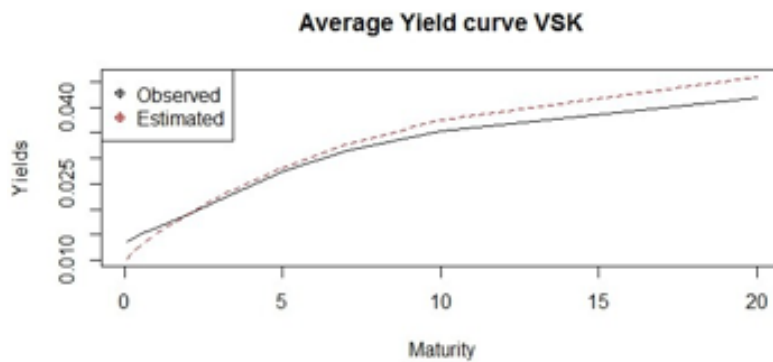
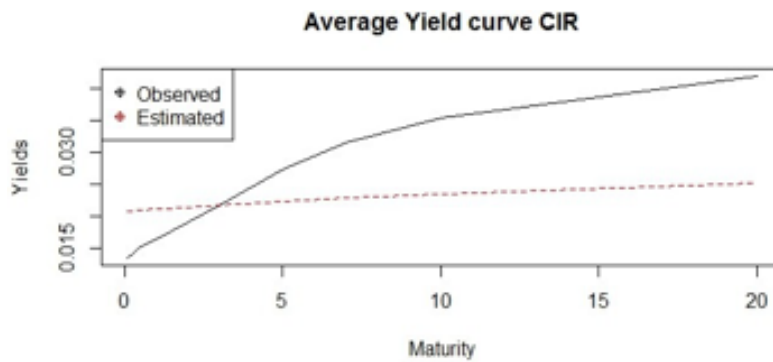
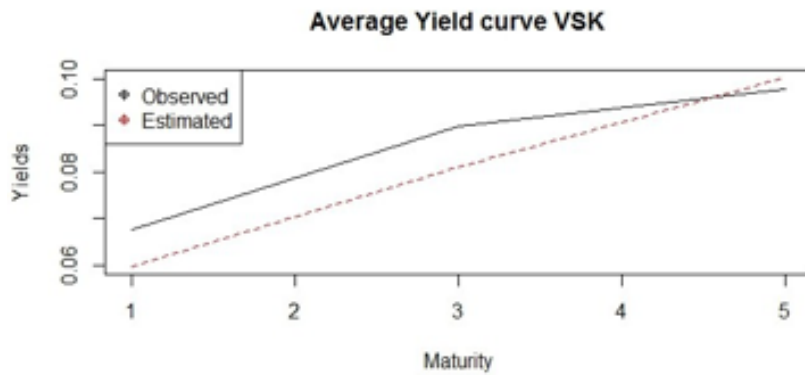
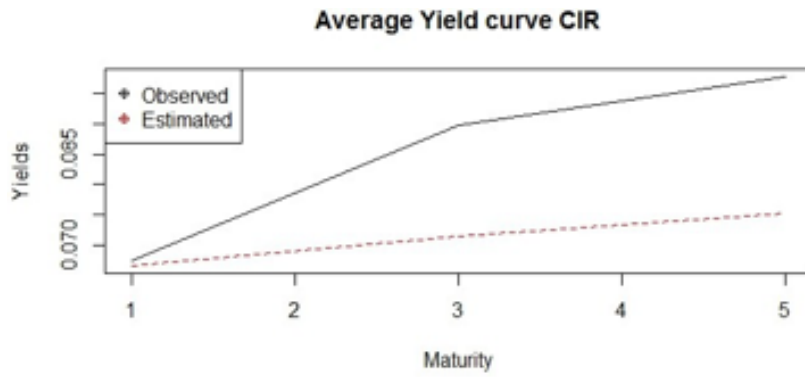


Figure 3.3: Average Yield curve of Colombia-Nelson and Siegel

Figure 3.4: Average Yield curve of USA-Nelson and Siegel

OTRAS GRÁFICAS

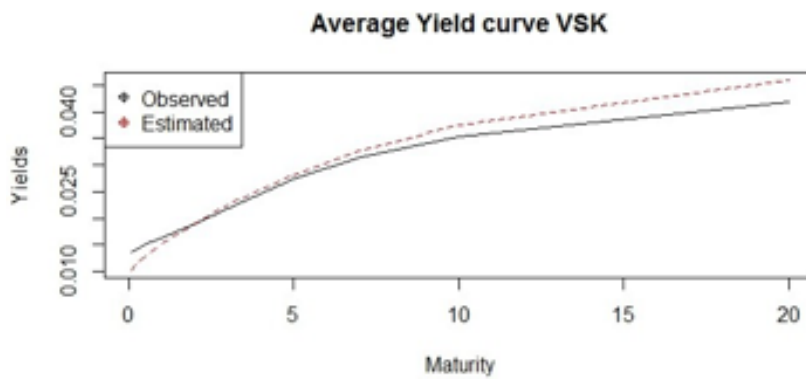
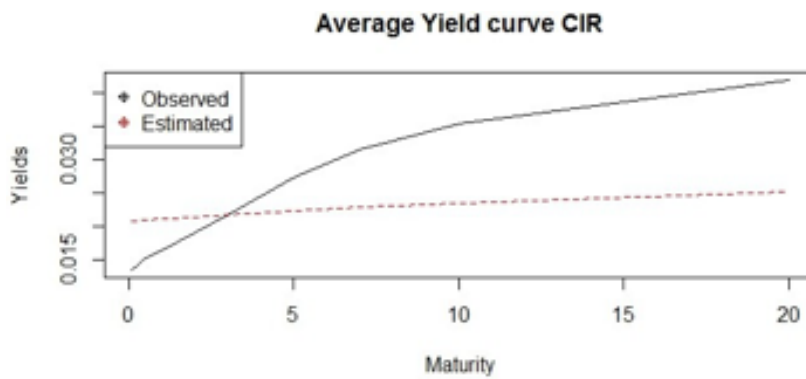
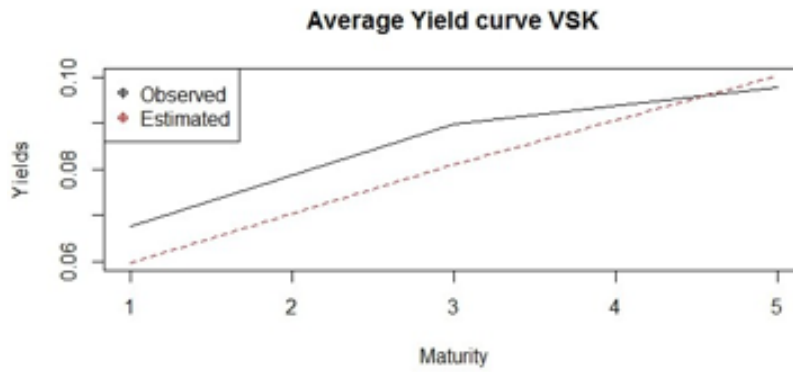
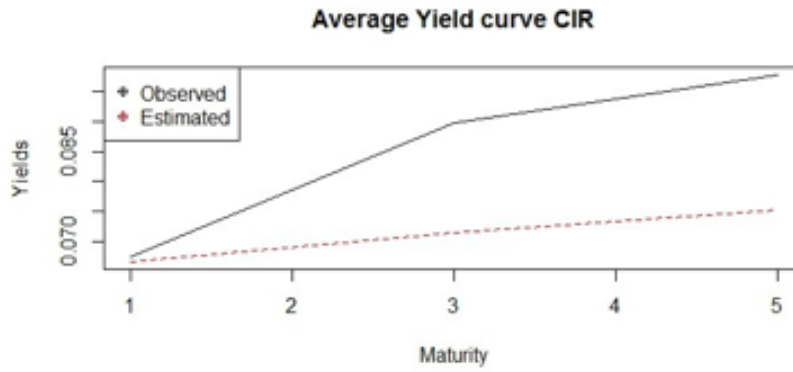


Figure 3.5: Average Yield curve of Colombia-Affine Models

Figure 3.6: Average Yield curve of USA-Affine Models

OTRAS GRÁFICAS

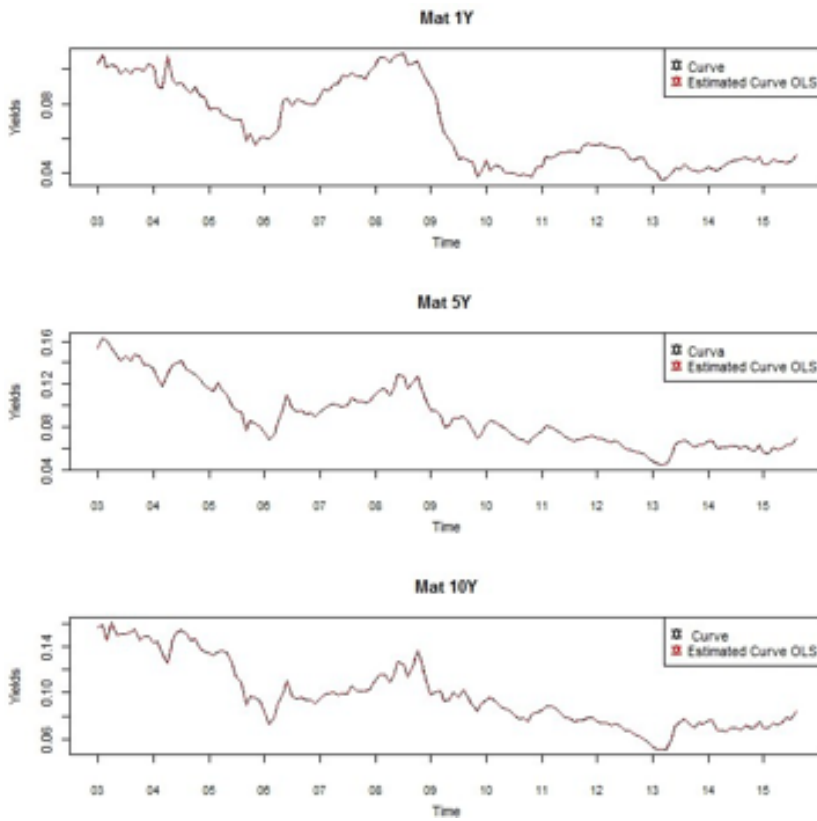
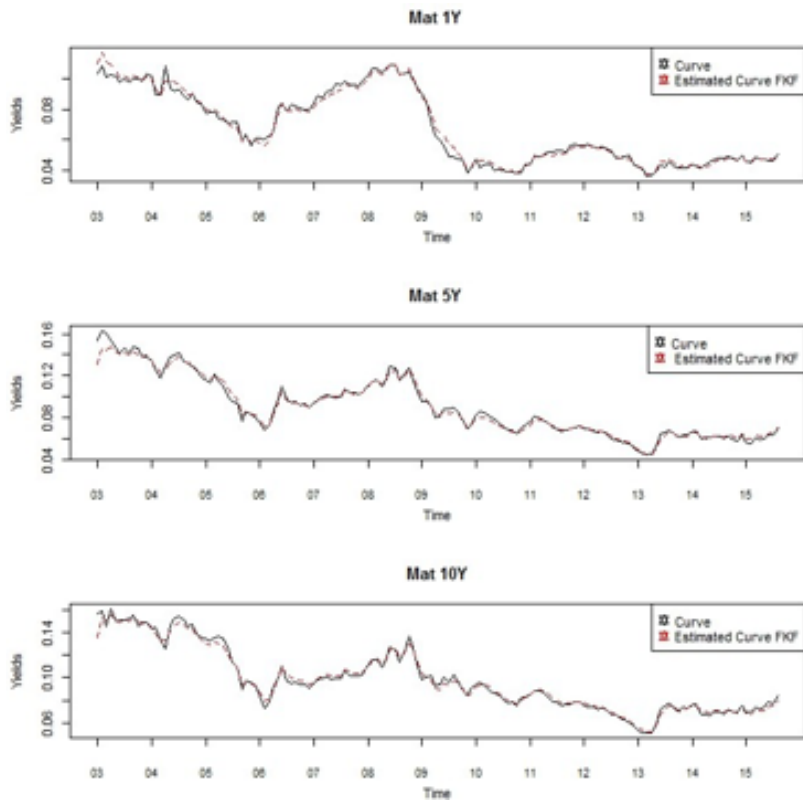
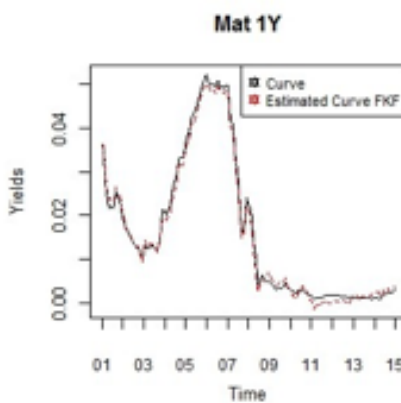
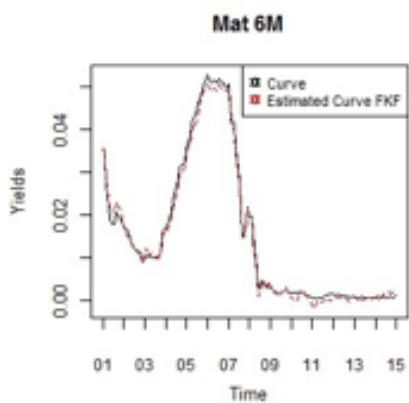
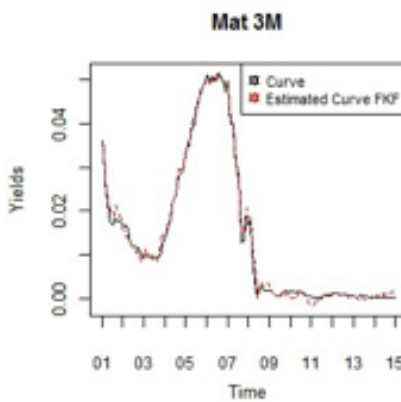
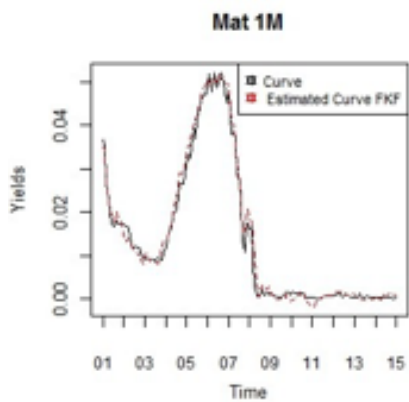
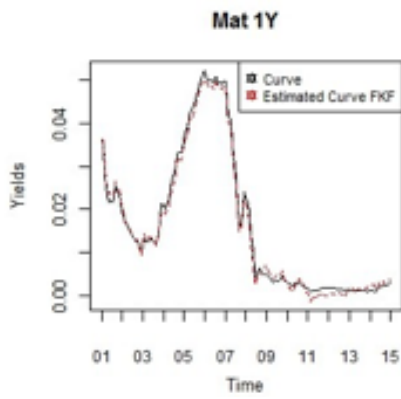
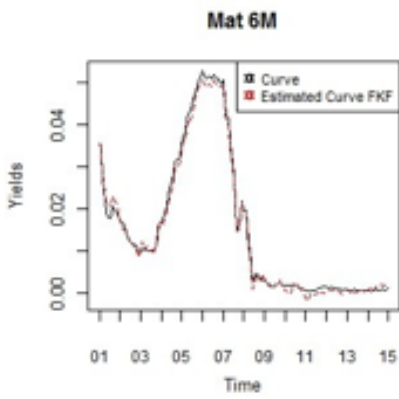
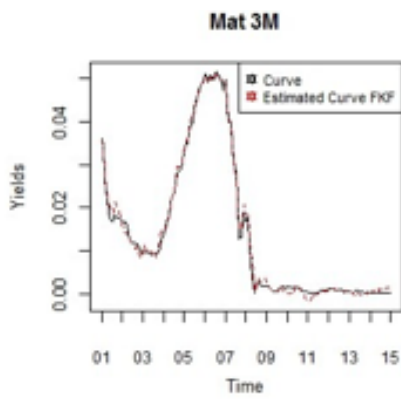
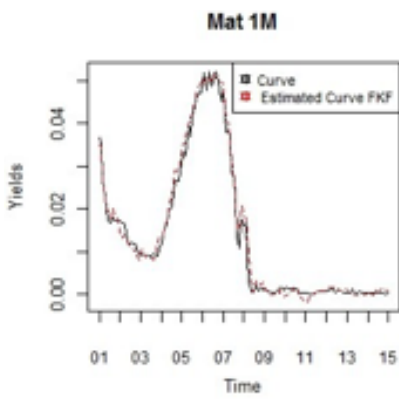


Figure 3.7: Colombian Yield Curve-Nelson and Siegel-Kalman Filter

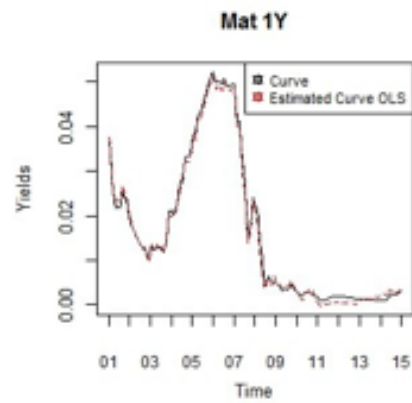
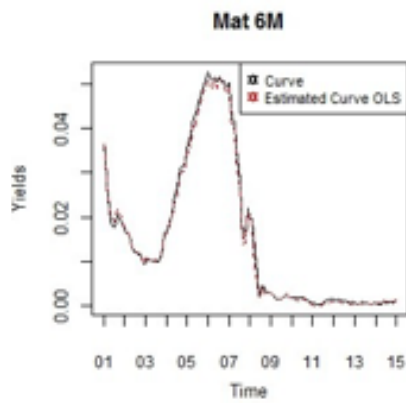
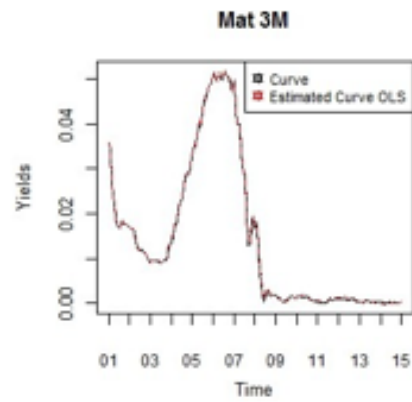
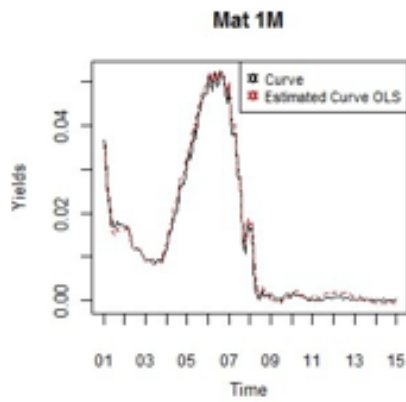
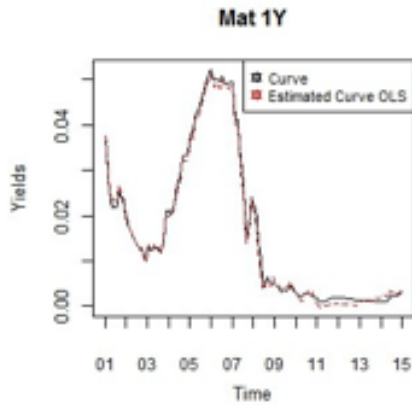
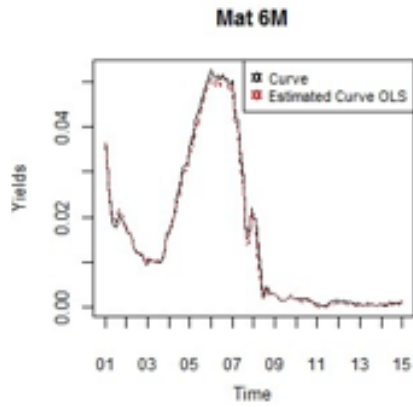
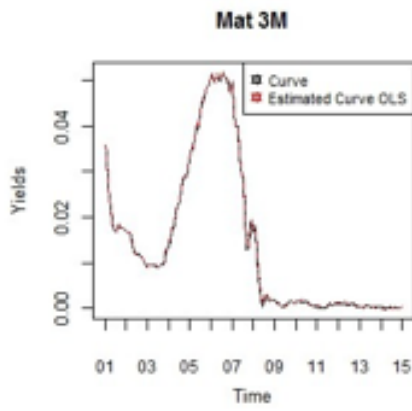
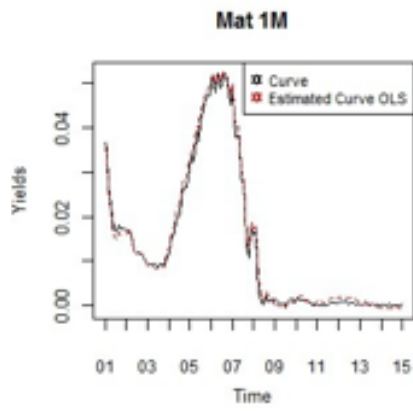
Figure 3.8: Colombian Yield Curve-Nelson and Siegel-OLS



OTRAS GRÁFICAS

Figure 3.9: USA Yield Curve-Nelson and Siegel-kalman filter(a)

Figure 3.10: USA Yield Curve-Nelson and Siegel-kalman filter(b)



OTRAS GRÁFICAS

Figure 3.11: USA Yield Curve-Nelson and Siegel-OLS(a)

Figure 3.12: USA Yield Curve-Nelson and Siegel-OLS(b)

OTRAS GRÁFICAS

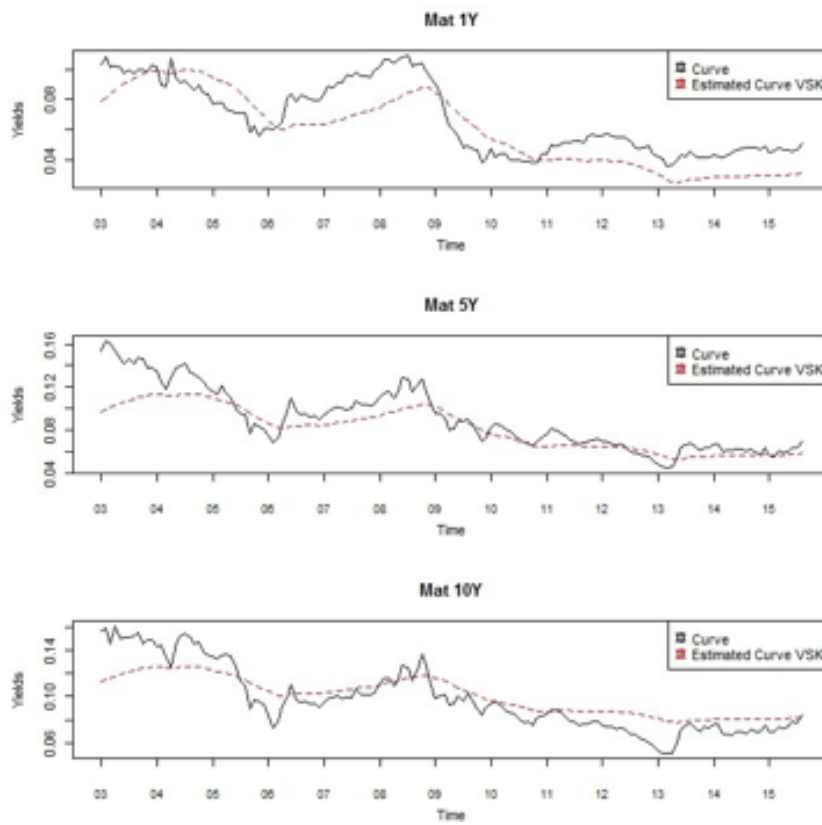
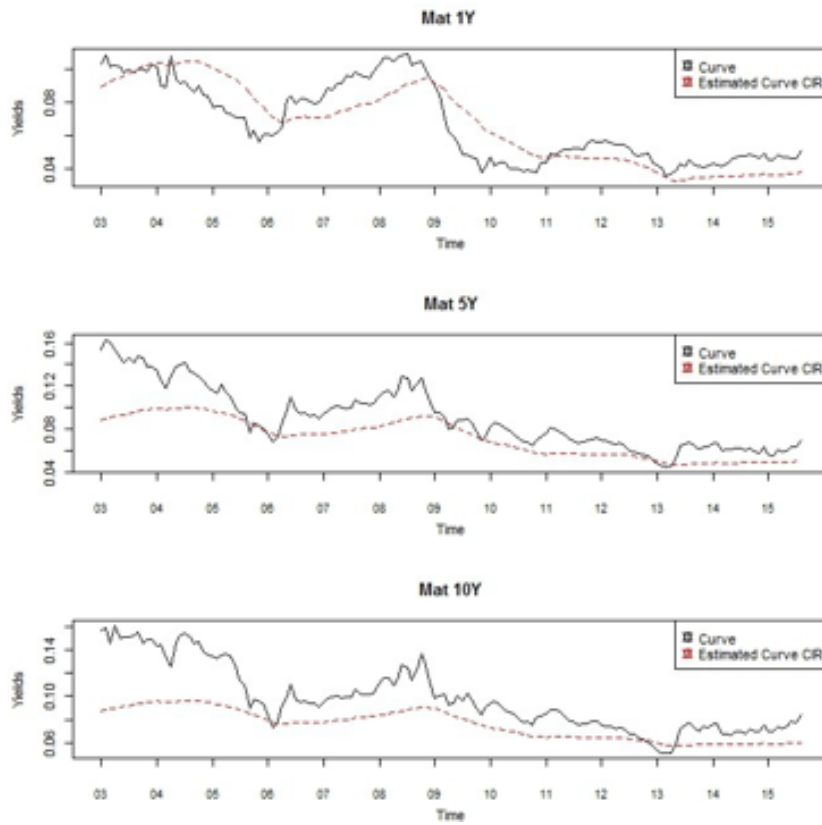
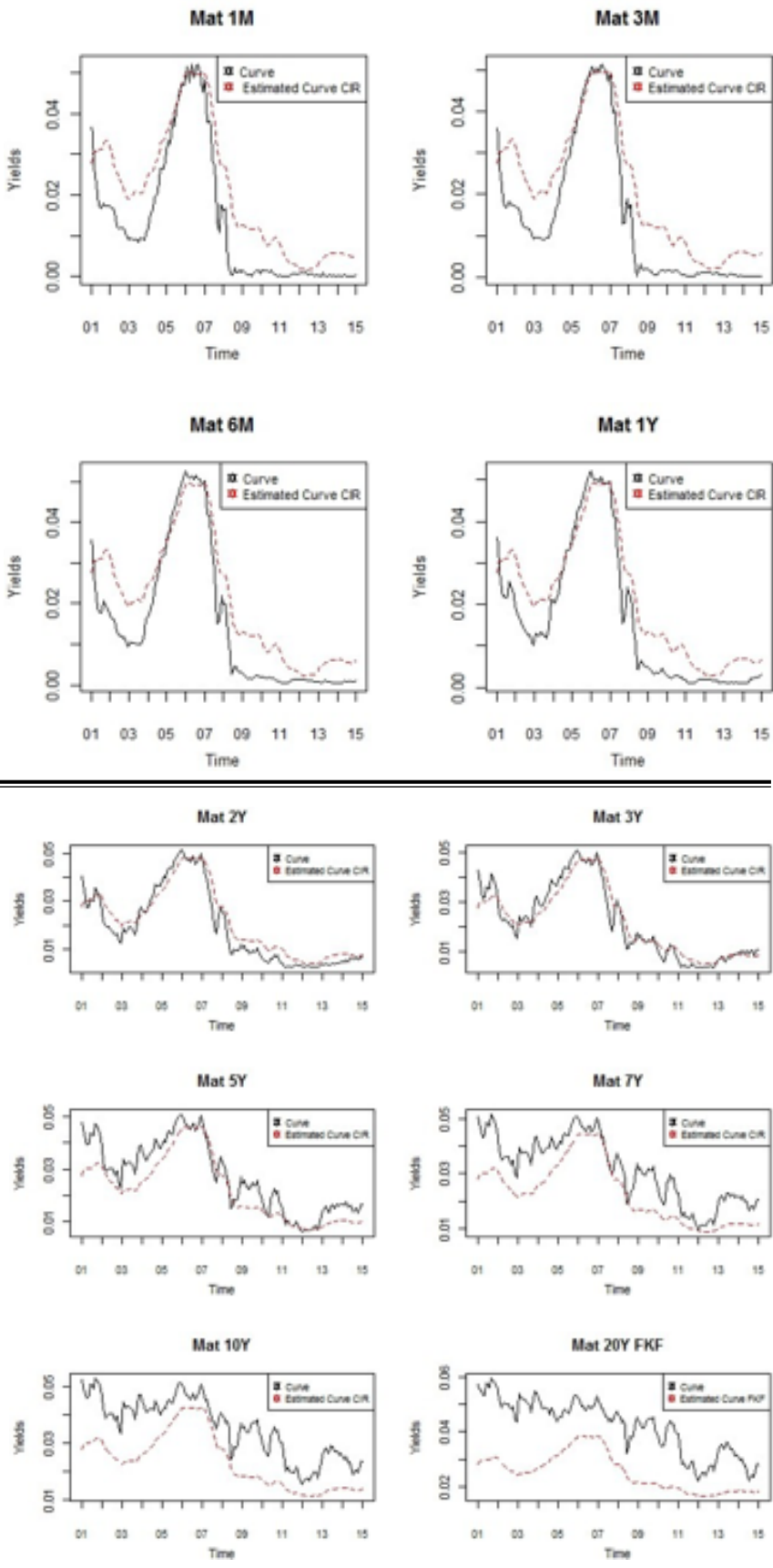


Figure 3.13: Colombian Yield Curve-shapes-CIR

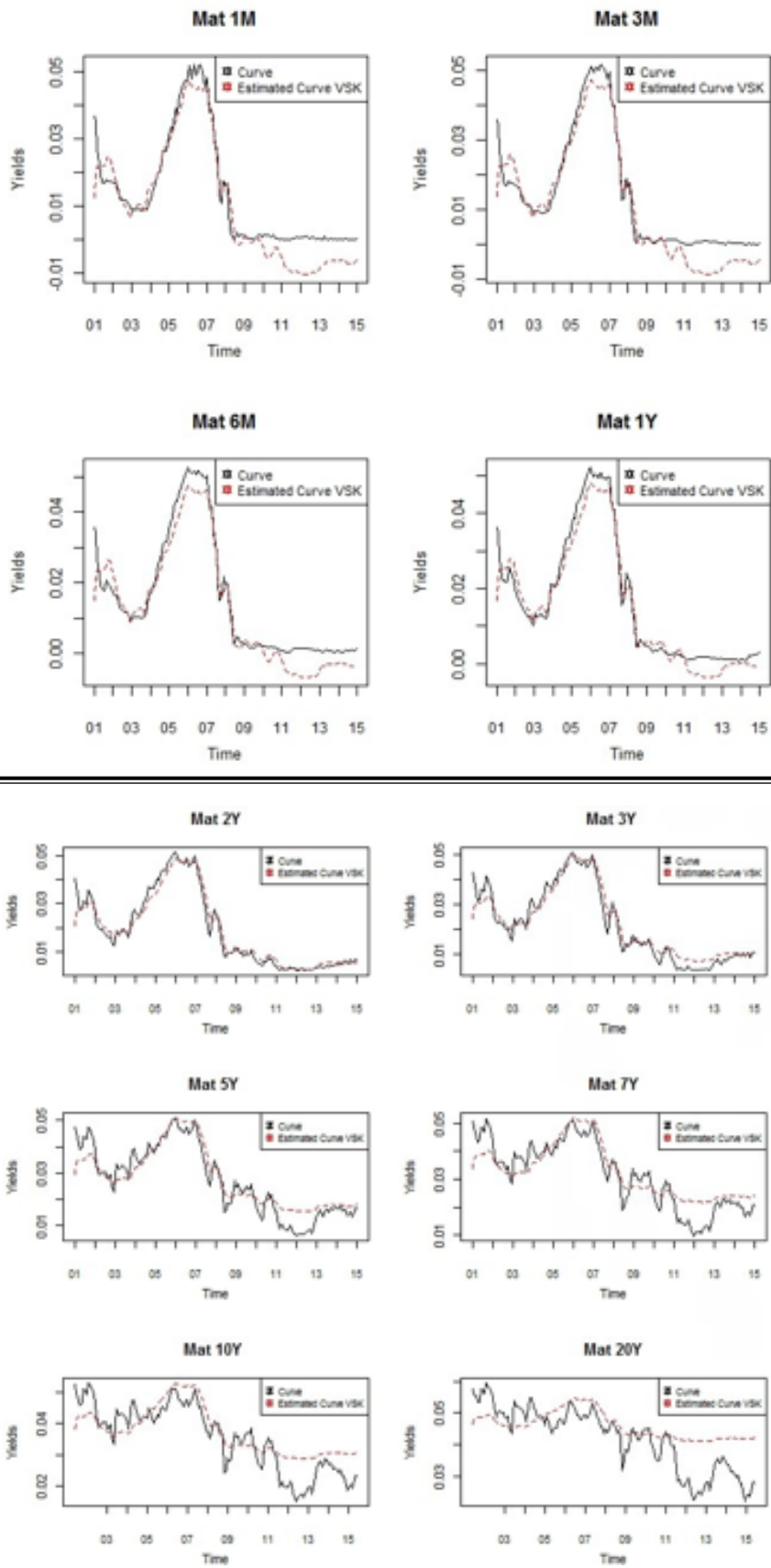
Figure 3.14: Colombian Yield Curve-shapes-VSK



OTRAS GRÁFICAS

Figure 3.15: USA Yield Curve-shapes-CIR(a)

Figure 3.16: USA Yield Curve-shapes-CIR(b)



OTRAS GRÁFICAS

Figure 3.17: USA Yield Curve-shapes-VSK(a)

Figure 3.18: USA Yield Curve-shapes-VSK(b)



04 | FORECASTING-OUT OF SAMPLE

In this section we evaluate the performance of affine and Nelson Siegel type models and compare them against different benchmarks; such as a random walk and vector- autoregression of the level yields. The loss function to evaluate the performance in all models is the root mean squared error represented as:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum [R(t + \hat{t} h, \tau) - R(t + h, \tau)]^2} \quad (4.1)$$

Where, h is the length of steps ahead that we take for forecast evaluation, one, six and twelve respectively in all available maturities. We use an expanding data window beginning in January of 2010 (2010:01) until July and August of 2015(2015:07;08) for USA and Colombia, respectively.

4.0.1 Affine Models

Forecasting affine models is made easier thanks to the iterative process of the kalman filter, where the state space representation updates and evaluates the likelihood function through the use of state variables distributions conditional on previous estimates values.

$$r_{t+h} = \hat{\alpha} + \hat{Y} r_t + \sqrt{\hat{\Phi}} \eta_{t+h} \quad (4.2)$$

$$R(t + \hat{t} h, \tau) = -\frac{1}{\tau} A[\hat{t}, \tau] + \frac{1}{\tau} B[\hat{t}, \tau] r_{t+h} + s_{t+h} \quad (4.3)$$

4.0.1 Affine Models

Forecasting the yield curve requires that the unobserved level, slope and curvature variables have been predicted previously. As the polynomial system may be estimated by

two different methodologies we can either forecast a VAR of unobserved vectors or in the case of kalman filter the transition vector.

Two Steps

$$\hat{\beta}_{t+h} = \hat{C} + \hat{\gamma}\beta_t \quad (4.4)$$

$$R(t+h, \tau) = B\hat{1}_{t+h} + B\hat{2}_{t+h} \left(\frac{1 - e^{-\hat{\lambda}\tau}}{\hat{\lambda}\tau} \right) + B\hat{3}_{t+h} \left(\frac{1 - e^{-\hat{\lambda}\tau}}{\hat{\lambda}\tau} - e^{-\hat{\lambda}\tau} \right) \quad (4.5)$$

One Step

$$\hat{\beta}_{t+h} = \hat{C} + \hat{\gamma}\beta_t + \eta_{t+h} \quad (4.6)$$

$$R(t+h, \tau) = \hat{\zeta}\hat{\beta}_{t+h} + s_{t+h} \quad (4.7)$$

4.0.1.2 Benchmark models

Other models are taken as reference for their easiness in the estimation and also because not required strong fundamental theory. The chosen models are the VAR(1) on yields levels and the famous random walk.

VAR(1) On Yields Levels

$$R(t+h, \tau) = \hat{\lambda} + \hat{\alpha}R(t, \tau) \quad (4.8)$$

Random Walk

$$R(t+h, \tau) = R(t, \tau) \quad (4.9)$$

4.1 Results

Table (4.1) stacks the results for Colombia and allows to see that in average a random walk is hard to be defeated for any kind of specification model. Nevertheless, Nelson and Siegel-One Step model is able to do it for long horizons of forecasting, other conclusion is that affine models have a poor performance out of sample

	Maturities	One Month ahead	Six Months ahead	Twelve Months ahead
VAR(1) Yields On Levels	1Y	0.1810	0.5093	0.8323
	5Y	0.2952	0.8744	0.9132
	10Y	0.3120	0.9212	0.9457
	Average	0.2627	0.7683	0.8971
Random Walk RW	1Y	0.1750	0.4832	0.7372
	5Y	0.2772	0.7557	0.8086
	10Y	0.2741	0.8037	0.9654
	Average	0.2421	0.6808	0.8371
Nelson-Siegel Two Steps	1Y	0.1810	0.5093	0.8323
	5Y	0.2952	0.8744	0.9132
	10Y	0.3120	0.9212	0.9457
	Average	0.2627	0.7683	0.8971
Nelson-Siegel One Step	1Y	0.2562	0.5118	0.7378
	5Y	0.4731	0.8072	0.8177
	10Y	0.5034	0.8706	0.8929
	Average	0.4109	0.7299	0.8161
Vasicek VSK	1Y	1.5302	1.9164	2.3739
	5Y	0.7677	0.9471	1.1301
	10Y	1.3795	1.3124	1.1722
	Average	1.2258	1.3920	1.5588
CIR	1Y	1.222	1.490	1.800
	5Y	1.267	1.619	1.935
	10Y	1.318	1.543	1.797
	Average	1.2716	1.5505	1.8440

Table (4.2) on the other side stacks the results for USA, the conclusions are almost the same. first, the confirmation about the weaknesses of affine models for forecasting. Sec- ond, the impossibility of any model against the random walk even though for Colombia Nelson and Siegel-One Step do it, within USA is unable.

	Maturities	One Month ahead	Six Months ahead	Twelve Months ahead
VAR(1) Yields On Levels	1M	0.0415	0.35003	0.5585
	3M	0.0579	0.3730	0.5763
	6M	0.0659	0.3796	0.5850
	1Y	0.0651	0.3380	0.5464
	2Y	0.0987	0.3282	0.5327
	3Y	0.1326	0.3827	0.5930
	5Y	0.1670	0.4877	0.6677
	7Y	0.1802	0.5278	0.6739
	10Y	0.1734	0.5026	0.5956
	20Y	0.1695	0.5156	0.6539
	Average	0.1152	0.4185	0.5983
Random Walk RW	1M	0.0212	0.0361	0.0498
	3M	0.0131	0.0356	0.0525
	6M	0.0154	0.0421	0.0579
	1Y	0.0187	0.0576	0.0768
	2Y	0.0603	0.1303	0.1718
	3Y	0.0972	0.2397	0.2977
	5Y	0.1399	0.3945	0.4770
	7Y	0.1536	0.4666	0.5843
	10Y	0.1506	0.5031	0.6300
	20Y	0.1497	0.5361	0.6852
	Average	0.0820	0.2452	0.3083
Nelson-Siegel Two Steps	1M	0.0944	0.3413	0.4280
	3M	0.0824	0.3109	0.3899
	6M	0.0740	0.2607	0.3435
	1Y	0.0942	0.2033	0.2819
	2Y	0.0932	0.2222	0.2003
	3Y	0.1088	0.3238	0.4171
	5Y	0.1720	0.4468	0.5662
	7Y	0.1742	0.4798	0.6432
	10Y	0.1533	0.5160	0.7210
	20Y	0.1854	0.6026	0.8352
	Average	0.1232	0.3707	0.4916
Nelson-Siegel One Step	1M	0.1196	0.1657	0.1939
	3M	0.0956	0.1363	0.1625
	6M	0.0846	0.1066	0.1334
	1Y	0.1018	0.1037	0.1193
	2Y	0.1214	0.1613	0.2087
	3Y	0.1511	0.2734	0.3759
	5Y	0.2324	0.4140	0.5608
	7Y	0.2433	0.4577	0.6432
	10Y	0.2407	0.5113	0.7120
	20Y	0.2975	0.5966	0.8054
	Average	0.1688	0.2927	0.3915

Vasicek VSK	1M	0.8490	0.8910	0.9424
	3M	0.6912	0.7284	0.7734
	6M	0.5712	0.6071	0.6435
	1Y	0.3419	0.3717	0.3926
	2Y	0.1344	0.2161	0.1876
	3Y	0.3132	0.4030	0.3885
	5Y	0.5487	0.6466	0.6615
	7Y	0.6700	0.7675	0.8017
	10Y	0.8280	0.9248	0.9694
	20Y	1.3143	1.4120	1.4831
	Average	0.7297	0.7752	0.8026
CIR	1M	0.7767	0.7079	0.6449
	3M	0.7716	0.7234	0.6493
	6M	0.7370	0.6861	0.6092
	1Y	0.6738	0.6144	0.5639
	2Y	0.4502	0.4598	0.4247
	3Y	0.2767	0.3409	0.3826
	5Y	0.5561	0.6154	0.7151
	7Y	1.0140	1.0081	1.1058
	10Y	1.4554	1.4471	1.5088
	20Y	2.002	2.0096	2.0193
	Average	0.8722	0.8613	0.8624

5. Conclusions

In this article we worked with term structure of interest rates for different countries, the analysis was focused in the use of different models well-known by practitioners and academics. We estimated and made forecast of the curves through methodologies as Kalman Filter or two steps representation in the case of Nelson and Siegel model.

We found that Nelson-Siegel is able to have a good performance in sample scenario. Nonetheless, out of sample the results became worse, being almost impossible to defeat a random walk. In the case of affine models neither in sample or out of it the performance is even acceptable.

In future research we plan to incorporate new methodologies that allows us to find optimal results out sample and later find a loss function beyond the root mean squared error.

- [1] Coroneo, L., Nyholm, K., Vidova-Koleva R., 2008. How arbitrage-free is the Nelson-Siegel model?, European Central Bank Working Paper Series N 874.
- [2] Cox J.C., Ingersoll J.E., Ross J.S., 1985. A theory of the term structure of interest rates, *Econometrica*, 53(2), pp. 385-408
- [3] Diebold, F.X., Li, C., 2006. Forecasting the term structure of government bond yields, *Econometrics*, 130, pp. 337-364.
- [4] Diebold, F.X., Rudebusch G.D., Aruoba S.B., 2006. The macroeconomy and the yield curve: a dynamic latent factor approach, *Journal of Econometrics*, 131, pp. 309-338.
- [5] Duan J.C., Simonato J.G., 1995. Estimating and testing exponential-affine term structure model by kalman filter, CIRANO, ISSN 1198-8177
- [6] Duffee, G.R., 2002. Term Premia and Interest Rate Forecasts in Affine Models, *The Journal of Finance*, pp. 405-443.
- [7] Duffee, G.R., Hopkins J., 2011. Forecasting with the term structure: The role of no-arbitrage restrictions.
- [8] Duffie, D., Kan R., 1996. A yield factor model of interest rates, *Mathematical Finance*, 6(4), pp. 379-406.
- [9] Nelson, C. R., Siegel, A. F., 1987. Parsimonious Modeling of Yield Curves, *Journal of Business*, 60, pp. 473-489.
- [10] Ullah, W., Matsuda, Y., Tsukuda, Y., 2013. Term Structure Modelling and Forecasting of government bond yields: Does a good in sample fit imply reasonable out-of sample forecasts, *Economic Papers*, 32(4), pp. 535-560.
- [11] Vasicek O., 1977. An equilibrium characterization of the term structure, *Journal of Financial Economics*, 5, pp. 177-188.
- [12] Zivot E. Choun-Yu W., 2011. Forecasting the term structures of Treasury and corporate yields using dynamic Nelson-Siegel models, *International Journal of Forecasting*, 27, pp. 579-511.



2 · 0 · 1 · 8