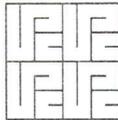


332.66  
V35f

# Fundamentos de Ingeniería Financiera

*Una aplicación al mercado bancario  
y monetario*

Néstor Francisco ~~Velosa~~ Gaitán



**Universidad  
Piloto de Colombia**  
UN ESPACIO PARA LA EVOLUCIÓN

Bogotá, Colombia

Donación Presidencia Submpg

## **Universidad Piloto de Colombia**

José María Cifuentes Páez  
*Presidente*

Patricia Piedrahita Castillo  
*Rectora*

Andrés Loboguerrero  
*Director Departamento de Publicaciones*

Mauricio Hernández  
*Director INIP.*

Elisa Piedrahita Castillo  
*Decana Programa de Ingeniería Financiera*

## **FUNDAMENTOS DE INGENIERÍA FINANCIERA**

*Una aplicación al mercado bancario y monetario*

ISBN: 978-958-97976-7-9

© Universidad Piloto de Colombia  
Primera edición: 2009  
Bogotá D. C.

Diseño de portada  
Andrés Loboguerrero

Impresión  
*Net educativa*

Todos los derechos reservados.  
Prohibida su reproducción total o parcial por  
cualquier medio, sin permiso del editor.

Impreso en Colombia

## TABLA DE CONTENIDO

Presentación	19
Introducción	21
<b>PRIMERA PARTE</b>	
<b>Capítulo 1. <i>El dinero como unidad monetaria</i></b>	25
1.1. Papel del dinero en la economía.	25
1.2. ¿Cómo se forma el interés en una economía?	26
1.3. Papel de la banca central.	29
1.4. Oferta y demanda de dinero, como fuerzas del mercado.	33
1.5. Medios de Pago (M1).	33
1.6. Instrumentos de política monetaria: OMAS, encajes, operaciones Repo	41
1.7. Sistema financiero colombiano.	44
1.7.1. Funciones del sistema financiero.	45
1.7.2. Modelo de operación financiera. Tendencias globales.	47
1.7.3. Modelo sistema financiero colombiano.	47
1.7.4. Movimiento contable de dinero en una economía básica.	49
1.8. Dinámica de los principales instrumentos de captación de recursos del sistema financiero Colombiano .	51
1.9. Profundización financiera, cobertura, bancarización, concentración y eficiencia.	52
<b>Bibliografía</b>	68
<b>Capítulo 2. <i>Interés</i></b>	69
2.1. Principio de agotamiento de las ventajas del intercambio	70
2.2. Definición de interés	70
2.3. Tipos de interés	71
2.3.1. Simple	71
2.3.2. Compuesto	71
2.4. Análisis comparativo capitalización simple y compuesta	74
2.5. Clases de interés.	76
2.5.1. Nominal.	76
2.5.2. Efectivo.	76
2.5.3. Corriente.	80
2.6. Tasas equivalentes.	80
2.7. Tasas de interés real.	86
2.8. Ponderación de tasas de interés.	89
2.9. Interés de mora, anatocismo y usura.	90
2.10. Tasas de interés comúnmente utilizadas en el sector financiero.	93
2.10.1. Tasas de mercado.	93
2.10.2. Tasas de regulación y control estatal.	104
2.10.3. Tasas de intermediación financiera.	111
2.10.4. Márgenes.	114
2.11. Tasas de interés y segmentos de mercado.	118
2.12. Jerarquía de normatividad.	120
2.13. Tasas de interés contractuales según legislación colombiana.	120
2.14. Casos propuestos.	124
Notas complementarias.	126
<b>Bibliografía</b>	128

<b>Capítulo 3. Inflación, devaluación y revaluación</b>	129
3.1 Tasa de inflación.	129
3.2 Metodología de medición de la inflación.	131
3.3 Índice de precios al consumidor IPC.	133
3.4 Temporalidad de medición del IPC: año completo y año corrido.	134
3.5 Precios corrientes y precios constantes.	135
3.6 Deflactor del Producto Interno Bruto – PIB.	136
3.7 Flujos de fondos deflactados, a precios constantes o de crecimiento real.	139
3.8 Devaluación y revaluación de la moneda.	140
3.9 Tasa de cambio y divisas.	144
3.10 Tasa representativa de mercado (TRM) 75.	148
3.11 Índice de precios relativos.	149
3.12 Teoría de la paridad del poder adquisitivo (PPA).	152
3.13 Modelos comparativos de índice de precios BIG MAC vs. peluqueadas como bienes no transables.	155
3.14. Financiación en moneda extranjera e impacto económico por efecto de variación en el tipo de cambio.	157
<b>Bibliografía</b>	150
<b>Capítulo 4. Análisis de flujos de fondos. Anualidades, gradientes, perpetuidades</b>	161
4.1 Nomenclatura y diagramas de flujos de caja.	161
4.2 Cálculo de valores.	163
4.2.1 Valor futuro.	163
4.2.2 Valor presente.	164
4.3 Series uniformes.	168
4.3.1 Anualidades vencidas.	168
4.3.2 Anualidades anticipadas.	175
4.3.3 Anualidades diferidas.	176
4.4 Series variables (crecientes o decrecientes).	178
4.4.1 Gradiente aritmético creciente.	178
4.4.2 Gradiente aritmético decreciente.	180
4.4.3 Gradiente geométrico creciente.	181
4.4.4 Gradiente geométrico decreciente.	182
4.5 Perpetuidades.	183
4.5.1 Anualidades.	183
4.5.2 Gradiente aritmético.	184
4.5.3 Gradiente geométrico creciente.	186
4.5.4 Gradiente geométrico decreciente.	187
4.6 Estructuración de planes y tablas de amortización.	188
4.6.1 Series uniformes.	189
4.6.2 Series variables.	192
4.6.3 Créditos vivienda según modalidad: UVR y Moneda legal.	194
4.6.4 Leasing. Contratos de arrendamiento financiero.	206
4.7 Equivalencias de flujos de caja.	211
4.8 Ejemplos.	214
4.9 Ejercicios para desarrollar.	216
<b>Bibliografía</b>	218
<b>Capítulo 5. Depreciación y su impacto financiero</b>	219
5.1 Clases de depreciación	220
5.2 Métodos convencionales de depreciación	221
5.3 Impacto de la depreciación en los resultados financieros	228
5.4 Depreciación y ajustes por inflación	232
5.5 Depreciación y ahorros interno y fiscal	236
5.6 Depreciación. Importancia en el flujo de caja libre	240
<b>Bibliografía</b>	242

<b>Capítulo 6. Análisis de Riesgos en el mercado monetario</b>	243
6.1 Rentabilidad y riesgo.	243
6.1.1 Rentabilidad.	243
6.1.2 Riesgo.	248
6.2 Riesgos del sector empresarial.	255
6.2.1 Riesgo económico.	255
6.2.2 Riesgo financiero.	257
6.2.3 Punto de equilibrio (operativo y financiero).	258
6.2.4 Apalancamiento.	261
6.3 Riesgo en el mercado de títulos.	265
6.3.1 Triada: Rentabilidad, riesgo, liquidez.	268
6.3.2 Diversificación.	270
6.3.3 Inmunización.	270
6.3.4 Teoría del portafolio.	274
6.3.5 Tipos de portafolios o carteras.	276
6.3.6 Rendimiento de portafolio.	277
6.3.7 Riesgo de portafolio.	277
6.3.8 Clasificación por tipo de riesgos, factores y medición.	278
6.4 Calificación de emisiones.	291
6.5 Fundamentos legales de riesgo en la industria financiera colombiana.	296
6.6 Sistema de administración del riesgo de lavado de activos y de la financiación del terrorismo. Del SIPLA al SARLAFT.	301
<b>Bibliografía</b>	309

## SEGUNDA PARTE

<b>Capítulo 7. Negociación de valores de renta fija a tasas fijas o flotantes</b>	311
7.1 Mercado secundario.	311
7.2 Valor-título y su clasificación.	312
7.3 Negociación de valores.	317
7.4 Tasas de descuento.	320
7.5 Costos asociados en la negociación de instrumentos financieros clásicos.	324
7.6 Estructuración de operaciones carrusel.	325
7.7 Valoración de portafolios a precios de mercado.	327
7.8 Desintermediación financiera. Securitización.	343
7.9 Ejercicios propuestos.	344
<b>Bibliografía</b>	347
<b>Capítulo 8. Evaluación financiera.</b>	349
8.1 Proyectos de inversión (PI).	349
8.2 Tasa de descuento, tasa de oportunidad o costo de capital.	351
8.3 La inflación y la tasa de descuento.	353
8.4 Valor presente neto.	356
8.4.1 Normalizado o de periodicidad regular.	357
8.4.2 No periódico.	378
8.5 Tasa interna de retorno.	381
8.5.1 Convencional.	381
8.5.2 No periódica.	387
8.5.3 Modificada.	390
8.5.4 Falacia de la reinversión.	395
8.5.5 Casos especiales de carencia o múltiples TIR.	397
8.6 Valor uniforme equivalente VUE.	402
8.7 Relación beneficio-costos.	406

8.8	Período de recuperación de la inversión.	407
8.9	Ejemplos.	408
8.10	Ejercicios para desarrollar.	410
<b>Bibliografía</b>		412

## **Capítulo 9. Valoración de empresas** 413

9.1	Creación y generación de valor.	313
9.2	Valoración de la empresa.	424
9.2.1	Construcción Flujos de caja libre.	426
9.2.2	Tasa de descuento.	427
9.2.3	Valor de sinergias y/o de contingencias.	441
9.3	Modelo de valoración.	441
9.4	Simulación de un caso.	444

<b>Bibliografía</b>		471
---------------------	--	-----

## **TERCERA PARTE**

## **Capítulo 10. Modelación financiera en productos del Sistema Financiero Colombiano** 473

10.1	Bancos: Modelos de rentabilidad, según mezcla de recursos de captación y colocación y punto de equilibrio por producto de captación según mezcla de colocación.	473
10.2	Corporación Financiera: <i>Project Finance</i> .	478
10.3	Sociedades administradoras de Fondos de pensiones y cesantías: Modelación financiera. El caso de los Fondos de pensiones.	487
10.4	Sociedad Fiduciaria: Portafolio de inversión.	500
10.4.1	Volatilidad. Medida de riesgo de tasa de interés.	500
10.4.2	Optimización de portafolio.	501

<b>Bibliografía</b>		505
---------------------	--	-----

## **ANEXOS**

1.	Álgebra aplicada a las finanzas.	507
2.	Estructura sistema financiero colombiano.	510
3.	Excel como herramienta financiera.	511
4.	Tablas conversión de tasas de interés, negociación, descuento títulos.	548
4.1	Equivalencias de tasas de interés de efectivas a nominales.	548
4.2	Equivalencia de tasas de interés nominales a efectivas.	549
4.3	Tasas de descuento en negociación de títulos.	550
4.4	Tasas efectivas en negociación de títulos.	551
5.	Casos aplicados calculadora HP.	552
6.	Normatividad tasas de interés circular 007 Superintendencia Financiera de Colombia.	558

<b>Glosario</b>		571
-----------------	--	-----

## TABLA DE GRÁFICOS

### Capítulo 1

Gráfica 1.1.	Formación de la tasa de interés.	20
Gráfica 1.2.	Estructura del modelo IS-LM.	28
Gráfica 1.3.	Desequilibrio/equilibrio en los mercados de bienes y monetario.	29
Gráfica 1.4.	Proceso de equilibrio económico del modelo IS-LM.	29
Gráfica 1.5.	Países con inflación objetivo y tasa de inflación a la fecha de adopción.	31
Gráfica 1.6.	Tendencia de las variables asociadas al multiplicador monetario.	37
Gráfica 1.7.	Secuencia del efecto multiplicador.	38
Gráfica 1.8.	Evolución mensual de M1 y sus componentes.	40
Gráfica 1.9.	Dimensión del Sistema Financiero Colombiano.	45
Gráfica 1.10.	Evolución de la mezcla (%) de captación del sistema financiero. Colombiano. 1995-2007.	52
Gráfica 1.11.	Profundización Financiera y desarrollo económico.	53
Gráfica 1.12.	Eficiencias técnicas y de asignación.	58
Gráfica 1.13.	Dirección estratégica de eficiencia en gastos.	62
Gráfica 1.14.	Dinámica de eficiencia Sistema Financiero Colombiano. 1996 – 2006.	63

### Capítulo 2

Gráfica 2.1.	Comportamiento del interés capitalizable.	71
Gráfica 2.2.	Función de acumulación de interés compuesto.	73
Gráfica 2.3.	Comportamiento del interés según forma de liquidación simple vs. compuesta.	75
Gráfica 2.4.	Tasas nominales y equivalencia en efectiva.	78
Gráfica 2.5.	Diagramas de flujos de equivalencia de tasas de interés.	81
Gráfica 2.6.	Diagrama de conversión de tasas de interés.	83
Gráfica 2.7.	Diagrama de conversión de tasas de interés nominales de igual. periodicidad pero diferente modalidad.	83
Gráfica 2.8.	Diagrama conversión de tasas de interés - ejemplo.	86
Gráfica 2.9.	Comportamiento DTF vs Tasa de inflación 92-07.	87
Gráfica 2.10.	Evolución Tasa % DTF real. 92-07.	88
Gráfica 2.11.	Comportamiento de las tasas de usura, remuneratoria e interés bancario corriente.	92
Gráfica 2.12.	Comportamiento DTF[90 días]. Promedio ponderado % efectiva anual. 1992-2007.	94
Gráfica 2.13.	Evolución tasa semanal de captación CDT[180 y 360 días] % efectiva anual. 1993-2007.	94
Gráfica 2.14.	Comportamiento y desviación IBR- plazo overnight. Enero 2/08 – Mayo 9/08.	95
Gráfica 2.15.	Tasa % choice promedio cotizada por banco vs tasa mediana IBR(9.122) - plazo overnight. Enero 2/08 – Mayo 9/08.	96
Gráfica 2.16.	Evolución y desviación IBR- plazo mensual. Enero 8/08 – Mayo 6/08.	97
Gráfica 2.17.	Diagrama de cálculo de la UVR para un período de referencia (16 dic/06-15 enero/07).	101
Gráfica 2.18.	Comportamiento tasas de interés corriente y de usura 2.007 - IIIQ 2008. (% efectiva anual).	108
Gráfica 2.19.	Pirámide de Kelsen: Jerarquía de normas aplicables al sistema financiero colombiano.	121

### Capítulo 3

Gráfica 3.1.	Tendencias de precios y condición de inflación por medición de índice.	129
Gráfica 3.2.	Tasa % de inflación en Colombia. 1952-2006.	130
Gráfica 3.3.	Variación porcentual del IPC en Colombia. 92-06.	131
Gráfica 3.4.	Comportamiento de la TC - Mercado interbancario. (peso-dólar) Promedio-día 97-06.	147

### Capítulo 4

Gráfica 4.1.	Diagrama de flujos de fondos.	162
Gráfica 4.2.	Diagrama convencional de flujo de caja.	163
Gráfica 4.3.	Variables que conforman un flujo de caja.	163
Gráfica 4.4.	Ejemplo valor presente venta AB.	165
Gráfica 4.5.	Comportamiento factor de VP/VF según tiempo <sup>167</sup> .	
Gráfica 4.6.	Flujo de una anualidad vencida y Valor futuro.	169
Gráfica 4.7.	Comportamiento de interés y capital para un crédito.	172
Gráfica 4.8.	Flujo de una anualidad vencida a partir de un valor presente o actual.	173
Gráfica 4.9.	Diagrama de equivalencia de flujos en Excel.	174
Gráfica 4.10.	Diagrama de equivalencia de flujos.	175
Gráfica 4.11.	Diagrama de equivalencia de flujos anticipados.	175
Gráfica 4.12.	Diagrama de anualidad diferida.	177
Gráfica 4.13.	Diagrama de anualidad diferida. Ejemplo 4.10.	177
Gráfica 4.14.	Gradiente aritmético creciente.	178
Gráfica 4.15.	Gradiente aritmético decreciente.	180
Gráfica 4.16.	Gradiente geométrico creciente.	181
Gráfica 4.17.	Anualidad perpetua.	183
Gráfica 4.18.	Representación ahorro presente para consumo futuro.	184
Gráfica 4.19.	Gradiente aritmético perpetuo.	185
Gráfica 4.20.	Gradiente geométrico perpetuo creciente.	187
Gráfica 4.21.	Comportamiento capital e intereses crédito en pesos. Sistema alícuota.	202
Gráfica 4.22.	Flujo de caja de una operación de leasing financiero.	207
Gráfica 4.23.	Comportamiento pagos leasing financiero. Caso tabla 4.24.	209
Gráfica 4.24.	Flujo futuro de fondos deuda. Alternativa A.	212
Gráfica 4.25.	Flujo futuro de fondos deuda. Alternativa B.	212
Gráfica 4.26.	Flujos de fondos equivalentes.	213

### Capítulo 5

Gráfica 5.1.	Valor presente de la depreciación según métodos doble disminución y raíz n con y sin Valor de salvamento.	228
--------------	--	-----

### Capítulo 6

Gráfica 6.1.	Distribución de probabilidad de rendimiento de portafolio	245
Gráfica 6.2.	Calificación del nivel de riesgo (DS).	249
Gráfica 6.3.	Línea característica.	255
Gráfica 6.4.	Comportamiento de costos, ingresos y punto de equilibrio.	259
Gráfica 6.5.	Diversificación cartera y comportamiento del riesgo.	266
Gráfica 6.6.	Comportamiento del beta y su relación entre rendimientos esperados y del mercado.	266
Gráfica 6.7.	Cartera eficiente.	267
Gráfica 6.8.	Curva de rentabilidad según madurez de títulos de inversión.	269
Gráfica 6.9.	Frontera eficiente de un portafolio de inversión.	275
Gráfica 6.10.	Efecto de la diversificación en la estructuración de portafolios de inversión.	278
Gráfica 6.11.	Diagrama de flujo de un CDT.	284
Gráfica 6.12.	Distribución normal estandarizada.	290
Gráfica 6.13.	Parámetros de nivel de riesgos (DS).	291

Gráfica 6.14.	Organización de los riesgos según la normatividad Colombiana aplicable a la industria financiera.	296
Gráfica 6.15.	Modelo de supervisión prudencial adoptado en Colombia. Principios Basilea II.	300
<b>Capítulo 7</b>		
Gráfica 7.1.	Valores relativos (%) de negociación de un título según variación tasas del mercado.	319
Gráfica 7.2.	Relación inversa precio-retorno títulos.	319
Gráfica 7.3.	Diagrama de flujo de fondos.	321
Gráfica 7.4.	Evolución de normas de valoración de portafolio a precios de mercado colombiano.	328
<b>Capítulo 8</b>		
Gráfica 8.1.	Ilustración esquemática de descuento de flujos futuros base de cálculo del VPN.	356
Gráfica 8.2.	Diagrama periódico regular de un flujo de caja.	357
Gráfica 8.3.	Flujo de caja periódico y cálculo del VPN.	358
Gráfica 8.4.	Distribución relativa y valores absolutos del Proyecto A. Capital, interés y renta marginal.	361
Gráfica 8.5.	Modelo del VPN según tasa de descuento. Caso proyecto A.	362
Gráfica 8.6.	Diagrama de flujo con VPN según tasa de descuento.	362
Gráfica 8.7.	Comportamiento VPN según tasa de descuento.	368
Gráfica 8.8.	Variabilidad resultados posibles con relación a los esperados.	374
Gráfica 8.9.	Diagrama de flujos de fondos no periódicos.	378
Gráfica 8.10.	Diagrama de flujo CDT base cálculo TIR.	385
Gráfica 8.11.	Esquema de flujo temporal valor de unidades base de cálculo de la TIR.	386
Gráfica 8.12.	Liquidación de intereses con base en unidades.	387
Gráfica 8.13.	Sensibilidad VPN con cambios en tasa de descuento y cálculo de TIR no periódica cuadro 8.29.	389
Gráfica 8.14.	Diagrama de flujos equivalente (VUE).	404
Gráfica 8.15.	Diagrama de flujos equivalente (VUE). Ejemplo 8.12.	405
<b>Capítulo 9</b>		
Gráfica 9.1.	Interrelación áreas funcionales organizacionales.	414
Gráfica 9.2.	Objetivo central firma y factores determinantes.	414
Gráfica 9.3.	Dinámica en la toma de decisiones del gestor financiero.	415
Gráfica 9.4.	Diagrama de flujo de fondos por dividendos. Renta variable.	416
Gráfica 9.5.	Relación liquidez, rentabilidad y endeudamiento	
Gráfica 9.6.	Coficiente $\beta$ de un valor.	426
Gráfica 9.7.	Diagrama de proceso de valoración de un negocio en marcha.	443
Gráfica 9.8.	Indicadores financieros. Compañía ABC SA. Años 1 a 10. Du Pont – Dinámica de costos.	467
Gráfica 9.9.	Comportamiento de los Flujos futuros de caja, valor residual y valor presente neto de la firma. Compañía ABC SA. Años 1 a 10.	469
<b>Capítulo 10</b>		
Gráfica 10.1.	Esquema del proceso y estudios de preinversión.	480
Gráfica 10.2.	Esquema general de la operación. Entendiendo la estructuración financiera del negocio.	481
Gráfica 10.3.	Flujo de caja libre inversionista proyecto.	486
Gráfica 10.4.	Evolución participación por afiliado en el total de ahorros netos. Períodos 1 y 12.	490

## ÍNDICE DE CUADROS

### Capítulo 1

Cuadro 1.1.	Esquema de meta intermedia.	32
Cuadro 1.2.	Creación secundaria de medio de pago- dinero.	36
Cuadro 1.3.	Análisis de sensibilidad del multiplicador.	37
Cuadro 1.4.	Expansión múltiple de los depósitos.	38
Cuadro 1.5.	Análisis de sensibilidad del multiplicador.	39
Cuadro 1.6.	Multiplicador bancario y monetario.	39
Cuadro 1.7.	Medios de pago, variación y participación relativa de sus componentes (Efectivo y depósitos cuenta corriente).	41
Cuadro 1.8.	Evolución tasas % total de encajes de los establecimientos de crédito.	42
Cuadro 1.9.	Instrumentos clásicos de política monetaria.	43
Cuadro 1.10.	Variable micro y macroeconómica asociada a la política monetaria.	44
Cuadro 1.11.	Modelos de operación de los sistemas financieros. Banca universal vs. especializada.	47
Cuadro 1.12.	Modelo sistema financiero colombiano. (ley 510/99).	48
Cuadro 1.13.	Sistema contable de operación crediticia en una economía simplificada.	49
Cuadro 1.14.	Cálculo de rentabilidad efectiva anual para un Banco según mezcla.	50
Cuadro 1.15.	Evolución de la mezcla de captación de recursos del Sistema Financiero Colombiano.	51
Cuadro 1.16.	Evolución Profundización Financiera América Latina vs Países industrializados. Una muestra.	54
Cuadro 1.17.	Colombia. Nivel de bancarización. (Julio /06).	55
Cuadro 1.18.	Grado de concentración/cobertura geográfica de la banca en Colombia.	57
Cuadro 1.19.	Grado de eficiencia del sistema financiero. (Promedio 1996-2003).	59
Cuadro 1.20.	Índice de concentración bancaria sobre activos productivos.	65

### Capítulo 2

Cuadro 2.1.	Valor acumulado con capitalización a tasa variable.	73
Cuadro 2.2.	Factor de actualización (valor presente/futuro) según plazo y tasa.	74
Cuadro 2.3.	Comportamiento de una inversión aplicando interés simple y compuesto.	74
Cuadro 2.4.	Comparativo entre interés simple y compuesto.	76
Cuadro 2.5.	Descripción gráfica y numérica de equivalencia de tasas.	84
Cuadro 2.6.	Tasas nominales según modalidad y periodicidad.	85
Cuadro 2.7.	Tasas equivalentes a una tasa efectiva del 18%.	85
Cuadro 2.8.	Tasas equivalentes al x % efectivo anual.	85
Cuadro 2.9.	Portafolio de inversión según rentabilidad.	90
Cuadro 2.10.	Tabla de amortización de un crédito, base cálculo interés de mora.	91
Cuadro 2.11.	Valores de la unidad de valor real (UVR). Vigentes para el período 16/Diciembre/2006 al 15/Enero/2007.	103
Cuadro 2.12.	Comportamiento y variación anual UVR.	104
Cuadro 2.13.	Interés bancario corriente, usura e interés remuneratorio y de mora. Primer trimestre 2007.	106
Cuadro 2.14.	Interés bancario corriente, usura e interés remuneratorio y de mora. Enero 5 a marzo 31 de 2007.	107
Cuadro 2.15.	Resumen interés bancario corriente año 2.007 - I 08.	108
Cuadro 2.16.	Condiciones financieras para el cálculo de la rentabilidad mínima de los fondos de pensiones y cesantías. (Decreto 2664 julio 12 de 2007).	109
Cuadro 2.17.	Parámetros de selección de tasa de rentabilidad mínima obligatoria.	110
Cuadro 2.18.	Tasa de rentabilidad de indiferencia y rangos de selección según métodos 1 y 2.	111
Cuadro 2.19.	Modelo de rentabilidad operación de redescuento.	112
Cuadro 2.20.	Conversión tasas de interés flotante. Caso (DTF+4).	115

Cuadro 2.21.	Definición, factores y cálculo del margen de intermediación financiera.	116
Cuadro 2.22.	Estructura de las tasas de interés fijas/variables.	117
Cuadro 2.23.	Esquema matricial de comportamiento deseado de costo de captación de recursos según plazo y monto.	118
Cuadro 2.24.	Matriz de política de precios de productos activos.	119
Cuadro 2.25.	Normatividad colombiana en tasas de interés según naturaleza jurídica (NJ), tipo de interés y moneda.	122

### Capítulo 3

Cuadro 3.1.	Ponderación por bienes y servicios de la canasta de bienes por estrato socioeconómico - modelo.	132
Cuadro 3.2.	Comportamiento del IPC por grupo de bien y estrato socioeconómico.	133
Cuadro 3.3.	Expresión del IPC por segmento socioeconómico y tasa de inflación.	133
Cuadro 3.4.	Crecimiento nominal y real de ingresos. El efecto precio.	136
Cuadro 3.5.	Variación anual del PIB a precios corrientes y constantes del año 94, deflactor e IPC.	138
Cuadro 3.6.	Flujo de caja deflactado y cálculo de la tasa real.	139
Cuadro 3.7.	Efecto inflacionario en la tasas de cambio y devaluación entre dos economías.	141
Cuadro 3.8.	Sensibilidad del ITCR por variaciones en la tasa de devaluación respecto a la tasa de equilibrio.	142
Cuadro 3.9.	Resultados financieros por inversión, en condición favorable de mercados internacionales. Resultados de caso.	144
Cuadro 3.10.	Tasa de cambio de la moneda de algunos países. (Unidades monetarias por dólar de los Estados Unidos).	148
Cuadro 3.11.	Modelo de Índice de precios relativos.	150
Cuadro 3.12.	Índice de tasa de cambio real del peso colombiano.	151
Cuadro 3.13.	Diferentes escenarios (Promedios móviles de orden 12. Base100 94). Índice BIG MAC de paridad de poder de compra e índice costo peluqueadas.	155
Cuadro 3.14.	Paridad Poder de Compra USD/\$. Índice BIG-MAC.	157
Cuadro 3.15.	Comportamiento de un crédito en USD, conversión a pesos y pérdida en cambio.	158
Cuadro 3.16.	Determinación de la pérdida en cambio por variación de los valores de abono a capital y saldo.	158

### Capítulo 4

Cuadro 4.1.	Factor de conversión de valor presente y valor futuro. Base \$1 y periodicidad anual (n).	166
Cuadro 4.2.	Factor de conversión de valor presente y valor futuro.	167
Cuadro 4.3.	Tabla de amortización en instalamentos.	170
Cuadro 4.4.	Análisis de sensibilidad de la participación relativa del pago inicial a intereses por cambio de tasa y aumento de plazo.	171
Cuadro 4.5.	Comportamiento primera cuota crédito. Ejemplo 4.6.	171
Cuadro 4.6.	Tabla de amortización anualidad vencida.	189
Cuadro 4.7.	Tabla de amortización anualidad anticipada.	189
Cuadro 4.8.	Tabla de amortización cuotas iguales de abono a capital.	190
Cuadro 4.9.	Tabla de amortización anualidad diferida con período de gracia de un año.	190
Cuadro 4.10.	Tabla de amortización alícuota más abono extraordinario.	191
Cuadro 4.11.	Tabla amortización gradiente aritmético creciente.	191
Cuadro 4.12.	Tabla amortización gradiente aritmético decreciente.	192
Cuadro 4.13.	Tabla amortización gradiente geométrico creciente.	192
Cuadro 4.14.	Tabla amortización gradiente geométrico decreciente.	193
Cuadro 4.15.	Tabla amortización cuota extra con gradiente geométrico creciente y pago periódico aritmético decreciente.	193
Cuadro 4.16.	Tasas máximas de interés remuneratorio autorizadas para créditos de vivienda 2000 - 2006.	194

Cuadro 4.17.	Cuantificación de las variables aplicables al ejemplo del crédito sistema cuota constante en UVR.	196
Cuadro 4.18.	Tabla amortización: Anualidad en UVR.	197
Cuadro 4.19.	Tabla amortización: Abono constante a capital.	199
Cuadro 4.20.	Análisis de sensibilidad primera cuota. Sistema abono constante a capital. Variación IPC y plazo (meses).	200
Cuadro 4.21.	Tabla amortización: Anualidad en UVR.	201
Cuadro 4.22.	Tabla amortización: Anualidad en pesos.	203
Cuadro 4.23.	Tabla amortización: abono constante a capital en pesos.	204
Cuadro 4.24.	Tabla amortización leasing financiero. Ejemplo 4.21.	208
Cuadro 4.25.	Tabla amortización leasing financiero. Saldo igual valor salvamento.	210
Cuadro 4.26.	Tabla resumen amortización leasing financiero.	211

## Capítulo 5

Cuadro 5.1.	Depreciación por método de línea recta.	222
Cuadro 5.2.	Depreciación por método de suma dígitos.	224
Cuadro 5.3.	Depreciación por método de doble disminución de saldos.	224
Cuadro 5.4.	Comportamiento depreciación según método.	225
Cuadro 5.5.	Tasa (%) de depreciación por método de raíz enésima, según valores de salvamento y del activo.	225
Cuadro 5.6.	Depreciación por método de raíz enésima.	226
Cuadro 5.7.	Depreciación de raíz enésima con y sin valor de salvamento vs. Doble saldo disminuido.	228
Cuadro 5.8.	Ahorros generados por depreciación. Opciones A y B.	230
Cuadro 5.9.	Ahorros generados por depreciación. Alternativa C.	232
Cuadro 5.10.	Depreciación línea recta con ajustes por inflación con y sin valor de salvamento.	234
Cuadro 5.11.	Depreciación método suma de los dígitos con ajustes por inflación.	235
Cuadro 5.12.	Depreciación método doble disminución de saldos con ajustes por inflación.	235
Cuadro 5.13.	Cálculo del valor presente de ahorros interno y fiscal por efecto inflacionario.	236
Cuadro 5.14.	Cálculo del valor presente del flujo de caja, según alternativas de depreciación a precios corrientes.	238
Cuadro 5.15.	Análisis de sensibilidad del valor presente del flujo de caja, según tasa de descuento.	239

## Capítulo 6

Cuadro 6.1.	Cálculo del rendimiento esperado de un portafolio.	244
Cuadro 6.2.	Umbral de elección de alternativas según disponibilidad de información.	245
Cuadro 6.3.	Estimación del rendimiento esperado de cartera.	246
Cuadro 6.4.	Cálculo de la desviación estándar. Tasa interbancaria.	250
Cuadro 6.5.	Rango de valor e interpretación del coeficiente de correlación.	252
Cuadro 6.6.	Medida de riesgo de dos valores. Desviación, covarianza y coeficiente de correlación.	253
Cuadro 6.7.	Cálculo del coeficiente de variación.	257
Cuadro 6.8.	Cálculo del punto de equilibrio operativo y financiero.	260
Cuadro 6.9.	Grado de apalancamiento operativo, financiero y total.	262
Cuadro 6.10.	Comportamiento GAO por variación en Q.	263
Cuadro 6.11.	Comportamiento GAF por variación en financiación.	264
Cuadro 6.12.	Tipo e indicadores de medición de riesgos asociados a inversión y portafolio.	267
Cuadro 6.13.	Variables determinantes en la conformación de portafolios. Tendencias de manejo de política	269
Cuadro 6.14.	Cálculo duración títulos, base inmunizar portafolio.	272
Cuadro 6.15.	Reinversión cupón según títulos. Inmunizar portafolio.	273

Cuadro 6.16.	Modelo conceptual de la estructura de portafolio de inversión según sector, plazo, moneda y tipo de renta.	276
Cuadro 6.17.	Estructura del portafolio de créditos por sector, moneda, plazos, destino y tasa.	277
Cuadro 6.18.	Comportamiento de rentabilidad y riesgo de de valores individuales y conformando portafolios, según DS.	278
Cuadro 6.19.	Tipos de riesgos, factor asociado y mecanismo de medición.	281
Cuadro 6.20.	Riesgos de liquidez, mercado, insolvencia y tasa interés. Descriptor e indicador.	281
Cuadro 6.21.	Participación relativa de títulos por plazo según grado de liquidez.	282
Cuadro 6.22.	Cálculo de la duración de un título.	284
Cuadro 6.23.	Duración (D) y Duración modificada (DM).	284
Cuadro 6.24.	Grado de sensibilidad de un título.	285
Cuadro 6.25.	Análisis de sensibilidad del CDT para calcular la volatilidad a diferentes tasas.	285
Cuadro 6.26.	Estimación de la duración de un título.	286
Cuadro 6.27.	Esquema relacional de las variables tasa de descuento, madurez y tasa cupón en la determinación de la duración de un título.	286
Cuadro 6.28.	Duración modificada.	287
Cuadro 6.29.	Duración de una cartera de bonos A y B.	289
Cuadro 6.30.	Cualificación riesgo según emisor.	290
Cuadro 6.31.	Cuantificación riesgo según nivel de riesgo.	290
Cuadro 6.32.	Calificación de emisiones según grado de inversión o especulación.	292
Cuadro 6.33.	Criterios y procedimientos para medición de riesgos de mercado. Establecimientos de crédito. Operaciones de tesorería y de intermediación financiera. (Modelo estándar).	297
Cuadro 6.34.	Panorama general de riesgos del sistema financiero.	298
Cuadro 6.35.	Sinopsis y esquema global del SARLAFT según ámbito local e internacional.	302

## Capítulo 7

Cuadro 7.1.	Clasificación general de los mercados financieros por tipo de mercado según finalidad e instrumento.	311
Cuadro 7.2.	Clasificación de los bonos.	313
Cuadro 7.3.	Rentabilidad de las acciones según precio final en bolsa.	316
Cuadro 7.4.	Tipo de negociación de un título por variación en los precios del mercado.	317
Cuadro 7.5.	Comportamiento de un valor ante cambios en el precio de mercado.	319
Cuadro 7.6.	Análisis de sensibilidad del precio de un bono cupón al 5% con variación de 100 puntos básicos de tasa de descuento y diferentes vencimientos.	322
Cuadro 7.7.	Cálculo de duración por cambios de 50 p.b. en tasa de descuento.	323
Cuadro 7.8.	Cálculo de la rentabilidad neta de un título descontado en el mercado secundario.	324
Cuadro 7.9.	Estructuración operación carrusel.	325
Cuadro 7.10.	Sinopsis proceso valoración títulos según clasificación.	332
Cuadro 7.11.	Cálculo del Margen Propio del título referido en el ejemplo 7.9.	335
Cuadro 7.12.	Impacto en el valor de portafolio por efecto en variación en los precios del mercado.	342

## Capítulo 8

Cuadro 8.1.	Matriz de costo de capital de unidades estratégicas de negocios.	352
Cuadro 8.2.	Flujo de caja expresado a precios corrientes y constantes. Tasa real 0%	354
Cuadro 8.3.	Flujos de caja a precios corrientes y constantes con tasa de interés real del 7%.	354
Cuadro 8.4.	Criterio de decisión según resultado del VPN.	359
Cuadro 8.5.	Distribución del valor presente neto positivo.	359

Cuadro 8.6.	Aproximación a la distribución del valor presente neto positivo del flujo de caja del proyecto A.	360
Cuadro 8.7.	Análisis de sensibilidad VPN según tasa de descuento y VPN estimado.	361
Cuadro 8.8.	Validación VPN vs. flujos individuales descontados.	363
Cuadro 8.9.	Simulación calculo VPN con Excel.	364
Cuadro 8.10.	Simulación descuento CDT con tasa 14.75% e.a. en diferentes momentos del tiempo.	365
Cuadro 8.11.	Proyectos excluyentes con diferente horizonte.	366
Cuadro 8.12.	Selección proyectos según VPN por aumento marginal en los flujos de caja.	367
Cuadro 8.13.	Análisis de sensibilidad VPN caso proyectos según tasa de descuento.	368
Cuadro 8.14.	Condiciones y resultados alternativas sucursal financiera.	369
Cuadro 8.15.	Guía y condiciones de selección proyectos según tipo y horizonte.	371
Cuadro 8.16.	Proyectos en punto de indiferencia y sensibilidad de la tasa de descuento.	372
Cuadro 8.17.	Cálculo Índice VP/Inversión, según comportamiento de los flujos de los proyectos.	373
Cuadro 8.18.	Probabilidad de obtener un rango de VPN en proyectos con flujos independientes.	375
Cuadro 8.19.	Proyectos con diferencial de escala de inversión.	377
Cuadro 8.20.	Cálculo VPN no periódico en Excel.	379
Cuadro 8.21.	Cálculo VPN no periódico en Excel. Prueba con un periodo regular y con formulas no regular.	380
Cuadro 8.22.	Criterio cuántico de decisión por evaluación a TIR.	381
Cuadro 8.23.	Cálculo TIR con cambio signo de los flujos.	382
Cuadro 8.24.	Cálculo de la TIR y del flujo de capital invertido.	382
Cuadro 8.25.	TIR y variación en el capital invertido.	383
Cuadro 8.26.	Amortización del capital invertido en función de TIR.	384
Cuadro 8.27.	Comportamiento ahorros fondo cesantías. Caso A.	386
Cuadro 8.28.	Comportamiento ahorros fondo cesantías. Caso B.	387
Cuadro 8.29.	Cálculo de TIR de un proyecto con flujo de fondos no periódico.	389
Cuadro 8.30.	Efecto en el cálculo de TIRM de un proyecto con tasa de reinversión diferente a la de financiación.	391
Cuadro 8.31.	Análisis de sensibilidad de la TIRM y del VPN con cambios en la tasa de reinversión.	392
Cuadro 8.32.	Cálculo de TIRM en un proyecto apalancado 100%	393
Cuadro 8.33.	Cálculo de TIRM en un proyecto apalancado 100% pagable y no pagable.	394
Cuadro 8.34.	Cálculo de TIRM para un CDT a un año ante cambios en la tasa de reinversión y su impacto económico.	396
Cuadro 8.35.	Respuesta de la TIRM ante cambios en la tasa de reinversión. [caso cuadro N° 8.34].	396
Cuadro 8.36.	Evaluación proyectos con más de una TIR.	398
Cuadro 8.37.	Proyectos A y B con evaluación VPN y TIR.	400
Cuadro 8.38.	Selección de proyectos con restricción presupuestal.	401
Cuadro 8.39.	Resultado numérico y gráfico del cálculo del VPN según tasa de descuento e índice Ingreso/Inversión.	407
Cuadro 8.40.	Ejemplo 2 Evaluación de los proyectos A y B.	410
Cuadro 8.41.	Ejemplo 2. Resumen de los resultados.	410
 <b>Capítulo 9</b>		
Cuadro 9.1.	Rentabilidad anual en títulos de renta variable. (Acciones).	417
Cuadro 9.2.	Estructura de un Flujo de caja libre disponible de la firma (precios corrientes).	418
Cuadro 9.3.	Descripción componentes del VP0.	421
Cuadro 9.4.	Valor empresa método FCL.	422
Cuadro 9.5.	Componentes en la valoración de empresas.	423
Cuadro 9.6.	Creación de valor y disponible para los accionistas.	425

Cuadro 9.7.	Tasa de descuento, de oportunidad, CPPC o WACC, ajustada por riesgo (Mercados eficientes).	429
Cuadro 9.8.	Costo de deuda después de impuestos.	430
Cuadro 9.9.	Cálculo del costo promedio ponderado de capital.	433
Cuadro 9.10.	Valor empresa, con tasa de descuento CPPC.	433
Cuadro 9.11.	Esquema global del CPPC.	434
Cuadro 9.12.	Determinación costo promedio ponderado de capital.	434
Cuadro 9.13.	CPPC y CPC. Determinación de flujos para su cálculo.	434
Cuadro 9.14.	Análisis de sensibilidad del CCPC y CPC por cambios en las tasas de interés de los créditos.	435
Cuadro 9.15.	Análisis de sensibilidad del CPC por cambios en la estructura de amortización de los créditos.	436
Cuadro 9.16.	Cálculo del CPC después de impuestos. (Ahorro en impuestos).	436
Cuadro 9.17.	Cálculo del CPC después de impuestos.	437
Cuadro 9.18.	Selección de proyectos CAPM.	439
Cuadro 9.19.	Estimación del valor inicial de aportes de capital para los inversionistas.	449
Cuadro 9.20.	Estado de resultados proyectado año 1 y punto de equilibrio.	451
Cuadro 9.21.	Estado de flujo de efectivo proyectado.	453
Cuadro 9.22.	Balance general proyectado.	454
Cuadro 9.23.	Cálculo costo promedio ponderado de capital, WACC o Tasa de descuento.	456
Cuadro 9.24.	Supuestos macro y del negocio. Compañía ABC SA.	458
Cuadro 9.25.	Continuación supuestos del negocio Compañía ABC SA.	459
Cuadro 9.26.	Estado de resultados proyectado- Compañía ABC SA. Período 1 de enero a 31 de diciembre de los años 1 a 10.	460
Cuadro 9.27.	Estado de flujo de efectivo proyectado- Compañía ABC SA. Período 1 de enero a 31 de diciembre de los años 1 a 10.	461
Cuadro 9.28.	Balance general proyectado- Compañía ABC SA. Período a 31 de diciembre de los años 1 a 10.	462
Cuadro 9.29.	Estado de cambios en la situación financiera proyectado- Compañía ABC SA. Años 1 a 10.	463
Cuadro 9.30.	Estructura vertical y horizontal del estado de resultados proyectado. Compañía ABC Período del 1 de enero al 31 de diciembre de los años 1 a 10.	464
Cuadro 9.31.	Estructura vertical del balance general proyectado- Compañía ABC SA. Período a 31 de diciembre de los años 1 a 10.	465
Cuadro 9.32.	Estructura horizontal del balance general proyectado- Compañía ABC SA. Período a 31 de diciembre de los años 1 a 10.	466
Cuadro 9.33.	Indicadores financieros sobre proyecciones- Compañía ABC SA. Años 1 a 10.	467
Cuadro 9.34.	VPN del valor de la empresa: Flujo de dividendos inversionista y de caja libre. Compañía ABC SA. Años 1 a 10.	468
Cuadro 9.35.	Cálculo valor de la empresa. Compañía ABC SA. Años 1 a 10.	469
Cuadro 9.36.	Análisis de sensibilidad del VPN (\$ millones) de la Firma. Compañía ABC SA.	470
Cuadro 9.37.	Múltiplos de valor a valor presente neto. (Nº de veces)	470
<b>Capítulo 10</b>		
Cuadro 10.1.	Matriz genérica de productos bancarios.	474
Cuadro 10.2.	Portafolio de productos activos bancarios por segmento.	475
Cuadro 10.3.	Portafolio de productos pasivos bancarios por segmento.	475
Cuadro 10.4.	Estructura de costos anuales por productos pasivos según segmento.	476
Cuadro 10.5.	Estado de resultados. Producto pasivo colocado en mezcla de productos según segmento. Caso cuenta corriente.	477
Cuadro 10.6.	Etapas <i>Project Finance</i> .	479
Cuadro 10.7.	Supuestos macroeconómicos y del negocio.	482
Cuadro 10.8.	Gastos e inversiones.	483

Cuadro 10.9.	Sistema de amortización créditos.	483
Cuadro 10.10.	Estimación de ingresos, resultado neto e inversiones iniciales.	484
Cuadro 10.11.	Flujo de caja, estado de resultados, Balance General y evaluación financiera.	485
Cuadro 10.12.	SAFPC. Variables macro y del negocio y supuestos de proyección.	489
Cuadro 10.13.	Distribución de los aportes entre seguro, administración, FSP y FGPM.	490
Cuadro 10.14.	Estado de aportes por nómina trabajador y distribución por empleador.	491
Cuadro 10.15.	Movimiento mensual de las cuentas individuales por afiliado.	492
Cuadro 10.16.	Composición y rentabilidad del portafolio.	493
Cuadro 10.17.	Balance general y estado de resultados del patrimonio autónomo.	494
Cuadro 10.18.	Balance general y estado de resultados de la SAFPC.	495
Cuadro 10.19.	Rentabilidad, movimiento diario ahorros afiliado 1.	496
Cuadro 10.20.	Rentabilidad, movimiento diario ahorros afiliado 2.	497
Cuadro 10.21.	Rentabilidad, movimiento diario ahorros afiliado 3.	498
Cuadro 10.22.	Validación rentabilidad bruta y neta de los afiliados.	499
Cuadro 10.23.	Coefficiente de volatilidad.	500
Cuadro 10.24.	Cálculo de rentabilidad de los títulos según modelo CAPM.	502
Cuadro 10.25.	Estructura de portafolio y rentabilidad esperada.	504

## PRESENTACIÓN

Por qué escribir un libro sobre temas financieros, si el mercado ofrece una inmensa variedad de ellos y si la mayoría de profesionales de diversas disciplinas, por lo menos en el entorno colombiano, se consideran conocedores hasta casi considerarse expertos en el tema?

El autor responde esta pregunta precisamente con su libro. Un libro que pretende llegar a un grupo muy especial de lectores, para el cual lo ofrecido por el mercado no satisface su necesidad.

Es, por lo tanto, un libro con un enfoque diferente. No se trata del tratado profundo sobre el marco conceptual de las finanzas y sus diferentes campos; tampoco es un libro interesado en divulgar las demostraciones matemáticas que sustentan los diferentes postulados financieros; no incluye posiciones propias sobre uno u otro tema; no busca polemizar sobre el marco jurídico y regulatorio del sector.

Es un libro que pretende ayudar al lector a entender ese marco conceptual, a que tenga presente que los aspectos jurídicos y regulatorios hacen parte del tema; a mostrarle que existe una teoría sustentada detrás de cada postulado; pero sobre todo, a familiarizarlo con las interrelaciones entre la teoría, la realidad del manejo diario de un negocio, el proceso de decisión que esto conlleva y las restricciones del entorno legal existente. Es una guía para la aplicación de los conceptos financieros en el proceso permanente de análisis y decisión que enfrentan los ejecutivos financieros en la actualidad.

Para lograr su propósito, el autor hace un recorrido por los conceptos generales, ilustra sobre los instrumentos existentes de tal forma que facilita su comprensión y termina con sugerencias para la adecuada modelación de situaciones específicas.

Con esta estructura, el libro será útil no solo para quienes inician su vida profesional en entidades financieras, sino también, y muy especialmente, para los ejecutivos financieros en empresas medianas y pequeñas que deseen actualizarse en estos temas o cuando las empresas a las cuales estén vinculados atraviesen por circunstancias que ameriten la consecución de socios estratégicos o capitalistas para apalancar sus planes de expansión.

El autor, a lo largo de su experiencia laboral y docente, identificó la necesidad de llegar a este mercado y se propuso llenar el vacío existente. Esa misma trayectoria le permitió lograr su cometido con el libro que presenta al público.

### **María Edna González.**

Ing. Industrial U. de Los Andes.

MSc - PhD(c) Industrial Engineering Operations Research.

University of Minnesota.

## INTRODUCCIÓN

“Fundamentos de Ingeniería Financiera - Una aplicación al mercado bancario y monetario”, es una herramienta que conceptualiza, aplica y ubica en contexto el tema financiero, desarrollado en torno al amplio campo de acción que generan las tasas de interés. En este sentido, se convierte en el eje estructurante de la obra, en la medida que lo requiere cada tema y que día a día adquiere mayor grado de difusión y aplicación en el trasegar de la vida y los negocios.

Entre sus objetivos está el de proporcionar a los lectores independiente de su formación académica y actividad económica, elementos fundamentales para incursionar y abordar el tema financiero, seguro que con un análisis juicioso obtendrá los conocimientos esenciales para entender y abordar el mercado bancario y monetario.

Dada su especialidad y aplicación al sector financiero, tanto para quien recién incursiona en este campo como para quien está vinculado, gerentes, analistas, jefes de división y demás cargos de responsabilidad, es un material de trabajo y consulta permanente. Por la forma como está estructurado, es un punto de apoyo para el área financiera de las diferentes facultades de ciencias económicas, administrativas, ingeniería industrial y de todas aquellas personas vinculadas al sistema financiero directa e indirectamente. El texto en su conjunto, brinda una visión y herramienta valiosa, que invita a su vez a profundizar en los temas tratados.

De otro lado, se busca que el estudioso e interesado en el tema, alcance un muy buen grado de comprensión en forma clara y sencilla, sin pretender entrar en demostraciones matemáticas, tema que se deja a métodos numéricos por considerarlo más adecuado y por supuesto por su misma complejidad. La utilización de algunos ejemplos y casos prácticos, fortalece las habilidades en el manejo y administración de las principales operaciones financieras clásicas, propias de este mercado.

El texto se aborda conceptualizando la razón de ser de un sistema monetario y de intermediación financiera y en contexto histórico se revisan algunas cifras de los principales agregados y hechos monetarios, que proporcionan una buena idea de la magnitud de los recursos administrados por el sistema, sin pretender profundizar ni agotar el tema, por cuanto escapa de su alcance.

La conectividad a Internet como medio de consulta, debe ser recurrente en particular las siguientes direcciones, que son soporte del libro, al permitir actualizar la información como insumo que fundamenta los hechos aquí referidos: [www.banrep.gov.co](http://www.banrep.gov.co), [www.superfinanciera.gov.co](http://www.superfinanciera.gov.co), [www.dnp.gov.co](http://www.dnp.gov.co), [www.dane.gov](http://www.dane.gov), [www.asobancaria.com](http://www.asobancaria.com), [www.anif.com](http://www.anif.com), [www.felaban.com](http://www.felaban.com), [www.imf.org](http://www.imf.org), [www.cepal.org](http://www.cepal.org).

Dada la facilidad y disponibilidad de herramientas en hojas de cálculo tipo Excel, los temas se orientan al uso y aplicación en estas ayudas, soportadas con esta herramienta, que se identifican con el símbolo fx, en versión XP.

Sigue en secuencia, los tópicos relativos a tasas de interés, inflación, devaluación, análisis de flujos de fondos, depreciación, evaluación financiera, negociación de valores, riesgo, volatilidad, duración de instrumentos financieros, valoración de empresas y en la tercera parte, se ejemplifican temas puntuales soportados con modelos simulados, aplicables a negocios y productos del sistema financiero Colombiano.

Por la dinámica propia de la estructura socio-económica del país, en particular su normatividad por competitividad de los mercados, la legislación experimenta cambios y ajustes permanentes, de manera tal que se requiere estar atento a estos. Condición contraria a los fundamentos matemáticos y financieros que conservan su estructura y mantienen siempre la relación vis a vis entre los dos elementos; marco legal y teórico respectivamente.

Un especial agradecimiento a la doctora Maria Edna González de Carrasco Gerente de Inversiones e Ingeniería Financiera – Banca de inversión, con quien he tenido la fortuna de compartir estos temas en diferentes ámbitos de la realidad económica nacional, por su inmenso apoyo, por hacer posible esta obra, por la revisión técnica y comentarios oportunos a los temas centrales relacionados con el sistema financiero, tasas de interés, flujos de fondos, evaluación financiera y valoración de empresas, quien posee una amplia experiencia, dominio y reconocimiento absoluto de estos tópicos y muchos más. Así mismo, a mis estudiantes de diferentes claustros universitarios que con su interés y participación, contribuyeron en gran medida para alcanzar este logro. Para todos ellos un reconocimiento y agradecimiento muy especial.

**El autor**

*¿Qué es lo que hace que un trozo de papel, intrínsecamente  
sin valor, resulte útil en el cambio, mientras otro pedazo de  
papel, de tamaño similar, carece de esa valía?*

John Kenneth Galbraith. *El dinero.*

*A mi madre por la vida y por sus inmensos cuidados.  
A mi esposa Claudia Patricia, por su comprensión  
en el proceso de elaboración de esta obra.  
A mi familia.  
Un gran sentimiento de amor a ellos.*

## PRIMERA PARTE

### Capítulo 1. El dinero como unidad monetaria

#### 1.1. Papel del dinero en la economía

El dinero es un medio/instrumento fundamental de respaldo de operaciones o transacciones, realizadas por los diferentes agentes económicos, dentro del proceso productivo y que genera una circularidad inherente en la aceptación generalizada del dinero, según sea su origen en el orden nacional y/o internacional, este último a través de divisas.

La aceptación del dinero (billetes/monedas) se explica en buena parte porque sus tenedores tienen confianza en su respaldo y es bien recibido por toda la comunidad. Como medio de cambio, facilita las transacciones al mejorar los tiempos de intercambio frente al trueque, situación que hace liberar mayor tiempo, ganancia en ocio en contexto económico y por lo tanto genera un mayor grado de utilidad a los individuos. El numerario, hace más fácil la convivencia al facilitar realizar el proceso transaccional, y además deja inalteradas las relaciones básicas entre los individuos, sus incentivos por producir y sus gustos<sup>1</sup>.

El dinero cumple cinco funciones universales básicas: la primera de ellas, sin que esto signifique que es la más importante, la de actuar como **medio de pago** o cambio, en el sentido de referirse a la capacidad que posee el dinero para ser representativo de otros bienes o servicios. En segundo lugar, actuar como **depósito de valor**: el dinero se constituye en un activo, con el cual se puede realizar transacciones futuras, manteniendo su valor en términos nominales y ser luego utilizado como medio de pago. Esto significa además que existen otros depósitos de valor como acciones, bienes inmuebles etc. Actúa como **unidad de cuenta** para medir los precios de bienes y servicios que se transan en una economía, así como **patrón de pagos diferidos** en transacciones monetarias a largo plazo, por ejemplo, prestamos de vivienda, consumo; y como quinta función, la **transmisión de información sobre precios relativos**, al reflejar el desempeño económico de un país frente a un tercero.

Dado que el dinero representa muy bien la remuneración a los factores de producción, tiene un costo de oportunidad el cual se denomina interés; por ende, el dinero es la materia prima que tiene la particularidad de generar más dinero por su uso durante un tiempo determinado.

<sup>1</sup>ECHEVERRY, Juan Carlos. "Notas de economía monetaria" (primera parte) Archivos de macroeconomía. DNP. Documento No 106, abril 1999.

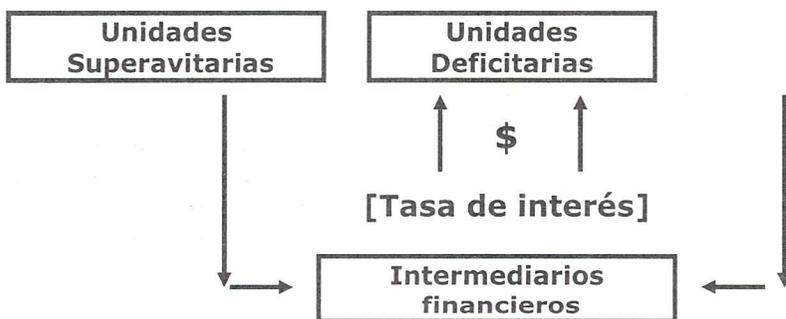
Importante destacar que el valor de cada moneda, depende de la confianza en su valor -estabilidad frente a otras- y de la situación económica interna de cada país. Esta última, medida por el nivel de inflación, grado de estabilidad política, tributaria, legal, desarrollo de los mercados secundarios, de capitales, de la participación en el comercio mundial y de su producto interno bruto, entre otros múltiples aspectos. Del buen desempeño de estas variables en conjunto, una moneda es aceptada a nivel internacional bajo la denominación de divisa, como sucede, entre otras, con el dólar americano, el euro, libra esterlina, yen.

### 1.2. ¿Cómo se forma el interés en una economía?

Para efectos ilustrativos, se parte del supuesto de una economía conformada por dos grandes grupos de unidades. Una de ellas, presenta una condición deficitaria, y la segunda superavitaria, en términos de recursos monetarios para cumplir con el proceso productivo.

En forma esquemática, las unidades superavitarias, llámense familias, empresas, Estado, colocan su dinero o sus excesos de liquidez, a través de intermediarios financieros, que reconocen o no (deposito a la vista) una remuneración o interés por mantener estos recursos. A su vez, las unidades deficitarias similares a las anteriores, acuden al sistema financiero, y demandan recursos a título de préstamos. Esta operación, genera un costo financiero o interés, representado por una remuneración al poseedor del capital, más un margen de intermediación y una prima de riesgo. Ver grafica N° 1.1.

**Gráfica N° 1.1. Formación de la tasa de interés**



Técnicamente el margen de intermediación, se define como el cociente entre la unidad y una tasa de interés contractual o de negociación –por lo general tasa de operaciones crediticias- y la unidad, adicionada a la tasa básica (que puede ser fija o variable, DTF por ejemplo), expresada en términos relativos, de la siguiente forma:

$$\text{Margen} = \left[ \frac{(1 + i)}{(1 + TB)} \right] - 1 \times 100$$

Donde: (i) = tasa de interés contractual, (TB) = Tasa básica o de referencia.

**Ejemplo:** Calcular el margen de intermediación que cobra el Banco ABC, en un crédito liquidado al 18.8% efectivo anual (ea), con base en una tasa DTF del 8% ea.

$$\text{Margen} = \left[ \frac{(1 + 0.188)}{(1 + 0.08)} \right] - 1 \times 100 = \frac{1.188}{1.08} - 1 \times 100 = 10\% \text{ (ea)}$$

El margen de intermediación cobrado por el establecimiento de crédito, es de 10 puntos porcentuales (10%) expresado en términos efectivos anuales. Es importante, expresar tasas y márgenes en igualdad de términos, para garantizar la consistencia del resultado financiero.

En una situación característica de un sistema de propiedad privada sobre los medios de producción o economía de libre mercado y por la dificultad que implica unir oferentes y demandantes de dinero, surgen los intermediarios financieros (bancos, compañías de financiamiento comercial, corporaciones financieras entre otras, acorde a las circunstancias, dinámica y momento histórico de cada nación). Su función básica es unir financieramente estos agentes. De esta forma, centraliza recursos atomizados que por sí solos no generarían valor agregado a nivel macro y transforma plazos que dinamizan la economía, al trasladarlos a las unidades de explotación económica que lo requieran.

Los recursos se canalizan a través del sistema financiero, por oferta de medios para su administración y/o remuneración a los agentes depositarios por sus excedentes monetarios. El ciclo financiero se completa al trasladar estos recursos vía prestados a las unidades que los demanden, condición que genera un margen de intermediación financiera (arbitraje), aplicable a las partes y que operacionalmente es la sustracción entre tasas de captación (pasivas<sup>2</sup> pagadas a las unidades superavitarias) y de colocación (activas, cobradas a las deficitarias). En este mercado de oferta y demanda de recursos financieros, los primeros buscan maximizar su beneficio y las unidades económicas que lo demandan, pretenden minimizar el costo por el uso de ese capital; en consecuencia, el interés es la variable que tiende a equilibrar las dos fuerzas del mercado, demanda por inversión/gasto y oferta de recursos vía ahorros/depositos.

Al extender el tema de las tasas de interés al contexto macroeconómico, - tema que reviste un grado alto de discernimiento y que no es objeto de este

<sup>2</sup> Considerados los encajes e inversiones sustitutivas y computables vigentes.

mandato constitucional (art. 372). La carta magna del 91, Título XII Del régimen Económico y de la Hacienda pública. Capítulo 6. De La Banca Central, en su artículo 371 establece: "El Banco de la República ejercerá las funciones de banca central. ...Serán funciones básicas del Banco de la República: regular la moneda, los cambios internacionales y el crédito, emitir la moneda legal, administrar las reservas internacionales, ser prestamista de última instancia y banquero de los establecimientos de crédito y servir como agente fiscal del gobierno. Todas ellas se ejercerán en coordinación con la política económica general..."

En forma consecuente, el artículo 373 delega en el banco central el control de la inflación, cuyo texto lo describe en los siguientes términos: "El Estado por intermedio del Banco de la República velará por el mantenimiento de la capacidad adquisitiva de la moneda..." de tal manera que las decisiones que tome la Junta del Banco se enfoca al estricto control de la inflación como variable objetivo, al buscar en todo caso la estabilidad macroeconómica del país en su conjunto. Es prudente mencionar parte de la normatividad complementaria general y marco al tema, como ocurre con la Ley 31/92, por medio de la cual, se dictan las normas a las que debe sujetarse el Banco de la República para el ejercicio de sus funciones, el decreto 663/93 (estatuto orgánico del sistema financiero y sus modificaciones) y el decreto 2520/93 referente a los estatutos del Banco de la República. (Ver pirámide jurídica financiera –modelo de Kelsen - capítulo 2 numeral 2.12).

A partir del año 2000, luego de anuncios de objetivos de inflación anual con plazo a dos años, desde el 91, la Junta del Banco de la República en Colombia, anuncia que oficialmente adopta el sistema de "inflation targeting-IT", como política de Inflación-objetivo que comprende un marco analítico, estratégico e institucional que permite una "discrecionalidad restringida" con disciplina, siendo posible adecuar una política monetaria flexible, con una administración de la banca central que conjugue las variables que de una u otra forma incidan en el resultado final del comportamiento del nivel general de precios -variación IPC-, en un umbral de mediano y largo plazo y referida a un rango o corredor de inflación no a un valor fijo<sup>8</sup>.

Desde al año 90, países de distintas latitudes, han adoptado esta política, tal como se aprecia en la gráfica N° 1.5. Colombia, en su momento ingresa a la senda de la inflación de un dígito (9.6%) con tendencia a la baja.

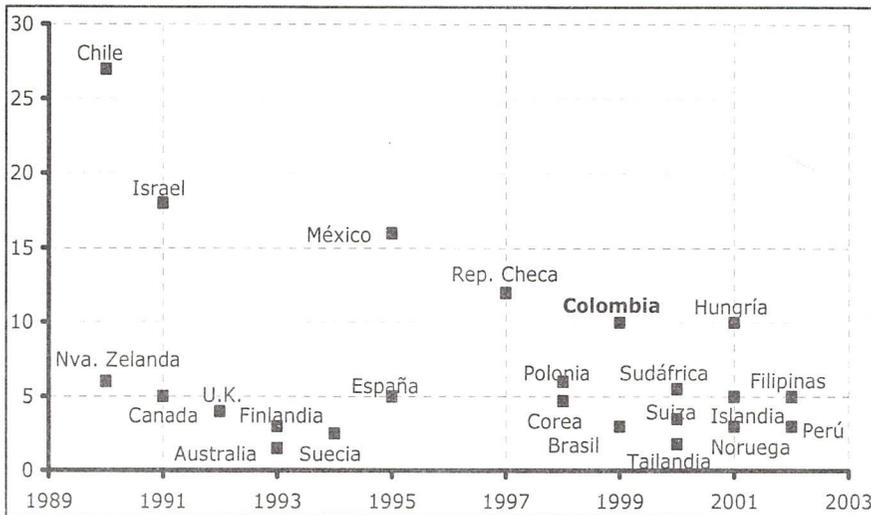
El modelo de IT está delineado por tres supuestos básicos: "a) la tasa de inflación depende de la brecha de producto; b) la brecha de producto depende de la diferencia entre la tasa de interés observada y la "neutral" y

---

<sup>8</sup> LOPEZ, Martha. "Algunos criterios para evaluar una meta de inflación de largo plazo" Borradores de Economía No 386, Pág. 13.

c) la tasa de interés observada en el mercado es una variable de control de la autoridad monetaria (o depende de la tasa de interés que esta controla)<sup>9</sup>. Sus características metodológicas, están referidas a las siguientes directrices: "1) Objetivo numérico a mediano plazo; 2) Estabilidad de los precios como objetivo prioritario de la política monetaria frente a otras variables nominales, tales como el tipo de cambio o el crecimiento nominal; 3) Utilización de previsiones de inflación, que son constituidas a partir de un modelo que incorpora tanto datos numéricos como valoraciones cuantitativas, en lugar de una simple extrapolación de datos limitados (agregados monetarios o tipo de cambio) de acuerdo con una regla rígida; 4) un compromiso de transparencia, y; 5) La obligación de las autoridades monetarias de responder de sus actuaciones, en ocasiones –aunque no siempre- mediante la imposición de sanciones explícitas al órgano decidor o a sus miembros"<sup>10</sup>

**Gráfica N° 1.5. Países con inflación objetivo y tasa de inflación a la fecha de adopción**



Fuente: LÓPEZ, Martha. "Algunos criterios para evaluar una meta de inflación de largo plazo" Borradores de economía No 386, Pág. 27

El tema de transparencia, lleva implícito el tema de comunicación y divulgación de los resultados alcanzados por las decisiones de política monetaria que se ha trazado el Banco Central, de forma tal que, además de los informes de inflación y de estabilidad financiera, al Congreso y en paneles regionales periódicos, canal institucional, prensa escrita entre otros, hace uso

<sup>9</sup> POSADA, Carlos Esteban y GARCÍA, Andrés Felipe "¿No importa la cantidad de dinero?: "Inflation Targeting" y la teoría Cuantitativa". Borradores de Economía. 403. Pág. 16.

<sup>10</sup> PIRIS, Álvaro. "Inflation Targeting en América Latina". Ensayos sobre Colombia y América Latina. Servicios de estudio BBVA 2002. Pág. 473.

de Internet a través de su página institucional y así se genera un ambiente de credibilidad y panorama económico para un adecuado funcionamiento de los mercados.<sup>11</sup>

Para alcanzar la meta propuesta de inflación (inflation targeting) y definida una vez la tasa de crecimiento del agregado monetario –corredor-, el Banco Central, con base en el esquema metodológico de meta intermedia, monitorea periódicamente el desempeño del índice de inflación, y mediante los instrumentos de política establecidos (OMAS/REPOS), interviene el mercado, en busca de corregir la tendencia en condiciones de rezago propio de la dinámica económica, por efecto de la tasa de interés a la vista. En consecuencia, ante una desviación mayor a la esperada de la meta intermedia, el Banco emite papeles a tasa atractiva al mercado, ejerciendo presión contraccionista del acervo monetario en circulación. Ver cuadro 1.1.

En consecuencia, la intervención a las tasa de interés como mecanismo de transmisión a la inflación, comienza con las tasas de repos, (venta de un título por efectivo, con pacto de recompra del título a futuro, según plazo) denominados también como subasta de expansión y contracción, tasas de repo y de OMAS o tasas de colocación y de captación, y la tasa interbancaria, que fluctúa entre los valores de repos de expansión y contracción, y de esta forma transmite las decisiones de política monetaria a las restantes tasas de interés que operan en las diferentes transacciones económicas.<sup>12</sup>

En consecuencia, las tasas de interés de intervención en el mercado interbancario, ofertadas por el Banco de la República para control del objetivo de inflación, opera a tasa máxima para dar liquidez al mercado a través de los intermediarios financieros (REPO), en la cual, los intermediarios entregan al Banco Central y en forma temporal títulos públicos elegibles. Para recoger recursos de la economía a corto plazo, el banco capta de las entidades a tasa mínima vía OMAS<sup>13</sup>.

**Cuadro N° 1.1. Esquema de meta intermedia**

<b>Instrumento</b>	<b>Variable operacional</b>	<b>Meta intermedia</b>	<b>Meta final</b>
<b>OMAS</b>	Reserva bancaria	Base o agregados monetarios (M1, M2)	PIB (nominal)
<b>ENCAJE</b>	Tasa interés interbancaria	Tasa de interés interbancaria.	○ Inflación

<sup>11</sup> BANCO DE LA REPUBLICA. "Comunicación y política monetaria" Nota editorial. Enero/05.

<sup>12</sup> GOMEZ, Javier G. "La política monetaria en Colombia" Borradores de Economía. Banco de la República, sep/06.

<sup>13</sup> Revista Banco de la República, Vol. LXXI No 845 marzo 1998, Pág. 50.

#### **1.4. Oferta y demanda de dinero, como fuerzas del mercado**

Se entiende por demanda de dinero<sup>14</sup>, la forma como un agente económico distribuye sus recursos monetarios entre dinero en efectivo y dinero para especulación (genere renta). La distribución entre estos activos está determinado por la tasa de interés; es decir, que la demanda especulativa o la preferencia por liquidez, es una función de la tasa de interés, con comportamiento directo: a mayor interés, mayor proporción destinada a especulación; y a menor interés, mayor proporción por liquidez.

La oferta monetaria, es la cantidad de dinero en circulación o efectivo (E) (monedas y billetes en circulación -moneda manual- menos efectivo en caja del sistema financiero menos moneda en caja del Banco de la República, más depósitos de particulares en el Banco de la República), más los depósitos en cuenta corriente (D) del sistema bancario (moneda fiduciaria). La sumatoria de estos dos conceptos, forman la identidad de los denominados medios de pago comúnmente conocidos como  $M1 = E + D$ . Respalda el sistema monetario nacional (moneda manual y fiduciaria), las reservas del banco central con oro y divisas.

Una medida que cuantifica la masa monetaria que incluye recursos "menos líquidos" es M2, denominada oferta monetaria ampliada que incluye a M1 adicionándole los cuasidineros, que son depósitos de ahorro y certificados de depósito a término -CDT- del sistema financiero.

Dada la existencia de otra serie de instrumentos financieros de captación de recursos, el concepto de oferta monetaria ampliada ha recogido estos volúmenes de recursos, en expresiones de M3 y los Bonos emitidos por el sistema financiero. Entonces, M3 lo conforma el efectivo más la suma total de los pasivos sujetos a encaje (depósitos en cuenta corriente + cuasidineros + depósitos fiduciarios + aceptaciones bancarias después del plazo + negociación de cartera + otros depósitos a la vista).

#### **1.5. Medios de pago (M1)**

Anteriormente se definió  $M1 = E + D$ , que corresponde a los dineros en poder del público utilizados para realizar sus transacciones corrientes y los depósitos en cuentas corrientes, sobre los cuales se giran cheques o se hacen retiros/transferencias a través de medios de pago electrónicos, como cajeros automáticos (ATM) o puntos de pago (POS).

Es importante presentar los saldos monetarios discriminados entre estas dos partidas, con el fin de determinar la participación en la creación de los mismos y la opción de controlar/orientar la política monetaria, mediante la

---

<sup>14</sup> O demanda de saldos reales, disponibles según la capacidad de compra que éste genera por unidad de tiempo.

expansión o contracción de la masa monetaria. En consecuencia, se afirma que el dinero en circulación, se forma por la emisión primaria o creación de dinero y por expansión secundaria, que consiste en la transformación de los depósitos en cuenta corrientes y/o cuasidineros netos de reservas, en fuentes de financiación, condición última que implica más capacidad de pago, no más billetes.

De manera adicional, los medios de pago (M1) se expresan por el producto entre la base monetaria y el multiplicador monetario.  $M1 = B \times m$ . A su vez, la base monetaria mide el valor de las obligaciones monetarias contraídas por el Banco de la República con el público en general, que incluye al sistema financiero, conformada por el efectivo en poder del público (E), más las reservas para encaje realizado por los bancos (R), por lo tanto,  $B = E + R$ .

El multiplicador (m) registra la capacidad que tienen los bancos comerciales de "crear" dinero –expansión secundaria-, mediante la canalización de los recursos hacia la economía (prestamos) tomados de los depósitos realizados por el público –tradicionalmente cuentas corrientes, de ahorro y depósitos a termino-. En consecuencia, los medios de pago pueden regularse bien sea mediante el control de la base (B) o primario y/o sobre el multiplicador (m) o secundario.

Herramientas tales como las operaciones de mercado abierto (OMAS), depósitos previos para importaciones, créditos del Banco Central al gobierno y/o entidades financieras, son propias de un control primario. La regulación vía multiplicador, controla directamente la capacidad de los bancos para la creación de dinero, dado el volumen de reservas para cumplir con los encajes.

El encaje legal se define como el porcentaje que sobre los recursos captados del mercado deben mantener los bancos en caja o en el Banco de la República, con o sin remuneración alguna, de acuerdo a las normas establecidas por la autoridad monetaria. Estos encajes varían según naturaleza, origen y plazos así como de la misma situación económica del país.

En el argot financiero, es común mencionar términos como encaje marginal, posición de encaje, encaje disponible, desencaje, sobre encaje, encaje requerido, condiciones que se desprenden de los resultados de la aplicación del encaje legal a los depósitos. La preferencia por efectivo del público, afecta en forma indirecta la creación de dinero, por cuanto existe una relación inversa: preferencia por efectivo a efecto multiplicador.

Al retomar las ecuaciones anteriores, se deduce en forma matemática el multiplicador, mediante la igualdad de los medios de pago y la base monetaria:

Si,  $M1 = E + D$ ,  $M1 = B \times m$  y  $B = E + R$

Entonces:  $E + D = B \times m$ ; al reemplazar B, se obtiene la expresión:

$$E + D = (E + R) m; \text{ despejando } m \text{ (multiplicador) se llega a: } m = \frac{E + D}{E + R}$$

Donde:

**E** = Efectivo (Especies monetarias fuera del Sistema Financiero más depósitos de particulares en el Banco de la República).

**D** = Depósitos en cuenta corriente.

**R** = Reservas para encaje (Efectivo en caja del Sistema Financiero más depósitos del sistema Financiero en el Banco de la República).

Al expresar cada término como proporción de las cuentas corrientes se tiene:

$$m = \frac{E/D + D/D}{E/D + R/D}$$

Pero la relación  $E/D = e$  (preferencia por efectivo del público) y  $R/D = r$  (reservas para encaje o proporción de cuentas corrientes en caja o Banco República); en consecuencia, se llega a:

$$m = \frac{1 + e}{r + e}$$

Para mayor ilustración se presentan algunos casos tomados en forma hipotética, como modelo para aplicar estos conceptos. Si la base monetaria está representada por 100 unidades monetarias, con E igual a 40, D con valor de 60 y R de 30, se determina el multiplicador de la siguiente manera:

▪ Preferencia por efectivo (e)	E/D	40/60	66.66%
▪ Encaje (r)	R/D	30/60	50.00%
▪ Multiplicador [m] (veces)	$\frac{1 + e}{r + e}$	$\frac{1 + 0.6666}{0.5 + 0.6666}$	<b>1.4286</b>

En consecuencia, la capacidad de pago del sistema bajo los supuestos iniciales alcanza 142.86 unidades monetarias, dado que  $M1 = 100 \times 1.4286$ .

Si el encaje se incrementa en diez (10) puntos, al pasar al 60% que implica un  $R = 36$ , y manteniendo constante la preferencia por la liquidez, el efecto multiplicador es menor en 0.1028 al pasar a 1.3158, que reduce por lo tanto, la capacidad de pago a través del sistema bancario.

Del mismo modo, si varía la preferencia por la liquidez (e) siendo del 75% (con  $E=45$ ) *ceteris paribus*, el nuevo multiplicador es de 1.40; es decir, que existe un comportamiento inverso entre (e) y (m). Las reservas para encaje abarcan todos los pasivos del sistema financiero que generan crédito, según lo dispuesto por la autoridad monetaria.

La dinámica de depósitos, presentada en el cuadro 1.2., permite visualizar la "creación" secundaria de dinero, agotando la secuencia transaccional a lo largo del tiempo, al tomar el caso referido anteriormente.

**Cuadro N° 1.2. Creación secundaria de medio de pago - dinero**

Variable	Vr \$	[%]	Razón	Proporción
M1	100	100,0%	$e = E/D$	66,67%
E	40	40,0%	$r = R/D$	50,00%
D	60	60,0%	$m =$	<b>1,4286</b>
R	30	30,0%		
$B = E+R$	70			

Transacción [prestamo]	Depósitos redepositos	Dep. acumulado	Efectivo ( E )	Depósito ( D )	Reserva ( R )	Disponible
1	<b>100,00</b>	<b>100,00</b>	40,00	60,00	30,00	30,00
2	30,00	130,00	12,00	18,00	9,00	9,00
3	9,00	139,00	3,60	5,40	2,70	2,70
4	2,70	141,70	1,08	1,62	0,81	0,81
5	0,81	142,51	0,32	0,49	0,24	0,24
6	0,24	142,75	0,10	0,15	0,07	0,07
7	0,07	142,83	0,03	0,04	0,02	0,02
8	0,02	142,85	0,01	0,01	0,01	0,01
9	0,01	142,85	0,00	0,00	0,00	0,00
10	0,00	142,86	0,00	0,00	0,00	0,00
Resto	0,00	142,86	0,00	0,00	0,00	0,00
<b>TOTAL</b>	<b>142,86</b>		<b>57,14</b>	<b>85,71</b>	<b>42,86</b>	<b>42,86</b>

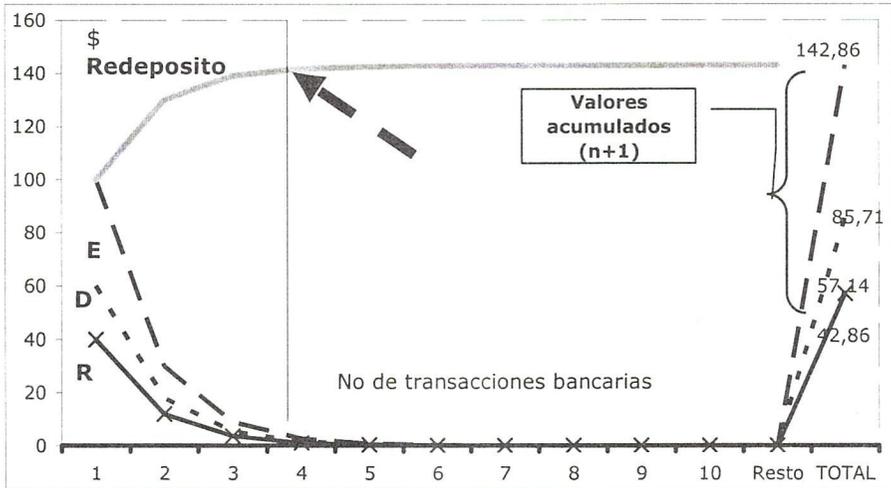
Al final del ciclo generado por la dinámica de la economía vía redepositos, se obtiene que  $M1(t_n) = E+D = 57.14+85.71 = 142.86$  unidades monetarias, de una base inicial de  $Bxm = 70 \times 1,4286 = 100$ , con  $B(t_n) = E+R = 57.14 + 42.86$ ; es decir, 30 unidades adicionales frente a las iniciales del proceso monetario. Por su parte, el disponible de redeposito (D-R) en la primera transacción es de 30 ( $t_1$ ) = 60-30 y finaliza con 42.86.

La gráfica N° 1.6., registra la tendencia de cada una de las variables que inciden en el resultado del multiplicador. Allí se aprecia que la creación secundaria de dinero, está conformada en algo más del 99% en el lapso de las primeras cuatro transacciones. A partir de este momento, el efecto marginal desciende drásticamente, de suerte tal que la curva del los redepositos tiende a ser asintótica al nivel del multiplicador.

Con apoyo de la gráfica N° 1.7., en forma esquemática se aprecia el efecto multiplicador, con los mismos supuestos de este caso: (B: 70; E: 40; D: 60; M1: 100; r: 30).

Para efectos de calcular el valor del multiplicador según las relaciones a efectivo y depósito respectivamente, el cuadro No 1.3 registra este valor, según las variaciones de los porcentajes dados para el encaje y las preferencias por efectivo.

**Gráfica N° 1.6. Tendencia de las variables asociadas al multiplicador monetario**



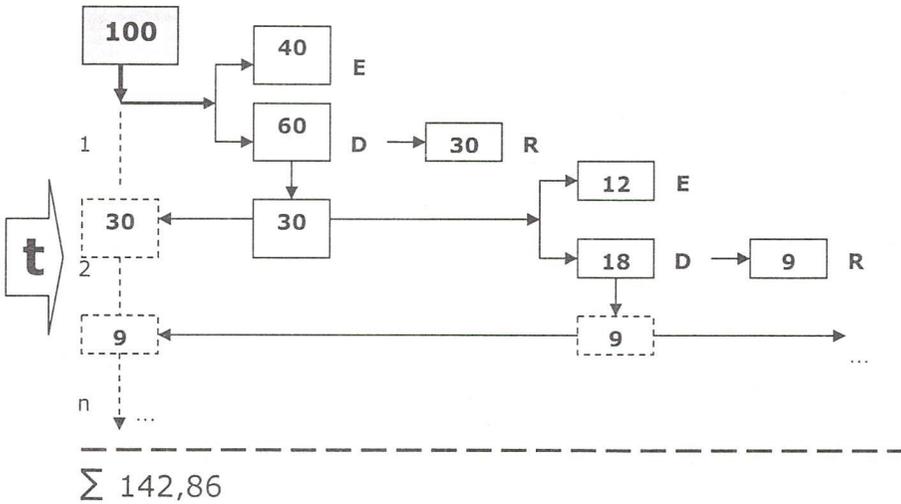
Como se aprecia, existe una relación inversa en el comportamiento de estos dos cocientes; a mayor  $e$  y  $r$ , el valor del multiplicador va descendiendo, como efecto de la política monetaria que se adopte en materia de encajes, según las circunstancias que registre la economía.

**Cuadro N° 1.3. Análisis de sensibilidad del multiplicador**

Análisis de sensibilidad del multiplicador  
 Variación del encaje vs preferencia por liquidez  
 $e = E/D$

	0.47	0.49	0.51	0.53	0.55	0.57	0.59	0.61	0.63	0.65	0.67	0.69
<b>0.40</b>	1.690	1.674	1.659	1.645	1.632	1.619	1.606	1.594	1.583	1.571	1.562	1.552
<b>0.42</b>	1.652	1.637	1.624	1.611	1.598	1.586	1.574	1.563	1.552	1.542	1.534	1.524
<b>0.44</b>	1.615	1.602	1.589	1.577	1.566	1.554	1.544	1.533	1.523	1.514	1.506	1.497
<b>0.46</b>	1.581	1.568	1.557	1.545	1.535	1.524	1.514	1.505	1.495	1.486	1.479	1.471
<b>0.48</b>	1.547	1.536	1.525	1.515	1.505	1.495	1.486	1.477	1.468	1.460	1.453	1.446
<b>0.50</b>	1.515	1.505	1.495	1.485	1.476	1.467	1.459	1.450	1.442	1.435	<b>1.429</b>	1.421
<b>0.52</b>	1.485	1.475	1.466	1.457	1.449	1.440	1.432	1.425	1.417	1.410	1.404	1.398
<b>0.54</b>	1.455	1.447	1.438	1.430	1.422	1.414	1.407	1.400	1.393	1.387	1.381	1.375
<b>0.56</b>	1.427	1.419	1.411	1.404	1.396	1.389	1.383	1.376	1.370	1.364	1.359	1.353
<b>0.58</b>	1.400	1.393	1.385	1.378	1.372	1.365	1.359	1.353	1.347	1.341	1.337	1.332
<b>0.60</b>	1.374	1.367	1.360	1.354	1.348	1.342	1.336	1.331	1.325	1.320	1.316	1.311
<b>0.62</b>	1.349	1.342	1.336	1.330	1.325	1.319	1.314	1.309	1.304	1.299	1.295	1.291
<b>0.64</b>	1.324	1.319	1.313	1.308	1.303	1.298	1.293	1.288	1.283	1.279	1.276	1.271
<b>0.66</b>	1.301	1.296	1.291	1.286	1.281	1.276	1.272	1.268	1.264	1.260	1.256	1.252
<b>0.68</b>	1.278	1.274	1.269	1.264	1.260	1.256	1.252	1.248	1.244	1.241	1.238	1.234
<b>0.70</b>	1.256	1.252	1.248	1.244	1.240	1.236	1.233	1.229	1.226	1.222	1.220	1.216

**Gráfica No 1.7. Secuencia del efecto multiplicador<sup>15</sup>.**



Los cuadros N° 1.4. y 1.5 presentan la expansión múltiple de los depósitos, y el análisis de sensibilidad respectivamente.

**Cuadro N° 1.4. Expansión múltiple de los depósitos**

**EXPANSIÓN MÚLTIPLE DE LOS DEPOSITOS (multiplicador monetario) CON ENCAJE DEL 50% Y RELACIÓN EFECTIVO/DEPOSITOS del 40%.**

Transacción [prestamo]	Depósitos recibidos	Encaje s/dep 50,0%	SALDO	Efectivo 40,0%	Retorno a nuevos dep.
1	100,0	50,0	50,0	20,0	30,0
2	30,0	15,0	15,0	6,0	9,0
3	9,0	4,5	4,5	1,8	2,7
4	2,7	1,4	1,4	0,5	0,8
5	0,8	0,4	0,4	0,2	0,2
6	0,2	0,1	0,1	0,0	0,1
7	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
9	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
10	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Resto	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
<b>TOTAL</b>	<b>142,9</b>	<b>71,4</b>	<b>71,4</b>	<b>28,6</b>	<b>42,9</b>

Multiplicador **1,4286**

Para seguir con ilustraciones sobre el impacto que generan los encajes en la expansión de los depósitos, se retoman los valores asignados a las variables anteriormente. Un encaje del 50% y una relación a efectivo del 40%, genera

<sup>15</sup> HINCAPIE, Leonardo. "El encaje". *Boletín Económico*. BIC. No 177, Colombia 1988, Pág. 48.

un multiplicador de 1,4286. La matriz simétrica del multiplicador, permite encontrar su valor, definidos estos dos parámetros (Cuadro N° 1.5).

**Cuadro N° 1.5. Análisis de sensibilidad del multiplicador**

**Análisis de sensibilidad del multiplicador**  
**Variación del encaje vs preferencia por liquidez**

		Preferencia por efectivo (%)											
		30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52
Encaje legal (%)	30	1,961	1,908	1,859	1,812	1,767	1,724	1,684	1,645	1,608	1,572	1,538	1,506
	32		1,860	1,814	1,771	1,729	1,689	1,651	1,615	1,580	1,547	1,515	1,485
	34			1,772	1,731	1,693	1,656	1,620	1,586	1,554	1,523	1,493	1,464
	36				1,694	1,658	1,623	1,590	1,559	1,528	1,499	1,471	1,443
	38					1,624	1,592	1,562	1,532	1,503	1,476	1,449	1,424
	40						1,563	1,534	1,506	1,479	1,453	<b>1,429</b>	1,404
	42							1,507	1,481	1,456	1,432	1,408	1,386
	44								1,457	1,433	1,411	1,389	1,368
	46									1,412	1,390	1,370	1,350
	48										1,371	1,351	1,333
	50											1,333	1,316
	52												1,299

Simétrica

El multiplicador, de igual forma se puede obtener mediante el inverso de la diferencia entre la unidad y el producto de la fracción del encaje y del circulante en poder del público respecto a M1 ( $E/M1=e_1$ )<sup>16</sup>, así:

$$m = \frac{1}{[1 - (1 - r)(1 - e_1)]} ; m = \frac{1}{[1 - 0.3]} ; m = 1.428$$

Donde: e = Preferencia por efectivo del público, r= reservas para encaje y m el multiplicador.

**Cuadro N° 1.6. Multiplicador bancario y monetario**

MULTIPLICADOR BANCARIO				EXPANSIÓN MÚLTIPLE DE LOS DEPOSITOS (multiplicador monetario) CON ENCAJE DEL 42% Y RELACIÓN EFECTIVO/DEPOSITOS de 1 a 3.					
Transacc.	Depósito inicial	Encaje 42,0%	Disponible	Transacción (prestamo)	Depósitos recibidos	Encaje s/dep 42,0%	SALDO	Efectivo 33,3%	Retorno a nuevos dep.
1	100	42	58	1	100	42	58	19,3	38,7
2	58	24	34	2	39	16	22	7,5	15,0
3	34	14	20	3	15	6	9	2,9	5,8
4	20	8	11	4	6	2	3	1,1	2,2
5	11	5	7	5	2	1	1	0,4	0,9
6	7	3	4	6	1	0	1	0,2	0,3
7	4	2	2	7	0	0	0	0,1	0,1
8	2	1	1	8	0	0	0	0,0	0,0
9	1	1	1	9	0	0	0	0,0	0,0
10	1	0	0	10	0	0	0	0,0	0,0
Resto	1	0	1	Resto	0	0	0	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>238</b>	<b>100</b>	<b>138</b>	<b>TOTAL</b>	<b>163,0</b>	<b>68,5</b>	<b>94,6</b>	<b>31,5</b>	<b>63,0</b>
				Multiplicador	1,6304				

El multiplicador bancario, corresponde al inverso del encaje 1/r; 1/0.42, equivale a 2,38 aplicable únicamente pasivos con terceros. Respecto a la expansión múltiple según el cuadro No 1.6., se tiene que la capacidad generada por el sistema (cgsₛ) en valores absolutos es:

<sup>16</sup> Corresponde a la progresión geométrica decreciente:  $100[1+r^1+r^2+...+r^n]$  con  $r=R/M_1$

$$cgs_{\$} = D_0 + \left\langle 1 + \sum_{i=1}^n [(1-r)(1-e_1)]^i \right\rangle = 100 + (1 + 0.6304) = 163.04$$

Donde:  $D_0$  = Depósito inicial,  $(1-r)$  = Fracción de encaje,  $(1-e_1)$  = Fracción de efectivo y  $m$  = multiplicador; por lo tanto:

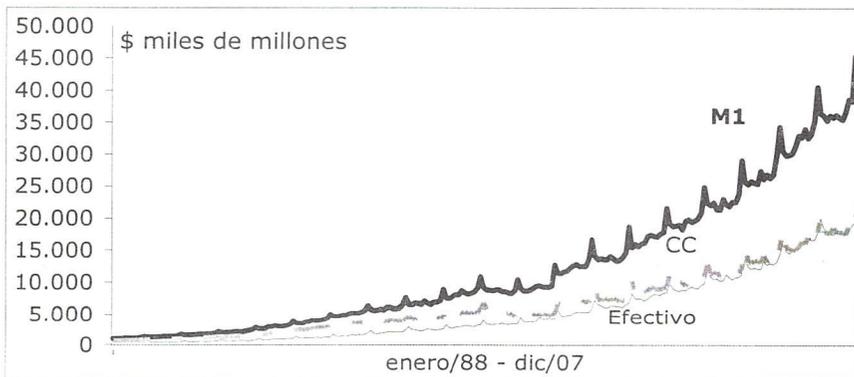
$$m = \frac{1}{[(1 - (1 - 0.42)(1 - 0.333))]} = 1.6304$$

$$M_1 = c + d = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} ; \text{ y } m = \frac{(c/d + 1)}{(c/d + r)} = \frac{(1/2 + 1)}{(1/2 + 0.42)} = 1,6304$$

Con  $M_1$  como medios de pago, (c) billetes en circulación y (d) depósitos en cuenta corriente, valor que se calculó en el cuadro N° 1.5.

**Evolución de los medios de pago:** Siguiendo el comportamiento mensual de los medios de pago (gráfica N° 1.8.) y sus correspondientes componentes -efectivo y depósitos en cuenta corriente, 1.988 a 2.007-, en la última década muestra una mayor dinámica, excepto en el año 98, donde emerge la crisis financiera, al cerrar ese año con una corrida de depósitos que implicó un descenso del 13,5% en el volumen de las cuentas corrientes. Al seguir los mismos lineamientos, M1 muestra un constante y marcado efecto cresta de fin de año, producto de las condiciones típicas de estos períodos en materia de transacciones financieras, gasto por demanda de bienes y servicios y liquidación de fondos temporalmente para pasar el año bajo y suavizar el efecto fiscal.

**Gráfica N° 1.8. Evolución mensual de M1 y sus componentes**



Fuente: Banco de la República.

Otra mención particular sobre el comportamiento de esta variable monetaria, está enfocada a la participación relativa de sus dos componentes. Al repasar la serie estadística de cierre de los años 1.996 al 2.007, se identifica una

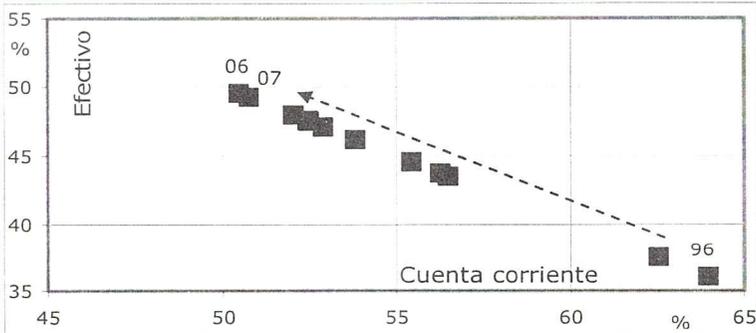
mayor participación relativa centrada a comienzos del período seleccionado, en depósitos en cuenta corriente (64%) y la porción restante en efectivo (ver cuadro N° 1.7). Con el transcurrir del tiempo, se alcanzan el año 2.007, donde pierden su participación relativa, en algo más de 13 puntos porcentuales estos depósitos. Como se mencionó previamente, la caída drástica se presenta en el año 1.998, y a partir de allí hasta el 2007, desciende paulatinamente y pierde otros 5,5 puntos. Según la tendencia, cambia su composición, y de esta manera llega a bordear la barrera del 50%, el efectivo en poder del público.

### 1.6. Instrumentos de política monetaria. OMAS, encajes, operaciones Repo

El comportamiento de los tipos de interés en el corto plazo, responden a las medidas que adopta la autoridad monetaria, en respuesta y cumplimiento de su programa (medidas de política económica) y programación financiera (objetivos, instrumentos y magnitudes para lograr meta).

**Cuadro N° 1.7. Medios de pago, variación y participación relativa de sus componentes (Efectivo y depósitos cuenta corriente)**

Fin de	M1		Efectivo		Dep cta. Cte.	
	\$ [MMM]	Var %	Part. %	%	Part. %	%
<b>1996</b>	8.992,8	16,5	<b>36,0</b>	12,8	<b>64,0</b>	18,7
<b>1997</b>	10.948,0	21,7	37,5	26,6	62,5	19,0
<b>1998</b>	10.526,5	-3,9	43,7	12,2	56,3	-13,5
<b>1999</b>	12.814,0	21,7	47,1	31,1	52,9	14,4
<b>2000</b>	16.720,8	30,5	43,5	20,5	56,5	39,4
<b>2001</b>	18.737,0	12,1	44,6	14,8	55,4	10,0
<b>2002</b>	21.635,6	15,5	46,2	19,7	53,8	12,1
<b>2003</b>	24.918,3	15,2	48,0	19,6	52,0	11,4
<b>2004</b>	29.113,7	16,8	47,5	15,8	52,5	17,8
<b>2005</b>	34.292,6	17,8	47,6	17,9	52,4	17,7
<b>2006</b>	40.527,5	18,2	49,5	23,1	50,5	13,7
<b>2007</b>	45.366,8	11,9	<b>49,3</b>	11,6	<b>50,7</b>	13,3



Fuente: Base datos Banco de la República.

El carácter contraccionista o expansionista, vía dinámica de los mercados financieros, repercute en forma directa en las actuaciones y tomas de decisión de los agentes económicos que concurren a él. Hay que recordar que la política monetaria debe alcanzar la estabilidad de los precios, como mandato constitucional.

Las OMAS, es la principal herramienta de control monetario que emplea el Banco Central hoy en día, y se refiere a la negociación directa de compra-venta de sus valores que emite, interviniendo la liquidez primaria del sistema en busca de una reacción programada a nivel de variables macroeconómicas. Su recurrente aplicación se explica porque en forma directa e inmediata afecta el nivel de reservas bancarias y porque puede ser ésta gradual en tiempo y en volumen.

Por su parte, los encajes están relacionados con la proporción de los depósitos del público, que las instituciones financieras deben congelar como reservas, instrumento clásico del Emisor, para ejercer control de la liquidez de la economía. El encaje es un impuesto que se impone al sistema financiero, y su contrapartida implícita es el seguro para depositarios, y para disminuir la posibilidad de riesgo sistemático (ver Varela, Juan Carlos.- Programación monetaria- 1997).

**Cuadro N° 1.8. Evolución tasas % total de encajes\* de los establecimientos de crédito**

Pasivos encajables		1995	2000	2006	2007	2008
1	Exig. a la vista y antes de 30 días - Bancos.	40,0	16,0	13,0	8,3	11,5
2	Depósitos y acreedores fiduciarios - Bancos.	40,0	16,0	13,0	8,3	11,5
3	Depósitos de ahorro y CAVR.	10,0	7,0	6,0	8,3	11,5
4	CDT	3,0	2,5	2,5	2,5	6,0
5	Aceptaciones después del plazo.	40,0	16,0	13,0	8,3	11,5
6	Bonos (menor a 18 meses).	ND	2,5	2,5	2,5	6,0

Fuente: Banco de la República. Año 2007 a junio 15. 2008 a partir del 13 de agosto. RE N° 5 BR.

1: Incluye cuentas oficiales y particulares

2: Servicios bancarios de recaudo y depósitos judiciales.

3: Ordinarios, ahorros UVR. ND= No disponible. Captaciones mayores a 18 meses de CDT, Certificados de valor real y bonos 0%. \* Incluye monetario e inversiones computables.

Los encajes han registrado una dinámica importante y su participación en el manejo de la política monetaria fue definitiva, en particular hasta el año de 1995, luego de haber registrado un 53.5% en exigibilidades a la vista y antes de 30 días (cuentas corrientes) para los depósitos oficiales, y del 34,5 % para los depósitos particulares. Asimismo, existía para la época, un encaje marginal (no del 100% como ocurrió en el 91), que ejercía un mayor control, para evitar el desbordamiento de la oferta monetaria ampliada.

Entrado el año 2000, las condiciones retoman su rumbo, y luego del período crisis del sistema de financiación de vivienda, se genera un clima menos volátil y los encajes de los depósitos, alcanzan niveles del 16% para cuentas

corrientes, depósitos por acreedores fiduciarios (bancos) y de aceptaciones bancarias financiadas. Por su parte, los depósitos de ahorro independiente, si son en unidades de valor real u ordinarios, se establece en el 7%, y los CDT`s y Bonos con plazo menor a 18 meses en 2,5%, condiciones de mayor garantía de estabilidad normativa. (Ver cuadro N° 1.8)

En el año 2006, la Junta del Banco de la República, realiza un ajuste y reduce en tres puntos los depósitos a la vista y los agrupados en este concepto, y un punto los depósitos de ahorro. A partir de mayo de 2007, la JDBR, expide la Resolución externa N° 3 (mayo 6) por medio de la cual establece el encaje marginal a los establecimientos de crédito sobre depósitos y exigibilidades en M/L que exceda el nivel registrado el 7 de mayo de 2007, en montos del 27%, 12.5% y 5% en depósitos a la vista y exigibilidades, depósitos de ahorro y certificados a término respectivamente.

Su objetivo es frenar el crecimiento de la masa monetaria y el efecto que este genera sobre el nivel de los precios de los bienes y servicios de consumo. Días más tarde (junio 15/07), unifica el encaje marginal en el 27% a los depósitos de ahorro, y los encajes ordinarios quedan definidos en el 8.3% para las cuentas corrientes y los depósitos de ahorro.

Transcurrido el primer semestre del año 2008, el nivel de inflación superaba ampliamente la meta de fijada por el Banco Central en más de 1,5 puntos. El dólar seguía la senda revaluacionista con serio impacto a las finanzas del sector exportador, y por este camino, presión al alza a la tasa de desempleo.

### Cuadro N° 1.9. Instrumentos clásicos de política monetaria

<b>Objetivo Política</b>	<b>Creación Primaria</b>	<b>Creación Secundaria</b>
<b>EXPANSIÓN</b> [colocación]	REPOS	Encajes Inversiones sustitutivas o computables de encaje. Depósitos previos importaciones.
<b>CONTRACCIÓN</b> [captación]	OMAS*	Encajes Inversiones sustitutivas o computables de encaje. Depósitos previos importaciones.

\*Emisión títulos de participación (TP's), Títulos de Tesorería (TES), clase "A" y "B", los primeros hacia intermediarios financieros y los "B" al público en general. El Banco de la República ejerce funciones de emisión, colocación (subasta) y recompra de valores.

La tasa de intervención del Banco de la República se mantenía en el 9.75%. La Junta expide la resolución externa N° 5 (junio 20/08), con efectos a partir del 13 de agosto de ese mismo año, con la cual modifica nuevamente los encajes. Los nuevos guarismos, restringen la oferta monetaria a niveles del 11.5% en depósitos a la vista y en ahorros; 6% en CDT`s, cuentas de ahorro

de valor real y bonos de garantía general menor a 18 meses. Captaciones con plazos superiores a 18 meses no encajan (0%). Continúan los marginales.

El cuadro No 1.9., muestra los instrumentos tradicionalmente utilizados como política monetaria, bien sea de carácter contraccionista o expansionista; cada instrumento aplicado, ejerce un efecto directo sobre la cantidad de dinero en circulación, de tal manera que se controla la creación primaria o secundaria en forma independiente o mediante una política combinada de estas herramientas. Otras alternativas y medios de control de la masa monetaria la ejerce la Junta Directiva del Banco de la República – JDBR, de acuerdo al resultado en su posición propia en moneda extranjera y/o vías de tipo administrativo para control de cartera y tasas de interés.

Como resultado de las medidas tomadas por la autoridad monetaria, la estructura de las tasas de interés por plazo, suministra información de la política monetaria en el corto plazo y de las expectativas a futuro, situación medida a través de la tendencia de la curva de rendimientos resultante de esta gama de precios de instrumentos de captación de recursos del mercado.

Como nota final a la política de la banca central, el cuadro N° 1.10., resume las variables que se asocian y ejercen influencia en el ámbito de la economía en su conjunto o en forma particular para determinados sectores y que pueden llegar a generar efectos colaterales a otros relacionados.

**Cuadro N° 1.10. Variable micro y macroeconómica asociada a la política monetaria**

<b>ASPECTOS</b>	<b>VARIABLE ASOCIADA</b>
MACROECONOMICOS	Inflación, Devaluación, Déficit fiscal (gasto vía emisión).
MICROECONÓMICOS	Ineficiencia costos intermediarios financieros. Encajes* Inversiones Forzosas y/o computables de encaje*. Desintermediación financiera vía mercado extrabancario. (emisión deuda sector real)

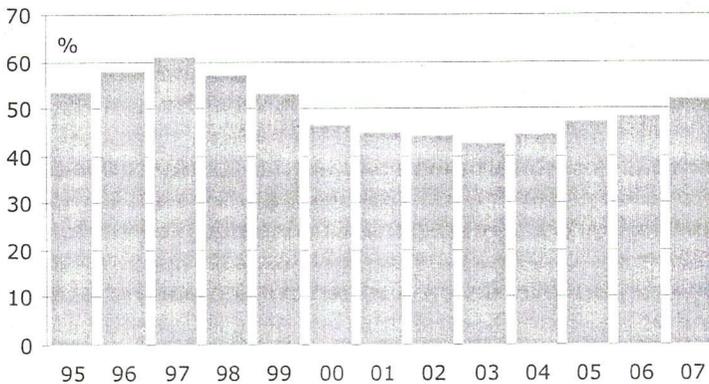
\* Cargas cuasi-fiscales

### 1.7. Sistema Financiero Colombiano

Las entidades financieras, junto a la estructura del sistema como un todo, son las proveedoras de recursos para la financiación y la base de la captación de ahorros de terceros. En principio, cumplen su papel en la etapa de transmisión monetaria, es decir, en los movimientos de tipos de interés reales a corto plazo hacia los tipos de referencia de las operaciones de activo y pasivo con sus clientes. En este proceso, canaliza recursos en buena parte hacia el sector real de la economía con el fin de apalancar operaciones que llevan a la acumulación de capital y a la innovación tecnológica (Urrutia

2000). Dados los altos márgenes de intermediación financiera, el sector real debe generar una alta productividad, capaz para atender sus onerosos compromisos financieros de un lado, y de otro, recuperar tanto la inversión como remunerar los demás factores de la producción. Pese a esta connotación, es un medio vital para proveer como medios de pagos a la economía en sus diferentes formas.

**Gráfica N° 1.9. Dimensión del sistema financiero colombiano<sup>17</sup>**  
(Activos totales/PIB – precios corrientes)



Fuente: Activos, Superfinanciera de Colombia.- Base datos, [www.superfinanciera.gov.co](http://www.superfinanciera.gov.co).  
PIB: Banco de la República proyectado 2007.

**Tamaño del sistema financiero:** Medido por la relación activos totales a PIB, registra su mayor participación en el año 97 (referido al período 1996-2.007) con un 60.8%, e inicia un período de descenso, producto de la crisis del sector y encuentra su nivel más bajo en el año 2003, con un 42.8%. Esta última cifra, significa una pérdida de 18 puntos porcentuales en seis años, y a partir de allí, inicia una lenta recuperación hasta finales del 2007 (51.9%). Pese a existir unas condiciones económicas de menor volatilidad en mercados y tasas de interés y en presencia de procesos de consolidación de grupos financieros, producto de la privatización de la banca pública, no alcanzó el nivel registrado en el 95 (53.6%), en el último año referenciado. Ver gráfica N° 1.9.

### 1.7.1. Funciones del sistema financiero

Las funciones básicas que atiende el sistema financiero de acuerdo a su especialidad se resume en los siguientes puntos:

- Vehículo de ejecución de la política monetaria.

<sup>17</sup> No incluye Instituciones oficiales especiales (Bancoldex, Findeter, FEN, Finagro, Icetex, Fonade, Fogafin, FNA, Fogacoop, FNG, Caja de vivienda militar). El valor en el año 2007 fue de \$29.5 billones.

- Transferencia de recursos, al canalizar recursos de unidades superavitarias (ahorro) a deficitarias en forma eficiente vía operaciones activas o respaldo de operaciones tipo contingencias. Esto es, movilizar el ahorro y financiar actividades económicas, vía promoción y asignación de créditos.
- Transformar plazos, montos e instrumentos financieros.
- Administrar, diversificar y transformar riesgos, (liquidez, pago, mercado...) que permitan minimizar posibles situaciones adversas, al desarrollar coberturas bien sea de tipo natural (atomizar recursos, bajos índices de concentración de recursos...) o sintética (coberturas tipo Forward, swaps, ...)
- Recoger recursos atomizados en la economía y hacerlos productivos.
- Disminuir costos por generación de economías de escala y de alcance.
- Ofrecer un portafolio de productos complementario a la actividad de intermediación financiera, según las necesidades del mercado y del desarrollo tecnológico.
- Mantener y garantizar un eficiente sistema de pagos.

Levine (1997), citado por Urrutia (junio 2002), plasma en cinco las funciones del sistema financiero:

1. Facilitar la transacción, cobertura, diversificación y distribución del riesgo.
2. Asegurar recursos.
3. Controlar conflictos de interés.
4. Movilizar el ahorro.
5. Facilitar el intercambio de bienes y servicios.

Independiente del número y detalle de cada una de estas funciones, el tema relevante radica en la contribución que ejerce el sistema financiero al crecimiento económico, dado por el impacto que genera en la acumulación de capital y en el desarrollo e innovación tecnológica. El sistema financiero, permite canalizar recursos hacia el ahorro, incrementando su tasa, y a su vez dirige recursos al seleccionar los proyectos que sean más rentables, con la seguridad de estar inmersos en procesos de mejora tecnológica.

Colombia registra una tasa baja de profundidad financiera, comparativamente con países como Chile, México, Brasil, Rusia, China, India; estos últimos con ingresos promedio per cápita aún más bajos que los nuestros. El sistema financiero debe ser más eficiente y lograr reducir sus

costos transaccionales, así como superar asimetrías de información, y por esta vía mejorar la asignación de recursos hacia el aparato productivo.<sup>18</sup>

### 1.7.2. Modelo de operación financiera. Tendencias globales

Tradicionalmente, los sistemas financieros a nivel mundial, han operado bajo dos marcadas tendencias: la banca universal característica de países europeos (en particular se toma como referente Alemania, autorizada para ofrecer un amplio portafolio de productos en un mismo lugar físico), y la banca especializada con limitaciones de oferta de productos, propia del Reino Unido, Canadá, Japón, EUA, conocido como el modelo anglosajón (ver cuadro N° 1.11).

**Cuadro No 1.11. Modelos de operación de los sistemas financieros. Banca universal vs. Especializada**

<b>BANCA UNIVERSAL/MULTIBANCA MULTIPLE/GENERAL/INTEGRADA</b>	<b>BANCA ESPECIALIZADA/ DEPARTAMENTALIZADA</b>
Libertad absoluta para operar en cualquier actividad y en cualquier plazo. Banca comercial y especializada en un mismo techo.	Sistema que solo puede operar respecto de determinadas actividades financieras y/o en determinados plazos.
<b>Banca europea.</b> (Alemán)	<b>Banca americana/ Japón/Canadá /Reino Unido.</b> (Anglosajón)

De lo robusto y prudencial que sea, y de capacidad que tenga el ente de generar economías con referencia a su marco legal, fundamenta la solidez en cada modelo, de tal manera que *per se* no es mejor uno que otro; la diferencia, se refleja en lo eficiente que sea en la asignación operacional de costos, reflejado en el margen de intermediación que cobra al usuario del crédito.<sup>19</sup>

Esto implica necesariamente, mitigar riesgos de alto nivel por capacidad que tiene de administrar información privilegiada, que lleva a generar conflictos de interés en su beneficio, limitar riesgos de contagio y posible piramidación de capital (Calderón, José M. 96-Banco Mundial).

### 1.7.3. Modelo sistema financiero colombiano

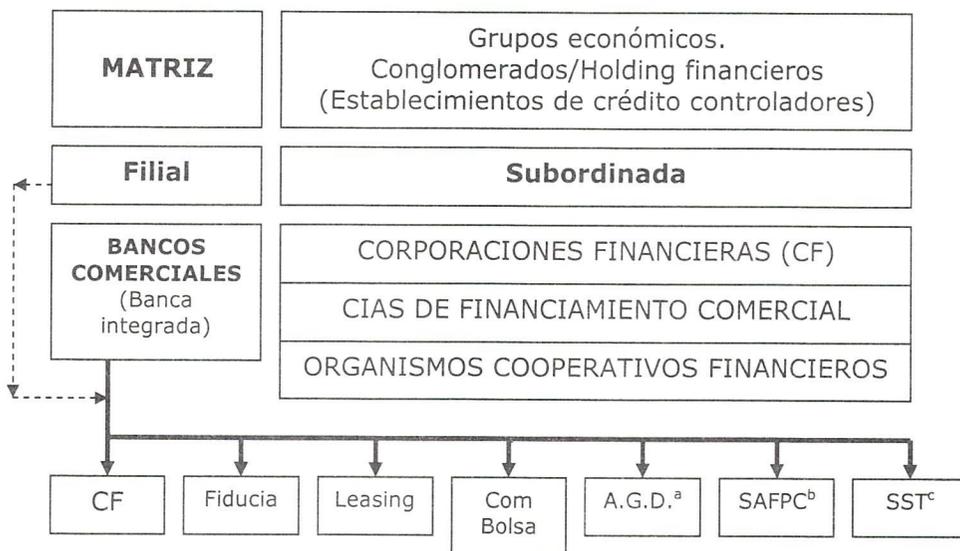
Las crisis financieras desatadas en el país, independiente de sus circunstancias, datan del año 1841 con el caso del Sr. J. Tadeo Landinez,

<sup>18</sup> URRUTIA, Miguel. "Inflación, profundidad financiera y crecimiento económico: conceptos básicos" Nota editorial *Rev. Banco de la República*, junio 2.002.

<sup>19</sup> CLAVIJO, Sergio. "Hacia la multibanca en Colombia. Retos y 'retazos' financieros". Junio 2000. Documento presentado reunión anual ASOBANCARIA.

("Giro y Depósitos"), hasta el pánico bancario generado por la Casa López, en momentos en que la misión de técnicos norteamericanos presidida por Edwin Walter Kemmerer proyectaba la ley de la Banca Central, (Ley 25 y 45 de 1923)<sup>20</sup>, que estructuró un sistema de Multibanca, que permitía a los bancos comerciales, manejar dineros a través de cuentas corrientes, cuentas de ahorro y una amplia gama de préstamos, que incluye los hipotecarios. En la década del cincuenta, se crean las Corporaciones Financieras (crédito empresarial e industrial) y los Fondos Financieros administrados por el Banco de la República (agropecuario, industrial, inversión privada, promoción de exportaciones), y a partir de los setenta, las Compañías de Financiamiento Comercial y Corporaciones de Ahorro y Vivienda -CAV (1972), con la ley de vivienda y creación de la UPAC.

**Cuadro N° 1.12. Modelo sistema financiero Colombiano**  
(Ley 45/90)



a: Almacenes Generales de Depósito.

b: Sociedades Administradoras de Fondos de Pensiones y Cesantías.

c: Sociedades de servicios técnicos.

FUENTE: Martínez, Néstor H.. "Sistemas Financieros". Felabán/94. Adaptado Pág. 103.

La Ley 45 de 1990, plantea el esquema operativo de expansión de filiales vía matrices, con respaldo de grupos económicos y bajo el concepto de holding o conglomerado financiero como controlador de los establecimientos de crédito. Como tal, el modelo es un híbrido de las dos tendencias mundiales, en el sentido de permitir un amplio portafolio a la banca comercial pero con una clara separación en la prestación de servicios financieros asociados como

<sup>20</sup> CHILD VÉLEZ, Jorge. "Valor y dinero" El Modelo Financiero Colombiano. FESCOL -1982, Pág. 227 y ss.

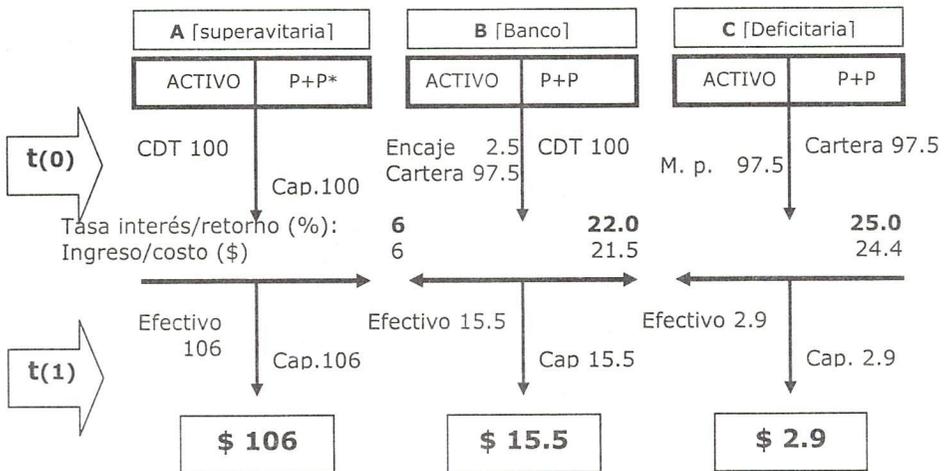
se muestra en el cuadro N° 1.12., y por supuesto a las inversiones directas en el sector real. De esta forma, la separación o “muralla china” mitiga los potenciales riesgos de contagio susceptibles de ser generados.

De tal suerte que la relación más próxima del sistema financiero con el sector industrial, se da por intermedio de inversiones que realicen en este sector, las corporaciones financieras. La estructura total del sistema financiero colombiano, se aprecia en el anexo N° 2, en interacción con el Banco Central y los organismos de vigilancia, control y apoyo.

### 1.7.4. Movimiento contable de dinero en una economía básica

La dinámica generada entre oferentes y demandantes de dinero, vía banca comercial como intermediario de recursos, se sintetiza en el cuadro N° 1.13. Con la letra A, se identifica una unidad superavitaria, que cuenta con un capital de 100 unidades monetarias, registrado en su balance como un patrimonio en la columna del pasivo (ecuación básica contable: activo = pasivo + patrimonio), representado inicialmente en efectivo-caja.

**Cuadro N° 1.13. Sistema contable de operación crediticia en una economía simplificada**



\* Pasivo + Patrimonio

Este excedente en efectivo, al momento de depositarlo en el banco B, se transforma en otro activo denominado CDT, constituido a un plazo de un año (horizonte de la operación planteada por facilidad del término) y tasa de interés del 6% efectivo anual. B, registra esta operación pasiva, por captación de 100 unidades vía certificado de depósito a término. Como su función es de intermediación, coloca estos recursos en una operación crediticia por 97,5 unidades (2,5 restantes quedan encajados, -sin

remuneración supuesto- que totaliza 100), por un año y tasa de interés del 22% efectivo anual (micro-crédito).

El crédito contratado lo destina una industria para capital de trabajo, - compra de materias primas- para cumplir su objeto social.

El proceso de producción, le permite al empresario recuperar la inversión inicial para restituir el capital prestado por el banco, pagar los intereses respectivos (\$21.5) y obtener algún excedente marginal en la operación (\$2.9). En este punto se asume que el retorno obtenido en el proceso es del 25% ea. Al final del período analizado, ( $t_1$ ) el empresario paga 119 unidades al banco, el banco devuelve 106 al ahorrador A, y se cierra el ciclo con los siguientes saldos: ahorrador, 106 unidades (100 capital y 6 interés); banco, B 15.5 unidades; y empresario, 2.9 unidades. Como se aprecia en el análisis netamente financiero, el banco se queda con el 63.5% de la rentabilidad generada por el empresario, el ahorrador con el 24.6%, y el empresario el 11.9%.

Esto implica la eficiencia que debe reportar el sector real para atender sus compromisos con la banca, frente al nivel de riesgo que administra en su negocio; situación que no sucede con el banco, dado que ha establecido garantías admisibles para protegerse de posibles eventualidades.

Estos saldos son nominales ¿qué sucede, si la tasa de inflación se ubica en el 5%? El ahorrador, al final obtiene una rentabilidad real del 0.95%, el banco 10% y el empresario -1.90% ea.

**Cuadro Nº 1.14. Calculo de rentabilidad efectiva anual para un Banco según mezcla**

	CC	CDT	Ahorros	TOTAL
Mezcla %	18,5	41,8	39,7	100,00
Encaje %	13,0	2,5	6,0	
Encaje \$	2,41	1,05	2,38	5,83
Disponible \$	16,10	40,76	37,32	94,17
Tasa pasiva %	0,0	8,0	1,0	3,74
Tasa activa %				22,15
Ingresos cartera \$				20,85
Costo captación \$				3,74
Margen neto \$				17,11
Rentabilidad %	Mínima			17,11
	Máxima			27,54

Tasa activa promedio ponderada (ea) con un 40% en consumo y comercial al 21.83% y 60% micro crédito y otros al 22.62% mínimo. Base: encajes 2006. La rentabilidad máxima se calcula con el techo de estas tasas calculadas al primer trimestre de 2.008. Al aplicar encajes del año 2007 (8.3% Ahorros y Cuentas corrientes), la rentabilidad cambia tan sólo un 0.01%.

Para efectos ilustrativos, en el cuadro N° 1.14 se muestra la mezcla de captación típica promedio de un banco y su margen financiero. Significa esto, que por cada \$ 100 captados según distribución por origen de fondos y colocados los recursos disponibles en el mercado, según tasa y tipo de cartera, el banco obtiene un ingreso financiero neto entre \$17.11 y \$27.54, base para descontar costos fijos, estimar riesgos y generar utilidad.

### 1.8. Dinámica de los principales instrumentos de captación de recursos del sistema financiero colombiano

Tradicionalmente, el sistema financiero colombiano capta recursos del mercado, a través de instrumentos clásicos como son las cuentas corrientes, los CDT's y los depósitos de ahorro. Este comportamiento, ha mostrado una tendencia con cambios relativos en la composición de la mezcla, a favor de los intermediarios en el pasado reciente. Sin mayores variaciones de los depósitos a la vista en cuentas corrientes, menor participación relativa en 10 puntos de los CDT's (recurso más costoso), que se ganan en depósitos de ahorros a tasa real negativa, genera una tasa promedio ponderada de captación muy favorable.

Ahora bien, respecto a la operación activa, según destino, las tasas por supuesto registran diferentes precios; sin embargo, una participación relativa importante se centra en crédito de consumo, que roza tangencialmente en todos los casos el techo de la usura. En consecuencia, el margen financiero puro de la operación de intermediación, deja un amplio margen para asumir riesgos y remunerar lo suficiente a los factores de producción comprometidos en el negocio.

**Cuadro No 1.15. Evolución de la mezcla de captación de recursos del Sistema Financiero Colombiano**

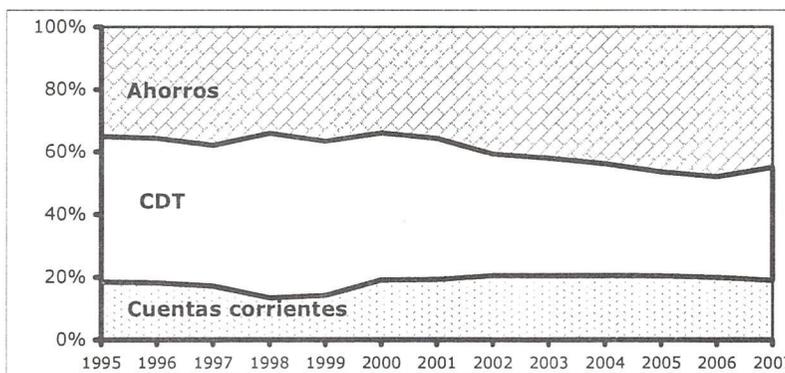
Fin Año	\$ [MMM]	Participación [%]		
	Captaciones	cta. cte.	CDT	Ahorros
1995	26.088,0	18,6	46,4	35,1
1996	31.575,4	18,2	46,1	35,7
1997	39.692,3	17,2	44,8	37,9
1998	43.954,6	13,5	52,4	34,1
1999	47.633,5	14,2	49,2	36,5
2000	49.387,6	19,1	46,9	34,0
2001	53.809,0	19,3	45,1	35,6
2002	56.678,7	20,5	38,8	40,7
2003	62.805,8	20,6	37,4	42,0
2004	74.506,2	20,5	35,7	43,8
2005	87.779,3	20,5	33,1	46,4
2006	102.107,0	20,0	32,1	47,9
2007	121.209,5	19,0	36,1	44,9
<b>Promedio.....</b>		<b>18,6</b>	<b>41,8</b>	<b>39,6</b>

Fuente: Banco de la República. Cuadro 1.6 Activos financieros.

Por principio económico, un establecimiento de crédito según su naturaleza, se fondea con recursos que se encuentran atomizados en el mercado, de preferencia para la banca los depósitos en cuenta corriente; sin embargo, estos no son suficientes y responden a un nicho específico del mercado, de tal forma que acuden a captar recursos con costo financiero como ocurre con los certificados de depósitos a término y las tradicionales cuentas de ahorro que contribuyen significativamente, con la ventaja de ser una fuente de muy bajo costo y gran estabilidad.

La participación promedio por producto en el período 95-07, se distribuye en un 18.6% en cuentas corrientes, 41.8% CDT, y la porción restante, en depósitos de ahorro, como se aprecia en el cuadro N° 1.15 y gráfica N° 1.10.

**Gráfica N° 1.10. Evolución de la mezcla (%) de captación del sistema financiero Colombiano. 1995-2007**



Fuente: Cuadro No 1.15.

**Señoreaje monetario:** Es el impuesto inflacionario (Imi), reflejado en una ganancia que obtienen las entidades de intermediación financiera, al captar recursos del mercado sin remuneración alguna (tasa pasiva cero) como sucede con los depósitos en cuentas corrientes. Con el transcurso del tiempo, pierden su poder adquisitivo o de compra. Este concepto se puede expresar de acuerdo a la siguiente igualdad:

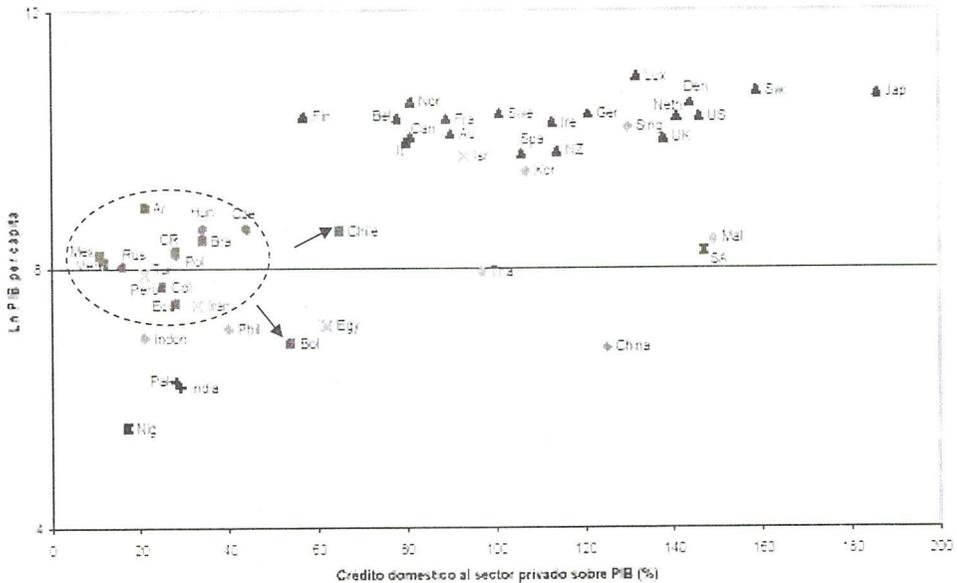
$$Imi = M - \frac{M}{P}$$

Con M = Depósitos en efectivo en cuenta corriente y P = nivel de precios.

**1.9. Profundización financiera:** En su primera acepción, es entendida como el acceso y grado de utilización por parte de usuarios de los servicios financieros a través de diversos medios o canales, incluyendo fuentes de financiación e información por parte de hogares y empresas, en particular el

crédito<sup>21</sup>. Un segundo contexto, se relaciona con la dimensión y contribución relativa de la dinámica financiera a producto interno bruto total y per cápita.

**Gráfica N° 1.11. Profundización Financiera y desarrollo económico. (2001)**



Fuente: Villar, Salamanca y Murcia. "Crédito, represión financiera y flujos de capitales en Colombia: 1974-2003". enero 2005 *Borradores de Economía*, No.322 Benrep. Pag 5.

"King y Levine (1993<sup>a</sup>) suponen que el desarrollo financiero está altamente ligado al crecimiento económico debido a que agiliza el proceso de acumulación de capital y de innovación tecnológica. Su trabajo evalúa el papel del sector financiero en varios países y muestra que su desarrollo está altamente correlacionado con las tasas futuras de crecimiento económico, acumulación de capital físico y mejoras en la productividad. Su hipótesis de partida es que el papel del sector financiero consiste en proveer servicios a las firmas: es decir, evaluar las perspectivas de las empresas, diversificar el riesgo, buscar los usos alternativos más eficientes y facilitar el financiamiento de la inversión productiva"<sup>22</sup>

Los trabajos de Villar Gómez y su equipo (2005), bajo los escritos de Levine, exponen los resultados de análisis estadísticos de correlación positiva encontrada entre el nivel de desarrollo de las economías y la profundidad de sus mercados financieros, como se muestra en la gráfica N° 1.11. para el

<sup>21</sup> Documento CONPES 3424 "La banca de oportunidades. Una política para promover el acceso al crédito y a los demás servicios financieros buscando equidad social" DNP mayo 2006, Pág. 2

<sup>22</sup> TENJO, G. Fernando y GARCIA M., Guillermo. "Intermediación financiera y crecimiento económico" *Cuadernos de Economía*. Universidad Nacional de Colombia. No 23. Bogotá. 1995 Pág. 181 y URRUTIA. Op cit. Pág. 10.

año 2001 en el cual "...los países con mayor ingreso per-cápita son también aquellos que tienen un indicador más alto de crédito doméstico al sector privado con respecto al PIB. En términos de ese indicador, Colombia se encuentra bastante rezagada frente a los países desarrollados. Al comparar con respecto al de otras economías latinoamericanas, el sistema financiero colombiano es más grande en términos relativos que el de México o Venezuela y similar al de países como Argentina, Perú o Ecuador. Sin embargo, al comparar con economías en desarrollo exitosas de otras regiones del mundo, es claro que hace falta profundización".

**Cuadro N° 1.16. Evolución de la profundización financiera América Latina vs países industrializados – una muestra-**

Periodo promedio	Depósitos/PIB		Crédito*/PIB	
	90-99	00-04	90-99	00-04
<b>América latina (I)</b>				
Brasil	0,18	0,22	0,25	0,27
Chile	<b>0,39</b>	<b>0,50</b>	<b>0,46</b>	<b>0,59</b>
<b>Colombia</b>	<b>0,14</b>	<b>0,22</b>	<b>0,15</b>	<b>0,19</b>
Costa Rica	0,25	0,33	0,13	0,26
El Salvador	<b>0,35</b>	<b>0,42</b>	<b>0,32</b>	<b>0,41</b>
México	0,23	0,24	0,23	0,15
Perú.	0,16	0,24	0,14	0,23
<b>Promedio</b>	<b>0,24</b>	<b>0,31</b>	<b>0,24</b>	<b>0,30</b>
<b>Países industrializados (II)</b>				
Australia	0,55	0,68	0,68	<b>0,92</b>
Canada	0,52	0,60	0,57	0,67
Francia	<b>0,59</b>	0,66	<b>0,90</b>	0,88
Noruega	0,51	0,49	0,59	0,71
Suecia	0,42	<b>0,72</b>	0,42	0,84
USA	0,54	0,59	0,54	0,62
<b>Promedio</b>	<b>0,52</b>	<b>0,62</b>	<b>0,62</b>	<b>0,77</b>
Relación [II/I]	2,1	2,0	2,6	2,6

Fuente: Rojas-Suárez, Liliana. "El Acceso a los Servicios Bancarios en América Latina: Identificación de Obstáculos" Senior Fellow, Center for Global Development. Diciembre 2005. Pág. 2.

\* Crédito al sector Privado.

El indicador colombiano se ubica en 25% del PIB, frente a 97% del PIB en Tailandia, 125% del PIB en China, y casi 150% del PIB en Malasia y en Sudáfrica. ...Incluso en Latinoamérica, Bolivia, Brasil y Chile tienen indicadores de desarrollo financiero muy superiores al colombiano. En el caso chileno, el indicador es 65%, dos y media veces superior al nuestro."<sup>23</sup>

<sup>23</sup> VILLAR, G. Leonardo, SALAMANCA, R. David y MURCIA, P. Andrés. "Crédito, represión financiera y flujos de capitales en Colombia: 1974-2003". enero 2005 *Borradores de Economía*, No.322, Banco de la República, Bogotá. Pág.5.

Dentro de este contexto económico, sin lugar a dudas la política monetaria nacional (encajes, inversiones forzosas y sustitutivas) incide sobre la profundización financiera como es de esperarse, y que en conjunto con el impacto de altas tasas de interés, frena el acceso al crédito y hace que las unidades productivas demandantes de recursos, tengan que hacer mayores esfuerzos en sus procesos productivos, para atender los compromisos financieros. Frente a estos hechos, el Gobierno decide adoptar reformas, que incluyen el acceso a la inversión extranjera en el sector financiero (libre movilidad de capitales-apertura económica), suspender los fondos financieros administrados por el Banco de la República e ingresar al modelo propuesto en el acuerdo de Basilea-Suiza de regulación prudencial.

Los mercados latinos aun dependen del mercado de corto plazo (monetario), dado que su mercado de capitales aun es incipiente y no ha evolucionado ni fortalecido lo suficiente, para optar por esta alternativa, como ocurre con países desarrollados. A excepción de Chile y El Salvador (cuadro N° 1.16), los demás países analizados registran bajos índices, estando Colombia aún rezagada, pese a mostrar tendencia positiva, a diferencia de México, que mantiene con dificultad su tendencia en depósitos y en financiación al sector privado, redujo significativamente su participación. Desde la óptica de los países industrializados, su relación es más del doble respecto a América Latina y con mercados de capitales maduros, como de allí se deduce.

**Cuadro N° 1.17. Colombia. Nivel de bancarización.** (Julio /06)

<b>Producto</b>	<b>No Personas* (miles)</b>	<b>% poblacion</b>	<b>Empresas (Miles)</b>
<b>CAPTACIÓN</b>			
Cuenta de ahorros	11.257	27,1	167
Cuenta corriente	1.340	3,2	253
<b>CARTERA</b>			
Total	3.290	7,8	88
Tarjeta de credito	2.774	6,7	43
Consumo	2.335	5,6	16
Vivienda	543	1,3	
Microcredito	483	1,2	2
Comercial	290	0,7	75

\* Incluye Cédulas y tarjetas de identidad.

Fuente. Asobancaria. Informe de Bancarización.

Al retomar el tema en su primera definición, el acceso al crédito para microempresa es limitado, que por su volumen por relación de agregado no es relevante a la producción, pero socialmente sí lo es, y respecto a los hogares no deja de ser dramático. El estudio de Rojas-Suárez 2005, muestra que en los países industrializados el 90% de las familias acceden a los servicios financieros, y en áreas urbanas de Brasil y Bogotá-Colombia, tan

sólo el 40%, y Ciudad de México el 25%. El estudio de bancarización preparado por la Asociación Bancaria (2006), muestra que en Bogotá, el 54% de la población posee cuentas de ahorro, el 8% cuentas corrientes, el 20% cartera, y micro crédito el 1.5%, situación que confirma lo expuesto anterior sobre el particular. Concluye este documento en los siguientes términos con apoyo de cuadro N° 1.17. "Según las cifras a julio de 2006 que las entidades financieras reportan a la Cifin, existen 12,1 millones de colombianos con acceso al menos a un producto financiero, lo que equivale a un nivel de bancarización de 29,2% de la población total.

Al desagregar estas cifras por ciudad, se puede constatar que el micro crédito exhibe el menor grado de concentración de la cartera. Por ejemplo, mientras que el 65,8% de la cartera de consumo y el 68,4% de la cartera hipotecaria se encuentra ubicado en las tres principales ciudades del país (Bogotá, Medellín y Cali), estas ciudades sólo concentran el 26,1% del micro crédito. De 11,3 millones de personas que tienen una cuenta de ahorro, 6,17 millones la tienen marcada en una cuenta exenta del 4X1000, es decir el 54.6 %"<sup>24</sup>

En general, se puede reafirmar la existencia de una correlación directa entre profundización financiera y crecimiento económico sostenido, como lo demuestran las estadísticas de los países desarrollados. Una alta profundización, indica adecuada canalización de ahorros hacia inversiones productivas, eficiente sistema de pagos que facilita las transacciones entre agentes económicos y un apropiado monitoreo de los riesgos empresariales.

En conjunto, responde a las condiciones de cada uno de los actores que intervienen, -gobierno, empresas, comunidad, entidades financieras- desde el desarrollo socio económico de la población, la operatividad, calidad, cobertura, facilidad de acceso a los servicios financieros y su misma eficiencia bancaria, hasta el marco legal y regulatorio aplicado por el Gobierno.<sup>25</sup>

Para medir el acceso al crédito en Colombia, es importante revisar el cociente resultante entre colocaciones y captaciones por ciudad que "muestra que tres de las ciudades más grandes, concretamente, Medellín, Cali y Barranquilla, tienen una relación superior al 100%, llegando incluso en el caso de ésta última a cerca del 160%, lo cual significa que dichas ciudades absorben recursos de crédito en niveles superiores al ahorro local. Por el contrario, la gran mayoría de ciudades "intermedias" presentan niveles de ahorro superior a sus colocaciones; así, municipios como Yopal, Arauca y Riohacha presentan las relaciones más bajas entre colocaciones y

<sup>24</sup> Asobancaria. Informe de Bancarización Vicepresidencia Económica Dirección de Estudios y Regulación Financiera CIFIN Noviembre de 2006 Nov. 2006 Pág. 5 y 6.

<sup>25</sup> Rojas-Suárez, Liliانا. "El Acceso a los Servicios Bancarios en América Latina: Identificación de Obstáculos" Senior Fellow, Center for Global Development Diciembre 2005

captaciones<sup>26</sup>. Señala Pinzón (2005) que en cerca de una cuarta parte de los municipios, el micro crédito, corresponde a la mitad de su cartera de créditos, con una seria connotación desfavorable para el usuario: su costo financiero que hace más oneroso un crédito que si bien puede llegar a reflejar un riesgo, las condiciones del entorno y capacidades administrativas con seguridad no son las mas adecuadas para este segmento de mercado, que hace aún más lento el crecimiento de las actividades que lleve a cabo con estos recursos.

**Cobertura del sistema bancario:** A septiembre de 2005, en el 71% de los municipios del país existía una sucursal bancaria que atendía al 92,6% de la población total; es decir, 3.410.037 colombianos sin acceso a red bancaria ubicados en 320 municipios marginados de los servicios financieros. "Sin incluir el Banco Agrario, la cobertura de la banca privada solo llega al 25% de los municipios, cubriendo al 73% de la población"<sup>27</sup>. De tal manera que la banca oficial tiene una gran responsabilidad con la población dispersa de 512 municipios donde sólo existe una oficina de Banagrario. Ver cuadro N° 1 .18.

**Cuadro No 1.18. Grado de concentración/cobertura geográfica de la banca en Colombia**

	Número habitantes [000]	Número de sucursales bancarias	Número municipios con sucursales	Población con acceso sucursales [000]	Municipios con presencia SF [%]	Población con acceso sucursales [%]
1	0 - 10	218	194	1.294	49,1	55,2
2	10 - 50	681	474	10.860	79,8	84,1
3	50 - 100	265	68	4.643	93,2	93,6
4	+ 100	2.791	53	25.833	100,0	100,0
<b>TOTAL</b>	<b>3.955</b>	<b>789</b>	<b>42.630</b>	<b>70,6</b>	<b>92,6</b>	

Fuente: Cálculos base DANE y Superfinanciera.  
Documento CONPES - DNP-No 3424/06 Gráfico No 2, Pág. 3. Información a sep/05

Dada esta condición, unida a la necesidad de garantizar la permanencia de los pobladores en sus lugares de origen y con oferta crediticia, el Gobierno se empeñó en promover la banca de oportunidades, en busca de nuevos medios para establecer corresponsales no bancarios que atiendan las necesidades básicas financieras de las unidades familiares y microempresarios de bajos recursos, dispersos en la geografía nacional.

**Eficiencia:** está referida a la capacidad relativa de las Instituciones para controlar sus costos respecto a una situación ideal; es decir, respecto a la

<sup>26</sup> PINZÓN SÁNCHEZ, Jorge. "La responsabilidad social empresarial y las utilidades societarias: El caso bancario; más que cuánto, cómo y en qué". Versión escrita de la intervención del Superintendente Bancario de Colombia, en la XL Convención Bancaria y de Entidades Financieras- ASOBANCARIA. Cartagena de Indias, junio de 2005 Págs. 22 23 y 24.

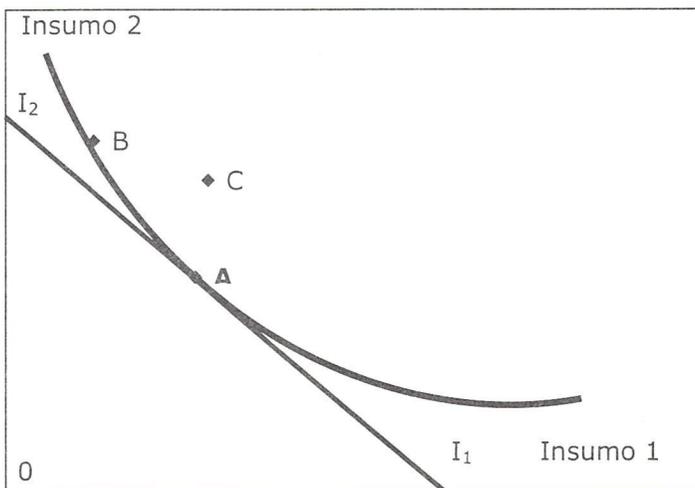
<sup>27</sup> TENJO, et al. Op.cit. Pág.3.

menor utilización de insumos posible para generar la misma cantidad de producto o capacidad para producir un producto al menor costo posible.

Hay dos de éstas categorías que llevan a entidades a ser ineficientes: 1) Ineficiencia de asignación, generada cuando las instituciones utilizan una combinación ineficiente de insumos, en su procesos productivos, que generan costos innecesarios y 2) De tipo técnica, cuando emplean una cantidad ineficiente (mayor a la mínima requerida), de todos los insumos para generar cierta cantidad de producto.

Gráficamente, (Nº 1.12.) se representa en un plano cartesiano con un trazo de una curva Isocuanta ( $I_1 I_2$ ), con combinaciones de insumos técnicamente eficientes en la producción de una cantidad dada de producto.  $I_1 I_2$  representan las combinaciones de insumos factibles, cuando se quiere producir sobre la curva Isocuanta al menor costo posible.

**Gráfica Nº 1. 12. Eficiencias técnicas y de asignación**



Fuente: BADEL F. Alejandro. "Sistema Bancario Colombiano" Doc. 190 DNP, 2.002. Pág. 3

Así, el punto A representa tanto eficiencia técnica como de asignación, mientras que B presenta ineficiencia de asignación, y C ineficiencia técnica así como de asignación. A su vez, una entidad que emplee la combinación de insumos dada la ubicación A, para obtener un menor producto al referente a la curva Isocuanta, tendrá ineficiencia técnica, aunque no de asignación.

Suescún y Misas (1996) concluyen que el 85% de la ineficiencia en la banca colombiana es de tipo técnica. Esto quiere decir que los bancos menos eficientes utilizan los insumos en las proporciones adecuadas, pero que podrían producir al mismo nivel de ser utilizados una cantidad menor de todos ellos. La ineficiencia de la banca nacional tiene sus raíces en un escaso

nivel de competencia al interior de la industria. Como comenta Greene (1997), el hablar de ineficiencia en un mercado plenamente competitivo no tiene sentido; en los mercados competitivos las firmas ineficientes desaparecen<sup>28</sup>.

**Cuadro No 1.19. Grado de eficiencia del sistema financiero  
(Promedio 1996-2003)**

PAIS	Costos administrativos /Activos	veces
	96-03	
<b>América latina</b>		
<b>Colombia</b>	<b>9,7</b>	<b>3,2</b>
Perú.	8,0	2,7
Brasil	7,3	2,4
México	6,8	2,3
Costa Rica	5,2	1,7
El Salvador	4,6	1,5
<b>Chile</b>	<b>4,0</b>	<b>1,3</b>
<b>Promedio América Latina (I)</b>	<b>6,5</b>	<b>2,2</b>
<b>Países industrializados (II)</b>	<b>3,0</b>	<b>1,0</b>
<b>Relación [I/II]</b>	<b>2,2</b>	

Fuente: Rojas-Suárez, Liliana. "El Acceso a los Servicios Bancarios en América Latina: Identificación de Obstáculos" Senior Fellow, Center for Global Development Diciembre 2005. Pág. 8.

Según estudio de Castro I. Carlos (2001) para los años 94-99 con base en 30 bancos analizados, concluye que "en general las entidades financieras tienen problemas para controlar sus costos. Las cifras indican que los cambios en regulación y la reestructuración del sector no necesariamente han generado un patrón estable de cambio positivo en eficiencia. Se observa que las fusiones entre las entidades en promedio no garantiza la conformación de una entidad más eficiente; sólo en algunos casos se aprecia esta clase de beneficios... sin embargo, si existe evidencia para establecer que durante el período de estudio, el promedio de los bancos logra mejorar sus niveles de eficiencia. La propiedad resultó ser un criterio determinante para explicar las diferencias en eficiencia entre las entidades públicas y privadas, nacionales o extranjeras, pero no es determinante cuando se comparan exclusivamente los últimos"<sup>29</sup>.

Rojas concluye al respecto: "...los altos costos de mantenimiento de las cuentas bancarias (incluyendo los requisitos de saldos mínimos) sí están directamente asociados con la forma de operar del sistema bancario. Las

<sup>28</sup> BADEL FLOREZ, Alejandro. "Sistema Bancario Colombiano: ¿Somos eficientes a nivel internacional? Documento 190 DNP. Archivos de economía. Junio 2002 págs. 4-7 y 22.

<sup>29</sup> CASTRO IRAGORRI, Carlos Alberto. "Eficiencia-X en el Sector Bancario Colombiano". DNP-Documento 158- Nov.2001 Pág. 31.

causas, sin embargo, también son variadas pues pueden reflejar ineficiencias en las operaciones bancarias, falta de competencia, o simplemente el alto costo financiero de prestar servicios a pequeña escala. Distinguir entre causas es por supuesto sumamente difícil. Sin embargo, para obtener una primera idea sobre si estos costos reflejan de alguna forma ineficiencias en las operaciones bancarias de América Latina, el cuadro N° 1.19. presenta información sobre un indicador común de eficiencia bancaria: los costos administrativos como porcentaje del total de activos. Aunque existen diferencias significativas entre los países de la muestra, es claro que los sistemas bancarios de América Latina tienen aún espacios importantes para mejorar la eficiencia de sus operaciones en relación a los países industriales. Estas mejoras podrían contribuir a disminuir los costos que absorben los depositantes por mantener cuentas bancarias, y por lo tanto podrían contribuir a profundizar los niveles de bancarización<sup>30</sup>.

La banca colombiana ha sido catalogada como una "banca ineficiente" por el Banco Mundial, por los altos costos operativos, siendo trasladados los mayores costos a los usuarios con tasas activas aun muy altas. (Clavijo, Sergio 2.000)

Estudios posteriores que analizan la serie histórica 1993 – 2003, v.g. (Berrio D. y Muñoz A. 2005, Janna M. 2004), soportados en modelos econométricos de optimización no paramétrica y determinística (Análisis envolvente de datos DEA), fueron aplicados para medir la eficiencia relativa del sector bancario Colombiano, a partir de la selección de variables determinantes, siete en el caso de Berrio y Muñoz, de las cuales cuatro son de ingreso (Activos fijos netos, capital, gastos de personal y otros administrativos) y tres de salida (margen neto de intermediación, rentabilidad de activos y calidad de la cartera), para una muestra de 13 bancos.

Concluye entre otros aspectos el estudio de Berrio y Muñoz: "... el año más ineficiente fue 1.994, con un promedio de 62.22%, lo cual confirma lo expresado por los autores... las causas de la crisis bancaria de la década, debe ser buscada en 1.993 y 1994, años en que se produjo un crecimiento no controlado de los niveles de cartera y en la cartera vencida respectivamente. Al analizar la información detallada de cada banco, se puede apreciar que año a año, las principales causas de ineficiencia son producto de un sobredimensionamiento de las variables de activos fijos netos, capital, gastos de personal y otros gastos administrativos; destacándose un valor significativo en los gastos de personal que en promedio representa un 80% en exceso sobre el nivel requerido"<sup>31</sup>.

<sup>30</sup> ROJAS-SUÁREZ, Lilibiana. Op. cit. Págs. 8 y 9.

<sup>31</sup> BERRIO G. Deysi y MUÑOZ S. Alberto. "Análisis de la eficiencia relativa del sistema bancario en Colombia en el período 1993-2003 y propuesta estratégica de fortalecimiento. Pensamiento & Gestión. No 018. U. del Norte. 2.005 Barranquilla Colombia. Pág.21.

“En los resultados obtenidos se observa la fragilidad de nuestros bancos, que pasan sumamente fácil de situación de eficiencia absoluta a otra de ineficiencia; reflejándose un comportamiento con eficiencias superiores al 90% solamente en dos bancos”.<sup>32</sup>

El trabajo de Janna (2004), concluye que “buena parte de las mejoras en eficiencia anteriores a 1997 se pueden atribuir a cambios favorables en estas condiciones de entorno. Sin embargo, la crisis financiera cambió drásticamente esta situación pues luego de esta (a partir de 1999), las mejoras posteriores en eficiencia se explican por esfuerzos específicos de cada banco por re-enfocar su estructura productiva, y no a un entorno general más favorable en términos del ahorro en costos.”<sup>33</sup> y continúa...” De esta manera, las mejoras posteriores en la eficiencia después de la crisis se deben a esfuerzos específicos de cada banco, como resultado de algunas de sus políticas internas, y no a un entorno general más favorable en el sector. Esta situación da soporte a la hipótesis de que la crisis tuvo un “efecto disciplinador” en el manejo de costos de la banca, pues desligó las mejoras en eficiencia de las mejoras en las condiciones de entorno, y le otorgó relevancia a algunas variables con más control por parte de cada banco”.<sup>34</sup>

“Finalmente, existe alguna evidencia de que la eficiencia en los bancos colombianos se encuentra influenciada tanto por factores característicos a cada entidad (tipo de propiedad, niveles de capital financiero, tipo de negocio, tamaño de la red de oficinas), como por factores de entorno que afectan de manera conjunta a todo el sector (carga regulatoria, ciclo económico, concentración del mercado, crisis financieras). Por esta razón, tanto las autoridades regulatorias como los administradores de los bancos, tienen en sus manos las principales herramientas para continuar mejorando la eficiencia bancaria colombiana”<sup>35</sup>.

“El Fondo Monetario Internacional, en un reciente estudio titulado “Reforma Financiera: ¿Qué factores la afectan y qué otros le dan forma?” (Abiad y Mody, 2005), se refirió a la estrecha relación entre el desarrollo financiero y el crecimiento económico. Según el informe, un sistema financiero competitivo permite una asignación más eficiente del capital, así como unas mayores tasas de interés real estimulan el ahorro. Por su parte, el Banco Mundial, en su análisis sobre la estructura del sistema financiero colombiano (De la Cruz y Stephanou, 2006, P. 42), encontró que desde un punto de vista conceptual los marcos legales y regulatorios colombianos tienden hacia

---

<sup>32</sup> ibíd. Pág. 28.

<sup>33</sup> JANNA GANDUL, Michel. “Eficiencia en costos, cambios en las condiciones generales del mercado y crisis en la banca colombiana: 1992-2002” Banco de la República. Borradores semanales de economía No 260. Bogotá, 2004. Pág. 1.

<sup>34</sup> ibíd. Pág. 29

<sup>35</sup> JANNA G. Michel. “Eficiencia en la banca: un recuento de la literatura para el caso colombiano” Banco de la República Bogotá, 2.004. Pág. 83

la exclusividad, fragmentación y obsolescencia del sistema financiero. En otras palabras, el sistema se entiende como excluyente porque restringe innecesariamente la actividad financiera a los mismos bancos, dándole mayor peso entre otras a las compañías de leasing y fiduciarias. Por otra parte, la fragmentación y obsolescencia se refieren a la alta dispersión de los servicios financieros a través de diferentes vehículos que operan en distintos segmentos del mercado y que en vista de los avances en el tema se perciben como ineficientes al momento de responder a las necesidades del mercado”.<sup>36</sup>

Después de estos resultados, aún queda una sensación de no ser contundente la condición actual de eficiencia en la banca Colombiana y con mayor razón desde una óptica global.

**Gráfica N° 1.13. Dirección estratégica de eficiencia en gastos**



Es entendible la dinámica y los factores de coyuntura y estructura que han golpeado al sector localmente; sin embargo, aunque la industria atraviesa una situación holgada en tema de resultados financieros representada en utilidades, -dados los amplios márgenes de intermediación financiera-, persiste un desequilibrio entre remuneración al ahorro de las unidades superavitarias y el costo financiero cobrado a los demandantes de recursos (unidades deficitarias). Este margen o diferencial relativo, en la medida en que se torna más estrecho, refleja un mejor "progreso financiero" por asignación eficiente de insumos en cumplimiento de la labor de intermediación de recursos.

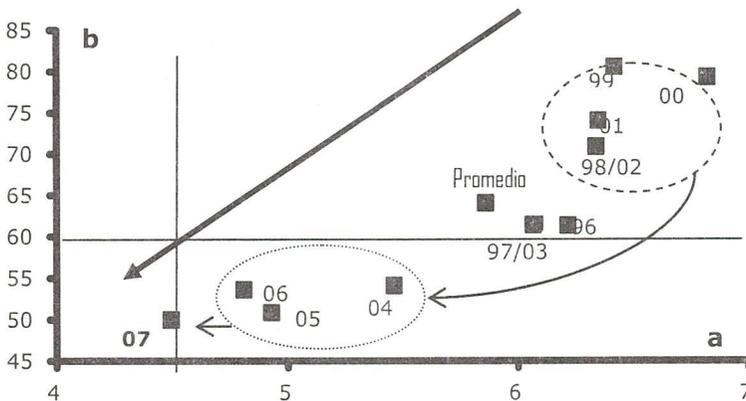
En consecuencia, es prudente indagar si la gestión integral de activos se realiza a costos razonables y calidad en riesgos, si la carga laboral - prestacional y gastos generales son asignados eficientemente, si la red de distribución es óptima en costos por transacción. La respuesta a estos

<sup>36</sup> Conceptos ICP: Instituto de Ciencia Política. Reforma Financiera. Documento, "Reforma Financiera, hacia la universalización de la banca". Colombia 2.006.

<sup>37</sup> Equivalente al margen financiero (Intereses recibidos - intereses pagados).

interrogantes y en particular a los costos como medida de eficiencia, se pueden presentar en una gráfica de tendencia, en respuesta a un plan de mejora continua en eficiencia (como se muestra en la gráfica N° 1.13) de dispersión de los cocientes, gastos operacionales a ingresos netos y a activos promedios. En el año 2000 Bancolombia, disertó sobre el particular y definió la "zona ideal" conformada por el rectángulo de coordenadas 0-60% y 0-4.5% respectivamente entre estos dos índices<sup>38</sup>.

**Gráfica N° 1.14. Dinámica de eficiencia Sistema Financiero Colombiano<sup>39</sup> 1996 – 2007**  
(Cifras expresadas porcentualmente)



Fuente: Estadísticas Superfinanciera y cálculos del autor.

Gastos operacionales (GO) = Costos administrativos (personal, honorarios y costos indirectos), no incluye depreciaciones, amortizaciones, provisiones.

Margen financiero bruto (MFB) = Ingresos por intereses-gastos por intereses + neto otros ingresos y costos diferentes a intereses.

a= GO/Activos promedio, b=GO/MFB.

Realizado el ejercicio de aplicar el modelo propuesto de dirección estratégica de eficiencia en gastos, se encuentra una tendencia favorable del sistema financiero, una vez superada la crisis de finales de la década de los noventa, como se aprecia en la gráfica N° 1.14. El año 2000 es el más crítico, e inicia una nueva década de sustancial mejora, con ingreso a la frontera "ideal" en manejo de gastos operacionales respecto al MFB a partir del 2004 y finaliza el 2007 con una recuperación, al desplazarse el indicador más a la izquierda en busca de mayor eficiencia en uso de los activos, al lograr ubicar el límite superior de 4.5%.

El promedio de los años 1996 a 2007, es del 5.9% (a) y 64% (b). Según reporte de estabilidad financiera a junio de 2005 del Banco de la República, por períodos trimestrales a partir del año 2001 hasta el 2005, "el indicador

<sup>38</sup> BANCOLOMBIA. "Eficiencia y competencia en la banca. Cómo mejorarla?" Bogotá, 2000. Pág. 10.

<sup>39</sup> Total sistema sin IOE (Instituciones oficiales especiales). Incluye cooperativas.

**de eficiencia**, medido como la proporción de gastos administrativos y laborales sobre activos, ha permanecido constante en el último año para todos los países. Chile presenta un indicador promedio de 2,6% en los últimos cuatro años; para México, Perú y Brasil oscilan entre 4% y 5%, y en Colombia está alrededor de 6,7%. A pesar de que la eficiencia del sistema bancario colombiano ha venido en aumento, los gastos representan todavía un porcentaje importante de los activos, en comparación con el resto de países analizados. El mayor indicador (menor eficiencia) se registró en Venezuela, donde alcanzó niveles cercanos a 7%, en marzo de 2005, y a 9%, en promedio, durante los últimos años<sup>40</sup>

**Índice de concentración sectorial HH - Herfindahl-Hirschman:** El Índice HH, es una medida estadística de concentración, de acuerdo al número de competidores y de la participación relativa que registre en el mercado. Para tal efecto, se hace uso de variables que reflejan la esencia del negocio, en cumplimiento de su objeto social en una industria en particular.

En el caso del sector financiero, entre otras variables se puede hacer uso del volumen de cartera, depósitos, activos productivos como el caso tomado para cuantificar este índice.

Técnicamente, se determina por la sumatoria de los cuadrados de las participaciones de las firmas de una industria, como se indica en la siguiente ecuación:

$$HHI = \sum_{i=1}^n (m_i)^2$$

Donde  $m_i$  es la participación de mercado de la firma  $i$  y  $\sum_{i=1}^n (m_i) = 1$

En otros términos:  $HHI = \sum_{i=1}^n \left( \frac{m_i}{M} \right)_i^2$  con  $M =$  Valor total del mercado.

Al calcular el índice sobre participaciones de mercado en valores absolutos, su valor máximo será de 10,000 que corresponde a un monopolio al tener el 100% del mercado, y el valor del índice será de  $100^2 = 10,000$ . En caso de participación relativa, el rango de concentración se ubica entre cerca de cero (0) y 1 o del 100%. Con una alta representación de firmas que compiten con distribución muy homogénea la cuota el índice HHI estaría cerca de cero, que indica una competencia casi perfecta.

Según los estándares del Departamento de Justicia de los Estados Unidos, si el índice presenta un valor entre 1,000 y 1,800, el mercado está moderadamente concentrado; si el HHI excede los 1,800 puntos, se

<sup>40</sup> BANCO DE LA REPÚBLICA. "Reporte de Estabilidad Financiera". Bogotá, julio de 2005. Pág. 29.

considerará que en una industria particular, existe alta concentración (valores inferiores a 1,000 indican una baja concentración -mercado competitivo).<sup>41</sup>

**Cuadro N° 1.20. Índice de concentración bancaria sobre activos productivos\***

<b>G BANCO</b>					
1	Bogota	11,0	11,8	12,0	
2	Popular	5,1	5,6	5,3	
<b>I Occidente</b>					
3	Occidente	5,7	6,5	6,9	
4	Megabanco	2,2	2,0	2,0	
5	AV Villas	3,5	3,0	3,0	
<b>Sub total 1</b>		<b>27,5</b>	<b>28,9</b>	<b>29,2</b>	
<b>II Bancolombia</b>					
6	Bancolombia	14,0	20,2	19,4	
<b>Sub total 2</b>		<b>14,0</b>	<b>20,2</b>	<b>19,4</b>	
<b>III BBVA</b>					
7	BBVA	7,6	7,5	10,0	
<b>Granahorrar</b>					
8	Granahorrar	3,8	3,0	-	
<b>Sub total 3</b>		<b>11,4</b>	<b>10,5</b>	<b>10,0</b>	
<b>IV Davivienda</b>					
9	Davivienda	6,1	6,0	7,3	
<b>Granbanco</b>					
10	Granbanco	7,0	6,2	6,0	
<b>Superior</b>					
11	Superior	1,1	1,0	-	
<b>Sub total 4</b>		<b>14,2</b>	<b>13,2</b>	<b>13,3</b>	71,9
<b>Resto</b>		32,9	27,2	28,1	
<b>GRAN TOTAL</b>		<b>100,0</b>	<b>100,0</b>	<b>100,0</b>	
N° Bancos		11	11	9	
Resto		17	10	8	
<b>N° TOTAL</b>		<b>28</b>	<b>21</b>	<b>17</b>	
<b>HHI [puntos]</b>		<b>664</b>	<b>876</b>	<b>954</b>	
<b>G HHI [puntos]</b>		<b>1128</b>	<b>1623</b>	<b>1612</b>	

Fuente: Superfinanciera Estados financieros. Cálculos del autor.

\* Activos totales menos cuentas 17 [Bienes Recibidos en Dación de Pago] y 19 [Otros activos].

El índice de concentración es mayor a medida que disminuye el número de participantes en el mercado, y a mayor grado de desigualdad de sus participaciones respectivas. Con el ánimo de estandarizar y acotar los resultados del índice de Herfindal-Hirschman, fue desarrollada una versión en expresión modificada. De tal manera que se dio origen a ésta nueva expresión normalizado (HHN).

$$HHN = (HHI - (1/n)) / (1 - (1/n)) \quad 0 \leq HHN \leq 1$$

<sup>41</sup> "Análisis de la Estructura Competitiva del Sistema Financiero Colombiano" *Ecos de Economía* No. 18. Medellín, abril 2004. Pág. 193.

Donde  $n$  es el número de participantes en el mercado y HHI el índice convencional definido previamente.

En el caso del sistema bancario colombiano (2004 a 2006), se empleó este indicador, para medir la concentración de los activos productivos, como variable representativa del desempeño de la actividad y medida de mercado, según se muestra en el cuadro N° 1.20. De igual forma, se detalla por cada banco individual según grupo financiero. Los resultados muestran una concentración moderada, según los rangos descritos en particular por grupo económico, con tendencia al alza hacia el límite de 1800, donde se califica a la industria de alta concentración.

Según estudio y presentación de Pinzón Jorge (2004), el índice HH para cartera de establecimientos de crédito por grupo económico a mayo de 2004 es de 1.085 puntos, indica una concentración moderada<sup>42</sup>.

El trabajo de investigación, (Bernal 2007) afirma que "Colombia presenta, a diciembre de 2004, uno de los niveles más bajos de concentración financiera en Latinoamérica, medida como el indicador HHI sobre activos totales. Si se tienen en cuenta las fusiones del sistema financiero colombiano en el 2005, el HHI pasaría de 607,1 a 817,2, pero seguiría en el mismo lugar en el ranking latinoamericano"<sup>43</sup>.

De acuerdo al informe de estabilidad financiera preparado por el Banco de la República (marzo 2.008) sobre los resultados del fin de año inmediatamente anterior, la evolución de los índices de Herfindahl-Hirschman (HHI) exhiben una tendencia creciente en la concentración de la cartera del sistema financiero. Esto es, pasa de una baja concentración (382 puntos) en 1.998, a un índice cercano al de un sistema con concentración moderada (957 puntos) en diciembre del 2.007.

En materia de depósitos la concentración es aún mayor; en particular desde finales de 2004 y a finales de 2007 se aproxima a los 1.000 puntos, concretamente en las cuentas corrientes y los depósitos de ahorro. Respecto a los CDT, muestra un bajo nivel de concentración, que significa que se trata de un mercado atomizado entre todos los participantes del sistema.

Al finalizar el año 2.007, concluye el informe del Banco Central, "que el sistema financiero ha venido experimentando un incremento en los niveles de concentración, en especial posterior a las fusiones que se realizaron

<sup>42</sup> PINZÓN, Jorge. "Hacia Basilea II. El caso Colombiano". El Nuevo Acuerdo de Capital de Basilea: Retos y oportunidades para las Américas". ASBA. México D.F, Julio - 2004. Pág. 3.

<sup>43</sup> BERNAL FANDIÑO, Ricardo. "Concentración y Competencia en el Sistema Financiero Crediticio Colombiano en la Última Década" Banco de la República, *Borradores de economía* N° 432 Bogotá, 2007. Pág. 4.

durante los últimos tres años. El análisis de concentración muestra que tanto el mercado de créditos como el mercado de depósitos presentan niveles muy cercanos a los de concentración moderada, siendo el mercado de crédito más concentrado frente al de depósitos. ... Por el lado de los depósitos, la concentración de las cuentas corrientes se explica porque este tipo de depósitos sólo es captado por los bancos comerciales<sup>44</sup>.

---

<sup>44</sup> Banco de la República. Reporte de estabilidad financiera marzo 2.008. Págs. 29 y 30.

## Bibliografía consultada

- Banco de la República.** *Reporte de Estabilidad Financiera*. Bogotá. Varios números.  
\_\_\_\_\_. *Borradores de Economía*. Bogotá, Varios números.  
\_\_\_\_\_. *Revista del Banco de la República*. Bogotá, Varios números.
- BRANSON, William H. – LITVACK, James M.** *Macroeconomía* Harla México 1979.
- CHILD Velez, Jorge.** *Valor y Dinero*, FESCOL, Ed. La Oveja Negra. Bogotá, 1982.
- CONSTITUCIÓN POLÍTICA DE COLOMBIA.** *Reseña jurisprudencial*. 1ª ed. 2,002. Huella de Ley-Bogotá, Colombia.
- DORNBUSH, Rudiger –FISCHER, Stanley:** *Macroeconomía* McGraw Hill- España. 1987.
- Departamento Nacional de Planeación DNP.** "Archivos de macroeconomía". Varios documentos. Bogotá. [www.dnp.gov.co](http://www.dnp.gov.co).
- GAVIRIA-CADAVID, Fernando.** *Moneda, Banca y Teoría Monetaria* 7ª ed. Universidad de Bogotá- Jorge Tadeo Lozano. 2006.
- HINCAPIE, Leonardo.** "El encaje", en *Boletín económico BIC* año 88 Nro 177, Medellín, Colombia.
- LANCASTER, Kelvin.** *Economía Moderna*, tomo 2. Alianza Universidad Textos. 3ª Ed. 1984 España.
- MARTINEZ NEIRA, Néstor Humberto.** "Sistemas Financieros" Derecho Financiero Comparado. Biblioteca – FELABAN, 1994.
- PIRIS, Álvaro.** "Inflation Targeting en América Latina". Ensayos sobre Colombia y América Latina. Servicios de estudio. BBVA Madrid España, 2002
- SERRANO, Javier.** *Mercados monetarios y de capitales* U. de los Andes. Bogotá, Colombia. 1ª ed. 1989.
- URRUTIA, Juan.** "Tipos de interés" Enciclopedia practica de Economía. Ediciones Orbis. Barcelona - España. 1983

## Capítulo 2. Interés

El concepto de **interés**, proviene del vocablo latino-medieval *interesse*, y los canonistas lo diferenciaban del concepto actual y le daban la categoría de usura, siendo este último, el pago por el usufructo de un crédito que era prohibido. Se aceptaba el *interesse*, a título de compensación que un deudor debía hacer a su acreedor, en caso de incumplimiento del contrato de préstamo; es decir, un crédito se otorgaba a tasa cero, con penalidad por daños y perjuicios, al no honrar los términos establecidos de mutuo, entre las partes. Con el uso y transcurrir del tiempo, la usura toma la figura actual de interés, y en el propósito de regular las relaciones económicas entre los individuos y los gobiernos, se termina por adoptar y se establecen parámetros, de modo tal, que hoy en día existe clara distinción entre estos dos conceptos, dependiendo el campo de acción entre lo comercial y lo financiero, al establecer una estructura de tipos de interés.

La prohibición de la usura tuvo aplicación en el campo de los créditos de consumo; sin embargo, en préstamos destinados a la producción y por directa asociación del resultado obtenido al final del proceso, al prestamista se le otorgaba el derecho a una parte de los beneficios. En el año 1.545 el rey inglés Enrique VIII legalizó el interés, luego de varios siglos de prohibición de los préstamos con interés (usura). La iglesia católica después de tres siglos acepta la aplicación del interés y en el Islam, el tema busca solucionarse mediante mecanismos que difuminen este importante componente de las economías<sup>1</sup>.

Según J. M. Keynes, "...la tasa de interés es la recompensa por privarse de liquidez, durante un período determinado; porque dicha tasa no es, en sí misma, más que la inversa de la proporción que hay entre una suma de dinero y lo que se puede obtener por desprenderse del control del dinero a cambio de una deuda durante un período determinado de tiempo"<sup>2</sup>

El tipo o tasa de interés como cualquier otro bien, es una condición del mercado y como tal, tiene un costo (relación de intercambio) para quien lo demanda, según sus condiciones de consumo/inversión. En proyectos de inversión, el interés generado se denomina índice de eficiencia.

El interés como precio, equilibra la preferencia del ahorrador de conservar efectivo y su cantidad disponible. De esta afirmación se desprende el modelo planteado por Keynes,  $M=L(r)$ , donde  $r$  es la tasa de interés,  $M$ , cantidad de dinero y  $L$  función de preferencia por la liquidez, forma en que la cantidad de dinero ingresa al circuito económico. La preferencia por la liquidez, obedece

---

<sup>1</sup> URRUTIA, Juan. "Tipos de interés" Nº 25. *Enciclopedia practica de Economía*. Ediciones Orbis. Barcelona - España. 1983. Pág. 200.

<sup>2</sup> KEYNES, Jhon M "Teoría General de la Ocupación el Interés y el Dinero" FCE, Bogotá, 1981 Pág. 151.

a 3 razones: 1) motivo transacción (operaciones uso corriente), 2) motivo precaución (seguridad a futuro) y 3) motivo especulación (generar ganancias futuras). Interés es la recompensa por no atesorar, aunque se ha considerado más como la recompensa por no gastar.<sup>3</sup>

## 2.1. Principio del agotamiento de las ventajas del intercambio

Dentro del contexto económico, el principio de agotamiento de las ventajas de intercambio o fuerza de las cosas, es la base que fundamenta la razón de ser de los tipos de interés. Opera siempre que existan oportunidades de mejora económica para las partes, en un intercambio comercial.

El proceso transaccional crediticio, requiere al menos dos partes: una que desea trasladar poder de compra presente ( $t_0$ ) a futuro ( $t_n$ ) y otra que traslada poder de compra futura ( $t_n$ ) al presente ( $t_0$ ). En términos prácticos, se trata de dos categorías de agentes económicos, que se desempeñan uno como ahorrador y un segundo como demandante de recursos, para atender funciones específicas, dentro del circuito económico.

El primero, recibe una remuneración por privarse del uso del dinero hoy, y el segundo consume un bien y/o servicio por efecto de aumento en su capacidad de endeudamiento, en cantidad tal, que no podría lograr por restricción presupuestal, y a futuro amortiza el crédito mediante un flujo futuro de fondos, conformados por abonos a principal e intereses pactados previamente, según las condiciones financieras del mercado.

En esencia existen dos factores externos que determinan esta condición: primera el fenómeno inflacionario, que afecta la capacidad de compra del dinero, y en segunda instancia, el concepto de costo de oportunidad del recurso asociado a un riesgo.

## 2.2. Definición de interés

Desde el punto de vista financiero, corresponde al costo o renta del dinero a través del tiempo, dado que existe una oportunidad de invertirlo con un retorno y riesgo determinados.<sup>4</sup>

En forma más amplia, hace referencia a la compensación monetaria que el usuario del capital paga a un prestamista por el usufructo del dinero durante un período determinado. El poseedor cede su capital y como remuneración recibe un pago a título de interés –costo de oportunidad- que varía de acuerdo al nivel de riesgo y plazo comprometido.

<sup>3</sup> *Ibíd.* Pág. 157.

<sup>4</sup> En su acepción más pura: remuneración que recibe el factor capital dentro del proceso productivo. Rev. Nueva Frontera No 57 junio 1981 Pág. 16.

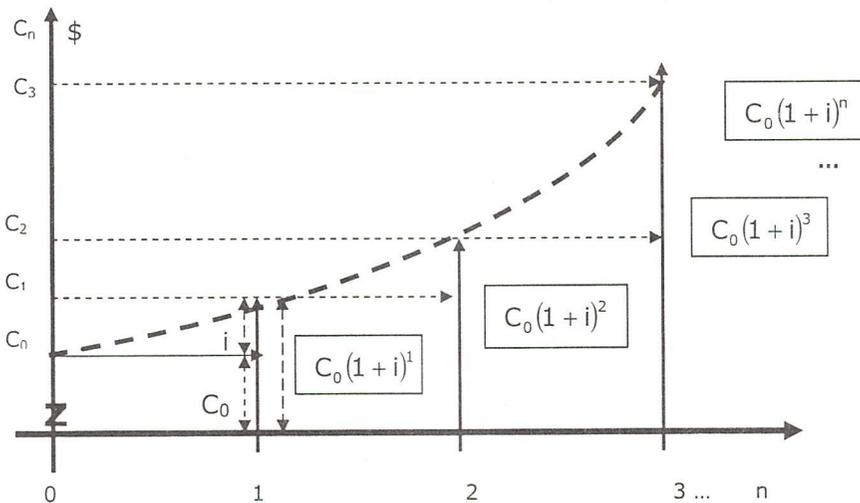
### 2.3. Tipos de interés:

**2.3.1. Simple:** Tasa aplicada únicamente sobre capital, sin contemplar capitalización de intereses en los siguientes períodos. Caso intereses de mora.

**2.3.2. Compuesto:** Incluye capitalización de intereses; es decir, los intereses generados en el período  $t(0)$ , pasan a  $t(1)$  a conformar parte del capital y así, en forma sucesiva, generan igualmente intereses, hasta el momento temporal definido, según la estructura de cada operación.

El interés correspondiente a cada período definido al aplicar la tasa de interés nominal, se liquida y aumenta el capital, para generar nuevos intereses en períodos siguientes. Gráficamente, muestra la siguiente tendencia exponencial, cuadro N° 2.1.

**Gráfica N° 2.1. Comportamiento de interés capitalizable**



El capital al final de cada período es el resultado de añadir al capital existente, al inicio del mismo, los intereses generados durante dicho período.

De esta forma, la evolución del montante conseguido en cada momento es el siguiente:

Momento<sub>0</sub>:  $C_0$

Momento<sub>1</sub>:  $C_1 = C_0 + i_1 = C_0 + C_0 i = C_0 (1+i)$

Momento<sub>2</sub>:  $C_2 = C_1 + i_2 = C_1 + C_1 i = C_1 (1+i) = C_0 (1+i)(1+i) = C_0 (1+i)^2$

Momento<sub>3</sub>:  $C_3 = C_2 + i_3 = C_2 + C_2 i = C_2 (1+i) = \dots$

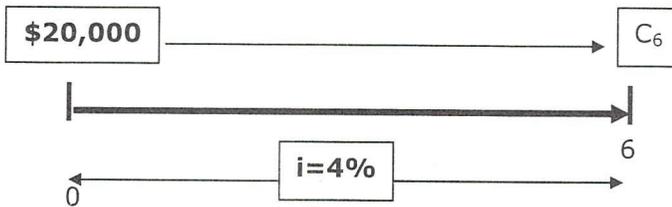
$$= C_0(1+i)^2(1+i) = C_0(1+i)^3 \dots$$

Momento  $n$ ,  $C_n = C_0(1+i)^n$

Al aplicar cada variable respectiva a ésta última ecuación, se obtiene el valor total al final del período ( $C_n$ ) con capitalización o reinversión a la misma tasa periódica de los respectivos montos de interés generados.

Nótese bien que el interés vigente en el momento  $n$ , es  **$i$  por período, con la precaución de aplicarlo adecuadamente; es decir, si está expresado en términos nominales o efectivos**, que exista certeza de pago de los intereses generados y que se mantiene el interés constante en el lapso de tiempo objeto de la operación financiera. Por lo tanto, la ecuación es aplicable si y sólo si, el tipo de interés de la operación no varía. De no ser así, la liquidación periódica se realiza con el tipo de interés vigente en cada período respectivamente.

**Ejemplo 2.1:** Calcular el valor futuro obtenido al invertir \$20,000 al 4% efectivo anual durante 6 años, sin retiro de los intereses generados, con capitalización de intereses.



$$C_6 = 20000(1+0,04)^6 = \$ 25.306.38$$

El valor calculado con interés simple:

$$C_6 = 20000[1+(0,04)(6)] = \$ 24.800$$

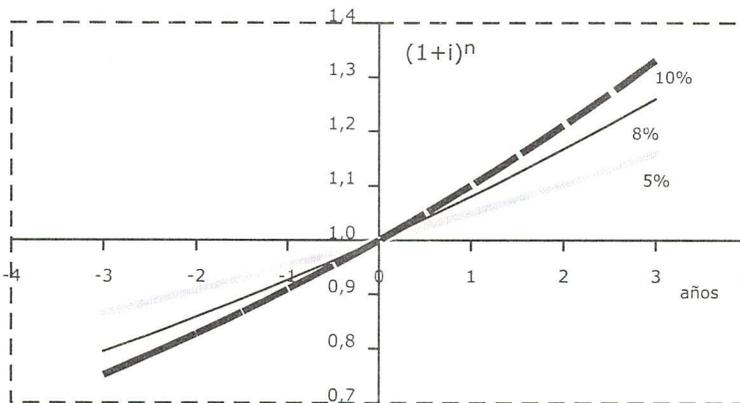
La diferencia (\$506,38) resultante de los cálculos de los valores acumulados al final del periodo 6 mediante los dos sistemas, corresponde a los intereses generados y capitalizados hasta el final.

Si el interés se modifica en cada período, el valor obtenido, asumiendo las modificaciones planteadas en el cuadro N° 2.1., al final del año 6, reinvertiendo los intereses generados a la tasa correspondiente es \$25.039, de los cuales \$20.000 corresponde a la inversión inicial y el valor restante (\$5.039) al valor de los intereses generados. Se deduce de este caso, una tasa de crecimiento promedio geométrica anual equivalente al 3.81%, lo que equivaldría al interés promedio por período.

**Cuadro N° 2.1. Valor acumulado con capitalización a tasa variable**

n	1	2	3	4	5	6
Tasa (% ea)	4.0	3.5	4.2	3.8	4.0	3.4
Interés (\$)	800	728	904	852	931	823
Valor (\$ <sub>t0</sub> )	<b>20.000</b>					
Acumulado (\$)	20.800	21.528	22.432	23.285	24.216	<b>25.039</b>

Tasa: ea = efectiva anual.

**Gráfica N° 2.2. Función de acumulación de interés compuesto.**

La gráfica 2.2., muestra el comportamiento registrado por el factor de acumulación de capital, obtenido de la expresión  $(1+i)^n$  en función de la variable tiempo ( $n$ ) e interés ( $i$ ).

Al graficar, por ejemplo, tasas de interés del orden del 10% y 5% respectivamente con exponente positivo, el factor resultante es mayor a uno, que implica que para un horizonte de 1, 2, 3, períodos o más, representa valores a futuro. Es decir un peso de hoy a un interés dado, a cuánto equivale dentro de  $n$  períodos? El cuadro N° 2.2., registra estos comportamientos. Para el caso de un interés del 10% anual capitalizable durante 3 años, un peso de hoy se convierte en \$1,331.

Igual análisis para representar valores futuros a precios de hoy. Por ejemplo, un peso recibido en 3 años equivale a \$0.751 pesos de hoy, con una tasa de interés del 10%. El producto entre estos dos factores para mismo plazo y tasa, es igual a la unidad dada su equivalencia; significa además, que son inversos los valores relacionados entre valor presente y futuro del cuadro

Nº 2.2. Así, el inverso (1/1.331) equivale a 0,751. En forma general se tiene que:  $VP=1/VF$  y a partir de esta expresión, se comprueba lo expuesto.

**Cuadro Nº 2.2. Factor de actualización (valor presente/futuro) según plazo y tasa**

	(+)			(-)		
	1	2	3	1	2	3
<b>10%</b>	1.100	1.210	1.331	0.909	0.826	0.751
<b>5%</b>	1.050	1.103	1.158	0.952	0.907	0.864

**2.4. Análisis comparativo, capitalización simple y compuesta**

Invertir un millón de pesos (\$1.000.000) al 10% efectivo anual, durante 5 años, al cabo de los cuales se tendrá los siguientes valores acumulados según tipo de liquidación, como se aprecia en el cuadro siguiente:

**Cuadro Nº 2.3. Comportamiento de una inversión aplicando interés simple y compuesto**

(Cifra expresadas en miles de pesos)

Tipo \ n	0	1	2	3	4	5
<b>Simple</b>	1.000	1.100	1.200	1.300	1.400	1.500
<b>Compuesto</b>	1.000	1.100	1.210	1.331	1.464	1.611

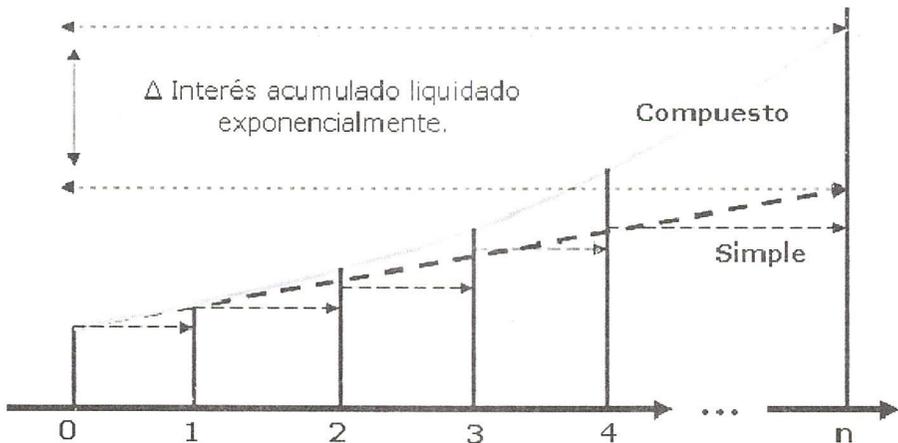
Se observa en el cuadro Nº 2.3., que el valor final acumulado en el quinto año, al liquidar intereses en forma simple, crece en forma lineal; es decir, cada período se incrementa \$100.000 correspondientes al producto del capital inicial, por la tasa de interés.

Caso contrario ocurre con la capitalización de intereses. Cada período, genera nuevos intereses respecto al período anterior, de tal manera que registra una tendencia de tipo exponencial. En la gráfica No 2.3., se aprecian estos dos comportamientos.

La diferencia en el valor de los intereses, entre liquidación compuesta vs. simple (\$ 111 mil) indica la capacidad que tiene el valor de los intereses generados periódicamente, para ganar nuevos intereses, forma utilizada en el medio financiero y de los negocios.

Transcurrido un período (un año si se considera tipos anuales) el montante coincide en ambos regímenes. Para cualquier otro momento ya no existe ninguna coincidencia y, por lo tanto, las diferencias entre ambos sistemas cada vez son mayores.

### Gráfica No. 2.3. Comportamiento de intereses según forma de liquidación. Simple vs compuesta



La gran mayoría de operaciones financieras y de negocios maneja tasas de interés nominales, con capitalizaciones periódicas durante el año, de tal manera que la expresión general del factor que acumula y liquida el valor de los intereses, esta dado por la expresión:  $\left(1 + \frac{i}{n}\right)^{(nN)}$

Con (i) que es igual a la tasa interés nominal anual capitalizable periódicamente (ejemplo: 8% TV), (n) que corresponde al número de períodos que capitaliza la tasa de interés anualmente (en el ejemplo es 4 que corresponde a cuatro trimestres que tiene el año) y (N) el horizonte total de la operación financiera. Siempre debe existir coherencia en la expresión de la tasa periódica con el horizonte, es decir estar expresados en la misma unidad de tiempo.

En consecuencia, si se invierte un capital  $C_0$  a una tasa de interés nominal anual capitalizable por n períodos al año, el valor acumulado final o futuro pasado N tiempo es:  $VF_N = C_0 \left(1 + \frac{i}{n}\right)^{(nN)}$  (Tema tratado en próximos capítulos)

**Ejemplo 2.2:** Cual es el valor que se tiene al final del tercer año, si un inversionista constituye un CDT por valor de 100 unidades monetarias (um) con rendimiento del 6% anual SV?

$$VF_3 = 100 \left(1 + \frac{0.06}{2}\right)^{(6)} = 119.40 \text{ um.}$$

Con el fin de observar en conjunto los dos métodos de liquidación de intereses y apreciar sus diferencias, el cuadro N° 2.4., presenta un resumen gráfico, el modelo aplicado y un caso.

**Cuadro N° 2.4. Comparativo entre interés simple y compuesto**

Variable	SIMPLE	COMPUESTO
<b>Representación gráfica</b>		
<b>Modelo</b>	$K_n = K_0 [1 + (i)(n)]$ $i = \text{pendiente (constante)}$ $i = \frac{\Delta n}{\Delta k} = (\text{tasa})$	$k_n = k_0 (1 + i)^n$ [tiempo discreto-por periodos] $k_n = k_0 e^{(ni)}$ [tiempo continuo]
<b>Ejemplo*</b>	$K_4 = 100[1 + (5\%)(4)]$ $K_4 = 120$	(a): $K_4 = 100(1 + 5\%)^4$ $K_4 = 121,6$ (b): $K_4 = 100e^{0.2}$ $K_4 = 122,1$

\* Capital ( $K_0$ )= \$ 100, interés ( $i$ )= 5% ea, plazo ( $n$ ) = 4 años.

**2.5. Clases de interés:**

**2.5.1. Nominal:** Aquellas que expresadas anualmente capitalizan o liquidan/pagan intereses más de una vez al año. Están estructuradas por tres elementos, un porcentaje, una modalidad y una periodicidad. Ejemplo: 8% tv. Tasa expresada anualmente y al final de cada trimestre vencido, liquida intereses al 2% (8%/4).

Modalidad: Anticipadas y vencidas. Se liquidan al inicio o fin del período tomado en referencia, respectivamente.

Periodicidad: Van desde diaria hasta año vencido. Las más comunes son mensuales, trimestrales, semestrales, etc. Esto significa que el año se puede fraccionar en el número de períodos que se requieran. Por lo tanto, la expresión general queda:  $n = 365 / (\text{número de días vencidos o transcurridos})$ . Por costumbre, se usa el año comercial de 360 días. Ejemplo. 12% anual semestre vencido, 8% anual trimestre anticipado, etc. Ver gráfica 2.4.

**2.5.2. Efectivo:** El interés es el rendimiento que obtiene una inversión monetaria por unidad de tiempo, y la tasa de interés, es el factor que genera el rendimiento. La tasa efectiva de interés (IE), es la cantidad de dinero que

ganaría una unidad monetaria invertida al principio de un periodo, con pago de interés al final de dicho período<sup>5</sup>.

En términos de funciones de acumulación, la definición de tasa de interés efectiva, equivale a la expresión:

$$IE = a_1 - a_0, \text{ si } a_0 = 1, \text{ entonces, } a_1 = 1 + IE$$

Donde  $a_0$  y  $a_1$  son los valores acumulados al principio y final del período.

La tasa de interés efectiva se expresa en términos relativos, por lo tanto:

$$IE = \frac{a_1 - a_0}{a_0} = \frac{a_1 - 1}{a_0} = \frac{(1 + IE) - 1}{a_0} = \frac{IE}{a_0}$$

Esta relación define en forma matemática la tasa de interés efectiva, como: "Razón entre el interés ganado en un año y el principal invertido"<sup>6</sup>

Por manejo y claridad, la tasa de interés efectiva se expresa en términos anuales, entendida por período vencido (final del período). Cuando se trata de conversión de tasas nominales a efectiva anual, se asume la reinversión de intereses (capitalización periódica de principal e intereses) a la misma tasa de interés y que ésta se mantiene constante durante el período anual, según modalidad y periodicidad<sup>7</sup>.

Conceptualmente, **la Tasa efectiva anual (IE), es igual a la tasa año vencido**, con  $n=1$ .

$$IE = \left(1 + \frac{i}{n}\right)^n - 1.$$

Donde (i) es la tasa nominal anual vencida y (n) el número de periodos que capitaliza al año la tasa respectiva. Por lo tanto, a medida que aumenta el período de capitalización (n), la tasa efectiva anual es mayor.

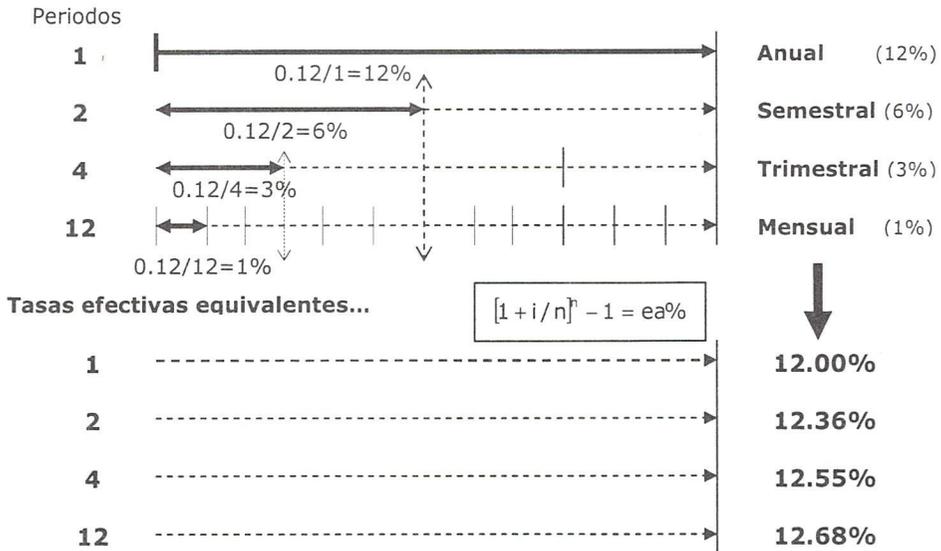
<sup>5</sup> KELLISON, Stephen G. "The Theory of interest". Homewood: R. D. Irwin, Inc. Second Edition.1991.

<sup>6</sup> HUERTAS C. Jaime A. "Cálculo actuarial: contingencias de vida individual" Universidad Nacional de Colombia, Sede Bogotá. Facultad de ciencias. 1ª ed, 2.001 pág. 3.

<sup>7</sup> Superfinanciera, concepto 2006022407-002 del 8 de agosto de 2006. **Síntesis:** "No resulta procedente deducir que el producto de dividir una tasa nominal anual del 24% en 12 períodos se obtenga como resultado una tasa de interés efectivo del 2%, por cuanto al dividir una tasa nominal (j) en (m) períodos, la única interpretación matemática válida es que el resultado obtenido corresponde a la tasa nominal periódica. Una tasa efectiva anual nunca se puede dividir por ningún denominador, por cuanto se trata de una función exponencial, mientras que las tasas nominales por tratarse de una función lineal, sí admiten ser divididas en (m) períodos a fin de obtener la tasa nominal periódica." "...Matemáticamente hablando, la tasa de interés nominal puede multiplicarse o dividirse, para obtenerla en períodos ya sea mayores o menores. Como el interés producido no se capitaliza, su comportamiento se asimila al de las tasas de interés simple. ...Cuando se habla de interés compuesto, la tasa de interés mensual no es equivalente a la que resulta de dividir la tasa anual por 12. Así, una rentabilidad anual compuesta del 18% no es equivalente a una tasa mensual del 1.5% (18/12). En este aspecto radica la diferencia entre el interés nominal anual y el interés efectivo anual..." Manual para el Cálculo de Rentabilidades; Corredores Asociados S.A. Comisionista de Bolsa.

### Gráfica No 2.4. Tasas nominales y equivalencia en efectiva.

Tasas nominales anuales vencidas: Caso: 12% anual.



### Fórmulas de conversión de tasas nominales y efectivas en Excel <sup>8</sup>:

#### a) De efectivo a nominal:



=TASA.NOMINAL(tasa\_efectiva,núm\_per)

tasa\_efectiva = 6%

núm\_per = 12

=TASA.NOMINAL(6%;12) o definido en celdas.

**Resultado:** i = 5.84% anual mv.

Para hallar la tasa por cada mes, se divide la nominal anual por el número de meses. En este caso = 5.84%/12 = 0.487% por mes.

#### b) De nominal a efectivo:

=INT.EFECTIVO(int\_nominal;núm\_per)

int\_nominal = 6%, núm\_per = 4

= INT.EFECTIVO(0.06;4) = 6.14% efectivo anual.

Si el interés se capitaliza continuamente, el interés efectivo converge a:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

<sup>8</sup> Versión XP.

n	0	2	5	1000	100000	....
$[1 + 1/n]^n$	2.000	2.250	4.488	2.7169	2.7182	... e

La expresión anterior cuando (n) tiende a infinito, se convierte en el número irracional neperiano (e) que equivale a 2.71828. En consecuencia, la relación entre interés compuesto y continuo es la siguiente<sup>9</sup>:

**Tasas de interés compuesto y continuo (anual %)**

<b>Compuesto</b> ( $i_{cp}$ )	3.00	4.00	8.00	10.00
<b>Continuo</b> ( $i_c$ )	3.05	4.08	8.32	10.52

$$e^{i_{cp}} - 1 = i_c \quad A$$

$$\ln(1 + i_c) = i_{cp} \quad B$$

El diferencial de tasas de interés entre los dos sistemas, se explica por el sistema de capitalización "permanente" que registra el interés continuo. Se trata de interés efectivo anual, a partir de una tasa con base de liquidación compuesta del 3% efectivo anual. Al aplicar la ecuación A, se obtiene 3,05% e.a. y con el factor B, el proceso inverso de continuo a compuesto.

La ecuación general de acumulación de capital o valor futuro, en el caso de la capitalización anual continua, se expresa por:

$$VF_n = C_0 e^{(iN)}$$

Nótese bien, que se trata de períodos anuales, de tal manera que la tasa de interés debe estar expresada en estos mismos términos, dado que la capitalización es permanente. Recordar, que los resultados son acumulados finales, como producto de la reinversión tanto del principal como de los intereses generados.

En el ejemplo N° 2.2., anterior de interés compuesto, bajo capitalización continua se obtiene un valor de:

$$VF_3 = 100e^{(0.0609)(3)} = 120.04$$

Para efectos del uso de la tasa de interés, se calculó la tasa equivalente del 6% SV a efectiva anual, que corresponde al 6,09% e.a. Por efectos de la capitalización continua, existe una diferencia en el resultado de 0,18% anual, equivalente a 0,64 unidades por 100 invertidas en los tres años. Esta situación deja de ser importante para el mundo de los negocios, por cuanto

<sup>9</sup>  $(1+i_c)^n = e^{i_{cp}}$ ,  $\ln(1+i_c) = \ln e^{(i_{cp})/n}$ ,  $\ln(1+i_c) = i_{cp}/n$ ,  $(1+i_c) = e^{i_{cp}/n}$ ,  $i_c = e^{i_{cp}} - 1$ . WESTON & COPELAND. "Manual de administración Financiera" MGH. Volumen 1, Bogotá, 1997. Pág. 102.

en la aplicación real, se contemplan tasas de interés discretas mas no continuas.

**Nota:** De acuerdo al parágrafo del artículo 121 del decreto 663/93 o Estatuto orgánico del sistema financiero-EOSF, "Toda tasa de interés legal o convencional en la cual no se indique una periodicidad de pago determinada se entenderá expresada en términos de interés efectivo anual".

**2.5.3. Corriente:** En lenguaje jurídico-financiero, corresponde a la tasa de interés estipulada explícitamente dentro de los términos de un contrato para que surta los efectos contractuales normales. En consecuencia, la ley establece cuales son las sumas que conforman los intereses, de forma tal que los participantes observen y cumplan las normas de control a las tasas de interés, como función de la Superintendencia Financiera, a saber: comisiones (por manejo, apertura, retiro medios electrónicos tipo ATM, POS, Internet u otro), honorarios, costos de estudio o de análisis de crédito, gastos por servicios conexos o vinculados, gastos de administración entre otras posibles denominaciones, imputables a intereses.

De hecho el art. 68 de la Ley 45/90, establece: -Sumas que se reputan intereses- "Para todos los efectos legales se reputarán intereses las sumas que el acreedor reciba del deudor sin contraprestación distinta al crédito otorgado, aún cuando las mismas se justifiquen por concepto de honorarios, comisiones, u otros semejantes. Así mismo, se incluirán dentro de los intereses las sumas que el deudor pague por concepto de servicios vinculados directamente con el crédito en exceso de las sumas que señale el reglamento".

En este mismo sentido, el artículo 1168 del C.Co. establece: "Prohíbanse los pactos que conlleven la simulación de los intereses legalmente admitidos". Operaciones originadas en *crédito empresarial*, según lo señala el artículo 39 de la Ley 590 de 2000, honorarios y comisiones cobrados en los mismos, no se reputan como intereses.<sup>10</sup>

**2.6. Tasas equivalentes:** Tasas de interés que expresadas en diferente modalidad y/o periodicidad producen el mismo resultado final; es decir, la misma tasa efectiva anual.

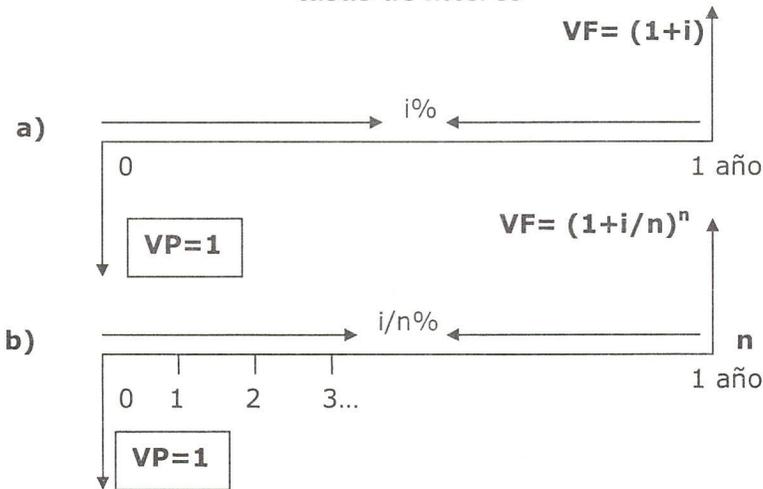
Siempre se debe tomar como período de análisis de conversión de tasas de interés, un período de un año, como se ilustra en la parte superior (a) del diagrama N° 2.5 de flujo de interés. Este diagrama relaciona un valor actual o presente, con un valor futuro, que capitaliza un valor a una tasa de interés de  $i\%$ , tasa denominada efectiva anual o año vencido, como se expresó previamente.

---

<sup>10</sup> SUPERINTENDENCIA FINANCIERA DE COLOMBIA. Circular Jurídica 007. Titulo II, Cap 1, Núm.1, literal f. y en operaciones con tarjetas de crédito ver numeral 3.4. literal a y b.

El flujo (b) del diagrama, tiene como particularidad la expresión de la tasa de interés nominal, que capitaliza más de una vez al año y dependiendo de su frecuencia, el resultado final, es decir la tasa efectiva anual, varía. Los períodos comúnmente utilizados son meses, trimestres o semestres, esto es, n toma los valores de 12, 4 o 2 en estos casos particulares.

**Gráfica N° 2.5. Diagramas de flujos de equivalencia de tasas de interés**



Para poder calcular la tasa y que esta sea equivalente, los valores futuros respectivos deben ser iguales, de tal manera que la ecuación al final del año se representa por:

$$(1+i_e) = (1+i/n)^n \quad (1)$$

Con  $(i_e)$  interés efectivo,  $(i)$  interés nominal y  $(n)$  número de períodos de capitalización de los intereses anualmente  $(360/N^\circ \text{ días año})$ .

Hay que tener presente estas condiciones importantes:

1. Distinguir muy bien la tasa efectiva de la nominal.
2. Las tasas nominales son vencidas exclusivamente, para aplicar esta ecuación.
3. Que la tasa efectiva no es divisible periódicamente; es decir, su denominador no debe ser diferente de uno.
4. El año se puede fraccionar en el número de periodos que se requiera desde un día.
5. Es de común usanza el año comercial de 360 días; sin embargo, puede ser empleado el año calendario de 365 días.

A partir de la ecuación (1) se expresa la fórmula en términos nominales (vencidos) o efectivos, para hallar la respectiva tasa equivalente.

**Primer caso:** de una tasa efectiva calcular nominal:

$$\text{Interés nominal } (i) = \left[ \left( \sqrt[n]{1 + i_e} \right) - 1 \right] n$$

**Ejemplo 2.3:** Calcular la tasa de interés nominal anual trimestre vencido, equivalente al 12% efectiva anual.

$$\left[ \left( \sqrt[4]{1.12} \right) - 1 \right] 4 = 11.49\%$$

La tasa del 12% e.a. es equivalente al 11,49% anual TV.

**Segundo caso:** de una tasa nominal calcular la efectiva:

$$i_e = \left( 1 + \frac{i}{n} \right)^n - 1$$

**Ejemplo 2.4:** Calcular la tasa de interés efectiva anual, equivalente al 11,49% nominal anual trimestre vencido.

$$i_e = \left( 1 + 0.1149/4 \right)^4 - 1 = 12\% \text{ e.a.}$$

La tasa del 11,490 % anual TV. Es equivalente al 12% e.a.

La gráfica N° 2.6., muestra en forma esquemática, la secuencia y las ecuaciones a utilizar para encontrar la equivalencia de las tasas de interés, según las condiciones de modalidad y periodicidad requeridas. El lado izquierdo, desarrolla tasas nominales vencidas y efectivas, y el lado derecho, la relación con tasas nominales anticipadas, así como la conversión entre igual periodicidad pero diferente modalidad.

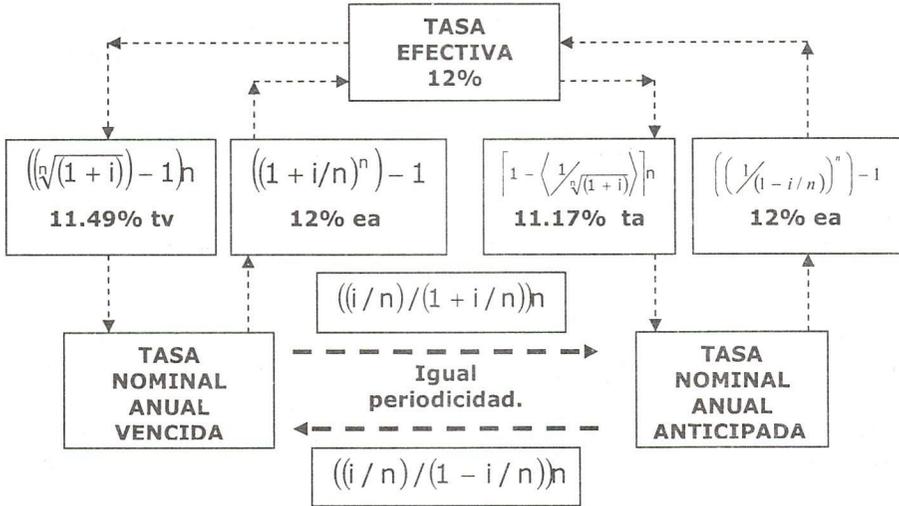
Para mayor ilustración respecto al cálculo de las equivalencias entre igual periodicidad pero diferente modalidad, la gráfica 2.7. registra con diagramas sus equivalencias y relaciona dentro del mismo período, los valores generados al principio y al final, referidos a una unidad monetaria (\$1).

El diagrama (a) -gráfica N° 2.7.- representa el valor que a hoy recibiría por un peso, con pago anticipado de intereses,  $(1-i_a)$  y restitución de la unidad monetaria, al final del período. El diagrama b, contempla pago de la unidad con intereses al final del período, por valor de  $(1+i_v)$ . Dado que se busca la equivalencia de tasas, los dos flujos (o tasas) financieramente son equivalentes<sup>11</sup>.

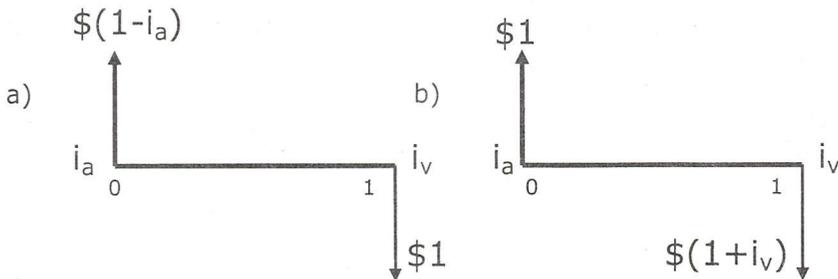
<sup>11</sup> GARCÍA, Jaime. *Matemáticas financieras con ecuaciones de diferencia finita*. U. Externado de Colombia. 1986. Pág. 83.

Las tasas vencidas o anticipadas ( $i_v$  o  $i_a$ ) corresponden al período de capitalización definido en la tasa nominal anual.

**Gráfica N° 2.6. Diagrama de conversión de tasas de interés**



**Gráfica N° 2.7. Diagrama de conversión de tasas de interés nominales de igual periodicidad pero diferente modalidad**



La relación entre tasas anticipadas y vencidas (igual periodicidad), de acuerdo a la gráfica N° 2.7., es de la forma (aplicable por período):

$$1 = (1 + i_v)(1 - i_a) \quad (2)$$

Por lo tanto, al despejar se obtiene:

$$i_a = \frac{i_v}{1 + i_v} \quad ; \quad i_v = \frac{i_a}{1 - i_a}$$

Definido el período de capitalización por año (mes, trimestre, semestre, etc.) y con base en una unidad (1), financieramente las equivalencias responden al principio de valor presente (VP) y valor futuro (VF), de tal manera que esta ecuación de igualdad, es:  $VP = 1/VF$ , donde VF es  $(1+i_v)$ .

Por lo tanto,  $VP = 1/(1+i_v)$  y  $VP = (1-i_a)$ . Al reemplazar se obtiene la ecuación (2), producto que es igual a la unidad. Con tasa del 12% nominal anual trimestre vencido, se llega:

$$1 = (1+0.03)(1-[0.03/1.03]) = [(1.03)(1/1.03)]^{12}$$

**Ejemplo 2.5:** Calcular la tasa de interés nominal anual trimestre anticipada y por período -trimestre-, equivalente al **12%** trimestre vencida.

El cuadro N° 2.5., muestra en primer lugar la modalidad de tasa, al tomar la tasa dada del 12% tv según el planteamiento del ejemplo N° 2.5. y a partir de ésta, se calcula la tasa equivalente periódica expresada por año. Como se muestra en la secuencia, en primer lugar se pasa de nominal a efectiva (12.55% e.a.) y luego a nominal anual anticipada (11.65% t.a.) y por cada trimestre anticipado (2.91%), como se aprecia en los diagramas respectivos.

**Cuadro N° 2.5. Descripción gráfica y numérica de equivalencia de tasas**

Modalidad Tasa	Diagrama	Tasa Período	Tasa nominal anual	Tasa Efectiva
<b>[Trimestre]</b> <b>Anticipada (Calculada)</b>		$1 - (1/1.0521)$ <b>2.91%</b>	11.65% (2.91% x 4)	<b>12.55%</b>
Vencida (Dada)		$0.12/4$ <b>= 3%</b>	<b>12%</b>	<b>12.55%</b> $(1.03)^4 - 1$

Equivalencia:  $[2.91\% \times 1.03] = 3\%$

El cuadro N° 2.6. reúne expresiones de tasas de interés nominales de diferente periodicidad y modalidad, sin equivalencia alguna entre ellas, de tal forma que son solo referencias de tasas. Por ejemplo, 12% nominal anual semestre venida, 8% mes anticipada, 14% año anticipado, etc. Para el caso de (x) días, significa que una tasa nominal se expresa por el número de días o periodos en los cuales se divide el año o contiene el período (16% anual 15 días vencidos por ejemplo o quincenal vencido).

<sup>12</sup>  $[1 - (i_v/(1+i_v))] = [1/(1+i_v)]$

**Ejemplo 2.6:** Matriz de Tasas de interés nominal anual.

**Cuadro N° 2.6. Tasas nominales según modalidad y periodicidad**

Periodicidad					
MODALIDAD	Mensual	Trimestral	Semestral	x días*	Anual
Anticipada.	8	9	14	11	14
Vencida.	7	10	12	16	<b>18</b>

\* x días corresponde a cualquier fracción del año.

Con relación a las tasas de interés equivalentes, el conjunto de tasas registrado poseen esa característica, de ser equivalentes entre éstas, es decir, que desde el punto de vista financiero, estas diferentes denominaciones producen el mismo resultado final, que es la misma tasa efectiva anual del 18% (Ver cuadro N° 2.7). El cuadro 2.8., muestra otra presentación de igual lectura financiera, para la tasa de interés efectiva de referencia definida en la primera columna.

**Cuadro N° 2.7. Tasas equivalentes a una tasa efectiva del 18%**

Periodicidad					
MODALIDAD	Mensual	Trimestral	Semestral	36 días	anual
Anticipada	16.44	16.21	15.89	16.42	15.25
Vencida	16.67	16.90	17.26	16.69	<b>18.00</b>

La denominación tasa anual vencida, equivale a efectiva anual.

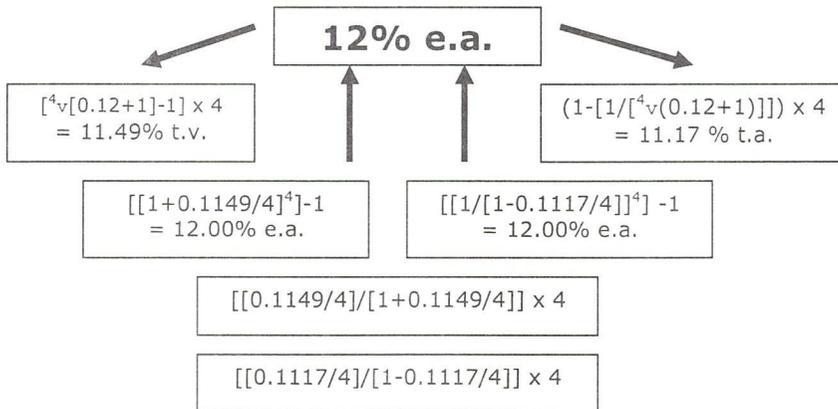
**Cuadro N° 2.8. Tasas equivalentes al x % efectivo anual**

ea	vencidas			anticipadas		
	mes	trimestre	semestre	mes	trimestre	semestre
4	3,93	3,94	3,96	3,92	3,90	3,88
6	5,84	5,87	5,91	5,81	5,78	5,74
8	7,72	7,77	7,85	7,67	7,62	7,55
10	9,57	9,65	9,76	9,49	9,42	9,31
12	11,39	11,49	11,66	11,28	11,17	11,02
14	13,17	13,32	13,54	13,03	12,89	12,68

ea = efectiva anual.

Con base en el diagrama de conversión de tasas de interés de la gráfica 2.6, se aplica una tasa a partir del 12% efectiva anual para encontrar las tasas equivalentes por trimestre tanto anticipada (11.17%) como vencida (11.49%), con indicación de las operaciones matemáticas que se realizan en cada paso. Ver gráfica N° 2.8.

**Gráfica N° 2.8. Diagrama conversión de tasas de interés – ejemplo:**



**Ejemplo 2.7:** Caso de toma de decisión en selección de alternativas de portafolio. Un inversionista contempla la posibilidad de realizar un reajuste de sus inversiones y cuenta con las siguientes alternativas:

ENTIDAD	RENTABILIDAD (%)	MODALIDAD
A	12.00	E.A.
B	11.50	T.A.
C	11.50	M.V.

Desde el punto de vista financiero, cuál alternativa le genera mayor rentabilidad financiera al inversionista? Para efectos de la toma de decisión, se debe comparar las tasas en igual términos; para éste caso se expresan las tasas en efectivas anuales. Cualquier otra expresión de equivalencia es apropiada, de manera tal que la decisión tomada, conduce al inversionista al mismo resultado financiero, siempre que la tasa de reinversión sea igual.

Resultado financiero (efectivo anual) comparable entre las tres entidades:

a) 12.00 % b) **12.38 %** (Mejor alternativa) y c) 12.13 %.

**2.7. Tasas de interés real:** Aquellas que reflejan variaciones o rendimientos una vez descontado el factor inflacionario. Se obtienen por el cociente entre la unidad más la tasa de interés, y la unidad más el deflactor respectivo. A éste resultado, se le descuenta la unidad y se expresa en términos porcentuales.

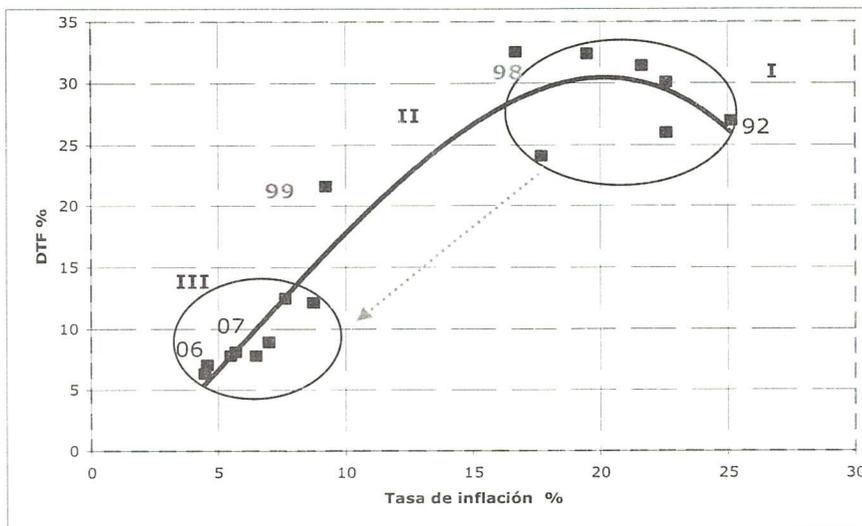
El término interés real implica en lenguaje financiero, descontar o eliminar el factor inflacionario a la respectiva tasa de interés objeto de análisis, con el fin de conocer el verdadero rendimiento de la inversión, de acuerdo con el

poder adquisitivo de la moneda o el valor real que se paga por un préstamo, cualquiera que este sea.

La gráfica N° 2.9 registra en el plano cartesiano, la dispersión según el comportamiento de las variables, tasa de inflación y DTF efectiva anual, calculada por promedio ponderada. Se identifican tres momentos típicos a partir del año 92: Un evidente comportamiento en dirección proporcional a la inflación; predominio de alta inflación y alta tasa de interés, situación I del círculo superior derecho. Emerge la crisis financiera, etapa II en los años 98 y 99, donde se registra una caída importante en la variación del IPC, luego del desmonte de la UPAC y aparición de la UVR (2000), en función de la inflación. Una tercera etapa, con descenso de las tasas de captación, en respuesta y ajuste gradual al ritmo inflacionario y tasa real menos volátil.

La relación DTF a inflación medida por su cociente, mide el número de veces que representa la tasa de captación de CDT a 90 días por el sistema financiero, en términos de inflación. El promedio de la serie analizada en la gráfica N° 2.9, es de 1.38 veces, sin considerar los años 98 y 99 críticos, donde esta relación arrojó valores de 2 y 2,3 respectivamente.

**Gráfica N° 2.9. Comportamiento DTF\* vs Tasa de inflación 92-07**



Fuente: Base datos Banco de la República. Archivos Excel. [www.banrep.gov.co](http://www.banrep.gov.co)  
 \*DTF promedio ponderado efectivo anual a 90 días, captación sistema financiero.

La expresión de tasa real, se basa en la propuesta de Irving Fisher, economista de principios del siglo XX, quien presenta la siguiente ecuación, donde las variables asociadas son: IR, que es la tasa de interés real que se quiere encontrar, IE corresponde a la tasa de interés efectiva anual y la

variación del índice de precios al consumidor -IPC- o tasa de inflación para el período que se quiere analizar. Por lo tanto:

$$IR = [(1+IE)/(1+IPC)]-1 \quad (2)$$

**Ejemplo 2.8.:** Bajo estas condiciones, cuál es la tasa de interés real de un CDT, que generó una rentabilidad del 6% T.A. durante el año t, si la tasa de inflación registrada para igual período fue del 4.6%?

En primer lugar, se debe hallar la equivalencia de la tasa del CDT en términos efectivos anuales, la cual es del 6.23% e.a. Al reemplazar en (2) se tiene:

$$IR = [(1+0.0623)/(1+0.046)]-1 \times 100$$

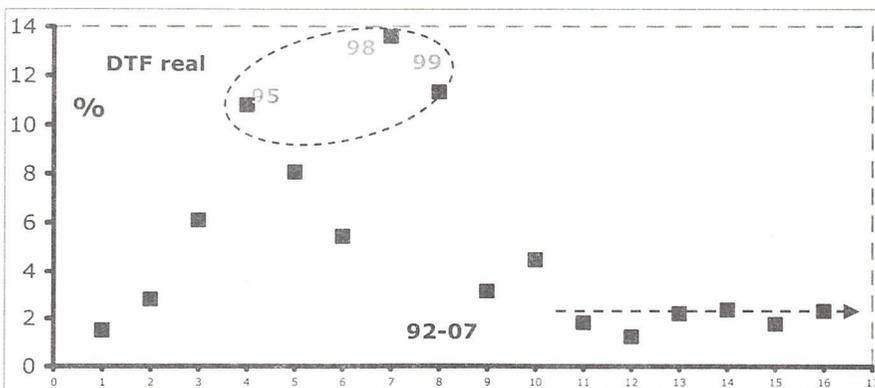
$$IR = [1.0623/1.046]-1 \times 100$$

$$IR = 1.56 \% \text{ e.a}$$

En consecuencia, la inversión le retornó al inversionista un valor positivo – tasa real positiva-, que significa que, además de protegerse contra el fenómeno inflacionario, logró obtener una rentabilidad superior en 1,56 puntos porcentuales, al alza en los precios durante el período referido.

La ecuación de Fischer relaciona un cociente entre tasas de interés y tasa de inflación y no una simple sustracción de las dos tasas referidas, error que suele cometerse con alguna frecuencia. La razón se basa en el hecho de sucesos económicos a lo largo del tiempo, que implica pérdida de poder adquisitivo de los intereses o rendimientos que se generan paulatinamente en el diario transcurrir.

**Gráfica N° 2.10. Evolución Tasa % DTF real. 92-07**



Fuente: Base datos Banco de la República. Archivos excel. [www.banrep.gov.co](http://www.banrep.gov.co) y DANE.

En la gráfica N° 2.10., se visualiza el comportamiento de la tasa de captación DTF del sistema financiero, una vez eliminado el efecto inflacionario, donde

se destaca en primer lugar, que en el lapso objeto de estudio, todas los períodos mostraron tasas positivas, con alta volatilidad, en particular antes y durante la crisis, así como los mayores niveles en los años 98 y 99. A partir del año 2.002, se aprecia una tendencia estable y equilibrada, producto de las medidas de control monetario, y de las tasas activas que se regulan por vía administrativa.

**2.8. Ponderación de tasas de interés:** Corresponde a la participación o peso relativo, que tiene un activo o inversión dentro de una mezcla – cartera/portafolio- de recursos financieros, con respecto a la tasa de rentabilidad asociada a cada activo. Ocurre en casos tales como, los portafolios administrados por una Sociedad Administradora de Fondos de Pensiones y Cesantías –SAFPC- cuando se trata de los ahorros pensionales de sus afiliados o en la mezcla de captación de recursos del mercado, de los intermediarios financieros.

La ponderación, requiere la aplicación de tasas expresadas en iguales términos (axioma 1, en anexo N° 1. álgebra aplicada a las finanzas). El resultado total ponderado, se obtiene de la sumatoria de cada producto, ponderado por su respectiva tasa, de acuerdo a la siguiente expresión:

$$i_{pp} = \sum_{j=1}^n (W_j I_j)$$

Donde  $i_{pp}$  = Tasa promedio ponderada,  $w_j$  = Peso relativo de los activos  $j$  desde 1 hasta  $n$ ,  $I_j$  = tasa de interés efectiva anual de los activos desde  $j$  igual a 1 hasta  $n$ .

**Ejemplo 2.9:** Un inversionista desea conocer cuál es la tasa promedio ponderada que le genera su cartera de inversión, estructurada con el sistema financiero, de acuerdo al monto y tipo de papel que se indica en el cuadro N° 2.9. (Aplica para cualquier tipo de activo, conocido su retorno).

En primer lugar, se calcula la participación relativa que tiene cada activo dentro del portafolio, como se muestra en la parte inferior del cuadro N° 2.9, y se expresan las tasas en sus equivalentes en una sola denominación (efectiva anual), para poder realizar las operaciones de ponderación respectivas.

Como se aprecia, el resultado del 6,92% e.a. se obtiene de la sumatoria del producto entre la participación relativa de cada inversión y la tasa de interés correspondiente. Esto implica en términos monetarios que el inversionista, con \$ 95,3 millones de pesos colocados en dicho portafolio durante un año, sin realizar ningún movimiento (ingreso o retiro) de dinero, obtiene un valor de intereses por \$6.6 millones de pesos, que resulta de multiplicar la tasa ponderada por el monto total de los recursos invertidos (antes de impuestos).

**Cuadro N° 2.9. Portafolio de inversión según rentabilidad**

Tipo de ahorro/Inversión	Valor [ \$ 000 ]	Tasas de INTERÉS
CDT	1.750	6.7% e.a.
Fondo de inversión A	5.000	8.2% m.v.
Bonos	85.750	IPC+2 puntos
Plan de pensión voluntario	2.800	6% real.

Supuestos: Inflación 4.6%.

Portafolio	\$ 000	(%)	Tasas equivalentes (ea)
CDT	1.750	1.83	6.70%
Fondo de inversión A	5.000	5.25	8.52%
Bonos	85.750	89.98	$[(1.046 \times 1.02) - 1] = 6.70\%$
Ahorro Fondo Pensional	2.800	2.94	$[(1.06 \times 1.046) - 1] = 10.88\%$
<b>TASA PROMEDIO PONDERADA [e.a.] = 6.92 %</b>			

**2.9. Interés de mora, anatocismo y usura**

Los intereses de mora se calculan sobre el valor insoluto dejado de cancelar, de acuerdo a lo previsto por la ley en la materia. Para efectos de la tasa máxima de interés moratorio corresponde a 1,5 veces la tasa efectiva anual estipulada en el contrato respectivo (interés corriente) sin exceder el límite fijado por la autoridad competente.

**Ejemplo 2.10:** Mediante un caso, se aprecia el procedimiento y los montos reales en dinero que se deben cancelar. Supuestos para efectos del análisis: Valor de un crédito de libre inversión \$ 1.000.000, plazo de 6 meses con un interés corriente anual pagadero por mes vencido del 18% (equivalente al 19.56% e.a.) amortizable en pagos iguales por periodo (anualidades). El deudor asume el contrato pactado de acuerdo a los términos y, en el periodo tercero, debe cancelar \$175.525. Sin embargo, lo hace 15 días después; por lo tanto, la tasa de mora correspondiente es del 29.34% e.a. Ver cuadro N° 2.10.

En este punto es importante aclarar que se toma como base, la tasa efectiva anual del crédito y no la nominal para obtener la tasa máxima moratoria, y de esta manera se calcula la tasa de interés equivalente por el período que entró en mora el deudor (15 días vencidos).

La tasa base de liquidación por mora en el pago, corresponde a un 50% adicional del interés corriente certificado y permitido por el ente de control (Superfinanciera) como tasa máxima, de tal manera que esta tasa de mora, resulta de multiplicar la tasa nominal del crédito expresada en términos efectivos anuales, por el factor 1,5. Importante tener en cuenta que no es lo

mismo tomar la tasa nominal, multiplicarla por el factor y obtener la tasa máxima de interés de mora, expresada en términos efectivos anuales, por cuanto difiere. En el caso objeto de análisis, la diferencia es de 1,26 puntos porcentuales (30.60% vs 29.34%).

**Cuadro N° 2.10. Tabla de amortización de un crédito, base cálculo interés de mora**

n	Capital	Interés	Cuota	Saldo
0				1.000.000
1	160.525	15.000	175.525	839.475
2	162.933	12.592	175.525	676.542
3	<b>165.377</b>	10.148	<b>175.525</b>	511.165
4	167.858	7.667	175.525	343.307
5	170.376	5.150	175.525	172.931
6	172.931	2.594	175.525	0

<b>VPN</b>	<b>0</b>
<b>TIR (mv)</b>	<b>18%</b>

De acuerdo a los parámetros definidos, el monto de dinero que el usuario del crédito debe cancelar por concepto de intereses de mora (15 días) es de \$ 1.782, valor obtenido de liquidar a la tasa equivalente del respectivo período (25.87% anual 15 días vencidos) por el valor del capital dejado de cancelar (\$165.377). Sumados estos dos conceptos, resulta un valor total a pagar de \$ 177.308. (Cuota corriente + intereses de mora).

La tasa nominal anual por cada quince días vencido liquidada, se calcula a partir de la tasa establecida del 29.34% e.a, a partir de la expresión:

$$i(n \text{ dv}) = [(1+i_e)^{(1/n)}-1] \times n.$$

Con  $n = 360/15 = 24$ , significa que el año tiene 24 períodos vencidos de 15 días cada uno,  $i(n \text{ dv})$ , corresponde a la tasa nominal anual  $n$  días vencidos,  $i_e$  es la tasa efectiva anual. Por reemplazo de cada variable, se obtiene la tasa anual equivalente así:

$$i(15 \text{ dv}) = [(1.2934)^{1/24}-1] \times 24 = 25.87\%$$

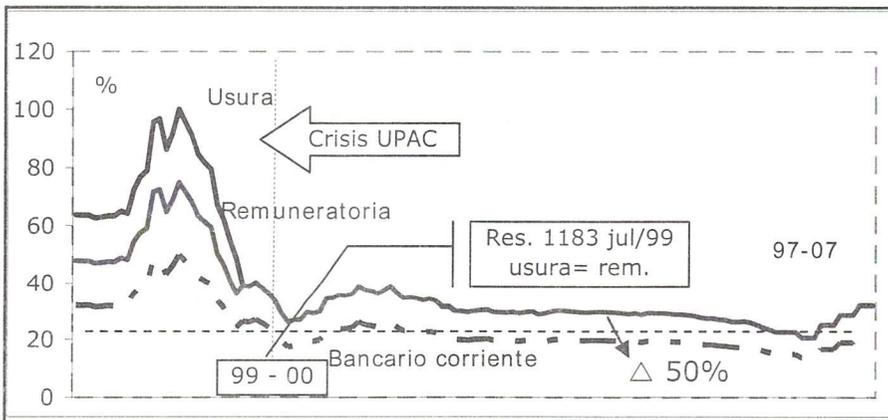
**Anatocismo.** Se cae en esta práctica no aceptada pero sí empleada en particular en el mercado extrabancario y por agiotistas, al liquidar intereses sobre intereses. Como en el caso del anterior ejemplo, al liquidar los intereses por mora, si se toma como base capital más intereses corrientes (\$175,525) y no solo el capital, dado que el deudor cumple con el compromiso de atender los intereses que los reconoce; la penalidad, es por

no cancelar oportunamente el principal, que sí genera una tasa más alta permitida legalmente.

Respecto al cobro de intereses sobre intereses, el artículo 886 del Código del Comercio establece: "Los intereses pendientes no producirán intereses sino desde la fecha de la demanda judicial del acreedor, o por acuerdo posterior al vencimiento, siempre que en uno y otro caso se trate de intereses debidos con un año de anterioridad, por lo menos". Art. 2235 del Código Civil determina: "Se prohíbe estipular intereses de intereses".

**Usura.** Cobro de intereses que se liquidan a una tasa más alta que la vigente y autorizada por la Superintendencia Financiera, como máxima moratoria. La usura está tipificada como un DELITO dentro del Código Penal (art. 305). "El que reciba o cobre, directa o indirectamente de una o varias personas en el término de un año, a cambio de préstamo de dinero o por concepto de venta de bienes o servicios a plazo, utilidad o ventaja que exceda en la mitad del interés bancario corriente que para el período correspondiente estén cobrando los bancos, por los créditos ordinarios de libre asignación según certificación de la Superintendencia Financiera, cualquiera sea la forma utilizada para hacer constar la operación, ocultarla o disimularla, incurrirá en prisión de dos (2) a cinco (5) años y multa de cincuenta (50) a doscientos (200) salarios mínimos legales mensuales vigentes. El que compre cheque, sueldo, salario o prestación social en los términos y condiciones previstos en este artículo, incurrirá en prisión de tres (3) a siete (7) años y multa de cien (100) a cuatrocientos (400) salarios mínimos legales mensuales vigentes".

**Gráfica N° 2.11. Comportamiento de las tasas de usura, remuneratoria e interés bancario corriente. 1997-2007**



Fuente: Banco de la República.

Con la Ley 510/99 se estipula el interés de mora equivalente a 1.5 veces el interés bancario corriente. Con la Ley 599/00 se estipula el interés de usura equivalente a 1.5 veces el interés bancario corriente, con vigencia a partir del 24 de julio/01.

Por la naturaleza de esta tasa de interés, corresponde a la categoría de tasas de regulación y control estatal; sin embargo, por efectos prácticos se incluye en esta clasificación.

Con el propósito de visualizar la dinámica de las tasas de usura, remuneratoria y de interés corriente, la gráfica N° 2.11 registra un hecho trascendental en materia financiera, que divide en dos la historia en los últimos diez años, contados hasta el año 2.007: antes y después de la crisis financiera del 99.

En primer lugar, se identifica un comportamiento desbordado de las tasas de interés cualquiera que estas sean, al superar el 100% la tasa de usura dada su estructuración que responde en forma automática a los comportamientos de la remuneratoria y corriente. Luego de la intervención y reglamentación del Gobierno, por vía administrativa ejerce un control directo, que logra estabilizar la tendencia, al definir techos según destino de los recursos y fijar en un 50% de margen adicional para la tasa máxima de usura.

## **2.10. Tasas de interés comúnmente utilizadas en el sector financiero**

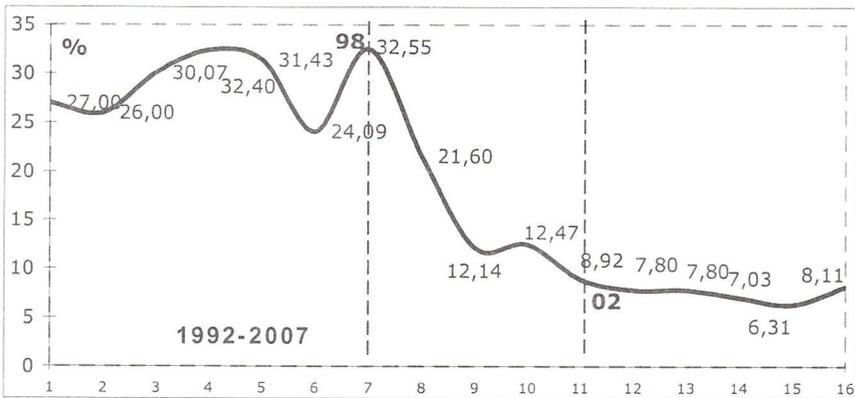
### **2.10.1. Tasas de mercado**

**TBS:** Tasa básica Superintendencia Financiera. Promedio ponderado de las tasas de interés efectivas que reconocen los establecimientos bancarios por las captaciones mediante CDT y CDAT. Se calculan para varios plazos. En los CDAT entre 2 y 14 días y entre 15 y 29. En los CDT, se registran a 1, 2, 3, 6 meses un año y más de un año. El indicador diario es TBS MOVIL-10 que es el promedio de los 10 últimos días hábiles de operaciones. Esta tasa fue divulgada hasta el 27 junio/03 por la Superfinanciera.

**TCC:** Tasa promedio ponderada de captación de recursos obtenidos por las corporaciones financieras privadas a través de CDT's a 90 días, se expresa en términos nominales por modalidad anticipada y periodicidad trimestral. (Ejemplo 6.5% TA).

**DTF:** Tasa promedio ponderada de captación de Depósitos a Término Fijo, por parte de bancos, corporaciones financieras y compañías de financiamiento comercial, a un plazo de 90 días. Esta tasa la certifica el Banco de la República semanalmente, con base en el promedio móvil de las últimas cuatro semanas. Por definición, es una tasa nominal trimestre anticipada. (Ejemplo 7% TA). En la gráfica N° 2.12 se aprecia la tendencia registrada por la DTF, con el valor más alto en el año 98, al situarse en el 32.55% e.a. condición dada en momentos de crisis, como se comentó. A partir del año 2,002, inicia un comportamiento en descenso hasta el año 2006 (6.31%) para finalizar con un promedio al alza en el 2,007 del 8.11%.

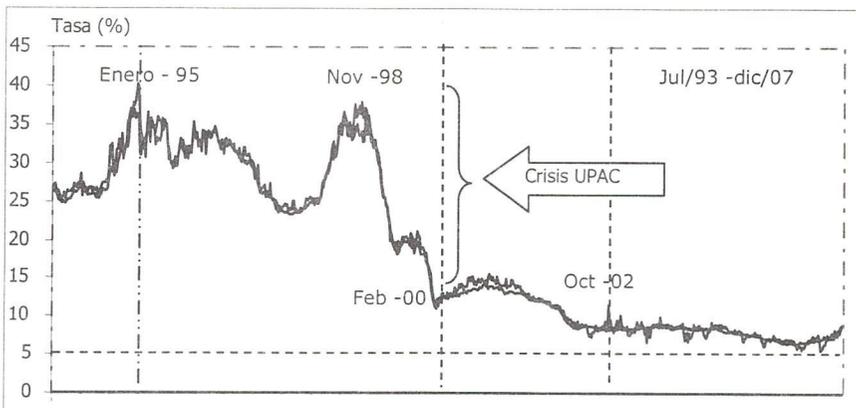
**Gráfica N° 2.12. Comportamiento DTF<sub>[90 días]</sub>. Promedio ponderado % efectiva anual. 1992-2007**



**Fuente:** Banco de la República con información suministrada por SFC.  
 Tasas de captación de CDT a 90 días, promedio mensual ponderado, informada por bancos, corporaciones financieras, CAV y compañías de financiamiento comercial de todo el país a la Superintendencia Bancaria para el cálculo de la DTF.

De igual manera, en la gráfica N° 2.13., se registran las tasas de interés de captación de certificados a término de 6 y 12 meses, con tendencia similar a los CDT de 90 días descrito en el párrafo anterior y que dada su naturaleza, necesariamente reflejan las condiciones económicas y los efectos de aplicación de la norma, en materia de costo del dinero.

**Gráfica N° 2.13. Evolución tasa semanal de captación CDT<sub>[180 y 360 días]</sub> % efectiva anual. 1993-2007**

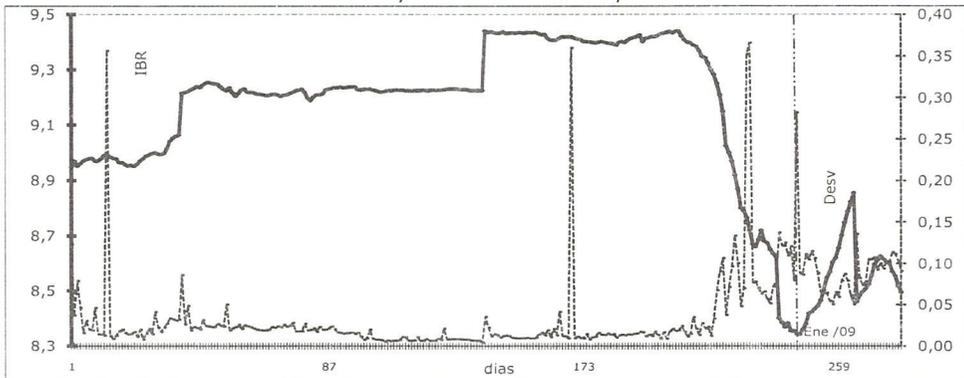


Fuente: Base datos Banco de la República.

**Tasa Interbancaria:** Tasa de negociación de operaciones repo o a corto plazo para cubrir requerimientos de encaje. Un repo es una operación de carácter financiero, cuyo fin es la consecución de recursos líquidos y por plazos relativamente cortos, mediante la venta física de valores con el compromiso de revenderlo al vendedor original en una fecha cierta, a un precio pactado entre las partes. La tasa interbancaria se expresa en términos nominales y por día vencido. Dada la volatilidad de éstas tasas, la autoridad monetaria estableció un corredor para ejercer una libertad administrada de este tipo de costo de dinero.

**Índice Bancario de referencia (IBR):** El Indicador Bancario de Referencia (IBR)<sup>13</sup>, es una tasa de interés de referencia de corto plazo, representativa de las condiciones de liquidez del mercado interbancario colombiano. Fue creado a finales del año 2007 por iniciativa del sector privado, como elemento integral del proceso de desarrollo del mercado monetario y reflejo de los mecanismos de transmisión de la política monetaria. Inició su operación a partir del 2 de enero de 2008. El IBR, refleja el precio al que un grupo de bancos (en número de ocho, pero no menor de cinco), ofrecen o esperan captan recursos del mercado monetario. En la gráfica N° 2.14. se aprecia el Comportamiento y desviación IBR- plazo overnight, en el lapso comprendido entre enero/08 y el 23 de febrero de 2009.

**Gráfica N° 2.14. Comportamiento y desviación IBR- plazo overnight.**  
Enero 2/08 – Febrero 23/09.



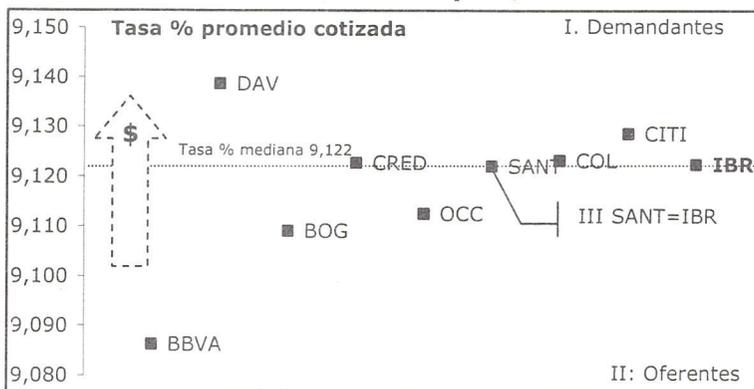
Fuente: Banco de la República. [www. Banrep.gov.co](http://www.Banrep.gov.co). Serie estadística. IBR nominal base 360.

Para igual período, se registra en la gráfica N° 2.15. la tasa promedio día, cotizada a un día por cada institución participante. El  $IBR_{(1)}$  es del 9.122% nominal anual, calculada como la mediana del promedio de la serie. Bajo esta óptica, el resultado sugiere que los bancos Davivienda, Crédito, Colombia y Citibank, toman posición de demandantes, BBVA, Bogotá y

<sup>13</sup> Asobancaria, Superfinanciera de Colombia, Banco de la República y Minhacienda. "Esquema de formación del indicador bancario de referencia IBR" Bogotá, nov/07. en [www.banrep.gov.co](http://www.banrep.gov.co). Banco de la República. "Manual operativo para la administración del IBR" CRE-DODM-305. Dic 12/07.

Occidentes oferentes, y el Banco Santander iguala su cotización al IBR, de tal manera que quedaría sujeto a la decisión aleatoria del Banco de la República sobre cual de las dos condiciones debe cumplir. Recuerde que la decisión por resultado de postura es diaria.

**Gráfica N° 2.15. Tasa % choice promedio cotizada por banco vs tasa mediana IBR<sub>(9.122)</sub> - plazo overnight Enero 2/08 – Mayo 9/08**



Fuente: Banco de la República. [www. Banrep.gov.co](http://www.Banrep.gov.co). Serie estadística. IBR nominal base 360

Los bancos participantes, como los aspirantes, serán elegibles anualmente, de acuerdo con los resultados metodológicos considerados. Estos hacen referencia a la calificación de riesgo de liquidez de corto plazo (*rating* de D&P y DCR de Colombia) y de los índices de solidez financiera con aplicación del método CAMEL durante el último año, y que contiene indicadores cuantitativos relativos a capital adecuado (C), calidad del activo (A), capacidad de la gerencia (M), rentabilidad (E) y situación de liquidez (L).

En su primera etapa, el IBR opera con tasas de cotización para plazos de un (1) día (overnight) y a un (1) mes -base de 28 días-; a futuro, contempla plazos a tres meses, seis meses u otras bases, según requerimientos del mercado.

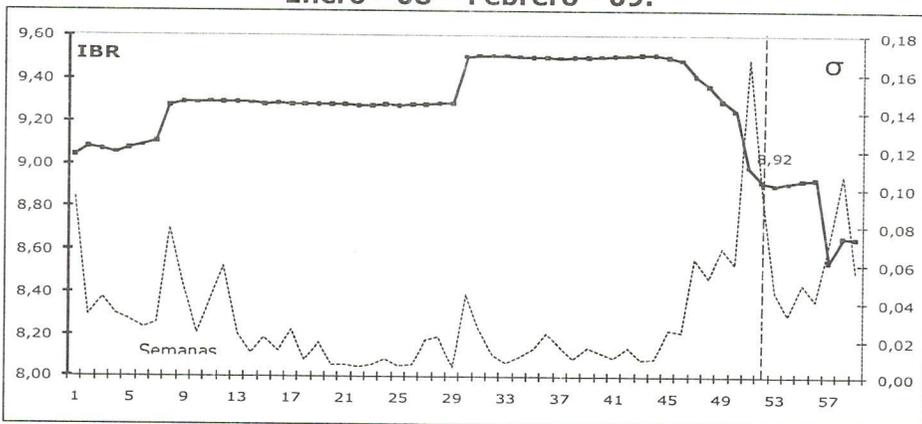
La mesa de dinero del Banco de la República, convocará a ruedas de cotización, según plazos a sus participantes a través de la plataforma tecnológica o Servicio electrónico de negociación- SEN ofrecido a través de SEBRA o servicio electrónico del Banco Central. Realizadas las cotizaciones a tasa nominal "choice" que refleja la postura de liquidez según plazo por entidad participante, el Banco de la República calculará la tasa mediana, la cual será el IBR para el plazo overnight o mensual. **El IBR se expresa en términos nominales, período base de 360 días y con tres cifras decimales redondeados.**

Las cotizaciones overnight y a un mes, deben ser realizadas de 10:15 a.m. a 10:30 a.m. todos los días hábiles y los días martes, respectivamente. Cada banco participante, otorga una línea de crédito a los demás participantes. Los créditos interbancarios son operaciones "delivery" que se realizan de manera automática y obligatoria. El monto nominal total operable por participante, sobre el cual se fundamenta el IBR será de \$20.000 millones (2008 \$ 22.000 ajustable anualmente) y se distribuirá de acuerdo a la metodología definida en el manual de operación. Los bancos participantes cuya tasa de cotización sea inferior a la mediana serán oferentes de recursos, mientras que para los que sea superior, serán demandantes. Las posibles posiciones según resultados por cotización en tasa se resumen en tres situaciones:

- I. Demandantes (Tasa superior a la mediana del IBR): El banco está obligado a recibir un crédito interbancario de cada uno de los oferentes por un monto nominal de \$5.500 millones (2009), al IBR para el plazo overnight.
- II. Oferentes (Tasa inferior a la mediana del IBR): La institución, está obligada a otorgar un crédito interbancario a cada uno de los demandantes por \$5.500 millones (2009), a la tasa IBR para el plazo overnight.
- III. Cotización igual al IBR: En este caso, el Banco de la República asignará de manera aleatoria una posición tipo I o II de obligatoria aceptación.

La aplicación del  $IBR_{(mes)}$  se realiza de acuerdo a la metodología y reglamento definida para tal fin, considerando las causaciones de recursos que se generan en el proceso por desviaciones de las cotizaciones de los bancos participantes y del  $IBR_{(mes)}$ . La gráfica 2.16. registra la evolución del índice bancario de referencia a un mes, así como la desviación respecto a los participantes.

**Gráfica N° 2.16. Evolución y desviación IBR- plazo mensual. Enero - 08 – Febrero - 09.**



Fuente: Banco de la República. www. Banrep.gov.co. Serie estadística. IBR nominal base 360

**Libor:** [London interbank offered rate]. Tasa de interés interbancaria de la bolsa de Londres. Se expresa generalmente en términos nominales semestre vencido (180 días). Con spread se suma nominalmente. Libor (4%) + 2 puntos = 6% SV.

**Prime Rate:** "Teóricamente es la tasa de interés más baja para préstamos dadas por bancos de los EEUU a sus mejores clientes". Viene expresada en términos nominales anuales por trimestre vencido (utiliza la terminología a 90 días). Con spread: Prime (4.25%) + 1.5 = 5.75% a 90 días o TV.

**UVR: Unidad de valor real.** Aunque no es una tasa en sentido estricto, representa una "cuasi-moneda" y en complemento a unos puntos, forma la base para liquidar la tasa de interés de los créditos hipotecarios para la financiación de vivienda, expresada en forma de UVR + x puntos.

Como unidad de cuenta<sup>14</sup>, opera como mecanismo base de liquidación de los créditos de financiación hipotecaria en reemplazo de la UPAC, de acuerdo con la Ley 546/99 (Regula el sistema especializado de financiación de vivienda individual a largo plazo, ligado al índice de precios al consumidor y determina las condiciones especiales para la vivienda de interés social urbana y rural) y del decreto 2703/99 de Minhacienda, que reglamentó la metodología.

De fondo, tanto la UPAC como la UVR tienen igual propósito; sin embargo, la estructura de cálculo o metodología de la UPAC fue regresiva, dado que se indexó a la corrección monetaria como proporción a la tasa DTF (74% luego de varios cambios), adicionada en un margen desbordado, que superó considerablemente a la tasa de inflación y, por supuesto, a la valorización de los inmuebles y al crecimiento de los salarios. El resultado fue una brecha entre el saldo de la deuda (por alto costo financiero y sistema de capitalización de intereses -gradiente geométrico) y el valor del inmueble, que llevó al deudor, a entregar en dación de pago sus bienes raíces, factor que desencadenó la crisis, que grosso modo, implicó: Caída de los precios de la vivienda, alza tasas de interés, aumento desempleo, disminución empleo en el sector construcción, recesión económica generalizada.

Los indicadores más críticos registrados en el período de recesión, según año son: Tasa de interés real 11.8% (98), Crecimiento PIB total -4.2% (99), PIB construcción -13% (96), -2% (97), -9% (98), -27% (99) y -4% (00), Déficit fiscal -3.7% (98), Tasa de interés 33% (98), Tasa de desempleo 20% (00). La emergencia económica (98) inicia con alivio de deudores, obligatoriedad de recibir bienes en dación de pago y realizar contratos de arrendamiento con opción de compra, nueva ley de financiación de vivienda según fallos de

<sup>14</sup> "Cuando una moneda sólo cumple con la primera función, a saber, como unidad de cuenta se denomina moneda contable, ya que es una mera medida sin soporte. Generalmente es un múltiplo de la moneda corriente que facilita la contabilización de los movimientos monetarios y transacciones económicas". CEBALLOS Hornero, David. "Análisis del tiempo como variable en economía financiera" Tesis doctoral para optar al título de doctor en economía, Departamento de Matemática Económica, Financiera y Actuarial. Universidad de Barcelona, 2.003. Pág. 147.

la Corte Constitucional, demandas al Estado y reconversión sistema financiero<sup>15</sup>.

En términos generales, la crisis de 1999 se remonta al año 1992, periodo durante el cual el país se desbordó en su capacidad de gasto frente a sus ingresos. Para contrarrestar el desequilibrio, acudió a endeudamiento externo e interno, y se redujo el ahorro público y privado. La deuda pública interna y externa pasa de un 36% a un 58% del PIB entre el año 1992 y el 2000, y la privada externa de un 5.4% a un 17% en igual período. El cierre al mercado internacional a partir del segundo semestre de 1998, el desajuste en los términos de intercambio y la corrida de capitales forzó a la economía a ajustar el gasto de forma inmediata puesto que la cuenta corriente de la balanza de pagos, con déficit desde el año 1993, bordeaba ocho puntos del PIB, que llevó a limitar las importaciones.

El país logra reducir el déficit a 1.5% al finalizar el año 1999 y en el 2000 pasa a un superávit. La economía cierra el año de 1999 con una disminución del PIB del 4.3%, como consecuencia del deterioro de los términos de intercambio, al limitarse los flujos de capital y encarecerse el crédito externo. El ajuste del gasto se hizo inevitable, lo que llevó a la caída de la producción. El sector empresarial y los hogares se enfrentaron a una seria dificultad para atender sus obligaciones financieras, con efecto directo sobre el sistema financiero, en especial la banca hipotecaria. La cartera del sistema financiero, pasó de registrar en 1990 un 25.6% del PIB al 38.7% en 1997.

La difícil situación económica del país, produjo brotes especulativos contra el peso, llevo a la disminución del nivel de reservas internacionales y ejerció una fuerte presión sobre las tasas de cambio y de interés. Para procurar frenar este fenómeno, en el mes de septiembre de 1999 la economía ingresa al sistema de tasa de cambio flotante. El aumento en la tasa de cambio afectó al sector tanto público como al privado por el alto nivel de endeudamiento externo registrado. El alza de la tasa de interés afectó a la economía en su conjunto -gobierno, empresas y hogares-.

Al contraerse la demanda, se redujeron los precios de la finca raíz, con efecto directo sobre la base patrimonial de hogares, empresas y sector financiero<sup>16</sup>.

El cálculo de la UVR, tiene en cuenta exclusivamente la variación mensual del IPC certificada por el DANE (art.3)<sup>17</sup>. La UVR ajusta la pérdida del poder adquisitivo del dinero, generado por el alza continua en el nivel de precios.

<sup>15</sup> FORERO, Efraín. "Evolución financiación de vivienda en Colombia 1972-2003" Davivienda, 2003.

<sup>16</sup> CABALLERO ARGÁEZ, Carlos. "Situación y perspectivas Económicas 2000-2001" Seminario. Cali, Agosto 30 de 2001. ANIF, Fedesarrollo y Cámara de Comercio de Cali.

<sup>17</sup> BANCO DE LA REPÚBLICA. "Reportes del emisor" Investigación e información económica. N° 41 Bogotá, octubre de 2002.

La metodología de cálculo de la UVR establecida por la Junta Directiva del Banco de la República mediante Resolución Externa 13 del 2000, da estricto cumplimiento a lo ordenado por la Corte Constitucional en su sentencia C-955/2000 del 26 de julio de 2000.

El nuevo mecanismo (UVR), permite al CONPES –Concejo Nacional de Política Económica y Social- modificar la metodología de cálculo en caso de presentar distorsiones, con límite de tasas autorizadas por el ente de vigilancia y control. Los planes o sistema de amortización de los créditos, son homogéneos previamente autorizados por la Superfinanciera, de tal manera que la información al interior del mercado ofrecida al usuario, sea comparable y reduzca al mínimo la confusión por estructuración de planes de pago, que permite las matemáticas financieras.

En este sentido, la ley prohíbe en forma explícita, la capitalización de los intereses como ocurría con la UPAC, de tal manera que cada cuota parte debe cubrir los costos financieros generados por la operación crediticia desde su inicio; adicionalmente, la tasa de interés (puntos adicionales sobre UVR) debe ser fija durante el plazo del préstamo y posibilita el prepago del crédito sin sanciones pecuniarias.

“¿Qué características tiene la tasa de interés de los créditos de vivienda? La tasa de interés de los créditos de vivienda individuales a largo plazo debe tener las siguientes características:

- Debe ser fija durante la vigencia del crédito.
- Se debe calcular sobre el saldo en UVR.
- Se debe cobrar en forma vencida.
- No puede capitalizarse.
- Debe expresarse en términos efectivos anuales.
- Está controlada, es decir, que existe una tasa máxima establecida por la Junta Directiva del Banco de la República, la cual debe ser inferior a la menor de todas las tasas reales que se estén cobrando en el sistema financiero, según certificación de la Superintendencia Bancaria, tal como lo ordenó la Corte Constitucional mediante Sentencia C-955 de 2000.

Para tales efectos se deben tener en cuenta las tasas ofrecidas en igualdad de condiciones a todas las personas que correspondan a las que se cobren en el giro habitual de sus negocios y no a las tasas que se otorguen de manera excepcional para determinados clientes (L. 546/99, art. 17, num. 2º).

¿Qué significa que la tasa de interés sea fija? Significa que la tasa pactada al momento del otorgamiento del crédito no se puede variar durante la vigencia de la obligación. No obstante lo anterior, su reducción es posible por acuerdo entre las partes (L. 546/99, art. 17, num. 2º).<sup>18</sup>

---

<sup>18</sup> ICAV. Guía práctica del crédito de vivienda en UVR. –El nuevo crédito de vivienda. [www.icav.com](http://www.icav.com).

Por el lado de la oferta de recursos, la Ley de vivienda amplía el portafolio de opciones de captación de recursos a largo plazo a los establecimientos de crédito, que les permita apalancar las operaciones de financiamiento en su función de transformación de plazos y reducir la brecha que existía de captar a la vista y prestar a largo plazo. Estos instrumentos, son los títulos hipotecarios y las estructuraciones de titularización (con atractivos fiscales).

Como resultado, se tiene una UVR que refleja el comportamiento periódico de la inflación (mensualmente), al punto de encontrar ofertas crediticias, con mínimas diferencias entre un crédito a tasa fija o a tasa flotante, como ocurre con créditos indexados a la UVR.

### Fórmula cálculo UVR: Res 13/00 - Junta Directiva Banco República

$$UVR_{(t)} = UVR_{(15)} \left( 1 + i \right)^{\left( \frac{t}{d} \right)}$$

Donde:

$UVR_{(t)}$  = Valor en moneda legal colombiana de la UVR del día (t) del período de cálculo.

$UVR_{(15)}$  = Valor en moneda legal colombiana de la UVR el día 15 de cada mes.

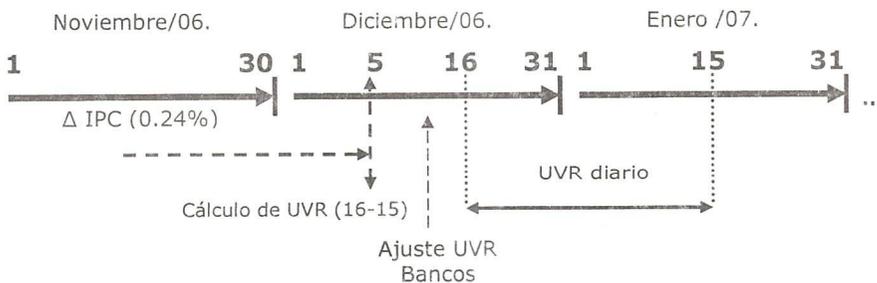
$i$  = Variación mensual del IPC durante el mes calendario inmediatamente anterior al mes del inicio del período de cálculo.

$t$  = Número de días calendario transcurridos desde el inicio de un período de cálculo hasta el día de cálculo de la UVR.

Por lo tanto,  $t$  tendrá valores entre uno (1) y 31, de acuerdo al número de días calendario del respectivo período de cálculo.

$d$  = Número de días calendario del respectivo período de cálculo.

### Gráfica N° 2.17. Diagrama de cálculo de la UVR para un período de referencia (16 dic/06-15 enero/07)



La UVR se calcula en forma diaria y se expresa con 4 cifras decimales –con aproximación del último dígito- y relaciona el período comprendido entre el 16 del mes vigente y el día 15 del siguiente inclusive. Para ilustrar la metodología, se presenta el cálculo de los valores de UVR para el período comprendido entre el 16 de diciembre de 2006 y el 15 de enero de 2007 (gráfica N° 2.17). El procedimiento es el siguiente:

- 1) Se toma el valor de la  $UVR_{(15)}$  correspondiente a la cotización del día 15 de diciembre de 2006, dado que el período de cálculo comprende del 16 de diciembre de 2006 a enero 15 de 2007, cuyo valor es igual a **159.8182**.
- 2) Se determina  $(i)$ , que equivale a la variación mensual del IPC certificada por el DANE para el mes anterior al período de cálculo, que corresponde al mes de noviembre de 2006, igual a  $0,24 \% = 0,0024$ .
- 3) Se calcula el valor de  $d$ , (número de días calendario que hay entre el 16 de diciembre/06 y el 15 de enero/07. Para el caso  $d = 31$ .
- 4) Con base en los valores de cada variable, se inicia el cálculo respectivo, identificando  $t$ . Para el día 16 de diciembre  $t$  es igual a 1, el siguiente día  $t$  es 2, y así sucesivamente hasta llegar al día 15 de enero, con  $t$  igual a 31. El último día,  $t$  y  $d$  tienen el mismo valor; por lo tanto, el exponente  $(t/d)$  en la fórmula es igual a uno. Esta última condición, hace que el valor de la UVR entre el 15 de diciembre/06 y el mismo día del mes siguiente se incremente en el mismo porcentaje que lo hace el IPC identificado en este caso del 0,024%.

Los valores de la UVR se obtienen de la siguiente forma: (ver cuadro N° 2.11. con la serie mensual)

$$\begin{aligned}
 UVR_{(1)} &= 159,8182 \cdot (1+0,0024)^{(1/31)} = 159,8306 \\
 UVR_{(2)} &= 159,8182 \cdot (1+0,0024)^{(2/31)} = 159,8429 \\
 UVR_{(3)} &= 159,8182 \cdot (1+0,0024)^{(3/31)} = 159,8553 \\
 &\dots \\
 UVR_{(30)} &= 159,8182 \cdot (1+0,0024)^{(30/31)} = 160,1894 \\
 UVR_{(31)} &= 159,8182 \cdot (1+0,0024)^{(31/31)} = 160,2018
 \end{aligned}$$

La variación mensual del IPC aplicado, corresponde al cociente entre el valor calculado para el día 15 de  $(t+1)$  y el valor base del día 15 de  $(t)$ , menos la unidad, y expresado en términos porcentuales, de tal manera que se valida y comprueba los cálculos diarios, para este caso así:

$$\text{VariaciónIPC} = \left\langle \frac{UVR_{[(t+1)]}}{UVR_t} \right\rangle - 1 \times 100$$

Para el período dic 16/06 – enero 15/07 esta dado por:

$$\text{VarIPC} = 0.24\% = \left( \frac{160.2018}{159.8182} \right) - 1 \times 100$$

**Cuadro N° 2.11. Valores de la unidad de valor real (UVR)  
Vigentes para el período 16/Diciembre/2006 al 15/Enero/2007**  
(Resolución Externa N° 13 de 2000)

Variación mensual IPC noviembre de 2006: 0.24%  
Valor de la UVR al 15 de diciembre de 2006: 159.8182

Fecha	Valor UVR	Fecha	Valor UVR
16/Dic/2006	159.8306	01/Enero/2007	160.0284
17	159.8429	02	160.0408
18	159.8553	03	160.0532
19	159.8676	04	160.0656
20	159.8800	05	160.0779
21	159.8924	06	160.0903
22	159.9047	07	160.1027
23	159.9171	08	160.1151
24	159.9295	09	160.1275
25	159.9418	10	160.1398
26	159.9542	11	160.1522
27	159.9666	12	160.1646
28	159.9789	13	160.1770
29	159.9913	14	160.1894
30	160.0037	15	160.2018
31	160.0161		

Fuente: Banco de la República. Departamento de estadística. Diciembre 5/06.

Para calcular la tasa de interés variable de un crédito hipotecario expresado en términos de UVR, el banco adiciona un spread o margen –puntos porcentuales- a la variación del IPC del período respectivo. Si el margen es de 12 puntos porcentuales efectivos anuales, la tasa de liquidación de intereses para ese período, está dado por:

$$\text{Tasa de interés periódica: } \left( (1 + \text{varIPC})(1 + i) - 1 \right) \times 100$$

En el caso de tomar un crédito a partir del 16 de dic/06 con tasa de interés supuesta de UVR+12 puntos, la tasa base de liquidación de los intereses para el primer mes corresponde a:

$$\text{tasa} = \left( (1.0024)(1.009488) - 1 \right) \times 100 = 1.1911\% , \text{ por mes vencido.}$$

El margen (12 puntos), se expresa en equivalencia por mes vencido, y de esta forma se calcula la tasa para el mes. De igual forma, se puede expresar como referencia en término efectivo anual; sin embargo, hay que recordar que el factor inflacionario, varía mensualmente.

El cuadro N° 2.12., registra información histórica referente a la evolución anual presentada por la UVR, desde finales del año 2.000, luego del cambio de metodología, donde se aprecia la tendencia decreciente, por efecto de la variación del IPC, base de su cálculo.

El decreto 146 del 4 de agosto de 2000, establece la forma de calcular la equivalencia de los puntos de tasa de interés remuneratorios para créditos contratados en moneda legal colombiana.

**Cuadro No 2.12. Comportamiento y variación anual UVR**

A 31 de diciembre...	Valor (unidad)	Variación (%)
2.000	112.5283	8.89
2.001	121.4108	7.89
2.002	129.5981	6.74
2.003	137.8446	6.36
2.004	145.9324	5.86
2.005	153.4858	5.17
2.006	160.0161	4.25
2.007	168.4997	5.30

Fuente: Banco de la República, UVR histórico.

Como referencia histórica, la UPAC inicia su valor en 100 unidades el 15 de sep/72 y termina el 31 de dic/99 en 16,611.85. Al tomar años completos desde dic/72 (103.96) registra una tasa de crecimiento anual promedio geométrica del 20.7%. Para efectos de continuar con los créditos hipotecarios, la conversión de UPAC a UVR a partir del 1 de enero del año 2000 se realiza mediante el cociente entre estas dos unidades, de tal manera que el valor equivalente es 160.7750 UVR por cada UPAC.

### 2.10.2. Tasas de regulación y control estatal:

**Tasa máxima de interés remuneratoria y moratoria**<sup>19</sup>: (ley 510/99 art. 111). "Cuando en los negocios mercantiles hay de pagarse réditos de un capital, sin que se especifique por convenio el interés, éste será el bancario corriente; si las partes no han estipulado el interés moratorio, será equivalente a una y media veces del bancario corriente y en cuanto sobrepase cualquiera de éstos montos el acreedor perderá todos los intereses, sin perjuicio de lo dispuesto en el art. 72 de la Ley 45/90. Se probará el interés bancario corriente con certificado expedido por la superintendencia Financiera"

Art. 72, Ley 45/90. Sanción por el cobro de intereses en exceso. "Cuando se cobren intereses que sobrepasen los límites fijados por la ley o por la autoridad monetaria, el acreedor perderá todos los intereses cobrados en

<sup>19</sup> Considerados art. 1617 del Código Civil, 884 del Código del Comercio y CJB - 007 SFC.

exceso, remuneratorios, moratorios o ambos, según se trate, aumentado en un monto igual. En tales casos, el deudor podrá solicitar la inmediata devolución de las sumas que haya cancelado por concepto de los respectivos intereses, más una suma igual al exceso, a título de sanción”.

El interés de mora, está concebido como una sanción pecuniaria por incumplimiento de un contrato, al no cancelar una suma de dinero en un momento determinado de tiempo (fecha). Esta sanción, incluye una indemnización por los perjuicios que pueda causarle el deudor a su acreedor.

La aplicación de las tasas máximas de interés remuneratorio y moratorio, es extensiva a operaciones realizadas en divisas (dólares de EUA), por competencia del Banco de la República, mediante la expedición de normas resolutorias de acuerdo a las condiciones del mercado.

Para efectos de vigilancia y control de tasas de interés generadas en venta de bienes muebles y prestación de servicios mediante el sistema de plazos (tipo tarjetas de crédito emitidas directamente por entidades no financieras), la competencia le corresponde a la Superintendencia de Industria y Comercio (SIC).

El 20 de noviembre de 2.006, el Presidente de la República sanciona el decreto 4090/06 por el cual se determinan las distintas modalidades de crédito cuyas tasas deben ser certificadas por la Superintendencia Financiera, quien expidió la Resolución 2441/06 para los efectos.

El artículo 2º del citado decreto, determina la nueva clasificación de los créditos sobre los cuales la Superintendencia financiera debe certificar las tasas de interés así: “Artículo 2. Modalidades de crédito cuyas tasas deben ser certificadas. Para los efectos previstos en éste decreto, se establecen las siguientes modalidades de créditos:

- 1) Comercial: Son los créditos otorgados a personas naturales o jurídicas para el desarrollo de actividades económicas, distintos a los otorgados bajo la modalidad de micro créditos.
- 2) De consumo: Son los créditos otorgados a personas naturales para financiar la adquisición de bienes de consumo o el pago de servicios para fines no comerciales o empresariales, independiente de su monto.
- 3) Micro crédito: Son los créditos otorgados a microempresas, cuyo saldo de endeudamiento con la respectiva entidad no supere veinticinco (25) salarios mínimos legales mensuales vigentes. Por microempresa se entiende toda unidad de explotación económica, realizada por persona natural o jurídica en actividades empresariales, agropecuarias, industriales, comerciales o de servicios, rural o urbana, cuya planta de personal no supere los diez (10) trabajadores o sus

activos totales, excluida la vivienda, sean inferiores a quinientos (500) salarios mínimos mensuales legales vigentes

Artículo 3. Aplicación de la certificación del interés bancario corriente. Para todos los efectos legales, las entidades vigiladas por la Superintendencia Financiera de Colombia y las entidades vigiladas por la Superintendencia de Economía Solidaria autorizadas para realizar actividad financiera o cuya actividad principal consista en el otorgamiento de crédito, deberán tener en cuenta el interés bancario corriente certificado por la Superintendencia Financiera de Colombia para el respectivo período, según la modalidad de la correspondiente operación activa de crédito.

Las personas diferentes a las mencionadas en el inciso anterior deberán tener en cuenta, para todos los efectos legales, el interés bancario corriente más alto de los certificados por la Superintendencia Financiera de Colombia para el respectivo período.”...

En éste orden de ideas, a continuación se presenta en el cuadro N° 2.13., un resumen de las tasas de interés, certificadas por la Superintendencia que rigen en el primer trimestre del año 2.007.

**Cuadro No 2.13. Interés bancario corriente, usura e interés remuneratorio y de mora. Primer trimestre 2007 (Tasas efectivas anuales)**

Segmento	Interés bancario Corriente	Usura	Remuneratorio y de mora <sup>b</sup>
<b>Comercial</b>	11.07	16.61	16.61
<b>Consumo</b>	20.68	31.02	31.02
<b>Micro crédito</b>	21.39	32.09	32.09
<b>Otros <sup>a</sup></b>	21.39	32.09	32.09

Fuente: Superintendencia Financiera. Comunicado de prensa dic 29/06.

a: Diferentes a los anteriores con tasa de interés más alta de las certificadas.

b: Son tasas techo, es decir no se puede exceder del límite.

Como hecho histórico, el día 4 de enero de 2007, ante el desbordado incremento de las tasas certificadas por la Superfinanciera con base en los resultados obtenidos en el pasado reciente, decide el Gobierno por intermedio del Ministerio de Hacienda, modificar el art. 2 del decreto 4090/06, y para los efectos sanciona el decreto **018 de enero 4 de 2,007** que redefine y agrupa los segmentos de usuarios, en los siguientes términos:

“Artículo 2. Modalidades de crédito cuyas tasa deben ser certificadas. Para los efectos previstos en este artículo se establecen las siguientes modalidades de crédito.

1) Comercial y de consumo: Los créditos bajo la modalidad de comercial son aquellos otorgados a personas naturales o jurídicas para el desarrollo de actividades económicas distintas a los otorgados bajo la modalidad de micro crédito. Los créditos bajo la modalidad de consumo son aquellos otorgados a personas naturales para financiar la adquisición de bienes de consumo o el pago de servicios para fines no comerciales o empresariales, independientemente de su monto.

2) Micro crédito: Los créditos bajo la modalidad de micro crédito son aquellos otorgados a microempresas, cuyo saldo de endeudamiento con la respectiva entidad no supere veinticinco (25) salarios mínimos legales mensuales vigentes. Por microempresa se entiende toda unidad de explotación económica, realizada por persona natural o jurídica en actividades empresariales, agropecuarias, industriales, comerciales o de servicios, rural o urbana, cuya planta de personal no supere los diez (10) trabajadores o sus activos totales, excluida la vivienda, sean inferiores a quinientos (500) salarios mínimos legales mensuales vigentes <sup>20</sup>

La Superintendencia Financiera de Colombia, expide el mismo día 4 de enero de 2,007 la Res. 008 mediante la cual certifica el interés bancario corriente en términos relacionados en el cuadro N° 2.14.

**Cuadro No 2.14. Interés bancario corriente, usura e interés remuneratorio y de mora. Enero 5 a marzo 31 de 2007.  
Res. 008/07**

(Tasas efectivas anuales)

Segmento	Interés bancario Corriente	Usura	Remuneratorio y de mora <sup>b</sup>
<b>Comercial y de consumo</b>	13.83	20.75	20.75
<b>Micro crédito</b>	21.39	32.09	32.09
<b>Otros <sup>a</sup></b>	21.39	32.09	32.09

Fuente: Superintendencia Financiera. Comunicado de prensa enero 4/07 y Res. 8/07.

a: Diferentes a los anteriores. b: Son tasas techo, es decir no se puede exceder del límite, corresponde a 1.5 veces el interés corriente.

La gran diferencia radica en el incremento de la tasa de créditos comerciales techo (usura) en 4.14 puntos porcentuales y reducción en la tasa para créditos de consumo de 10.27 puntos. El micro crédito se mantiene.

Al finalizar el primer trimestre de 2007, el ente de control expide la resolución (N° 428 marzo 30) y define los límites de las tasas de interés. Introduce un cambio de estructura, al ampliar por un año el término de vigencia de la tasa de créditos destinado a micro créditos así: **(abril 1/07 a marzo 31/08)**, corriente 22.62%, y usura 33.93%; y créditos destinados a consumo y ordinario (abril 1 a junio 30) 16.75% y 25.12%, respectivamente.

<sup>20</sup> El día 7 de Febrero/07, se expide el Decreto 519 que deroga Decretos: 2048/96, 4090/06 y 18/07.

El cuadro 2.15 muestra un resumen de las tasas de interés corriente aplicables a créditos según destino para los años 2007 y 2008 con tendencia al alza como mecanismo de control de la masa monetaria.

**Cuadro No 2.15. Resumen interés bancario corriente. 2.007-4Q08**

(Tasas efectivas anuales %)

Vigencia	Comercial	Consumo	Micro crédito
1 al 4 enero/07	11.07	20.68	21.39
5 enero a 31 marzo <sup>a</sup>	13.83		21.39
1 abril a 30 junio <sup>b</sup>	16.75		
<b>1 abril/07 a 31 marzo/09</b>			<b>22.62*</b>
1 julio a 30 septiembre	19.01		
1 octubre a 31 diciembre/07	21.26		
1 enero a 31 marzo/08	21.83		
1 abril a 30 junio/08	21.92		
1 julio a 30 septiembre/08	21.51		
1 octubre a 31 diciembre/08	<b>21.02</b>		

a: El concepto de comercial y consumo queda unificado.

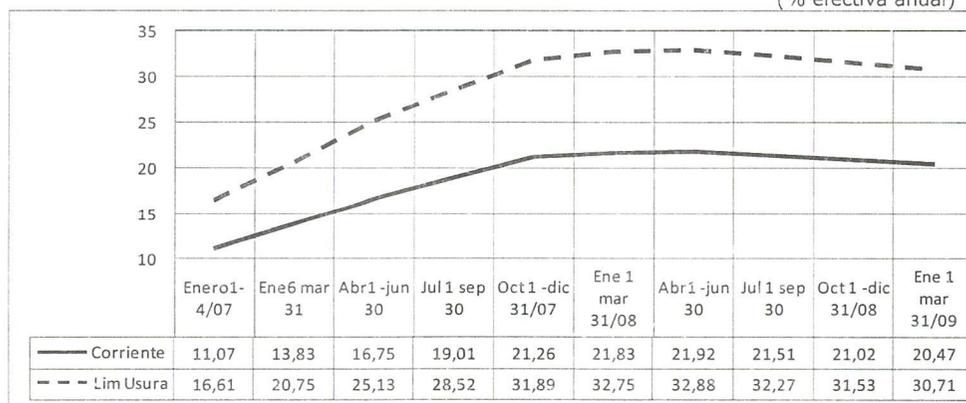
b: Cambia la denominación a crédito de consumo y ordinario. Tasa de usura 1.5 veces corriente.

\* Micro crédito se mantiene la tasa hasta sep/08.

La gráfica N° 2.18., registra la evolución de las tasas de interés corriente comercial y de consumo, de acuerdo a los términos definidos en las respectivas resoluciones expedidas por la Superfinanciera, así como la respectiva frontera del límite de usura para esta modalidad de créditos. El comportamiento registrado a partir de octubre de 2.007, presenta una relativa estabilidad de la tasa, que sin embargo sigue siendo alta comparativamente con la registrada a comienzos del año 2,007.

**Gráfica N° 2.18. Comportamiento tasas de interés corriente y de usura. 2.007 - IQ 2009**

(% efectiva anual)



Fuente: Superfinanciera de Colombia.

**Tasa de descubierto en cuenta corriente o de sobregiro:** Un sobregiro es un crédito automático generado en cuentas corrientes, por expedición de cheques (girar) sin que existan fondos suficientes, al momento de realizar el canje/compensación respectivo, de tal forma, que el banco donde es girador la cuenta, confirma la operación y se convierte en una operación activa para el Banco girador, previo un estudio de crédito, que determina un monto o cupo.

El término es de corto plazo, sin exceder los 30 días. La tasa que se cobra normalmente es o está muy cerca de la máxima permitida por el ente de control. La tasa efectiva anual del costo financiero de este producto, debe ser equivalente a nominal por el número de días de crédito.

**Tasa de rentabilidad mínima exigida Superfinanciera.** (Fondos de pensiones y de cesantías): El artículo 2 del decreto 1592/04, establece que, la rentabilidad mínima obligatoria para los Fondos de pensiones y Cesantías respectivamente, será equivalente al promedio simple de  $(A+B)/2$  de las condiciones financieras definidas, método que fue modificado por el Decreto 2664 julio 12 de 2007, como se registra en el cuadro N° 2.16.

**Cuadro N° 2.16. Condiciones financieras para el cálculo de la rentabilidad mínima de los fondos de pensiones y cesantías. (Decreto 2664 julio 12 de 2007\*)**

Concepto	
<b>A</b> (1)	Promedio ponderado de las rentabilidades acumuladas efectivas anuales durante el período de cálculo correspondiente.
<b>B</b> (2)	Variación porcentual efectiva anual durante el período de cálculo correspondiente del <b>índice de la bolsa de Colombia IGBC</b> , ponderado por el porcentaje del portafolio de los FPC, respectivamente, invertido en acciones y en fondos de inversión en la proporción invertida en acciones.
	Variación porcentual efectiva anual durante el período de cálculo correspondiente del <b>índice representativo del mercado accionario del exterior</b> que indique la Superfinanciera de Colombia, ponderado por el porcentaje del portafolio de los FPC respectivamente, invertido en acciones de emisores extranjeros y en fondos de inversión internacionales en la proporción invertida en acciones.
	Rentabilidad acumulada efectiva anual arrojada para el período de cálculo correspondiente por un <b>portafolio de referencia</b> valorados a precios de mercado, ponderado por el porcentaje invertido en las demás inversiones admisibles, buscando promover una racional y amplia distribución de los portafolios en papeles e inversiones de largo plazo.

(1): Período de cálculo la participación del promedio de los saldos diarios de cada fondo dentro del promedio de los saldos diarios de los fondos existentes. La participación de cada fondo no podrá exceder de 20%, si ocurre el exceso se distribuye proporcionalmente entre los demás fondos.

(2): Base de cálculo la distribución promedio de los saldos diarios de los portafolios de los FPC.

(\*) Vigencia (art. 2) 1 de octubre de 2.007.

Las Sociedades Administradoras de Fondos de Pensiones y Cesantías, -SAFPC- deben garantizar la rentabilidad mínima exigida, respondiendo con sus propios recursos patrimoniales (reservas de estabilización y comisiones por administración causadas y pendientes de pago a la sociedad administradora) de las cuales dispone el fondo.

Rentabilidad acumulada del fondo: (art. 3) Será equivalente a la tasa interna de retorno en términos anuales, del flujo de caja diario correspondiente al período de cálculo. El flujo de caja diario, es el que considera como ingresos el valor del fondo al primer día del período y el valor neto (aportes + traslados recibidos - retiros - anulaciones - traslados efectuados) de los aportes diarios del período, y como egresos el valor del fondo al último día del período de cálculo.

Período de cálculo de rentabilidad: (art. 4) La rentabilidad mínima obligatoria y la rentabilidad acumulada del fondo se calculará para los últimos 36 meses para Fondos de Pensiones, y para los últimos 24 meses los de cesantías.

Con la expedición del decreto 2664 del 12 de julio de 2.007, el Ministerio de Hacienda y Crédito Público, deroga el artículo segundo del decreto 1592/04, de tal forma que el cálculo se realiza bajo los parámetros definidos (cuadro N° 2.16.), al aplicar los métodos 1 y 2 en forma de promedios simples de los factores A y B contemplados, según se muestra en el cuadro N° 2.17.

**Cuadro N° 2.17. Parámetros de selección de tasa de rentabilidad mínima obligatoria: (Menor entre 1 y 2)**

FONDO	1	2
<b>Pensiones</b>	$[(A+B)/2] - 30\%$	$[(A+B)/2] - 260 \text{ pb}$
<b>Cesantías.</b>	$[(A+B)/2] - 25\%$	$[(A+B)/2] - 220 \text{ pb}$

pb: puntos básicos.

Al tomar las siguientes ecuaciones de valor, con los parámetros de los fondos de pensiones y cesantías respectivos de selección, se determinan las tasas de indiferencia y el método seleccionado según el resultado a considerar como rentabilidad mínima obligatoria, exigida por la Superfinanciera, así:

$$\text{Ecuación (Pensiones): } (0.7)X = (X - 0.026) \rightarrow X = \mathbf{8.67\%}$$

$$\text{Ecuación (Cesantías): } (0.75)X = (X - 0.022) \rightarrow X = \mathbf{8.80\%}$$

De acuerdo a los cálculos de rentabilidad mínima presentados en el cuadro N° 2.18. y definidas las tasas de indiferencia, en el caso de la rentabilidad mínima de los Fondos de Pensiones, si el resultado es menor a 8.67%, el método seleccionado es el dos (2), y en caso contrario (mayor) corresponde al método uno (1).

De igual forma se procede con los fondos de cesantías; a partir del punto de indiferencia del 8.80% anual, se aplica el método (2) si es mayor la tasa, y uno en el caso contrario, conforme al período de cálculo de rentabilidad respectivo.

**Cuadro N° 2.18. Tasa de rentabilidad de indiferencia y rangos de selección según métodos 1 y 2**

Fondo Pensiones	1	2	[1-2]		Fondo Cesantías	1	2	[1-2]	
(- 0,5%)	6,67	4,67	<b>4,07</b>	0,60	(- 0,5%)	6,80	5,10	<b>4,60</b>	0,50
	7,17	5,02	<b>4,57</b>	0,45		7,30	5,48	<b>5,10</b>	0,38
	7,67	5,37	<b>5,07</b>	0,30		7,80	5,85	<b>5,60</b>	0,25
	8,17	5,72	<b>5,57</b>	0,15		8,30	6,23	<b>6,10</b>	0,13
<b>Indiferencia</b>	8,67	6,07	6,07	-	<b>Indiferencia</b>	8,80	6,60	6,60	-
( + 0,5%)	9,17	<b>6,42</b>	6,57	-0,15	( + 0,5%)	9,30	<b>6,98</b>	7,10	-0,13
	9,67	<b>6,77</b>	7,07	-0,30		9,80	<b>7,35</b>	7,60	-0,25
	10,17	<b>7,12</b>	7,57	-0,45		10,30	<b>7,73</b>	8,10	-0,38
	10,67	<b>7,47</b>	8,07	-0,60		10,80	<b>8,10</b>	8,60	-0,50

### 2.10.3. Tasas de intermediación financiera:

**Tasa pasiva o de captación:** Remuneración que fijan los intermediarios financieros por la captación de recursos a la vista o a plazo, mediante instrumentos clásicos como son los depósitos en cuentas corrientes (generalmente con costo cero), depósitos de ahorro (tradicionales y a término) y los certificados de depósito a término, CDT`s. En conjunto, conforman la mezcla de fuentes de recursos. Históricamente las cuentas de ahorro tradicional registran tasas reales negativas y los CDT`s a 90 días definen la DTF.

**Tasa activa o de colocación:** Tasa de colocación de créditos o cartera por parte de los intermediarios del sistema financiero colombiano. Incluye entre otros, créditos de cartera ordinaria, tarjetas de crédito y consumo, créditos con tasa preferencial.

La circular jurídica 007 expedida por la Superfinanciera, establece: "En los contratos que instrumenten operaciones activas, las tasas de interés fijas o variables deben expresarse en términos efectivos anuales, independientemente de que se mencione su equivalencia en tasas nominales de acuerdo con la periodicidad de pago convenida. En los eventos en que se pacten tasas de interés variables, la tasa de referencia debe ser expresada en términos efectivos anuales y el margen o spread, también calculado en términos efectivos anuales, debe adicionarse a la tasa de referencia".

**Tasa marginal de fondos:** Costo financiero por captaciones de recursos adicionales a una base determinada

**Tasas de descuento:** Tasa empleada para descontar flujos futuros de caja o fondos, así como negociación de títulos u otros instrumentos, como aceptaciones bancarias. Es la base para evaluar conveniencia financiera de un proyecto, inversión, valoración de portafolios a precios de mercado.

**Tasas de redescuento:** Costo financiero que cobran en Colombia las instituciones de carácter especial encargadas de administrar fondos con destino específico de fomento, tales como Finagro, Findeter, Bancoldex (Reemplazaron los fondos financieros administrados por el Banco de la República), a los establecimientos de crédito por los recursos de redescuento, sin asumir riesgo por posición propia. Opera bajo la modalidad de un crédito, concedido por una institución financiera a un tercero (persona natural o jurídica) para atender requerimientos de capital del sector agropecuario, desarrollo territorial, promoción de exportaciones.

El intermediario según sea el caso, coloca o no una porción de recursos propios destinados a atender créditos y la parte restante el "Banco de segundo piso". En consecuencia, la tasa que cobra el administrador de los fondos para el fomento, al banco prestamista, se denomina tasa de redescuento, y el diferencial de tasa activa o de colocación y la tasa de redescuento, se convierte en el margen de redescuento, que al final representa la rentabilidad o resultado financiero para el establecimiento de crédito, por asumir el riesgo crediticio y administrar la operación.

**Cuadro N° 2.19. Modelo de rentabilidad operación de redescuento**

	Mezcla %	VOLUMEN \$		P Y G \$	Tasa %
		Bruto	Disponible		
Cuenta corriente	17,9	4,05	3,58	-	-
CDT	42,6	8,73	8,52	0,61	7,00
Ahorros	39,5	8,37	7,90	0,21	2,50
<b>Costo captación</b>	<b>100,0</b>	21,15	20,00	0,82	<b>3,88</b>
<b>TOTAL Ingresos</b>			100,00	25,00	25,00
Cartera de Fomento	20,0		20,00	0,82	3,88
Redescuento	<b>80,0</b>		80,00	12,80	<b>16,00</b>
<b>TOTAL Costo</b>	100,0		100,00	13,62	13,62
Resultado financiero			100,00	11,38	11,38

El cuadro N° 2.19. registra un caso simulado de operación activa de crédito de fomento por \$100, monto fondeado en un 20% con recursos del mercado (mezcla), descontando la porción de encajes sin remuneración y con costos supuestos de captación para CDT y depósitos de ahorros del 7% y 2.5% anual respectivamente. Significa, que la tasa promedio ponderada de los recursos provenientes del público, es del 3.88%, con desembolso de \$0.82 pesos por los \$21,15 pesos captados que requiere, para lograr un disponible de \$ 20 pesos.

El establecimiento de crédito, coloca los recursos a una tasa del 25% anual, base para calcular el margen de intermediación financiera de redescuento, que es de 9 puntos porcentuales (25% menos 16%), y que dado el margen de redescuento (80%), el intermediario gira \$12.80 a la IOE (Institución oficial especial) y paga el costo de captación de recursos (\$0.82). De esta forma, obtiene un resultado financiero de 11.38 % sobre el total de recursos prestados.

**Tasas reales:** Valor porcentual de una tasa de interés, resultante de eliminar el efecto inflacionario. Es necesario considerar que estas tasas pueden ser positivas o negativas, situación última registrada en la economía colombiana, con las cuentas de ahorro tradicional, donde ha sido mayor la tasa de inflación frente a la tasa de remuneración de estos depósitos.

**Tasa bruta:** Denominación empleada por las sociedades administradoras de fondos de pensiones y cesantías (SAFPC) para expresar la rentabilidad del portafolio y/o del afiliado antes de descontar la comisión de manejo y demás gastos ocasionados.

**Tasa neta:** Tasa que expresa la rentabilidad del portafolio y/o afiliado de las SAFPC una vez descontados los respectivos costos y adición de la comisión de manejo.

**Tasa promedio ponderada:** Tasa resultante de aplicar los pesos relativos que tiene una canasta de activos financieros según sus rendimientos financieros y expresados en una tasa global única y claramente identificada.

**Tasas fijas:** Tasas explícitas definidas numéricamente, ajenas a cambios externos y que opera durante el término de un contrato u operación financiera.

**Tasas variables:** Tasas de interés ligadas normalmente a una variable macroeconómica o de mercado como ocurre en el medio colombiano con la DTF o TCC.

**OMA a 90 días, tasas de Interés:** Tasa de interés de las operaciones de mercado abierto (OMA) realizadas por las autoridades monetarias para controlar la liquidez de la economía.

**Tasa de interés interbancaria:** Precio de las operaciones realizadas en moneda doméstica, por los intermediarios financieros, para atender necesidades de liquidez de corto plazo. Esta tasa se pacta para operaciones diarias.

**Tasa de interés natural:** El concepto de la tasa de interés natural (TIN) o neutral, "tiene sus orígenes en el economista sueco Knut Wicksell (1898), quien la definió como aquella tasa neutral a los precios. Según el autor, la

diferencia entre la tasa de interés observada y la natural afecta la demanda por recursos productivos e indirectamente determina el movimiento de los precios”<sup>21</sup>. Buen número de bancos centrales hacen uso de la tasa de interés de corto plazo como instrumento de política (definir brechas de producto y de la inflación objetivo) y toman decisiones con base en la tasa de interés neutral o natural. El diferencial entre la tasa de interés y la tasa natural predice cercanamente la inflación futura.

Wicksell estructuró la TIN en términos de inversión física; en tal sentido, “la tasa natural es aquella consistente con inflación estable y que lleva al equilibrio entre la oferta y la demanda de capital (coincidiendo por tanto con la productividad marginal del capital – neta de depreciación- de largo plazo)”.

Según el autor, el dueño de un bosque debe escoger entre dos alternativas. Puede cortar los árboles y prestar el dinero obtenido en la venta, o puede dejar que los árboles crezcan otro año. El interés que obtiene por el préstamo es la *tasa de interés de mercado*, mientras que el interés que deriva de dejar crecer los árboles es la tasa natural de interés”<sup>22</sup>.

**Tasa de oportunidad:** Corresponde a la tasa de rentabilidad mínima atractiva exigida por un inversionista y que espera obtener de una operación financiera, mediante la cual evalúa un proyecto, en igual condición de riesgo. Generalmente se estructura, producto de una tasa libre de riesgo, la inflación y una prima de riesgo.

#### 2.10.4. Márgenes

**Spread:** Anglicismo referido al diferencial o proporción complementaria de una tasa de interés variable o de referencia, como base contractual para liquidar una operación financiera en términos de DTF o TCC para citar un par de casos del medio Colombiano o en mercados internacionales, como sucede con las tasas Libor o Prime.

La estructura general de este tipo de tasas de interés, es de la forma DFT+4 puntos, Libor+2 puntos, etc.; sin embargo, financieramente es necesario tener presente dos consideraciones fundamentales:

- 1) La expresión de la tasa de referencia: Si está dada en términos efectivos o nominales (modalidad y periodicidad), por cuanto difiere el resultado en su cálculo.

<sup>21</sup> ECHAVARRÍA SOTO, Juan José. *et al.* “La Tasa de Interés Natural en Colombia”. Borradores de economía. Nº 412. Banco de la República Bogotá. 2006. Pág. 3.

<sup>22</sup> *Ibíd.* Pág. 5.

- 2) Se trata de un producto y no una simple sumatoria de una tasa flotante más unos puntos porcentuales. De acuerdo a la denominación inicial de la tasa (nominal o efectiva), deben estar expresados los dos componentes (tasa y spread) en términos efectivos anuales, para poder efectuar el cálculo financieramente.

**Ejemplo 2.11.** Calcular la tasa de interés base de liquidación, que cobra un Banco a sus clientes, por préstamos de fomento, si está expresada en DTF+4 puntos. Por definición, la DTF se define en términos nominales trimestre anticipado; por lo tanto se parte de este principio y se recrean las otras denominaciones.

Según el cuadro N° 2.20., en este primer caso se aplica la opción (C), donde los dos componentes de la tasa se expresan por trimestre anticipado (TA), de tal manera que la operación es de equivalencia de la tasa por suma de sus componentes y expresada en términos efectivos y luego liquidar según la modalidad pactada.

**Cuadro N° 2.20. Conversión tasas de interés flotante.  
Caso (DTF+4)**

	Expresión tasa (DTF + Spread)	Equivalencia [ $\approx$ % e.a.]	Operación	Tasa % ea*	Decisión SI:
<b>A</b>	8% TA 4% TA	8.42 4.10	Suma 8.42+4.10	12.52	<input type="checkbox"/>
<b>B</b>	8% TA 4% TA	8.42 4.10	Producto (1.0842)(1.041)-1	12.86	<input checked="" type="checkbox"/> Financiera
<b>C</b>	(8%+4%) TA = 12% TA	12.96	Equivalencia $\rightarrow$	12.96	<input checked="" type="checkbox"/> Financiera
<b>D</b>	8% TA 4% e.a.	8.42 4.00	Producto (1.0842)(1.04)-1	12.76	<input checked="" type="checkbox"/> Financiera
<b>E</b>	8% TA 4% e.a.	8.42 4.00	Suma 8.42+4.0	<b>12.42</b>	<input checked="" type="checkbox"/> Norma

\*Base de liquidación de tasa de interés, equivalente a nominal según modalidad y periodicidad.

**DTF = 8% TA.**

Si la definición es en términos efectivos anuales, la forma de liquidar es la (B), es decir con base en el 12.86% e.a. Sin embargo, la Superintendencia Financiera, se refiere a la adición de la tasa y el spread en términos efectivos, opción (E)<sup>23</sup>.

<sup>23</sup> La CE Básica Jurídica 007/96 de la Superfinanciera, establece en el título II, capítulo 1, numeral 2. "Contratación de tasas de interés en operaciones activas. En los contratos que instrumenten operaciones activas, las tasas de interés fijas o variables deben expresarse en términos efectivos anuales, independientemente de que se mencione su equivalencia en tasas nominales de acuerdo con la periodicidad de pago convenida. En los eventos en que se pacten tasas de interés variables, la tasa de referencia debe ser expresada en términos efectivos anuales y el margen o spread, también calculado en términos efectivos anuales, debe adicionarse a la tasa de referencia".

La Superintendencia Financiera, para ser aún más enfática en el tema, expidió el 16 de septiembre de 1.997 la carta circular N° 93, en los siguientes términos. “Con respecto a los contratos de operaciones activas en moneda legal en los que se pacten tasas de interés variable, la tasa de referencia se debe expresar en términos efectivos anuales y a la misma adicionar los puntos fijados como margen. La tasa obtenida constituirá la tasa efectiva a cobrar. Para efectos de la liquidación periódica de intereses, se calcula la tasa nominal equivalente de acuerdo con los periodos de pago fijados en el contrato”.

Técnicamente, la opción adecuada corresponde al planteamiento descrito en (D), dado que se trata de un producto entre una tasa base variable y un componente fijo, que refleja comportamiento a lo largo de un período anual.

**Margen de intermediación financiera:** Como primera medida, es necesario distinguir entre margen neto y bruto de intermediación financiera.

**Cuadro N° 2.21. Definición, factores y cálculo del margen de intermediación financiera**

<b>MARGEN DE INTERMEDIACIÓN FINANCIERA (MIF).</b>			
Diferencial financiero calculado con base en las tasas de interés implícitas o de balance, en colocación y captación de recursos disponibles, descontados los encajes e inversiones sustitutivas y/o computables. El margen mide el grado de eficiencia del sector financiero (progreso financiero), en cumplimiento de su función de intermediación, en términos de riesgo, costos operacionales y utilidad (remuneración al inversionista).			
<b>FACTORES</b>	<b>Internos</b> (Controlables)	Costos operacionales (Administración, honorarios, personal, otros indirectos). Calidad de la cartera.	
	<b>Externos</b> (No Control)	Encajes (Legal, marginal), inversiones sustitutivas, etc. Impuestos, seguros de depósito. Asignación forzosa en activos de menor rendimiento a sectores de promoción económica o en inversiones forzosas.	
<b>TASAS</b> (implícitas)	ACTIVAS	$T_{Ia} = (\text{Intereses}) / (\text{Cartera})$ $25 / 100 = 25\%$	<b>M. I. F.</b> Ingresos cartera \$ 25.00 Costos captación 4.12 <b>MARGEN FINANCIERO 20.88</b> Expresado en tasa 20.88% anual <input checked="" type="checkbox"/>
	PASIVAS	$T_{Ip} = (\text{Intereses}) / (\text{Depósitos})$ $4.12 / 106.11 = 3.88\%$	

Los valores de cartera y depósitos son promedios y se asume que no hay excedentes de tesorería. El factor de disponible a captación es de 1.0611 según supuestos cuadro N° 1.14.

La primera condición, hace referencia a ingresos y costos bajo la modalidad de intereses (margen neto de intereses) y la segunda (margen financiero

bruto) al agregar al neto, ingresos y costos financieros diferentes de intereses; se expresan en valores absolutos (ver cuadro N° 2.21).

El cociente entre ingresos financieros totales y la cartera promedio, genera la tasa activa, y la tasa pasiva se obtiene de dividir los costos financieros entre el volumen promedio de recursos captados del público. En consecuencia, el margen financiero corresponde al cociente entre el margen neto de intereses (recibidos y pagados) y el volumen promedio de recursos comprometidos en activos.

El cuadro N° 2.22 revela una aproximación a la estructura de las tasas de interés internas, clasificadas por plazo y origen de fondos, de forma tal que este conjunto de precios, conforma la curva de tasas de interés sobre la cual opera el mercado, según la situación de liquidez que registre el sistema económico.

**Cuadro N° 2.22. Estructura de las tasas de interés: fijas/variables**

PLAZOS [años]		
Tipo/mercado	CORTO [1 a 5]	LARGO [más de 5]
<b>ACTIVAS</b> [colocación] → <b>MERCADO DE CREDITO.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tarjetas de crédito.</li> <li>• Capital de trabajo.</li> <li>• Créditos de consumo, incluyendo leasing.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Vivienda.</li> <li>• Redescuento/Fomento</li> <li>• Leasing habitacional.</li> <li>• Leasing activos fijos.</li> </ul>
<b>PASIVAS</b> [Captación] → <b>MERCADO DE DEPOSITOS.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Cuenta corriente</li> <li>• Ahorros.</li> <li>• CDAT.</li> <li>• CDT.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Bonos*.</li> <li>• TES, TP´ s.</li> <li>• Titularización...</li> </ul>

\*Es probable pero no muy común, encontrar Bonos a plazos más cortos (3 años).

**Puntos básicos bp. (Basic points):** Unidad de medida usual en las operaciones de negociación de valores, de Bolsa y como referente de diferencial a una tasa fija. Uso generalizado en mercados internacionales. Su equivalencia es de 100 bp por un uno por ciento (1%).

**Margen financiero neto:** En el lenguaje bancario y financiero, corresponde al resultado obtenido después de descontar al margen financiero bruto, los costos administrativos y operativos, y expresarlo como proporción del valor de la operación realizada.

**Margen de redescuento:** Valor porcentual de recursos aportados por los organismos financieros de fomento (IOE), a las instituciones o establecimientos financieros en una operación crediticia. Este valor puede ser del total del crédito (100% recursos redescontados), según las condiciones definidas en su reglamentación.

### 2.11. Tasas de interés y segmentos de mercado

Segmentar significa agrupar en conjuntos, a consumidores que responden de forma homogénea, ante impulsos o estímulos del mercado. En consecuencia los establecimientos de crédito, segmentan sus clientes/cuentas por actividad económica, volumen de recursos manejados, demanda de recursos y de servicios, tipo de operación, moneda utilizada, nivel de riesgo, tipos de garantía ofrecidos, desempeño en el mercado, flujo de caja, entre otros muchos aspectos, con el fin de analizar la rentabilidad de cada grupo (inclusive individual) y de esta forma ofrecer un precio (tasa), por recursos de crédito o por depósitos promedios realizados.

Todo negocio, se puede definir en función de tres variables: producto(s), canal(es) de distribución y segmento(s) de mercado, definidos en función del riesgo. La interacción de estas 3 variables produce un resultado financiero que permite asignar tasas denominadas preferenciales y que están definidas por la Superintendencia financiera en la circular jurídica única en los siguientes términos:

**Tasa de interés preferencial:** Aquella que la entidad ha cobrado a sus clientes corporativos de menor riesgo en operaciones de crédito en moneda legal de corto plazo (hasta 12 meses), cualquiera que sea la modalidad utilizada, y sin que ella constituya necesariamente una oferta.

**Cuadro N° 2.23. Esquema matricial de comportamiento deseado de costo de captación de recursos según plazo y monto**

Rango (smmlv) <sup>a</sup>	PLAZOS (n)			
	A La vista	Corto	Mediano	Largo
X < 1 1 < X < 5				
<b>5 &lt; X &lt; 20</b> <b>20 &lt; X &lt; 50</b>	-	+		
50 < X < 100 100 < X < 200				
X > 200				
<b>COSTO</b>				
	<b>Cero</b>	<b>Mercado + Plus</b>	<b>Menor mercado</b>	

<sup>a</sup> salarios mínimos mensuales legales vigentes, X = volumen de recursos.

En consecuencia y con arreglo al criterio antes expuesto, dicha tasa deberá reflejar la realidad comercial del momento para los usuarios del servicio, permitiéndoles seleccionar uno u otro intermediario a partir de la información suministrada.

De acuerdo al anterior planteamiento, el cuadro N° 2.23. pretende ilustrar el concepto matricial de precios, según la política que defina cada establecimiento de crédito. Se fundamenta en el principio de garantizar la estabilidad de su base de captación (ley de los grandes números), al atomizar el volumen de clientes, de tal manera que retiros de depósitos, no afecten su volumen-base de recursos, de acuerdo a la participación relativa que tenga dentro de la mezcla de fondos.

En tal sentido, el esquema gráfico busca ejemplificar y reflejar la política de precios de captación de recursos de la institución financiera "ABC", que orienta su gestión a captar recursos entre 5 y 50 smmlv (salarios mínimos mensuales legales vigentes) sin remuneración (costo cero) a la vista. Oferta y remunera productos con tasas atractivas según plazo, que van en aumento a medida que se hace más extensivo en el tiempo (ejemplo un DTF más unos puntos según las condiciones del mercado) y que corresponde a la zona y dirección indicada por la flecha y recuadros resaltados, así como su color representativo (claro).

A medida que la franja de clientes se oscurece, la remuneración disminuye. No significa que no se capten los recursos; se captan, pero de acuerdo a la orientación estratégica, no corresponde al segmento objetivo de la política, que en este caso se ha recreado.

Según los lineamientos supuestos de política de captación de recursos del mercado, se espera que al finalizar el período (t+1) el 80% de los recursos estén concentrados en volúmenes entre 5 y 50 smmlv, correspondientes al 70% de los clientes y al menos el 50% en depósitos a la vista. La porción restante de recursos (20%) esté en el 30% de los restantes clientes y a diferentes plazos y montos.

**Cuadro N° 2.24. Matriz de política de precios de productos activos**

Segmento Producto	Corporativo [A]	Comercial [B]	Personal [C] ...
Corto			
Largo			

**Tendencia a máxima legal.**

Respecto a los productos de colocación según segmentos tomados como referente (hoy por hoy más sofisticados y especializados), la tasa activa tiende a la máxima autorizada por el ente regulador. A medida que el segmento está más atomizado por volumen y número de clientes, es mayor

la tasa de interés, frente a clientes corporativos, dada la conformación y uso del portafolio de productos requeridos, sin desconocer por supuesto, que en conjunto genera un retorno importante (ver cuadro N° 2.24).

De hecho, cada entidad busca profundizar la relación con sus clientes, de forma tal, que el número promedio de productos per cápita, sea cada vez mayor, situación que conlleva un alto índice de fidelización con la marca, que permite dilución de costos, por volumen (economías de escala).

En contexto, el tema de costos financieros es un tema de margen de intermediación que se ajusta de acuerdo a las condiciones económicas del país. Las dificultades pueden surgir, una vez se valoran e incluyen costos fijos, dado que pueden conducir a operaciones que si bien son rentables financieramente, operativamente no lo son (ver capítulo 10).

### **2.12. Jerarquía de normatividad**

Con el propósito de orientar la jerarquía de las normas relativas al tema financiero, se presenta en la gráfica N° 2.19., la pirámide de Kelsen, en forma indicativa. En esencia, en una guía metodológica de aplicación a normas expedidas en la materia, para regular esta actividad sectorial y para efectos prácticos, se relaciona alguna normatividad al respecto.

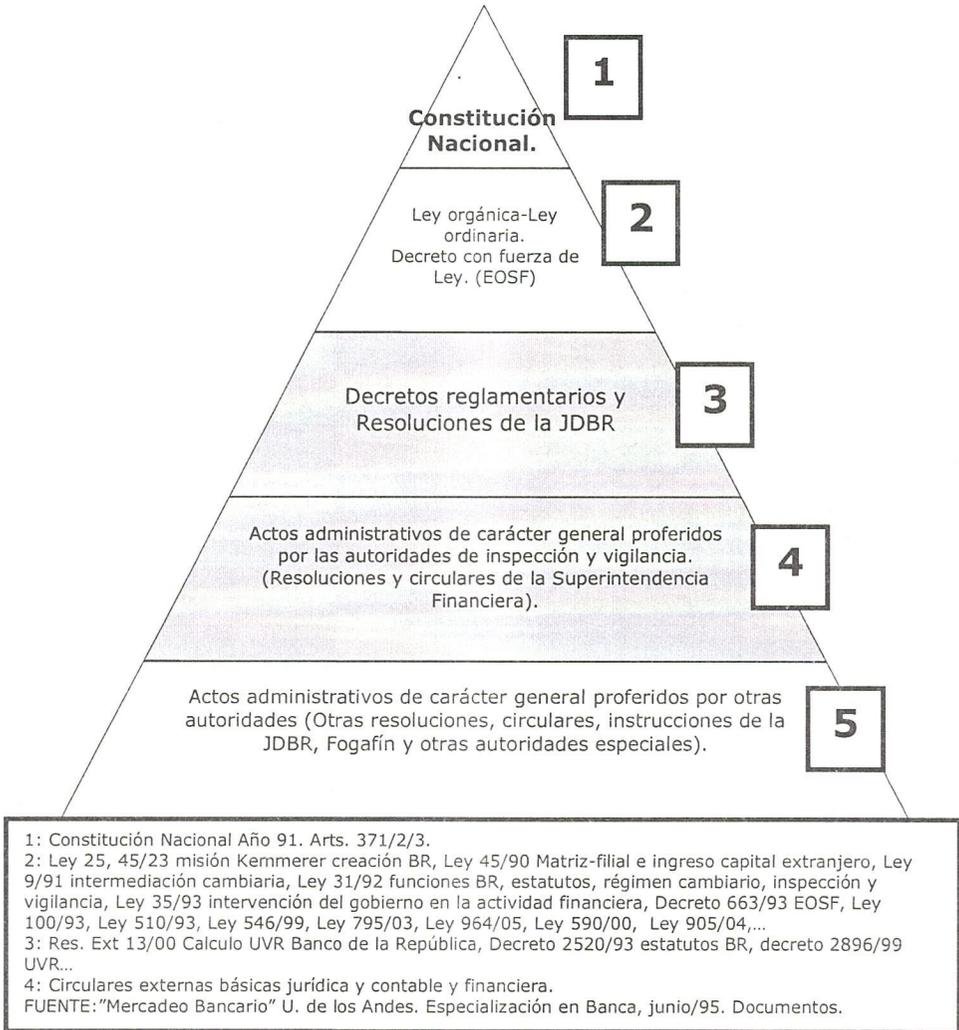
**NB:** Dentro de la **clasificación de los intereses en Colombia**, el lector y estudioso encontrará entre otros las siguientes denominaciones: legales, convencionales, corrientes - en la plaza, corrientes bancarios de libre estipulación, corrientes bancarios deslegalizados, civiles y comerciales, sobregiro en cuenta corriente, públicos y privados, remuneratorios y moratorios, penales, efectivos o reales, nominales, comisionales, descontables, de fomento (redescuento), interés de usura, compuesto, anatocismo, interés para operaciones nacionales, interés para operaciones internacionales o de comercio exterior, interés en obligaciones laborales, interés en obligaciones tributarias, intereses mercantiles y no mercantiles.

### **2.13. Tasas de interés contractuales según legislación colombiana**

Para comprensión de este tema y sin pretender abusar de la confianza depositada por los lectores, se delega en ellos el trabajo de campo y su periódica actualización, con la seguridad de que logrará dimensionar el alcance y riqueza del tema. Para tales propósitos, se sugiere como guía el esquema presentado en el cuadro N° 2.25.

### Gráfica N° 2.19. Pirámide de Kelsen: Jerarquía de normas aplicables al sistema financiero Colombiano.

(Las citas base de pirámide son indicativas).



**Cuadro N° 2.25. Normatividad Colombiana en tasas de interés según naturaleza jurídica (NJ), tipo de interés y moneda**

NJ Tipo	Código/Legislación			Entes Control			
	Comercio	Civil	Penal	SF	SIC	SES	
Moneda Legal	(A) Corriente	CC Art. 884 Art. 68 Ley 45/90. Art 111 Ley 510/99. Art 128 Dcto 663/93. Art.1a3 Dcto 2994/90.  <b>Ley 795/03</b>	Art.1617 y 2232. Art. 60		CE 046/03		Banco de la Republica
	(B) Mora	Art. 884 Art. 65 Ley 45/90	Art. 1592 Art. 15 DR 2231/98.				
	(C) Usura	Art. 886 Art. 22 Ley 45/90.	Art. 2235	Art 305			
Doctrina	A						
	B						
	C						
Jurisprudencia	A						
	B						
	C						

(A): También denominado: legal, convencional o remuneratorio.

SF = Superintendencia Financiera, SIC= Superintendencia de industria y comercio y SES = Superintendencia de economía solidaria.

... continuación cuadro N° 2.25.

NJ Tipo	Código/Legislación			Entes Control		
	Comercio	Civil	Penal	SF	SIC	SES
Moneda Extranjera.	(A) Corriente					
	(B) Mora					Res 53/92
	(C) Usura					
Doctrina	A					
	B					
	C					
Jurisprudencia	A					
	B					
	C					

Banco de la Republica

(A): También denominado: legal, convencional o remuneratorio.

SF= Superintendencia Financiera, SIC= Superintendencia de industria y comercio y SES= Superintendencia de economía solidaria.

## 2.14. Casos propuestos

1. El Tesorero de la empresa XYZ, tiene la opción de constituir un CDT a 180 días y tiene 2 ofertas:

- Emisor A 6% T.V.
- Emisor B 6% T.A.

Cuál alternativa es más rentable para la empresa?

Qué emisor obtiene mayor margen financiero bruto si la tasa activa es del 10% e.a.?

2. El anterior caso con las siguientes tasas:

- Emisor A 9% TA.
- Emisor B 10.5% TV.

3. Con tasas de:

- Emisor A 6.53% M.V.
- Emisor B 7.12% T.V.

4. Emisor A 8.4% año anticipado  
Emisor B 10.3% S.V.

5. Emisor A 9.4% e.a.  
Emisor B 10.2% año vencido.

6. Durante el año (t) la inflación se ubicó en el 4.6%, ¿cuál es la tasa de interés real que rentó un portafolio, si su rentabilidad bruta fue del 5,5% M.V.?

7. La rentabilidad neta de una cuenta de ahorros, generó una tasa de interés real de 5 puntos. Si la inflación fue del 4%, ¿cuál fue la rentabilidad anual semestre vencida generada en la cuenta?

8. La empresa AB, debía cubrir un sobregiro el día 10 del mes por valor de \$500.000; sin embargo, sólo lo hizo 5 días después. Cuánto tuvo que pagar, si la tasa de mora es del 1.6% por cada período mensual vencido?

9. Cuál fue la rentabilidad diaria que obtuvo una Aceptación Bancaria que forma parte integral del portafolio, si se compró en \$ 43.000.000 y se vendió en \$ 44.100.000 dos meses más tarde?

10. El portafolio de inversiones está conformado en un 95% por papeles de renta fija a tasa fija y la porción restante por valores de renta variable. Si los papeles de renta fija rentan al 6% s.v. y las acciones pasaron de \$70 a \$70,2 durante el mes de valoración [no generó ningún dividendo]. Cuál es el rendimiento real del portafolio si se asume una inflación del 4%?

11. El portafolio de inversión de una administradora de Fondos de Pensiones, está conformado por los siguientes activos, según participación relativa:

<b>Tipo de papel</b>	<b>[%]</b>	<b>Tasa de interés</b>
Bonos	25.0	7.0% año vencido
TES	15.0	6.0% semestre anticipado
Título Hipotecario	20.0	DTF + 2 Puntos
CDT's	40.0	UVR + 6 puntos

DTF=6%. La UVR en el mes de referencia, pasa de 150,25 a 152,75.

¿Cuál es la tasa de interés bruta generada por el portafolio al final del primer mes de operación?

## NOTAS COMPLEMENTARIAS

---

## **NOTAS COMPLEMENTARIAS**

---

## Bibliografía consultada

- ACHING, GUZMÁN, César.** "Fundamentos matemáticos y manual de funciones financieras en Excel" [www.gestiopolis.com](http://www.gestiopolis.com)
- Banco de la República.** Archivos Excel. Series estadísticas varios años. [www.banrep.gov.co](http://www.banrep.gov.co)
- \_\_\_\_\_. Borradores de economía. Bogotá, Varios números.
- CEBALLOS Hornero, David.** "Análisis del tiempo como variable en economía financiera" Tesis doctoral para optar al título de doctor en economía, Departamento de Matemática Económica, Financiera y Actuarial. Universidad de Barcelona, 2.003.
- CHIANG, C. Alpha.** *Métodos fundamentales de economía matemática* 3ª Ed. MGH. Bogotá, 1998.
- ESCOBAR URIBE, Diego.** *Economía Matemática*. Alfaomega-Ediciones Uniandinas. 2ª ed. Bogotá, 2005.
- FRIEDMAN, Milton.** *Teoría de los precios*. Alianza Universidad. Textos. 1ª Ed, 1982. Madrid-España
- GARCIA, Jaime.** *Matemáticas financieras con ecuaciones de diferencia finita*. Universidad Externado de Colombia. Bogotá, 1986.
- HUERTAS CAMPOS, Jaime Abel.** *Cálculo actuarial: contingencias de vida individual*. UN de Colombia, Facultad de ciencias. 2.001.
- KELLISON, Stephen G.** *The theory of interest*. Richard D. IRWIN Inc. 1991, 2<sup>nd</sup> ed.
- KEYNES, Jhon M.** *Teoría General de la Ocupación el Interés y el Dinero*. FCE, Bogotá, 1981
- LAURENCE D., Hoffmann.** *Cálculo Aplicado para Administración, Economía, Contaduría y Ciencias Sociales*. McGraw Hill. 1.985.
- NICHOLSON, Walter.** *Teoría microeconómica*. Mc GrawHill. 6ª Ed. España. 1997.
- Superintendencia Financiera de Colombia.** Res. 200, 500/95. Circular externa 011, 033 y 041/02, CE 042/01, EOSF- Ley 725/03, Circular básica contable y financiera 100/95 y jurídica 007/96 con sus actualizaciones.
- \_\_\_\_\_. Información financiera, estadística y de rentabilidades. Varios años. Portal Internet: [www.superfinanciera.gov.co](http://www.superfinanciera.gov.co)
- TOVAR JIMÉNEZ, José.** "Capitalización compuesta". Documento de trabajo. Madrid España. 2001
- URRUTIA. Juan.** "Tipos de interés" Nº 25. *Enciclopedia Práctica de Economía*. Ediciones Orbis. Barcelona - España. 1983
- VELOSA GAITAN, Néstor Francisco y SANMIGUEL A, Héctor A.** "Manual de Matemáticas Financieras Aplicadas al Sector Financiero". Asobancaria, 1990.
- VELOSA GAITAN, Néstor Francisco.** "Factores críticos de éxito en la gestión comercial de productos financieros. Un enfoque estratégico". Documento Seminario-taller. Universidad Nacional de Colombia PEC – Facultad de Ciencias Económicas. Bogotá, abril 2.000.
- WESTON & COPELAND.** *Manual de Administración Financiera*. MGH. Volumen 1, Bogotá, 1997.

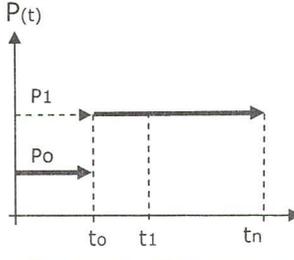
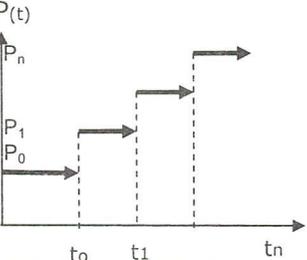
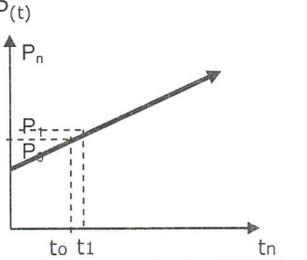
### Capítulo 3. Inflación y devaluación

#### 3.1. Tasa de inflación

La inflación se define como el alza continua y progresiva en el nivel general de los precios de los artículos que conforman la canasta básica (patrones generales de consumo de los hogares, independientes de su nivel de ingresos) o de referencia. Se expresa por un índice general, que refleja la variación de un promedio ponderado de las categorías de bienes y segmentos en o entre períodos determinados.

Canasta básica y familiar son dos conceptos diferentes; “la primera se basa en los patrones de consumo de todos los hogares del país, es decir, hogares de ingresos bajos, medios y altos. El segundo concepto, hace alusión solo a los bienes y servicios consumidos por los estratos de trabajadores que devengan el salario mínimo”<sup>1</sup>.

**Gráfica N° 3.1. Tendencias de precios y condición de inflación por medición de índice**

Ausencia de inflación	Alza continua en Precios [inflación: variación discreta]	Tendencia continua ... [intervalo pequeño]
		
<p>Var(%)entre: t1 y t0 = 0</p>	<p>Var(%)entre: t1 y t0 = <math>\Delta p/\Delta t</math></p>	<p>Var(%) : <math>(dP/dt)(1/t) = \%P</math></p>

La gráfica N° 3.1. registra tres condiciones particulares de análisis del comportamiento de los precios en función del tiempo. El recuadro izquierdo, presenta una situación de ausencia de inflación, por cuanto no hay cambios en los niveles de precios entre el período t1 y t0 o tn, y no cumple con la condición necesaria de variación continuada en el tiempo.

Los dos restantes planos cartesianos, registran situaciones inflacionarias, de manera tal que se registra en forma recurrente una variación en el nivel de precios por unidad de tiempo transcurrida y que matemáticamente corresponde al concepto de pendiente de la línea de precios. En el cuadrante derecho, se mide este fenómeno en un intervalo pequeño por derivación de la función.

<sup>1</sup> LORA, Eduardo. *Técnicas de medición económica. Metodología y aplicaciones en Colombia*. 3a ed. Alfaomega Bogotá. 2005, Pág. 84.

Por aplicación metodológica, la medición estadística oficial llevada a cabo por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística DANE, se realiza por períodos mensuales, sobre una base de comportamiento de la forma que muestra el cuadrante central.

Se advierte que entre uno y otro período, es probable que el índice disminuya como ocurrió en un par de meses de los años 2.000, 2.003, 2.004 y en octubre de 2.005. De igual forma, se destaca un hecho histórico en las últimas décadas: inflación cero "0" en el mes de agosto de 2.005<sup>2</sup>.

**Inflación básica:** Se calcula por la variación periódica del IPC, exceptuando los precios de los alimentos agropecuarios, los servicios estatales y el transporte.

**Inflación total:** Corresponde a la variación del índice de precios al consumidor IPC, entre dos períodos determinados. La gráfica N° 3.2 registra la tasa de inflación (variación anual del IPC) en un período de más de cincuenta años, con alta variabilidad y comportamiento sostenido en inflación de dos dígitos e inicio de un descenso hasta el cierre de la serie histórica, - nivel asimilable al registrado al inicio y final de los años 60, excepto en el año 63 (32.8%)- con inflación de un dígito. De otro lado, el nivel más alto de inflación, se registró en el año 1974, con cifra record del 36.18% al culminar el período del plan de desarrollo nacional, titulado las cuatro estrategias<sup>3</sup>.

**Gráfica No 3.2. Tasa % de inflación en Colombia. 1952-2007**



Fuente: Banco de la República Subgerencia asuntos económicos.

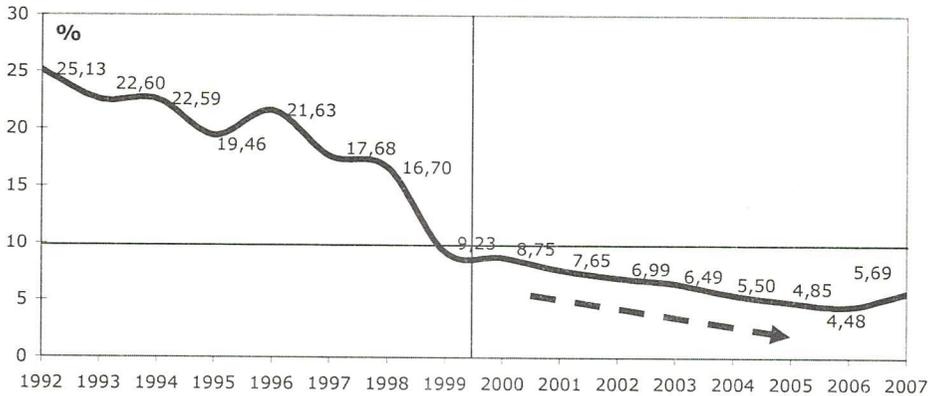
A partir del año de 1999, el país inicia la etapa de inflación de un dígito, en respuesta al manejo de la política macroeconómica y por precepto constitucional. En busca de estabilidad con desarrollo y crecimiento

<sup>2</sup> DANE. "Serie estadística Precios -Comportamiento del IPC" Portal de Internet. [www.dane.gov.co](http://www.dane.gov.co)

<sup>3</sup> Desarrollo urbano, promoción de exportaciones, aumento en la productividad agrícola y redistribución de los ingresos vía sistema impositivo progresivo.

económico, el Emisor adopta la metodología de inflación objetivo, que en un término de ocho años de acuerdo al punto de partida, ha logrado reducir en algo más de la mitad, la tasa de inflación, como se aprecia en la gráfica N° 3.3., al final del año 2.006. En el 2007, rompe la tendencia y se ubica en 5.69%, alejándose de la franja establecida por el emisor.

**Gráfica N° 3.3. Variación porcentual del IPC en Colombia. 92-07**



Fuente: DANE. Colombia. IPC. Variaciones anuales.

### 3.2. Metodología de medición de la inflación

Para medir la inflación, el DANE se apoya en canastas de bienes agrupadas por categorías y con base en estudios de estilos de vida (forma como los individuos/hogares invierten/gastan su tiempo y su dinero/presupuesto), según segmentos de la población y nivel de ingresos, determina la participación que posee cada grupo o categoría dentro del total de gastos y de esta forma, estructurar un índice base igual al 100%, para un determinado año. Este índice es susceptible de asociarlo a otro año base, dado que cumple las propiedades de identidad, reversibilidad y transitividad.

Los niveles de ingresos per cápita de los tres estratos socioeconómicos considerados, se normalizan por edad y número de integrantes del hogar, según ponderación del 50%, 45% y 5% respectivamente, como se registra en el cuadro N° 3.1. Por su parte, los 9 grupos de bienes y servicios identificados, se dividen en 34 subgrupos de gasto, que identifica el sector productor respectivo y a su vez, cada subgrupo en 79 clases de gasto, y éstos nuevamente en 176 tipos de gasto básico, que contienen 405 artículos con sus variedades, según metodología aplicada por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística DANE.

El criterio para seleccionar los artículos corresponde a la participación relativa de contribución del bien o servicio en la estructura del gasto y a la frecuencia de demanda. Así mismo, contempla bienes y servicios con

tendencia de crecimiento de demanda, con el fin de garantizar que la base de cálculo se mantenga actualizada, por dinámica propia.

El rubro de salud, contempla el perfil epidemiológico –morbilidad- propio de cada región. La inclusión de bienes y servicios en la canasta, obedece a criterios de permanencia en el mercado, grado de facilidad de establecer precios en forma representativa y continuidad en el uso del bien.

**Cuadro N° 3.1. Ponderación por bienes y servicios de la canasta de bienes por estrato socioeconómico - modelo**

<b>ESTRATO SOCIOECONÓMICO</b>				
<b>Nivel de ingresos CATEGORIA (bien o servicio)</b>	Bajo (50%)	Medio (45%)	Alto (5%)	<b>TOTAL</b>
Alimentos	35.0	30.5	40.5	33.3
Vivienda	24.0	26.0	...	...
Vestuario	15.0	16.5		
Salud	8.0	9.0		
Educación	6.0	8.0		
Cultura	2.0	3.0		
Diversión y esparcimiento	4.0	2.0		
Transporte y comunicaciones	2.0	3.0		
Gastos varios	4.0	2.0		
TOTAL	100.0	100.0	100.0	100.0
Participación	45.0	41.0	...	100.0

Al momento de esta publicación, el DANE aplica la metodología IPC/98<sup>4</sup>, con cobertura en 13 ciudades con sus áreas metropolitanas. Las fuentes de información corresponden a una muestra estadísticamente confiable y representativa de 20,000 establecimientos, repartidos entre comercio al por menor predominante y viviendas, sin descartar importantes fuentes como lo son las alcaldías, empresas de servicios públicos domiciliarios, centros educativos, entre otras<sup>5</sup>. Con base en éste esquema, se puede establecer en forma periódica, la evolución que registran los precios de los diferentes bienes, para luego medir comparativamente su impacto.

De acuerdo a los planteamientos anteriores, se diseña el cuadro N° 3.2, que registra el comportamiento del IPC, por grupo de bien y estrato socioeconómico, con cifras simuladas. Se deduce del ejercicio, que el incremento de los precios de la canasta familiar del segmento<sub>1</sub> entre el período  $t_1$  y el período  $t_0$ , es del 10.6%, y en el siguiente período de 6.70%.

<sup>4</sup> FREIRE D. Eduardo E. "Metodología IPC-98" DANE. Proyecto: Nuevo IPC 1997-1999. Asesor convenio DANE - U. del Valle, Cali Colombia.

<sup>5</sup> LORA, E. Op.cit. Pág. 82.

En este mismo sentido, la tasa de inflación de la economía como un todo, es del 10.7% y 7.7% respectivamente, en estos períodos.

**Cuadro N° 3.2. Comportamiento del IPC por grupo de bien y estrato socioeconómico**

CATEGORIA	BASE=100 [t <sub>0</sub> ]	Período [t <sub>1</sub> ]	Período [t <sub>2</sub> ]	Período [t <sub>n</sub> ]...	Δ IPC [t <sub>2</sub> /t <sub>1</sub> ]
Alimentos [A]	100.0	110.0	120.0	145.2	9.09
Vivienda [Vi]	100.0	112.0	115.0	138.2	2.68
Vestuario [Ve]	100.0	115.0	111.0	...	...
Salud [S]	100.0	105.0	112.0		
Educación [E]	100.0	108.0	113.5		
...					
Otros gastos [O]	100.0	102.0	110.0		
<b>TOTAL Segmento<sub>1</sub></b>	100.0	<b>110.6</b>	<b>118.0</b>		<b>6.70</b>
<b>TOTAL Segmento<sub>2</sub></b>	100.0	<b>110.8</b>	<b>119.9</b>		<b>8.21</b>
[%] Segmento <sub>1</sub>	45.0	38.0	37.5		...
[%] Segmento <sub>2</sub>	15.0	14.0	14.2		...
...	...				
[%] Segmento <sub>n</sub>	...	...	...		
<b>Variación [I.P.C.]</b>	<b>100.0</b>	<b>110.7</b>	<b>119.3</b>	<b>...</b>	<b>7.77</b>

TOTAL Segmento<sub>1</sub> = ΔP[A]\*[%A] + ΔP[Vi]\*[%Vi] + ΔP[Ve]\*[%Ve] + ΔP[S]\*[%S] + ΔP[E]\*[%E] + ... + ΔP[O]\*[%O].

El cuadro N° 3.3., resume por estrato la variación del IPC y registra el valor del IPC al final del período t<sub>2</sub>.

**Cuadro N° 3.3. Expresión del IPC por segmento socioeconómico y tasa de inflación.**

SEGMENTO	Var % [t <sub>1</sub> /t <sub>0</sub> ]	Var % [t <sub>2</sub> /t <sub>1</sub> ]	IPC base [t <sub>0</sub> ]
1	10.6	6.7	<b>118.0</b>
2	10.8	8.2	<b>119.9</b>
...			
N	...	...	...
<b>Tasa inflación (%)</b>	<b>10.7</b>	<b>7.7</b>	<b>119.3</b>

Si los períodos objeto de análisis son años completos, la tasa de inflación correspondiente se determina por la relación:  $[\text{IPC}(t_1)/\text{IPC}(t_0)] - 1 * 100$ ; esto es, tasa de inflación  $\text{seg}_1(t_1) = [110.6/100] - 1 * 100 = 10.6\%$

### 3.3. Índice de precios al consumidor - IPC

El índice de precios al consumidor, es uno de los principales indicadores del comportamiento de las economías, que refleja las variaciones en los precios

del conjunto de bienes incluidos en la canasta. Su estructura metodológica se soporta en el índice de precios de Laspayres (IPL) o de ponderación fija (mantiene las mismas participaciones del período base para calcular cualquier otro período corriente), según artículos seleccionados en la canasta básica. La teoría ofrece otro índice conocido como Paasche (IPP), que a diferencia del IPL, maneja ponderaciones variables, puesto que se basa en las ponderaciones del período corriente, aunque el índice haga referencia a la misma base de cálculo.

La expresión de los índices de Laspayres (IPL) y Paasche (IPP) se definen, de acuerdo a las siguientes relaciones:

$$IPL_{t_1/t_0} = \frac{\sum W_0 P_1}{\sum W_0 P_0} ; \text{ donde } W_0 = \frac{q_0}{\sum q_0}$$

$$IPP_{t_1/t_0} = \frac{\sum W_1 P_1}{\sum W_1 P_0} ; \text{ con } W_1 = \frac{q_1}{\sum q_1}$$

Las ecuaciones, representan precios (P) y ponderaciones (W) o pesos específicos de la cantidad de los bienes incluidos en la base de medición.

“...el índice de precios de Laspayres puede obtenerse como el cociente entre la producción del año base valorada a los precios corrientes, y la misma producción valorada a sus propios precios. Por su parte, el IPP, resulta de comparar el valor de la producción del año corriente, a sus propios precios, con esa misma producción valorada a los precios del año base”<sup>6</sup>. Sobre estos índices existen críticas, sin embargo, el de uso más generalizado es el IPL.

### 3.4 Temporalidad de medición del IPC: año completo y año corrido

Para efectos comparativos y de expresión de la variación del IPC, es factible y útil tener mediciones de la inflación por año completo, que corresponde al período comprendido entre algún mes del año en curso y el mismo período del año inmediatamente anterior, como puede ocurrir con la inflación de marzo (t<sub>1</sub>) y marzo (t<sub>0</sub>) o de cualquier otro período que puede ser la tasa de inflación calculada para un año calendario completo.

Cuando se hace referencia a la inflación año corrido, se considera el año calendario contado a partir de enero hasta el período que se desea medir. Si se quiere armar la serie por índice, se debe tomar como base de cálculo acumulativo inicial, el período inmediatamente anterior que para estos efectos, es diciembre.

<sup>6</sup>LORA, E. Op. cit. Pág. 69.

### 3.5. Precios corrientes y precios constantes

Las series estadísticas calculadas en unidades monetarias, normalmente vienen expresadas en pesos corrientes o constantes. En este último caso, el año base tomado como referencia, indica que los precios implícitos en cada unidad corresponden a los de ese año, de manera tal que se refleja el verdadero crecimiento o crecimiento real de dicha variable, durante un período.

El término precios corrientes equivale a expresar unidades monetarias, bien sea de un flujo de capital o de un componente de producción (precios y cantidades), sin descontar el efecto inflacionario; es decir, valorar a precios de mercado. Como ejemplos de comportamiento periódico bajo esta condición, se encuentran el crecimiento económico del país o PIB, la producción de azúcar, el volumen de captación de recursos vía CDT's, el volumen de la cartera del sistema financiero, entre otros, sin deflactar.

El concepto de precios constantes -aislar cambios en el nivel de precios asociados a una variable-, contrario a lo expuesto en el caso anterior, consiste en descontar a la variable monetaria el factor inflacionario, de tal manera que se puede expresar al tomar un período base determinado y así poder reflejar un comportamiento real de la(s) variable(s) objeto de análisis. Este procedimiento es de gran utilidad, al cuantificar variaciones que se explican por cambios en el nivel de la producción y/o por efecto en los precios.

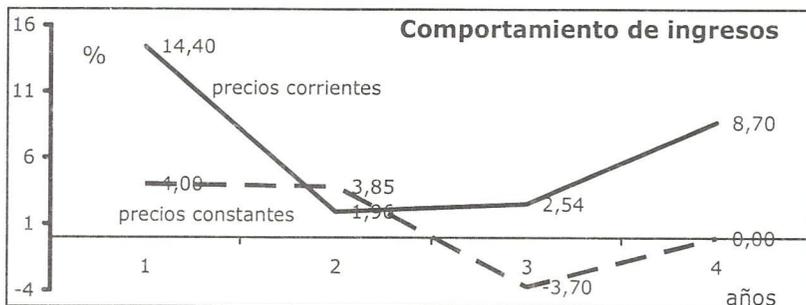
El cuadro N° 3.4., registra una serie histórica de cuatro años, que discrimina entre cantidad de unidades producidas y vendidas por año, y el precio unitario de venta, de manera tal que el producto de estas dos variables, genera los ingresos de la compañía. Al revisar únicamente el comportamiento de los ingresos anuales a precios corrientes, se concluye que en el primer y cuarto año, se registraron las mayores variaciones, situación técnicamente cierta. Sin embargo, la pregunta clave que se debe formular es: ¿cuánto crecieron los ingresos en términos reales (descontado el efecto precios) o cuánto creció el nivel de producción (número de unidades vendidas)? Como se cuenta con valores desagregados, la variación de la producción revela su crecimiento real, la cual disminuyó en el año tres, en un 3.7% y en el último año, se mantuvo constante la producción luego de un incremento en los dos primeros años, de dos unidades por período (De 50 a 54).

Dado que en el año (2), creció la producción y descendió el nivel de precios, el efecto combinado hace que sea más alto el crecimiento real que a precios corrientes (3.85% vs 1.96%). De otro lado, al tomar como base el año cero (0), se aprecia claramente el nivel de ingresos constantes, de tal forma que el precio por unidad en ese año (0), es de 100 unidades monetarias, que al

ser multiplicadas por el número de unidades producidas, genera el flujo de ingresos constantes.

**Cuadro N° 3.4. Crecimiento nominal y real de ingresos.  
El efecto precio**

	0	1	2	3	4
Cantidad (%)	50	52	54	52	52
Precios (%)	100	110	108	115	125
Ing[Px Ctes] (%)	5.000	5.720	5.832	5.980	6.500
IPC [t0]	100,00	110,00	108,00	115,00	125,00
Ing [Px Ktes] (%)	5.000	5.200	5.400	5.200	5.200
		4,00	3,85	-3,70	0,00



IPC [t4]	80,00	88,00	86,40	92,00	<b>100,00</b>
Ing [Px Ktes] (%)	6.250	6.500	6.750	6.500	6.500
		4,00	3,85	-3,70	0,00

La serie histórica de precios, permite construir el respectivo índice, a partir del año cero (0) como período base, en forma secuencial y que se convierte en el deflactor de los ingresos corrientes para su conversión a precios constantes. El año base puede ser cambiado a cualquier otro de los restantes, lo cual garantiza la consistencia de los resultados y, por supuesto, de los análisis respectivos, como puede ocurrir al expresar los ingresos reales a precios del período  $t_4$ .

### 3.6. Deflactor del PIB (Producto interno bruto)

Antes de determinar qué es y cómo se calcula el deflactor del PIB, es prudente recordar qué significa PIB. El producto interno bruto, se define como la cantidad de bienes y servicios –finales- producidos en una economía durante cierto período de tiempo y calculados a precios de mercado. El PIB es el principal indicador de actividad económica, utilizado para medir el comportamiento de la economía global de un país y se utiliza con frecuencia

como referente para efectos comparativos con otros países, como base para medir el desempeño de variables locales, como es el caso de la profundización financiera, PIB per-cápita entre otros.

El PIB se calcula a precios corrientes o constantes. El PIB nominal (precios corrientes) mide el valor de la producción expresada en precios del período para el cual se calculó; y el real (precios constantes), mide la producción de uno o varios períodos expresada a precios de un año base ( $t_0$ ). En todo caso, la tasa de variación (crecimiento o disminución) de la economía, corresponde al desempeño que registre el PIB en términos reales.

La tasa de inflación de un país, conocida como el deflactor implícito del PIB, se obtiene del cociente entre la unidad más la tasa de variación porcentual del PIB nominal de cada período y la suma entre uno y la variación del PIB real periódica; se resta la unidad para luego ser expresada en términos porcentuales. Este es el “verdadero o real” índice de precios de una economía durante un período, dado que incluye todos los bienes y servicios producidos; sin embargo, por su misma complejidad de cálculo y dada la necesidad de indexar variables al desempeño mismo de la economía (oportunidad de información), los gobiernos a través de sus departamentos de estadística (DANE para Colombia), aplican encuestas para medir el IPC o índice de inflación, de acuerdo con la metodología previamente presentada.

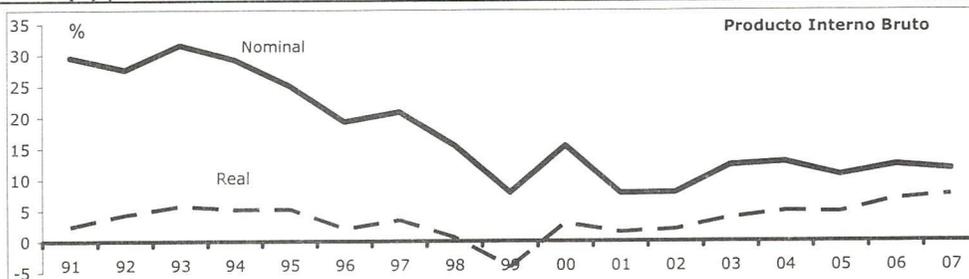
Por su parte, el deflactor-índice utiliza las ponderaciones del período corriente para su cálculo, representado por  $Q_t^i$ , que corresponde al número de unidades producidas de bienes y servicios en el período en curso. Tal como está estructurado, el deflactor-índice responde a la metodología del índice de Paasche o ponderado en el año corriente, como se registra en la ecuación (1).

$$\text{Deflactor}_{\text{índice}} \text{ PIB} = \frac{\text{PIB (precios corrientes)}}{\text{PIB (precios año / base)}} = \frac{\sum p_t^i q_t^i}{\sum p_0^i q_t^i} \quad (1)$$

En el cuadro N° 3.5., se aprecia el comportamiento del PIB a partir del año 1.990 hasta el año 2.007. Estos dos últimos años con valor provisional, razón por la cual se acude a la aplicación de la encuesta para determinar el IPC. El valor del producto interno bruto –PIB-, está expresado en precios corrientes y constantes, según metodología adoptada. Dentro del período considerado, el año 1.999 registró una disminución real de la economía del 4.2%, entre otros factores por la caída del sector de la construcción (relevante en el desempeño económico), crisis de la UPAC que afectó al sector financiero y que conjuntamente al lado de otras variables macroeconómicas, impactó el desempeño global de la economía.

**Cuadro N° 3.5. Variación anual del PIB a precios corrientes y constantes del año 94, deflactor e IPC.**

Fin de	Producto interno bruto total				Deflactor [Índice]	Variación IPC [%]	
	Corrientes		Constantes			implicito (PIB)	DANE
	[\$ MMM]	[%]	[\$ MMM]	[%]			
1990	24.030,2	-	56.873,9	-	84,2		
1991	31.130,6	29,5	58.222,9	2,4	86,2	26,5	23,1
1992	39.730,8	27,6	60.757,5	4,4	90,0	22,3	17,9
1993	52.271,7	31,6	64.226,9	5,7	95,1	24,5	13,2
1994	67.532,9	29,2	67.532,9	5,1	<b>100,0</b>	22,9	20,7
1995	84.439,1	25,0	71.046,2	5,2	105,2	18,9	15,4
1996	100.711,4	19,3	72.506,8	2,1	107,4	16,9	14,5
1997	121.707,5	20,8	74.994,0	3,4	111,0	16,8	17,5
1998	140.483,3	15,4	75.421,3	0,6	111,7	14,8	13,5
1999	151.565,0	7,9	72.250,6	-4,2	107,0	12,6	12,7
2000	174.896,3	15,4	74.363,8	2,9	110,1	12,1	11,0
2001	188.558,8	7,8	75.458,1	1,5	111,7	6,2	6,9
2002	203.451,4	7,9	76.917,2	1,9	113,9	5,9	9,3
2003	228.516,6	12,3	79.884,5	3,9	118,3	8,1	5,7
2004	257.746,4	12,8	83.772,4	4,9	124,0	7,6	5,5
2005	285.312,9	10,7	87.727,9	4,7	129,9	5,7	4,9
2006(p)	320.341,9	12,3	93.730,9	6,8	138,8	5,1	4,5
2007(P)	357.421,7	11,6	100.777,5	7,5	149,2	3,8	5,7



(p) Provisional. La metodología empleada corresponde a la nueva revisión del Sistema de Cuentas Nacionales 1993 (SCN93), con año base 1994.

Fuente: Banco de la República Cuadro No 8.1 Series estadística, con base en el DANE.

Como se expuso, el deflactor se obtiene del cociente entre el valor absoluto del PIB a precios nominales del año base (1.994) y el respectivo valor del PIB a precios constantes; por consiguiente, la variación del índice refleja la variación de la economía colombiana (PIB precios constantes).

Las últimas dos columnas del cuadro N° 3.5., registran la evolución de la tasa de inflación, medida por la variación del IPC obtenida de dos fuentes, de acuerdo con las condiciones previas expuestas. La primera resulta del cambio anual del deflactor implícito del PIB, y la segunda, por aplicación de la encuesta del DANE. Como se aprecia, existen diferencias de valores por el método aplicado; sin embargo, es indispensable cuantificar la tasa de inflación para efectos de los ajustes macroeconómicos y toma de decisiones que requiere el país. Al calcular la tasa geométrica anual de tendencia de la tasa de inflación por ambos métodos, se establece que el ritmo de descenso

de este índice, es del 11.4% al pasar del 26.5% en el año 1.991, a 3.8% en el 2007(p) por deflactor y del -8.4% promedio año, es decir, del 23.1% al 5.7% por IPC-DANE.

### 3.7. Flujos de fondos deflactados, a precios constantes o de crecimiento real

El efecto de la inflación en un flujo de caja, se puede analizar directamente al calcular la tasa real de rentabilidad, en este caso la TIR, y sobre esta base descontar el efecto inflacionario. El cuadro N° 3.6 muestra un flujo de fondos futuros de un título a un año, con tasa de interés del 12% anual TV, que equivale al 12.55% efectiva anual. Si la tasa de inflación es del 5%, la tasa real de renta del valor es del 7.19% (cociente entre la TIR del título y la tasa de inflación).

Ahora bien, es igualmente válido, tomar el flujo de caja corriente y expresarlo a precios corrientes del momento cero y, que para efectos prácticos del caso, corresponde al factor de descuento como denominador del flujo corriente. En consecuencia, los flujos futuros corrientes por valor de tres (3) unidades monetarias, quedan re-expresados en 2.96, 2.92 y 2.89 respectivamente –efecto costo dinero en el tiempo-, y el último flujo en 98.09. La TIR efectiva anual de este nuevo flujo, corresponde al 7.19% que con las herramientas –funciones- de ayuda de la hoja de cálculo Excel, (TIR e INT.EFECTIVO) se obtienen las tasas correspondientes. Dado que la base de los factores es la tasa de inflación (5%), por consistencia de los cálculos y simple comprobación, la relación de valor futuro a valor presente es equivalente a dicha tasa. De igual manera sucede con la variación periódica, ya que al llevar a valor futuro estos porcentajes a igual tasa, se llega al valor inicial de 5%.

**Cuadro N° 3.6. Flujo de caja deflactado y cálculo de la tasa real**

Periodos	Flujo [ \$ ]		Factor Descuento	Variación (%) Factor D.
	Corriente	Deflactado		
0	-100,00	-100,0000	1,0000	-
1	3,00	2,9636	1,0123	1,23%
2	3,00	2,9277	1,0247	1,23%
3	3,00	2,8922	1,0373	1,23%
4	103,00	98,0952	1,0500	1,23%
VPN [ \$ ]	0,00	0,00		
TIR (anual TV)	12,00%	7,01%		
TIR (ea)	12,55%	<b>7,19%</b>		
TIR (Real)	<b>7,19%</b>			
Tasa inflación				<b>5,00%</b>

### 3.8. Devaluación y revaluación de la moneda

Al igual que los bienes y servicios, la moneda de cada país (pesos, dólares, libras esterlinas, euros, etc.), respecto de un tercero tiene un valor relativo, y dependiendo si éste aumenta o disminuye se presentan situaciones de revaluación o devaluación, respectivamente. El peso colombiano registra tendencia general devaluacionista en perspectiva de largo plazo, con referencia al dólar americano; de hecho, hacia el año 1.995 el tipo de cambio peso/dólar, se ubicó en \$1.000 pesos y en el primer trimestre del año 2007, en un promedio aproximado de \$2.200 (con tendencia a la baja); es decir, en este lapso se devaluó el peso en más del doble con respecto a esta moneda (120%). Por lo general, este tipo de comportamiento se explica entre otras razones, por baja demanda de la moneda local o desequilibrio (mayor demanda frente a la oferta) del mercado de divisas, falta de confianza, inestabilidad de la economía local y efectos inflacionarios entre otras causas, propios de modelos de libre régimen cambiario, con sistemas de bandas como el caso colombiano.

El cambio de valor en la moneda, afecta directamente el desempeño económico de los países y unidades de explotación económica, con pasivos en monedas extranjeras (ejemplo dólares de EUA), en particular con situaciones de devaluación, al requerir más pesos (caso Colombia) para atender la deuda, que encarece el crédito, pese a mantener el mismo valor en dólares. Las operaciones de comercio internacional, están expuestas a variaciones del valor de la moneda de negociación, de tal suerte que un exportador colombiano recibe el pago de su mercancía liquidada en dólares y quien importa cancela también con divisas (dólares), con igual exposición al riesgo de tasa de cambio. Si el peso colombiano se devalúa respecto al dólar, los exportadores van a recibir más pesos por dólar, y de esta forma obtiene utilidades marginales por cuenta de la devaluación e incentivo al empresario para que sea más productivo, reduzca el precio de sus productos de exportación y venda más en el exterior, dado que posee una ventaja competitiva. Por su parte, los importadores frente a igual fenómeno, entregan más pesos colombianos por dólar para cancelar el valor de sus importaciones, lo que ocasiona que los productos importados pierdan competitividad, porque se comercializan a mayor precio para compensar la pérdida por devaluación, con probabilidad de quedar en serias condiciones financieras.

De este punto se puede concluir, que la devaluación se manifiesta por la pérdida de precio que transmite una moneda local frente a una divisa, en este caso el dólar americano con las siguientes implicaciones:

- La devaluación/revaluación traslada los movimientos de precios propios de las condiciones económicas de cada país a sus respectivas tasas de cambio, reflejado en su nivel internacional de competitividad.

- La necesidad de devaluar/revaluar consiste en mantener equilibradas los poderes adquisitivos de dos monedas.

**Tasa de devaluación (TDv):** Definida, como la variación porcentual de la tasa de cambio registrada por período (día, mes, trimestre, año...).

Con el fin de estimar la tasa de cambio, la devaluación y el índice de tasa de cambio real, en el cuadro N° 3.7., se relaciona un bien único comercializable en Colombia y en EEUU y con base en las variaciones de los respectivos IPC de cada país, se calculan y miden los cambios ínter temporales relativos de estas variables entre ( $t_1$ ) y ( $t_0$ ).

**Cuadro N° 3.7. Efecto inflacionario en la tasas de cambio y devaluación entre dos economías**

Período	Precio bien USD\$	Variación IPC [USA] %	Tasa cambio [\$/USD]	Variación IPC [COL] %	Precio bien [COP]
$T_0$	100	0	\$2.000.00	0	200.000
$T_1$	103	3.0	<b>\$2.058.25</b>	6.0	212.000

El proceso inicia con un bien transable cotizado en USD\$ 100, con una tasa de cambio \$/USD en ( $t_0$ ) de \$2,000 por dólar y tasas de inflación del 6% y 3% para Colombia y EUA, respectivamente. Con base en esta información, se establece la tasa de cambio para el período ( $t_1$ ), por valor de \$2.058,25 pesos por cada dólar. Esta nueva tasa de cambio, permite determinar la tasa de devaluación entre los períodos objeto de análisis, en este caso del 2.91%. De acuerdo a la secuencia establecida, se llega a una condición de equilibrio entre las dos monedas, como se registra en las ecuaciones de valor.

$TC(t_1) = \text{Tasa de cambio } (t_1):$

$$TC(t_1) = TC(t_0) \left[ \frac{(1 + IPC_{Col})}{(1 + IPC_{EUA})} \right] = 2.000 \left[ \frac{1.06}{1.03} \right] = 2.058.25$$

[TD] = **Tasa de devaluación:**

$$TD = \left[ \frac{(1 + IPC_{Col})}{(1 + IPC_{USA})} \right] - 1 \times 100 = \left[ \frac{1.06}{1.03} \right] - 1 \times 100 = 2.91\%$$

$$TD = \left[ \frac{TC(t_1) - TC(t_0)}{TC(t_0)} \right] = \frac{2.058.25 - 2.000}{2.000} = 2.91\%$$

**Índice de la tasa de cambio real [ITCR]:** La devaluación/ revaluación real puede expresarse por la relación entre la tasa de devaluación y las tasas de inflación de dos países, en este caso Colombia y Estados Unidos. La condición de equilibrio de sus monedas esta definido por la expresión:

$$ITCR = \left[ (1 + TD) \times \frac{(1 + IPC_{USA})}{(1 + IPC_{Col})} \right] \times 100 = \left[ 1.0291 \times \frac{1.03}{1.06} \right] \times 100 = 100\%$$

o;

$$ITCR = \left[ \frac{TC(t_1)}{TC(t_0)} \times \frac{(1 + IPC_{USA})}{(1 + IPC_{Col})} \right] \times 100 = \left[ \frac{2.058.25}{2.000} \times \frac{1.03}{1.06} \right] \times 100 = 100\%$$

Con el fin de sensibilizar el ITCR, se hace variar la tasa de cambio alrededor de la tasa de equilibrio para medir su efecto. Si la tasa disminuye a 1.50%, *ceteris-paribus*, se registra una revaluación del peso y si aumenta a 3.5%, se devalúa, como se aprecia en el cuadro N° 3.8.

**Cuadro N° 3.8. Sensibilidad del ITCR por variaciones en la tasa de devaluación respecto a la tasa de equilibrio**

TD	ITCR	Resultado
1.50%	98.62%	Revaluado / Apreciado.
2.91%	100.0%	Equilibrio
3.50%	100.57%	Devaluado / Depreciado.

**Nota:** Este procedimiento es aplicable a cualquier par de divisas.

**Efecto combinado devaluación e inflación:** con base en los supuestos desarrollados en el caso planteado en el cuadro N° 3.7., a continuación se ejemplifica esta interacción, al calcular en primer lugar la tasa real de interés. El resultado final, de acuerdo a los supuestos de tasa de interés (i) crediticia del 25% efectivo anual y variación anual del IPC del 6%, es del 17.92%, al remplazar estas variables en la fórmula que calcula la **Tasa de interés real en Colombia**, de la siguiente manera:

$$[1 + IR_{COL}] = \frac{[1 + i_{COL}]}{[1 + IPC_{COL}]}$$

$$IR_{Col} = \left[ \frac{1.25}{1.06} \right] - 1 \times 100 = 17.92\% \text{ ea.}$$

Para equilibrar las dos monedas, se iguala la tasa de interés real del país referido (Colombia) con el cociente entre la tasa de interés y la inflación del tercer país (USA), como se muestra a continuación:

$$[1 + IR_{COL}] = \left[ \frac{(1 + i_{USA})}{(1 + IPC_{USA})} \right] \quad \text{Al reemplazar:}$$

$$\left[ \frac{(1 + i_{COL})}{(1 + IPC_{COL})} \right] = \left[ \frac{(1 + i_{USA})}{(1 + IPC_{USA})} \right] \quad (2)$$

Ahora, para calcular la tasa de interés real del país de referencia, en este caso de USA, se despeja la fórmula (2), por lo tanto:

$$(1 + i_{USA}) = (1 + IR_{COL})(1 + IPC_{USA})$$

$$i_{USA} = (1 + IR_{COL})(1 + IPC_{USA}) - 1$$

Si el IPC de Los Estados Unidos de América es del 4%, ¿cuál es la tasa de interés de este país?

$$i_{USA} = (1.1792)(1.03) - 1 = 21.46\% \text{ e.a.}$$

Esta ecuación es equivalente al cociente entre la tasa de interés doméstica (Colombia) y la Tasa de devaluación (TD). Por lo tanto se tiene:

$$i_{USA} = \frac{(1 + i_{COL})}{(1 + IPC_{COL}) / (1 + IPC_{USA})} - 1 = \frac{(1 + i_{COL})}{(1 + TD)} - 1$$

$$i_{USA} = \frac{1.25}{1.02912} - 1 = 21.46\% \text{ e.a. [Interés corriente]}$$

**Tasas reales equivalentes:** Efectiva anual.

$$\text{Colombia: } IR_{COL} = \frac{1.25}{1.06} - 1 = 17.92\%$$

$$\text{USA: } IR_{USA} = \frac{1.2146}{1.03} - 1 = 17.92\%$$

**Efecto de la devaluación sobre inversiones en dólares americanos:** con soporte en el ejemplo N° 3.1., se mide el resultado de una inversión realizada en pesos en un fondo que administra dólares, según las condiciones supuestas del mercado.

**Ejemplo N° 3.1.** Un inversionista destina \$105 millones de pesos colombianos para invertir en un fondo en dólares americanos, por un término de un año bajo los siguientes supuestos (*ceteris paribus*): tasa de cambio (TRM \$/dólar americano) \$2,100 pesos colombianos, tasa de devaluación (TD) del 4% y tasa de interés en EUA 6.5% anual. ¿Cuál es la rentabilidad real obtenida por el inversionista al finalizar el término, si la tasa de inflación interna para el período fue del 5%?

**Cuadro N° 3.9. Resultados financieros por inversión, en condición favorable de mercados internacionales. Resultados de caso**

Variable	[t <sub>0</sub> ]	[t <sub>1</sub> ]	Cambio [t <sub>1</sub> /t <sub>0</sub> ] %
Valor inversión \$	105.000.000	116.298.000	<b>10.76</b>
TRM [USD/\$]	2.100	2.184	4.0 <sup>1</sup>
Valor inversión [USD]	50.000	53.250	6.5 <sup>2</sup>
Tasa inflación Col %			5.0
Tasa real interés Col %			5.48

(1): Tasa devaluación.

(2): Tasa interés [USA].

De acuerdo con los planteamientos, el cuadro N° 3.9 resume los valores y conversiones de moneda local a dólares. En primer lugar, y de acuerdo a la TRM, el valor de la inversión inicial en dólares equivale a USD\$ 50,000, suma que se convierte en USD\$ 53.250 al liquidar los interés a la tasa del 6.5% anual; adicionalmente, el peso se devaluó el 4% que significa que la tasa de cambio peso/dólar paso de \$2.100 a \$2.184. Este último valor se toma como base para convertir nuevamente a pesos el valor invertido y obtener como resultado, un valor total final de \$116.3 millones de pesos, equivalentes a una renta anual por la operación del 10.76% año vencido, producto de la siguiente igualdad (efecto Fischer):

$$i_{COL} = (1.04)(1.065) - 1 = 10.76 \%$$

Al eliminar el efecto inflacionario, el resultado final es una renta real del 5.48%.

### 3.9. Tasa de cambio y divisas

**Antecedente histórico:** a partir de la promulgación del estatuto cambiario Decreto 444 de 1967 y hasta el año de 1991, Colombia aplicó el sistema de

tasa fija denominado en el lenguaje anglosajón "crawling peg", que establece el valor del peso en función del dólar americano con variación previamente definida, para evitar grandes fluctuaciones de la moneda respecto a la divisa. Este sistema fue conocido en su momento como "devaluación gota a gota".

Como complemento al sistema de control cambiario, surge el sistema de control de capitales, ejercido por el Banco central, que incluye todas las transacciones y negociaciones que se realicen en moneda externa. Dados los antecedentes del pasado reciente, al depender la economía en buena parte de los precios internacionales del café, en una de sus fuertes caídas y por efecto de la apertura económica que impactó drásticamente la balanza comercial, en junio de 1991, el país ingresa a un régimen cambiario más flexible (Ley 9 de 1991 y resoluciones 55 y 57 del Banco de la República). Esta Ley, descentralizó las operaciones de cambio internacional y las direccionó a través de los intermediarios del mercado cambiario autorizados por el Gobierno, para dar mayor movilidad a los recursos financieros.<sup>7</sup>

**Tasa de cambio (TC):** hace referencia a la cantidad de unidades monetarias (local) que se entregan a cambio de una unidad de moneda extranjera (libra, dólar, yen, etc.). Al aumentar la tasa de cambio, se registra una devaluación de tipo nominal, y en caso contrario, de apreciación nominal. La variación en las tasas de cambio entre economías de distintos países *vis-a-vis*, se atribuye a factores tales como:

**a) Efecto directo de la variación del IPC entre dos economías:** si en la economía uno se registra un incremento de la tasa de inflación, mas no en la segunda, la moneda de la primera se depreciará comparativamente respecto a la segunda economía.

Al tomar el caso por ejemplo de un computador personal (CP), que tiene un valor de USD \$ 1.500 en Miami-EUA (A todo costo. Incluye portes y gastos de envío entre otros) y en Colombia bajo las mismas condiciones y especificaciones, registra un precio de \$3.150.000, con una tasa de cambio de \$ 2.100 por dólar, es indiferente el sitio de compra. Si transcurrido un año, la inflación en Colombia cierra el período con un 6% y en Estados Unidos, es cero, el nuevo precio ajustado del CP es de \$ 3.339.000 versus los mismos USD\$ 1.500. Sin variación en la tasa de cambio, el comprador prefiere importar el CP, de tal manera que compra dólares, gira y obtiene su artículo.

Por lo tanto, se concluye que la condición final de las monedas, corresponde a un peso depreciado frente al dólar americano.

---

<sup>7</sup> BANCO DE LA REPÚBLICA. "La paridad descubierta de tasas de interés y la tasa de cambio en Colombia" Nota editorial. Mayo de 2003. Págs. 6 y 7.

**b) Tasas de crecimiento económico:** un sistema económico con tasas de crecimiento mayor, comparativamente tendrá una moneda más fuerte que implica una apreciación frente a la economía con menor tasa de crecimiento.

Si la tasa de crecimiento del PIB de Norte América, es mayor que la alemana, se espera que importe bienes y/o servicios de Alemania para poder atender su demanda interna, situación que genera una caída en el precio del dólar (venta de dólares por euros). Como Alemania presentó menor tasa, no necesita importar bienes de USA, no vende euros y adquiere dólares (compensa el descenso del dólar). Esta situación presiona a la baja el dólar, por su condición de déficit comercial. Por su parte, el mayor crecimiento económico de USA, incentiva el ingreso de capital alemán, en consecuencia, los inversionistas venden euros y compran dólares para invertir, logrando por esta vía financiar el déficit comercial y a su vez frenar la caída del dólar.

La economía con mayor tasa de crecimiento en su PIB aprecia la divisa, frente a la de menor crecimiento, por cuanto atrae más capital extranjero que el capital nacional destinado a importar.

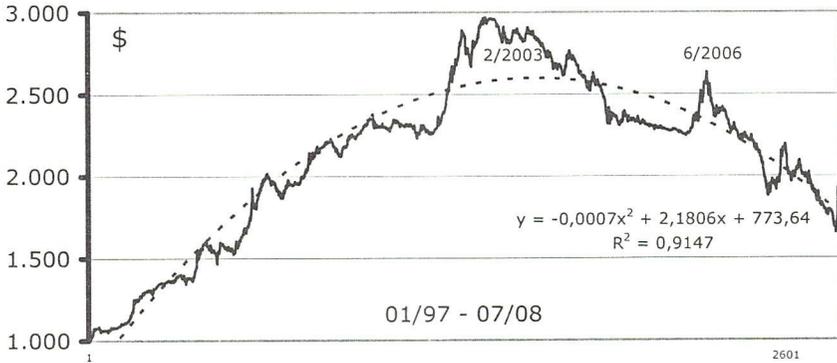
**c) Variación en las tasas reales de interés:** La tasa de interés real es equivalente a la relación entre tipos de interés e inflación esperada. La moneda que registre una tasa de interés real mayor, se revalorizará (revalúa) ante otro país con tasa de interés real menor. Si no hay cambios o esto son iguales –tasas de interés real-, la tasa de cambio se mantendrá sin modificaciones.

Si la tasa de interés ofrecido por el sistema financiero de Norteamérica y de Colombia es del 8% efectivo anual, y la tasa de inflación del 5% para las dos economías, con una tasa de cambio de USD\$ 2.100, un inversionista tendría la misma tasa de rentabilidad real (2.86%), en pesos o dólares. Si la tasa de cambio se mantiene y la inflación en USA cierra en el 3% y en Colombia no sufre cambio alguno, la nueva tasa de interés real en USA calculada es del 4.85%, muy superior que en Colombia. La reacción ante este fenómeno económico por parte de los inversionistas locales, consiste en liquidar sus posiciones en pesos, para adquirir títulos en dólares. El resultado final es un dólar apreciado frente al peso, situación que demanda ajuste de la tasa de cambio, para ganar nuevamente competitividad en este mercado.

**d) Inestabilidad de las condiciones legales y clima político:** Es propio de países con economías emergentes o en vía de desarrollo, donde condiciones estructurales y/o de coyuntura de sus economías de tipo recesiva e inestable, desencadenan procesos de devaluación o revaluación, según sea el caso.

En esencia, las tasas de cambio sufren alteraciones en respuesta a variaciones en las tasas de interés, de inflación o del PIB.

**Gráfica N° 3.4. Comportamiento de la TC - Mercado interbancario. (peso-dólar) Promedio-día 97-julio 08**



Fuente: Banco de la República. SET-Fx.

La gráfica N° 3.4., registra el comportamiento de la Tasa de cambio (\$/USD) promedio día en el período enero 97 a julio 08, con alta volatilidad y niveles máximos del precio de cotización en los meses de febrero y marzo de 2003, al registrar valores pico de \$2.969.94 (día 10) y \$2.962.83 (día 11) respectivamente, y nuevamente repunta a finales del primer semestre del 2006. “El debilitamiento de la moneda se sintió con más fuerza en Colombia que en el resto de países de la región. En el mes de junio el dólar alcanzó la cotización más alta del año (\$2.633), lo que significó una devaluación de 15% entre marzo y junio”<sup>8</sup> (Referido al 2006), para descender nuevamente y tocar piso a mediados de junio/08 con valor promedio de \$1.652.34. Este último valor es similar al registrado a mediados del mes de mayo/99. Este proceso revaluacionista, ha generado gran impacto en particular al sector exportador y en igual dirección golpea negativamente la tasa de desempleo.

Al referenciar las tasas de cambio de monedas de algunos países respecto al dólar, se aprecia que, con excepción del Reino Unido y en el último lustro la Unión Europea, el dólar está devaluado; esto significa, que por convertir un dólar a euros € la relación de intercambio es de 0.69 centavos por dólar, y de 0.50 libras esterlinas para el caso de el Reino Unido a final del año 2.007, como se aprecia en el cuadro N° 3.10. Frente a las demás monedas consideradas, se registra un dólar revaluado, condición dada para buscar competitividad por paridad del poder de compra entre éstas monedas y la Norteamericana.

**Divisa:** moneda externa y de aceptación generalizada en las negociaciones y transacciones internacionales por parte de terceros países, para facilitar el comercio entre estos. Por su condición de aceptabilidad, se constituyen en

<sup>8</sup> BANCO DE LA REPUBLICA. “Informe de la Junta Directiva al Congreso de la República” Marzo/07. Pág. 40.

monedas robustas para conformar canastas de inversión en forma de reservas internacionales, por parte de los Bancos Centrales. Las divisas registran un precio denominado tasa de cambio, que se establece bien sea por mecanismos adoptados por la banca central o por las leyes de oferta y demanda del mercado.

**Cuadro No 3.10. Tasa de cambio de la moneda de algunos países.**  
(Unidades monetarias por dólar de los Estados Unidos)

Fin de:	Unión E. (Euro)	Japón (Yen)	Reino U. (Libra)	Canadá (Dólar)	México (Peso)	Venezuela (Bolívar)	Brasil (Real)	Chile (Peso)
1987	-	123,50	0,55	1,30	2,21	14,50	0,00	238,11
1988	-	125,85	0,55	1,19	2,28	14,50	0,00	247,49
1989	-	143,45	0,63	1,16	2,64	43,08	0,00	296,58
1990	-	134,40	0,52	1,16	2,95	50,38	0,00	336,86
1991	-	125,20	0,55	1,16	3,07	61,55	0,00	374,87
1992	-	124,75	0,64	1,27	3,12	79,45	0,00	382,33
1993	-	111,85	0,67	1,32	3,11	105,64	0,12	431,04
1994	-	99,74	0,64	1,40	5,33	170,00	0,85	404,09
1995	-	102,83	0,65	1,37	7,64	290,00	0,97	407,13
1996	-	116,00	0,60	1,37	7,85	476,50	1,04	424,97
1997	-	129,95	0,60	1,43	8,08	504,25	1,12	439,81
1998	-	115,60	0,60	1,53	9,87	564,50	1,21	473,77
1999	1,00	102,20	0,62	1,44	9,51	648,25	1,79	530,07
2000	1,07	114,90	0,68	1,50	9,57	699,75	1,95	572,68
2001	1,13	131,80	0,69	1,59	9,14	763,00	2,32	656,20
2002	0,95	119,90	0,62	1,58	10,31	1.401,25	3,53	712,38
2003	0,79	107,10	0,56	1,29	11,24	1.596,00	2,89	599,42
2004	0,75	103,82	0,52	1,22	11,20	1.918,00	2,72	573,99
2005	0,84	118,28	0,57	1,16	10,60	2.147,30	2,29	514,04
2006	0,76	117,37	0,51	1,15	10,86	2.147,30	2,15	528,11
2007	0,69	112,46	0,50	1,00	10,85	2.147,30	1,78	498,67

Fuente: Banco de la república Serie estadística cuadro N° 5.3 [www.banrep.gov.co](http://www.banrep.gov.co).

“Las teorías de los precios rígidos (SPM), de los precios flexibles (FPM) y del diferencial de tasas de interés reales (RIRD) se enmarcan dentro de los modelos monetaristas de la determinación de los tipos de cambio. En dichas teorías, la oferta y la demanda por divisas son los principales determinantes del precio relativo entre las diferentes monedas. Así mismo, tienen en el fondo supuestos como la igualdad de riesgo entre los activos externos e internos, por lo que siempre sus retornos buscarán equipararse”<sup>9</sup>

### 3.10. Tasa representativa de mercado (TRM)

Esta tasa fue definida dentro de la legislación colombiana según Resolución externa (RE) N° 21 de 1993, expedida por el Banco de la República, por medio de la cual se expiden regulaciones en materia cambiaria y modificada

<sup>9</sup> CÁMARO S., Álvaro. *Et. Al.* “Una aproximación empírica a la relación entre las tasas de interés de los TES TF y el tipo de cambio en Colombia”. Revista INNOVAR. UN. Bogotá, 2006 Vol. 16 N° 27, Pág. 50.

según RE. N° 1/97 artículo 96. Tasa de cambio representativa del mercado. Para los efectos previstos en esta Resolución, se entiende por "tasa de cambio representativa del mercado" el promedio aritmético simple de las tasas ponderadas de las operaciones de compra y venta de divisas pactadas para el cumplimiento el mismo día efectuadas por bancos comerciales, corporaciones financieras, la Financiera Energética Nacional-FEN- y el Banco de Comercio Exterior de Colombia -BANCOLDEX- en las ciudades de Bogotá, D.C., Barranquilla, Cali y Medellín, calculada sobre las operaciones del día anterior y certificada por la Superintendencia Financiera, con base en la información disponible. Para el cálculo de dicha tasa, se deben excluir las operaciones de ventanilla y las de derivados sobre divisas.

### 3.11. Índice de precios relativos

Conceptualmente, un precio relativo mide el número de unidades que se debe recibir por un determinado bien que actúa como base o referente, a cambio de una unidad de otro bien determinado. Operativamente resulta de dividir dos precios en igual denominación numeraria (pesos, dólares, etc); es decir, expresar el precio de un bien en función de otro cualquiera. De esta forma, se conoce cuántas unidades se deben recibir de un bien (denominador) a cambio de una unidad del otro (numerador). En estricto sentido técnico, el cociente se realiza entre dos índices de precios (Tasas de cambio), expresados en un año base determinado con valor de 100 cada uno, para poder explicar la variación porcentual del precio respectivo con base en dicho año –precios constantes-. Los índices más comunes son los denominados reales o de poder de compra; en este orden, el índice de la tasa de cambio real y la tasa de cambio de paridad del poder adquisitivo.

En el cuadro N° 3.11., se aprecia que los insumos A y B mantienen su precio relativo, debido a que crecen anualmente a tasas constantes del 25%, relación que es demostrada tanto por los niveles de precios como por índices, al utilizar precios constantes del año cero. Por su parte, el insumo C crece al 20%, de tal manera que los precios relativos con los insumos A y B crecen anualmente a la tasa resultante del cociente entre el crecimiento de A y el de C, es decir 4.17%  $[(1.25/1.20)-1]$ , que corresponde a la variación periódica relativa. Expresar a precios constantes mantendría el precio relativo B/C en 0.40, situación que no refleja que el insumo C, se ha hecho más barato en términos de B, o que B se encareció en un 4%. Por lo tanto, el ajuste adecuado para C es el inverso de su crecimiento y así poder mostrar que se ha vuelto más barato.

**Tasa de cambio de paridad de poder adquisitivo (TCPPA):** tasa que representa el poder de compra que tiene una unidad monetaria (por ejemplo un dólar americano) en dos países con monedas diferentes. La TCPPA comparada con la tasa de cambio del mercado, determina el grado de apreciación o depreciación de una moneda del país X respecto al país Y,

referido a la capacidad de compra. La TCPPA, compara los precios de un mismo bien en dos países y para efectos prácticos, la revista inglesa *The Economist* ha utilizado el caso de la hamburguesa BIG MAC de Mc Donalds, por ser un producto estandarizado, que refleja en cierta medida la relación competitividad-costo entre dos países, al emplear básicamente las mismas materias primas agropecuarias, industriales, capital y mano de obra. Por tal razón, se desarrolla la siguiente relación:

$$IRev_x = \frac{P_x}{P_{US}(TC_x)} ; \quad y, \quad TCPPA_x = TC_x(IRev_x) = \frac{P_x}{P_{US}}$$

Donde:  $IRev_x$  es el índice de revaluación, Subíndice X país que se quiere medir el índice,  $P_x$  precio del bien (hamburguesa),  $P_{US}$  precio hamburguesa en dólares americanos y  $TC_x$  es la tasa de cambio del país X con respecto al dólar.

**Cuadro N° 3.11. Modelo de Índice de precios relativos**

[\$]	Insumo	0	1	2	Var % (1)
Precios unitarios corrientes	A	20,00	25,00	31,25	<b>25,0</b>
	B	4,00	5,00	6,25	<b>25,0</b>
	C	10,00	12,00	14,40	20,0
Precios relativos	A/B	5,00	5,00	5,00	-
	A/C	2,00	2,08	2,17	4,17
	B/C	0,40	0,42	0,43	4,17
Índice de precios	A	100,00	125,00	156,25	<b>25,0</b>
	B	100,00	125,00	156,25	<b>25,0</b>
	C	100,00	120,00	144,00	20,0
Precios relativos	A/B	1,00	1,00	1,00	-
	A/C	1,00	1,04	1,09	4,17
	B/C	1,00	1,04	1,09	4,17

(1): Crecimiento anual.

**Ejemplo N° 3.2.** Calcular el índice de apreciación del peso colombiano respecto al dólar, con referencia a la hamburguesa tipo BIG MAC, dados los siguientes valores:  $P_{COL} = \$ 6.500$ ,  $P_{US} = US \$ 2.45$ ,  $TC_{COL} = \$ 2.200$ , entonces:

$$IRev_{col} = \frac{6.500}{2.45(2.200)} = 1.206$$

$$TCPPA_{col} = 2.200(1.206) = \frac{6.500}{2.45} = 2.653,2$$

La tasa de cambio de paridad de poder adquisitivo de la moneda colombiana frente al dólar americano es de \$2.653.2 pesos por dólar.

**Índice de tasa de cambio nominal (ITCN):** indica la variación relativa de la tasa de cambio (TC) nominal de un período con respecto a otro, definido como base. Por consiguiente, se trata de un índice de precios, pero no de comparación de precios.

**Índice de tasa de cambio real (ITCR):** es el índice de precios relativos, que relaciona un índice de precios de bienes externos ( $IPC_x$ ) con un índice de precios local ( $IPC_L$ ) y expresado en una única moneda, de la siguiente forma:

$$ITCR = \frac{(IPC_x)(ITC_{PESO})}{IPC_L}$$

**Cuadro No 3.12. Índice de tasa de cambio real del peso Colombiano. Diferentes escenarios** (Promedios móviles de orden 12. Base<sub>100</sub> 94).

Promedio geométrico	Comercio no tradicional (NT) (1)		Comercio total (T) (1)		ITCR (FMI) (6)	ITCR-C (7)
	ITCR(IPP)(2)	ITCR(IPC) (3)	ITCR (IPP) (4)	ITCR (IPC) (5)		
<b>1987</b>	101,14	106,97	102,12	109,13	106,67	-
<b>1988</b>	100,60	107,70	101,67	109,33	110,61	-
<b>1989</b>	100,33	109,53	101,52	111,32	114,75	-
<b>1990</b>	114,45	126,80	115,83	128,61	130,17	117,85
<b>1991</b>	112,76	128,31	113,65	128,86	126,48	119,95
<b>1992</b>	106,18	117,76	107,16	118,27	116,29	111,65
<b>1993</b>	106,90	112,83	107,24	112,75	110,12	110,61
<b>1994</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>1995</b>	101,76	98,91	101,50	98,69	96,95	98,68
<b>1996</b>	98,64	91,97	98,68	92,10	90,59	90,90
<b>1997</b>	94,15	88,58	92,66	86,62	81,34	86,76
<b>1998</b>	99,16	95,73	97,61	93,56	85,36	87,71
<b>1999</b>	107,46	103,10	107,64	103,29	94,94	92,04
<b>2000</b>	115,20	112,38	116,80	114,06	101,42	101,54
<b>2001</b>	118,20	117,60	120,11	119,82	103,33	111,10
<b>2002</b>	118,80	117,11	121,10	120,34	109,44	115,91
<b>2003</b>	136,10	132,23	136,89	134,11	126,31	128,93
<b>2004</b>	128,44	120,40	127,91	121,32	117,20	116,11
<b>2005</b>	118,63	106,80	117,65	106,71	102,26	104,37
<b>2006 (p)</b>	122,40	108,60	121,28	108,83	101,79	107,16
<b>2007 (p)</b>	115,72	97,12	114,30	96,86	n.d.	96,95

Fuente: Banco de la República serie estadística. Cuadro N° 5.2. [www.banrep.gov.co](http://www.banrep.gov.co)

Nota: El ITCR se recalculó nuevamente según las ponderaciones móviles de orden 12.

1/ Las ponderaciones son móviles de periodicidad mensual e involucran las exportaciones (X) más importaciones (M) de Colombia con sus principales 20 socios comerciales. Se calculan según la participación móvil de orden 12 de cada país en las X + M de Colombia. Las ponderaciones no tradicionales excluyen de las exportaciones el café, petróleo y sus derivados, carbón, ferróniquel, esmeraldas y oro, mientras que las totales tienen en cuenta todos los productos exportados. 2/ ITCRIPP(NT): Como deflactor se utilizan los precios mayoristas interna y externamente, con excepción de Ecuador, Panamá y Francia, países que por no contar con este indicador se utiliza el IPC. 3/ ITCRIPC(NT): Utiliza el IPC como deflactor para todos los países. 4/ ITCRIPP(T): Como deflactor se utilizan los precios mayoristas interna y externamente, con excepción de Ecuador, Panamá y Francia, países que por no contar con este indicador se utiliza el IPC. 5/ ITCRIPC(T): Utiliza el IPC como deflactor para todos los países. 6/ ITCR(FMI): Índice del tipo de cambio real efectivo calculado para el peso colombiano frente a 18 países miembros del FMI. Utiliza el IPC para todos ellos. 7/ ITCR-C: Como deflactor se utiliza el IPC. Calculado frente a 23 países competidores de banano, café, flores y textiles en el mercado estadounidense.

$ITC_{\text{PESO}}$  es el índice de la tasa de cambio de la moneda local (peso) respecto a la moneda extranjera.

Cuando se incrementa el  $ITCR$ , significa que los productos del exterior son más costosos (incrementan su precio) con relación a los nacionales, convirtiéndose en más competitivos (menos costosos) los precios de los productos del interior frente a los extranjeros, situación que favorece e incentiva a su vez las exportaciones y reduce el nivel de importaciones.

Este fenómeno se explica por ser, la combinación entre un aumento de la inflación externa y su devaluación (expresado en tasas de crecimiento), mayor a la inflación interna, esto es:

$$ITCR = IPC_x + ITC_{\text{PESO}} - IPC_L$$

Este índice de precios relativos, está apoyado en la teoría de la paridad del poder adquisitivo de la moneda (PPA) que mide variaciones de competitividad de una canasta de productos nacionales, según el comportamiento de precios y tasa de cambio externos e internos. Como deflactor, según la canasta de bienes analizados, puede ser el IPC o IPP (índice de precios al productor), entre otros.

“En Colombia la tasa de cambio real ppm (precios al por mayor) se ha devaluado a un ritmo cercano a 1% por año entre 1958 y 2005, posiblemente como resultado de la pérdida de competitividad en el sector de transables frente a los países desarrollados (el llamado efecto Balassa-Samuelson -impacto que tienen los cambios en la productividad para generar bienes transables y no transables sobre la TCR), de la mayor demanda relativa por servicios no transables, y de la deuda externa creciente entre 1980-2005. La devaluación de largo plazo de pc (precios al consumidor) ha sido incluso mayor. Aún cuando prima la devaluación real en el largo plazo, se observan períodos de revaluación prolongada y fuerte. La mayor se presentó entre 1975-1983 (-25,2%), seguida por 1958-1964, 1991-1997 y 2003-2005 (-13,2%). La revaluación más abrupta en términos anuales se está presentando entre 2003-2005. La tasa de cambio real parece mostrar cambios más marcados en Colombia que en otros países como Chile, Ecuador o China”<sup>10</sup>.

### 3.12. Teoría de la paridad del poder adquisitivo (PPA)

<sup>10</sup> ECHAVARRÍA, Juan José; VÁSQUEZ, Diego y VILLAMIZAR Mauricio. “La tasa de cambio real en Colombia. ¿Muy lejos del equilibrio?”, en *Revista ESPE*, Banco de la República No. 49 Diciembre 2005 Pág. 182-183.

Teoría desarrollada por David Ricardo, economista clásico de origen inglés, que sostiene que productos iguales, deben registrar un **precio único**, en diferentes países en términos de una misma moneda. Esto implica, que la tasa de cambio (TC) entre dos monedas, se determina por el cociente entre los precios de un producto homogéneo, expresados en sus respectivos valores de moneda. Al tomar como ejemplo un computador personal que cuesta 900 dólares en EEUU y \$ 1.900.000 en Colombia, arroja en teoría una tasa de cambio de \$2.111.11 por dólar, de acuerdo a la siguiente expresión:

$$TC = \frac{P_{COL}}{P_{USA}} = \frac{1.900.000}{900} = \$_{col} 2.111.11$$

Al despejar el precio local se tiene que:  $P_{COL} = P_{USA}(TC)$ .

De acuerdo con esta relación, un bien que cuesta USD \$1.000 en USA, en Colombia debería tener un precio de \$ 2.111.111 incluidos todos los costos o bajo el supuesto de la no existencia de costos de transporte e impuestos, entre otros, y en economías de libre mercado. El incumplimiento de la ley de un solo precio, genera oportunidades de arbitraje: comprar en el mercado donde el precio es más bajo y vender en el mercado donde el precio es más alto, en términos de una misma moneda. En la práctica esta ley no se cumple, por la existencia de barreras arancelarias y por los costos asociados al intercambio comercial. Además, no todos los productos son objeto de comercio internacional y los precios en cada país dependen de las políticas de precios de las grandes empresas, que tienen poder de mercado.

Entre la teoría de la Paridad de Poder Adquisitivo PPA y ley de un precio único, la diferencia radica en la base de cálculo. Mientras la primera emplea una cesta de bienes, la segunda utiliza el precio de un solo artículo como es el caso del índice Big Mac, que pese a no ser una mercadería "transable" propiamente dicha, algunos costos asociados al producto son "no transables", como ocurre con salarios y arrendamientos, cuya remuneración difiere de un país a otro en función de su grado de productividad y que por supuesto altera el índice; de ahí la diferencia de precios de los bienes, según el grado de desarrollo de cada país.

"El sistema cambiario es de flotación, por lo cual no existe meta alguna de tasa de cambio (nominal o real). En economías pequeñas y abiertas como la colombiana la tasa de cambio incide de manera directa sobre la inflación a través de su efecto sobre el precio de los bienes comerciables internacionalmente (importados, exportados o que compiten con las importaciones).

Cuando la tasa de cambio se deprecia, los precios en moneda local de los bienes y servicios comerciables internacionalmente tienden a aumentar. Por ejemplo, cuando el peso se devalúa, el precio en pesos del trigo aumenta, y

el del pan también tiende a incrementarse, independientemente del efecto de un aumento en la cotización internacional del trigo. De igual manera, el precio del algodón tiende a subir, aunque este no sea un producto importado, debido a que el precio en pesos del algodón en el mercado internacional aumenta con la depreciación del peso colombiano. Lo contrario ocurre cuando se aprecia el peso"<sup>11</sup>.

**Paridad relativa del poder adquisitivo (PRPA):** La paridad relativa del poder adquisitivo se refiere a la relación entre índices de inflación y tasas de cambio. De acuerdo con este postulado, el tipo de cambio se debe ajustar a la diferencia de tasas de inflación entre dos países. Si por ejemplo en Colombia, la inflación es más alta que en Estados Unidos, la tasa de cambio pesos/dólar debe crecer en una relación porcentual equivalente a la diferencia entre las tasas de inflación de los dos países, acorde a la siguiente ecuación de PRPA:

$$TC_{t(1)} = TC_{t(0)} \frac{(1 + IPC_{COL})}{(1 + ipc_{USA})}$$

Donde:  $TC_{t1}$  y  $TC_{t0}$  corresponde a las tasas de cambio para los periodos 1 y 0,  $IPC_{COL}$  e  $IPC_{USA}$  es la variación esperada de los índices de precios en Colombia y Estados Unidos, respectivamente. Esta relación, indica que la tasa de cambio debe nivelarse a tal punto que compense la diferencia de inflación entre los dos países citados.

**Ejemplo N° 3.3.** Con una tasa de cambio promedio de USD/\$ 2.334,29 en abril de 2006, ¿cuál será la tasa proyectada para igual período un año después, si las tasas de inflación de los dos países se aproximan al 6% y 4.3% en Colombia y EUA respectivamente?

$$TC_{COL} = 2.334,29 \frac{1.06}{1.043} = 2.372,34$$

En abril de 2007, el promedio de la tasa de cambio en Colombia, se ubicó por debajo de los \$2.100, más de \$270 pesos de diferencia del valor estimado, lo cual indica que esta ecuación no se ajusta a la realidad, entre otras razones, por la alta volatilidad de las tasas de cambio frente a precios de los artículos que conforman la canasta base de cálculo del IPC. En consecuencia, cada economía buscará ajustar la tasa de cambio por encima de la tasa de inflación para ganar competitividad de sus productos, de lo contrario pierde participación en los mercados externos.<sup>12</sup>

<sup>11</sup> BANCO DE LA REPÚBLICA "Nota editorial la tasa de cambio y la política monetaria de inflación objetivo" Febrero 2.004 Pág. 6.

<sup>12</sup> GARCÍA R. Enrique. "Teoría de la Paridad del Poder Adquisitivo" Artículo. U. San Buenaventura Bogotá 2.002 Págs. 1-4.

### 3.13. Modelos comparativos de índice de precios BIG MAC vs. peluqueadas como bienes no transables

En marzo de 2.007, la Asociación Nacional de Instituciones Financieras ANIF, publicó en su boletín un artículo titulado **La Tasa de Cambio de Paridad Internacional: ¿Qué nos dicen las hamburguesas y las peluqueadas?** y para efectos ilustrativos al tema de la paridad del poder de compra, se presenta en su esencia, de acuerdo al cuadro N° 3.13., que muestra comparativamente "...cómo Argentina presentaba, a enero de 2007, una tasa sub-valorada en un 17% frente al dólar (cifra resultante de comparar su tasa *spot* de \$3.1/dólar contra el \$2.7/dólar obtenido en dicho ejercicio de PPA). En el caso de Colombia, la sub-valoración era del orden del 5% (\$2.254/dólar vs. \$2.143). Brasil y Chile presentaban sub-valoraciones similares a las de Colombia"<sup>13</sup>. Debido a limitaciones técnicas por componentes en los insumos empleados en el producto base para el índice Big Mac, plantea la asociación, que una medición más acertada y limpia de precios relativos, se refiere sólo a precios de bienes exclusivamente no transables, como es el caso del servicio de peluquería.

**Cuadro N° 3.13. Índice BIG MAC de paridad de poder de compra e índice costo peluqueadas**

	País	Moneda local	Precio		PPP Implícito	TC Nominal	Sobre(+)/Sub(-) Valuación
			M/L	USD \$			
<b>Índice BIG-Mac Ene-07</b>	USA	USD\$	3,2	3,2			
	Chile	CLP	1.670	3,1	521,9	544,0	-4,1
	Colombia	COP	6.900	3,1	2.156,3	2.254,0	-4,3
	Brasil	BRL	6,4	3,0	2,0	2,1	-4,8
	Argentina	ARS	8,3	2,7	2,6	3,1	-16,3

	País	Rango Precio USD	Punto medio		PPP Implícito	TC Nominal	Sobre(+)/Sub(-) Valuación
			USD \$	M/L			
<b>Índice costo Peluqueadas [Dic - 06]</b>	USA	25-60	42,5	42,5			
	Chile	20-25	22,5	12.150	286	540,0	-47
	Brasil	7-22	14,2	30,0	0,71	2,1	-66
	Colombia	5-20	12,5	27.881	656	2.231,0	-71
	Argentina	5-10	7,5	23,2	0,55	3,1	-82

Fuente: ANIF- Boletín Marzo 15 de 2.007.

En Anif hemos construido, alternativamente, un índice de tasa de cambio referida a servicios no transables. En este caso hemos tomado como referente el costo del corte de cabello, que es (por excelencia) el típico ejemplo del libro de texto de un bien no transable, pues se trata de un servicio *in situ*. Así, mientras que un corte de cabello (supuestamente homogéneo) en Estados Unidos vale cerca de US \$42.5, en Argentina tan sólo vale US \$7.5 y en Colombia US \$12.5. Chile aparece como el referente

<sup>13</sup> ANIF. Boletín, Marzo 15 de 2.007

Latinoamericano más costoso en materia de “peluqueadas” (US \$22.5). En este sentido, el ranking de costo relativo va de la mano con lo observado en el caso del índice *Big Mac* (ver cuadro N° 3.13.). Pero lo interesante está en la interpretación, pues según este último cuadro Argentina presenta una subvaluación de su moneda del orden del 82% (resultante de comparar \$3.1/dólar vs. 0.5/dólar, según el cálculo de la PPA) y en el caso de Colombia sería del 71%. Aunque los resultados del ranking de subvaluaciones van en línea con los obtenidos con el índice *Big Mac*, claramente sus niveles de sub-valoración resultan exagerados. ¿Qué pasa entonces con la teoría económica del “precio único”? La clave parece estar, nuevamente, en la teoría del desarrollo. Tomemos el caso de Chile, que aparece con la sub-valoración más “marcada” (47%).

Se trata de un país que viene experimentando un auge exportador de recursos naturales (principalmente cobre), lo cual se refleja en una apreciación de su moneda y la mayor eficiencia con que debe producir entonces sus bienes transables y no transables (implicando elevados salarios en el sector servicios). Como no existe un mercado de peluqueros que viaje a cortar cabellos de Buenos Aires a Santiago, estos bienes no transables no ajustan sus precios y permanecen elevados en los países relativamente más desarrollados (como Chile). Si existiera ese mercado, entonces la tasa de cambio en Argentina tendría que bajar a 0.5 para equilibrar el precio de las “peluqueadas” con Estados Unidos. Éstos resultados tienen asidero en la teoría económica, bien a través del llamado efecto Balassa-Samuelson (mayor productividad) o el efecto Bhagwati-Kravis-Lipsey, el cual resalta la importancia del factor productivo relativamente escaso<sup>14</sup>.

La riqueza de contrastar lo conceptual con lo práctico, y la precisión del análisis a la aplicabilidad del índice BIG-Mac, ameritan esta reflexión de Anif y muchas más.

**Devaluación y paridad en el poder de compra:** para medir el efecto que tiene la tasa de devaluación y su relación entre dos monedas, se retoma el caso de la hamburguesa BIG MAC, se recrea esta situación y se analiza el efecto directo que genera en cada uno de los niveles posibles de sobrevaluación, sub-valoración y paridad monetaria. Como punto de partida, se toman las economías americana y colombiana, de acuerdo a los supuestos descritos en el cuadro N° 3.14., con cambios en las condiciones de devaluación entre los períodos  $t_0$  y  $t_1$ . En el primer caso, el peso está sobrevaluado en \$ 30 pesos, y en el segundo está subvaluado en algo más de \$148 con respecto al precio del dólar de equilibrio, por efecto de la tasa de devaluación que pasó de 1,5% en el primer caso a 10% en el segundo, resultado que contrasta con los índices de paridad de poder de compra, mayor y menor a la unidad respectivamente.

---

<sup>14</sup> *Ibíd.*

Por su parte, la tasa de devaluación de equilibrio, resulta del cociente entre la variación del IPC de la moneda local y la variación de la divisa, en este caso:

$$TDev_{\$/USD} = \frac{1.055}{1.025} - 1 = 2.93\%$$

A este nivel de tasa de devaluación del 2.93%, la TRM garantiza paridad monetaria peso/dólar.

### Cuadro N° 3.14. Paridad Poder de Compra USD/\$. Índice BIG-MAC.

		Sobrevaluado \$		Subvaluado \$	Paridad \$
		t(0)	t(1)	t(1)	t(1)
EUA [USD]	Precio BIG MAC	2,80	2,87	2,87	2,87
	Tasa de inflación		2,5%	2,5%	2,5%
	Aumento Precio BIG MAC		2,5%	2,5%	2,5%
Colombia [\$]	TRM [\$/usd]	2.100,00	2.131,50	2.310,00	2.161,46
	Tasa devaluación \$/USD		1,5%	10,0%	2,93%
	Tasa de inflación		5,5%	5,5%	5,5%
	Aumento Precio BIG MAC		5,5%	5,5%	5,5%
	Precio BIG MAC	5.880,00	6.203,40	6.203,40	6.203,40
	Precio BIG MAC USD\$		2,91	2,69	2,87
<b>Paridad Poder de compra</b>			1,014	0,936	1,000
<b>Precio Dólar equilibrio</b>		→	2.161,46	2.161,46	2.161,46

### 3.14. Financiación en moneda extranjera e impacto económico por efecto de variación en el tipo de cambio

De acuerdo con el nivel de las tasas de interés domésticas y de la tasa de devaluación del peso respecto a las condiciones del mercado internacional, empresas y gobiernos acceden a contratar créditos en moneda extranjera, dadas las condiciones para ello. De esta forma, los actores quedan expuestos al riesgo de pérdidas en cambio, por incremento en el precio de la divisa, una vez ocurra éste hecho económico. El impacto es medido por el aumento del saldo de una deuda en moneda local, por conversión. Este incremento se conoce como pérdida en cambio, que se refleja en los estados financieros, como pérdida en el estado de resultados e incremento del saldo de la deuda (pasivo).

Para efectos de una mejor comprensión, se aprecia en el cuadro N° 3.15., la tabla de amortización de un crédito en US Dólares por 100 unidades monetarias, plazo a 4 años, tasa de interés del 8.75% anual vencido y tasa de devaluación del 6% anual peso-dólar.

El crédito está estructurado para ser atendido por anualidades vencidas por valor de USD \$ 30.7, con componentes de pago de intereses y abonos a capital, como se muestra en la parte superior del citado cuadro.

**Cuadro Nº 3.15. Comportamiento de un crédito en USD, conversión a pesos y pérdida en cambio**

Período	Interes	Capital	Alicuota	Saldo	TRM
0				100,0	↓ 2.100,0
1	8,8	21,9	30,7	78,1	
2	6,8	23,9	30,7	54,2	
3	4,7	26,0	30,7	28,2	
4	2,5	28,2	30,7	-0,0	
0				210.000	2.100,0
1	19.477,5	48.855,5	68.333,0	161.145	2.226,0
2	16.114,8	56.318,2	72.433,0	104.826	2.359,6
3	11.858,2	64.920,8	76.778,9	39.906	2.501,1
4	6.548,3	74.837,4	81.385,7	-34.932	2.651,2
Pérdida en cambio				-34.932	

Para efectos de registros contables en moneda local, cada año, se liquidan los valores respectivos de acuerdo con la tasa representativa del mercado TRM y al final del plazo del crédito se muestra una pérdida acumulada de \$34.932. Esta sumatoria algebraica de pérdidas en cambio, está explicada por los valores de capital y saldo de la deuda, liquidada al final de cada año, como se aprecia en el cuadro Nº 3.16.

**Cuadro Nº 3.16. Determinación de la pérdida en cambio por variación de los valores de abono a capital y saldo**

	Var. TRM	Capital	Saldo	Total
0				
1	126,0	2.765,4	9.834,6	12.600,0
2	133,6	3.187,8	7.236,9	10.424,7
3	141,6	3.674,8	3.996,3	7.671,1
4	150,1	4.236,1	-0,0	4.236,1
Total		13.864	21.068	<b>34.932</b>

Esta situación refleja la pérdida anual en cambio que se debe contabilizar cada período fiscal, que inicia con \$12.600 y con igual frecuencia debe aplicar los demás valores, hasta saldar el valor de la pérdida generada por el riesgo cambiario al contratar el crédito en moneda externa.

## Bibliografía consultada

**ASOCIACIÓN NACIONAL DE INSTITUCIONES FINANCIERAS.** ANIF- Bogotá, Boletín. Varios números.

**BANCO DE LA REPÚBLICA.** Archivos Excel. Series estadísticas varios años. [www.banrep.gov.co](http://www.banrep.gov.co)

\_\_\_\_\_. Notas editoriales. Bogotá, Varios

**CÁMARO S., Álvaro.** *Et. Al.* "Una aproximación empírica a la relación entre las tasas de interés de los TES TF y el tipo de cambio en Colombia", en Revista *INNOVAR*. UN. Bogotá, 2006 Vol. 16 N° 27

**DEPARTAMENTO ADMINISTRATIVO NACIONAL DE ESTADÍSTICA.** DANE. "Serie estadística Precios. Comportamiento del IPC" Portal de Internet. [www.dane.gov.co](http://www.dane.gov.co)

**DIEZ DE CASTRO, Luis y MASCAREÑAS P. Juan.** "Ingeniería Financiera" MGH Madrid España. 1991.

**Echavarría, Juan José; Vásquez Diego y Villamizar Mauricio.** La tasa de cambio real en Colombia. ¿Muy lejos del equilibrio? en Revista *ESPE*, Banco de la República No. 49 Diciembre 2005.

**FREIRE D. Eduardo E.** "Metodología IPC-98" DANE. Proyecto: Nuevo IPC 1997-1999. Asesor convenio DANE - U. del Valle, Cali Colombia.

**GARCIA R. Enrique.** "Teoría de la Paridad del Poder Adquisitivo" Artículo. U. San Buenaventura Bogotá 2.002.

**LORA, Eduardo.** "Técnicas de medición económica" Metodología y aplicación en Colombia. Alfaomega 3ª Ed. Colombia 2006.

## Capítulo 4. Análisis de flujos de fondos. Anualidades, gradientes, perpetuidades

### 4.1. Nomenclatura y diagramas de flujos de caja

Para efectos prácticos y con el fin de seguir la secuencia de fórmulas, ecuaciones y aplicación de las matemáticas financieras, se presentan los nomencladores utilizados en este capítulo, como guía para el lector en el seguimiento y desarrollo de los temas. Estas siglas son de uso muy general y fácil aplicación.

Con la letra "i" minúscula se denota la tasa de interés aplicable en alguna operación financiera. Cuando se van a calcular tasas equivalentes de nominal a efectivo o estructurar flujos de caja con aplicación de tasas nominales, se utiliza la tasa nominal anual y se divide por el número de períodos del año. Por ejemplo, 10% anual trimestre vencido (TV) se expresa **0.10/4**.

**n** (ene minúscula) representa el número de períodos al año, cuando n igual a días, entonces es 365 el número de días para dividir el año. Usualmente se emplea año comercial de 360 días, para calcular los intereses periódicos. Es decir, una tasa de interés de un CDT que reconoce el Banco ABC del 6% anual TV., liquida cada 90 días una cuarta parte (360/90) de la tasa (1,5% por cada trimestre). Si es un descubierto en cuenta corriente de 5 días, el período de liquidación de intereses es de  $365/5 = 73$  períodos de cinco días al año.

**N** (ENE mayúscula) corresponde al número de períodos del proyecto o del flujo de fondos requerido y que sirven de base para expresar los períodos de liquidación de intereses. Si la tasa de interés es del 10% T.V. y el horizonte es de 2 años, **n=4** (trimestres por año) y **N=8**, que representa 8 trimestres durante el período objeto de análisis.

**VP** = representa las siglas de valor presente.

**VF** = valor futuro; y

**A** = indica una anualidad, alícuota o instalamento

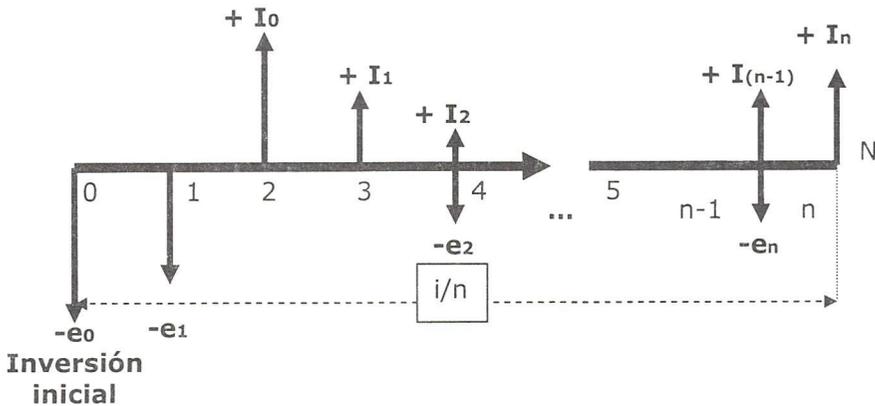
Los **diagramas de flujos de fondos**, representan movimientos monetarios (ingresos (+) y/o egresos (-)) durante un horizonte, en determinados momentos del tiempo, con registro en forma implícita del valor del dinero respectivo.



**Diagramas de flujos de caja:** Constituyen una herramienta muy valiosa para el analista, dado que representan gráficamente, operaciones financieras o comportamientos financieros de flujos de caja de un proyecto. Permite su fácil visualización en el transcurso del tiempo e identifica los períodos en los cuales se generan ingresos (+I) y/o egresos/pagos/inversiones (-e), así como el registro de tasas de interés ( $i/n$ ), aplicables según período, como se aprecia en la grafica N° 4.1.

Cada período representado por la serie 1, 2, 3, 4... n, hace referencia a períodos vencidos (fin de mes, trimestre, semestre, año, etc.) y el momento cero (0), corresponde a inversiones iniciales o para efectos de calcular o representar un flujo futuro de fondos en términos actuales, común en la evaluación financiera. El conjunto de valores actualizados al momento cero, se denomina valor presente (VP) o valor presente neto (VPN), si se descuenta la inversión inicial.

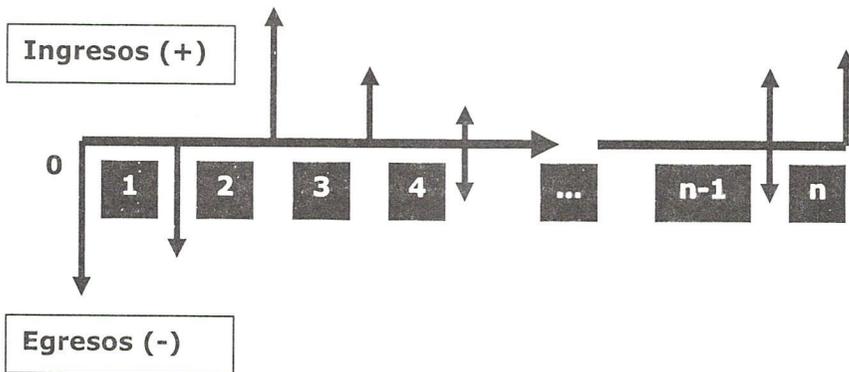
**Gráfica N° 4.1. Diagrama de flujos de fondos**



Convencionalmente los intervalos de tiempo entre períodos son iguales; sin embargo, pueden estar estructurados en cualquier momento del espacio temporal. Debe tenerse especial cuidado al momento de realizar los cálculos financieros, para garantizar la equivalencia de flujos.

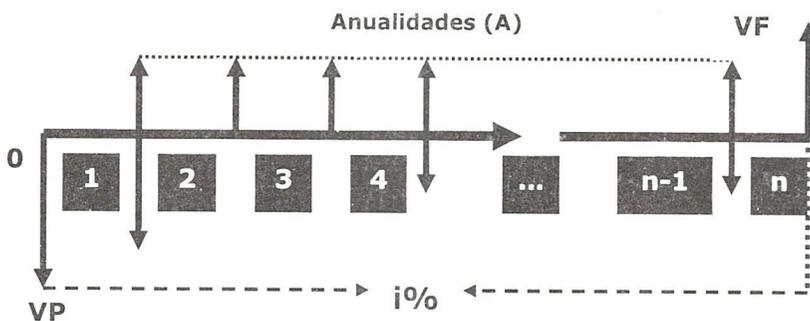
Definido el horizonte, los momentos y magnitud de los montos de generación de flujos (ingresos/egresos), en la parte superior de la línea divisoria del horizonte se representan los ingresos (+) y en la parte inferior, los egresos (-); también, se puede establecer un valor neto (ingresos-egresos) en el momento en que coincida estos hechos económicos. Ver gráfica N° 4.2.

Gráfica N° 4.2. Diagrama convencional de flujo de caja



En este orden de ideas, un flujo de fondos se representa por un valor inicial (período 0) y uno(s) valor(es) futuro(s) y/o anualidades y una tasa de interés interna del flujo, como se aprecia en la gráfica N° 4.3. A diferencia de las gráficas anteriores, aquí se observa un flujo de caja uniforme, (A) que indica pagos iguales durante todos los períodos de tiempo (n), como suele ocurrir, convencionalmente, con préstamos de consumo o de libre inversión.

Gráfica N° 4.3. Variables que conforman un flujo de caja



## 4.2. Cálculo de valores.

**4.2.1. Valor futuro [VF]:** Cantidad de dinero equivalente que se puede tener dentro de n períodos [VF] a la tasa de interés  $i\%$ , dado un valor inicial VP. Financieramente esto implica la relación y conveniencia de tener \$ P hoy que \$ P' dentro de n períodos, considerando el costo del dinero durante ese tiempo.

Para hallar la relación entre un VP y un VF, se acumula la generación periódica de los rendimientos a lo largo del tiempo, teniendo en cuenta la

reinversión de estos intereses, según la siguiente progresión por capitalización:

Período	interés ganado	Valor acumulado
0	0	$VP_0$
1	$V_0P(i)$	$VP_0 + VP_0(i) = VP_0(1 + i) = VF_1$
2	$[VP_0(1+i)](i) = VF_1i$	$VP_0(1 + i)(1 + i) = VP_0(1 + i)^2 = VF_2$
...	...	...
N	$[VP_0(1+i)^{N-1}]i = VF_{N-1}i$	$VP_0(1 + i)^N = VF_N$

En consecuencia,  $VF_N = VP_0(1 + i)^N$

**Nota:** Si se trata de una tasa efectiva anual, se utiliza la notación  $i\%$ ; si es nominal, se emplea  $(i/n)\%$ , siempre y cuando sean tasas vencidas.

**Ejemplo 4.1.** Un ahorrador invirtió \$10 millones en un establecimiento bancario hace 3 años y durante este tiempo no realizó ninguna operación adicional. Si la rentabilidad pactada fue del 8% anual T.V., ¿cuánto dinero tiene acumulado en su cuenta a la fecha?

$$VF = 10.000.000 \left(1 + \frac{0.08}{4}\right)^{12} = \$12.682.418$$

**4.2.2. Valor presente [VP]:** Método que consiste en traer al período cero, flujos de fondos futuros con una tasa  $i\%$  de interés. Corresponde a descontar los valores futuros al momento cero, dada(s) una(s) tasa(s) de actualización o de descuento. El valor presente se obtiene a partir de la fórmula de acumulación de capital, con reemplazo de las variables así:

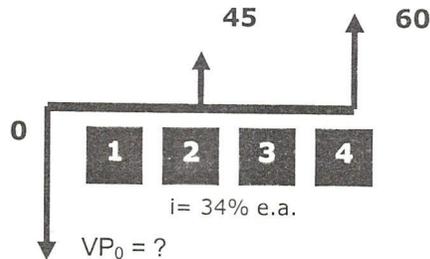
$$VP = \frac{VF}{(1 + i)^N}$$

Al tratarse de varios flujos futuros, el valor presente contempla la sumatoria respectiva, de forma tal, que hace equivalente los diferentes flujos a futuro, con un valor único en el momento actual o VP. Importante relacionar tasas de interés con la periodicidad de los flujos, para guardar la consistencia financiera. La igualdad para una serie de pagos periódicos se representa por:

$$VP = \sum_{j=1}^N \frac{VF_j}{(1 + i)^j}$$

**Ejemplo 4.2.** ¿Por qué valor se deben vender dos aceptaciones bancarias (AB), por valor de \$45 y \$60 millones c/u, si faltan 2 y 4 meses respectivamente para su redención y el inversionista quiere obtener una rentabilidad del 34% e.a.?

**Gráfica N° 4.4. Ejemplo valor presente venta AB.**



En primer lugar, se grafica el flujo de pagos futuros durante el tiempo en que se plantean los eventos (redención de las AB-ver gráfica N° 4.4.), luego se halla la tasa de interés equivalente mes vencido, que en este caso es del 29.63% anual m.v. y así proceder a despejar en la fórmula, como medio para calcular el VP, así:

$$VP_0 = \frac{45}{\left(1 + 0.2963/\frac{12}{12}\right)^2} + \frac{60}{\left(1 + 0.2963/\frac{12}{12}\right)^4} = \$97.3 \text{ millones.}$$

Significa que el inversionista adquiere hoy las dos aceptaciones bancarias (AB) por valor de \$97,3 millones, espera las fechas de redención y recibe \$105 millones, equivalentes a una rentabilidad efectiva anual del 34%.

Con base en las fórmulas de VP o VF, despejando **i** o **n**, se calcula la tasa de interés o el periodo durante el cual una operación financiera determinada se realiza, como se aprecia a continuación.

#### **Fórmula para encontrar la tasa de interés:**

$$\sqrt[n]{\left(\frac{VF}{VP}\right)} - 1 = i\%$$

**Ejemplo 4.3.** ¿Qué tasa de interés efectiva anual, convierte un peso hoy, en \$ 1,166 dentro de dos años? Validar con los factores de descuento del cuadro N° 4.1.

$$\sqrt[2]{\left(\frac{1,166}{1}\right)} - 1 = 8\%$$

**Formula para calcular los periodos:**

$$\ln \left[ \sqrt[n]{\frac{VF}{VP}} \right] = \ln [1 + i] = \frac{1}{n} [\ln (VF) - \ln (VP)] = \ln [1 + i] = \frac{\ln (VF) - \ln (VP)}{\ln(1 + i)} = n$$

**Ejemplo 4.4.** De acuerdo al anterior ejemplo, en cuanto tiempo un peso de hoy, se convierte en 1,166 si la tasa de interés efectiva anual es del 8%?

$$\frac{\ln (1,166) - \ln (1)}{\ln (1,08)} = 2 \text{ años}$$

La gráfica N° 4.5. y el cuadro N° 4.1., permiten apreciar el comportamiento de los factores de conversión de valores presentes y futuros, según horizonte y tasas de interés determinadas.

**Cuadro N° 4.1. Factor de conversión de valor presente y valor futuro. Base \$1 y periodicidad anual (n).**

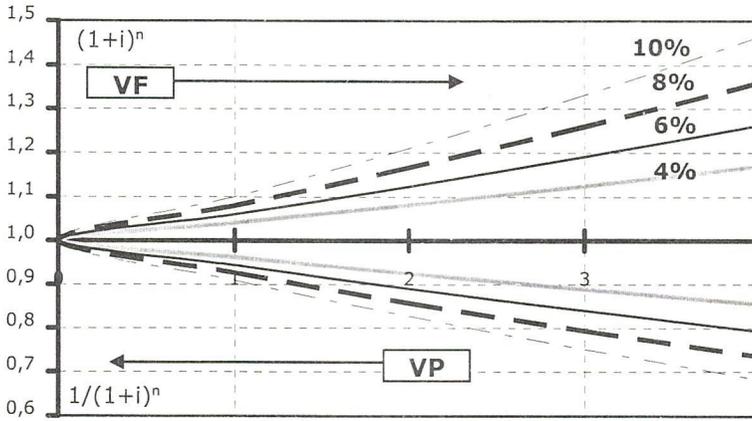
		Tasa de interés (%)			
		n	10	8	6
Valor Presente (\$)	1	0.909	0.926	0.943	0.962
	2	0.826	0.857	0.890	0.925
	3	0.751	0.794	0.840	0.889
	4	0.683	0.735	0.792	0.855
Valor Futuro (\$)	1	1.100	1.080	1.060	1.040
	2	1.210	1.166	1.124	1.082
	3	1.331	1.260	1.191	1.125
	4	1.464	1.360	1.262	1.170

Tasas de interés, expresadas en término efectivo anual.

Significa en consecuencia, que cada peso de hoy invertido a un interés del 10% e.a. constante, acumula en cuatro años 1,464 pesos, condicionado al no retiro de los dineros depositados. Si la tasa se reduce al 4%, el valor acumulado en el mismo periodo es de \$ 1,170 y así sucesivamente.

En el caso de los factores de descuento (Valor futuro a valor presente), la lectura es inversa. Cada peso registrado en el cuarto año equivale a 0,683 pesos de hoy con una tasa de descuento del 10%. En otros términos, significa que si se mantiene un peso sin rendimiento alguno y el costo de oportunidad del dinero es del 6% anual y por pérdida del poder adquisitivo de la moneda 3.77%, el peso que reciba en cuatro años financieramente equivale a 0,683 pesos de hoy.

**Grafica N° 4.5. Comportamiento factor de VP/VF según tiempo y tasa de descuento.**



**Nota:** A menos que se diga lo contrario, los valores de los flujos de caja se expresan en pesos corrientes.

El panel superior del cuadro N° 4.2., registra la equivalencia de flujos futuros a valor presente, dada una tasa de interés del 10% utilizada como factor de descuento. Por su parte, el segmento inferior descuenta \$100 de valor futuro en el año tres para expresarlos en pesos del momento cero, de tal manera que esa cantidad equivale a \$75,1 al momento cero; los demás valores presentan la misma connotación financiera.

**Cuadro N° 4.2. Factor de conversión de valor presente y valor futuro.**

Valor futuro de \$100 con interes del 10%					
Valor [\$]t	0	1	2	3	
<b>Futuro</b>	100,0	→ 110,0	→ 121,0	→ 133,1	
	100,0	← 110,0			
<b>Presente</b>	100,0	←	← 121,0		
	100,0	←	←	← 133,1	
Valor presente de \$100 con interes del 10%					
<b>Futuro</b>	75,1	→ 82,6	→ 90,9	→ 100,0	
	90,9	← 100,0			
<b>Presente</b>	82,6	←	← 100,0		
	75,1	←	←	← 100,0	

### 4.3. Series uniformes

Son pagos iguales generados en forma periódica (mes, trimestre, año, etc.), como suele ocurrir con el canon de arrendamiento, pagos de ciertos créditos, cuotas de seguros, entre otros, son consideradas series uniformes. Para calcular el valor de una alícuota, la tasa de interés, periodicidad, equivalencia de flujos, es necesaria la consistencia entre estas variables, para garantizar los resultados financieros. La estructuración de una operación financiera en modalidad de series uniformes es posible en períodos anticipados o vencidos o por flujos a perpetuidad. Es común encontrar en el medio financiero, expresiones como alícuotas, instalamentos, para referirse al concepto de anualidad.

**4.3.1. Anualidades vencidas.** Son series de pagos (ingreso o egreso) periódicos iguales en monto y en frecuencia, causados al final del período. Tradicionalmente, corresponde a la amortización de un crédito de consumo, donde el pago es igual durante el tiempo de financiación, e incluye capital e intereses. Para efectos de cálculo de la anualidad, se requiere de un valor presente o futuro, un plazo y una tasa de interés.

**Nota:** En los casos en los cuales la tasa de interés esté expresada en una modalidad y/o periodicidad diferente a la frecuencia planeada de los pagos, se debe calcular la tasa equivalente a estos periodos.

**Cálculo de anualidades a partir de un Valor Futuro:** Con el fin de encontrar una expresión matemática, que permita calcular el valor de una anualidad vencida, asociada a un valor futuro, un plazo y una tasa de interés equivalente al plazo, como se muestra en la gráfica N° 4.6., es necesario contar con el apoyo de las ecuaciones de diferencia finita. Para tal efecto, se parte del diagrama de flujo referido, se toman dos momentos aleatorios de valores futuros en función del factor tiempo, identificados como  $VF_t$  y  $VF_{t+1}$  y el valor de la anualidad ( $A$ ). A partir de ello, se construye la siguiente relación:

$VF_{t+1} = VF_t + iVF_t + A$ . igualdad que indica el valor acumulado en el período  $(t+1)$ .

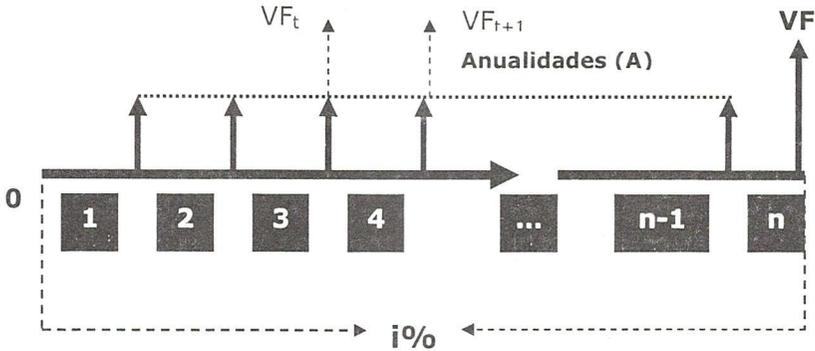
Al factorizar, se llega a:  $VF_{t+1} = (1+i)VF_t + A$   
Y por aplicación de ecuaciones de diferencia finita, se llega a la ecuación<sup>1</sup>:

$$VF = A \left\langle \frac{(1+i)^N - 1}{i} \right\rangle$$

<sup>1</sup> GARCIA, Jaime. *Matemáticas financieras con ecuaciones de diferencia finita*. Bogotá, UEC, 1986. Pág. 34 y ss.

Estas expresiones, permiten calcular cualquiera de las variables relacionadas, por despeje en la ecuación de las variables tiempo, tasa, alícuota o valor futuro.

**Gráfica N° 4.6. Flujo de una anualidad vencida y valor futuro**



**Ejemplo 4.5.** ¿Cuánto dinero debe depositar un ahorrador, cada mes vencido en el banco, para acumular al final del segundo año, dos (2) millones de pesos, si el establecimiento de crédito remunera el dinero, al 6% efectivo anual?

En primer lugar, se calcula la tasa equivalente de efectiva a mes vencida. Con apoyo de hoja calculo Excel , se tiene:

**f<sub>x</sub>** =TASA. NOMINAL(tasa\_efectiva,núm\_per)  
 tasa\_efectiva = 6%  
 núm\_per = 12  
 =TASA. NOMINAL(6%;12) o definido en celdas.  
**Resultado:** i= 5.84% anual mv.

**N** = 24 períodos mensuales.  
**VF** = \$ 2 millones.

Segundo, se aplica la fórmula respectiva:

$$\$2.000.000 = A \left\langle \frac{(1 + 0.0584/12)^{24} - 1}{0.0584/12} \right\rangle \approx A = \$78.763$$

O,  
**f<sub>x</sub>** =PAGO(tasa;nper;va;vf;tipo)  
 =PAGO(0.0584/12;24;2000000)= -78.763

Para calcular el Valor actual o presente a partir de una anualidad:

**=VF(tasa;nper;pago)**

El signo negativo en la formulación, indica que es un desembolso. En consecuencia, el ahorrador debe depositar al final de cada mes y por lapso de dos años (sin retiro alguno de dinero), la suma de \$78.763 pesos.

La **sintaxis** de la función PAGO, permite calcular directamente cualquiera de las variables relacionadas, de tal manera, que se aplica para flujos con pagos periódicos incluyendo anualidades anticipadas, mediante el argumento tipo (si se omite o se registra cero (0) indica fin del período o uno (1) al inicio).

**Nota:** En anexo N° 3, uso de herramientas en Excel, se especifican las fórmulas necesarias para calcular los valores requeridos, o directamente sobre la hoja por aplicación de **f<sub>x</sub>** y ayuda sobre esta función. Con uso de calculadora financiera **hp**, en secuencia del respectivo menú, tal como se detallan algunas operaciones, en el anexo N° 5.

**Ejemplo 4.6.** Calcular la serie uniforme y estructurar una tabla de amortización, que corresponde a un crédito a dos años por valor de un millón de pesos, con cuotas trimestrales vencidas iguales (8) y con tasa de interés de financiación del 12% anual T.V. El resultado se presenta en el cuadro N° 4.3.

La tabla contiene los valores de la alícuota, el comportamiento de intereses y abono a capital en pesos y términos porcentuales, así como el saldo periódico del crédito.

**Cuadro N° 4.3. Tabla de amortización en instalamentos.**

n	Interés	%	Capital	%	Alicuota	Saldo
0						1.000.000
1	30.000	21,1	112.456	78,9	142.456	887.544
2	26.626	18,7	115.830	81,3	142.456	771.714
3	23.151	16,3	119.305	83,7	142.456	652.409
4	19.572	13,7	122.884	86,3	142.456	529.524
5	15.886	11,2	126.571	88,8	142.456	402.954
6	12.089	8,5	130.368	91,5	142.456	272.586
7	8.178	5,7	134.279	94,3	142.456	138.307
8	4.149	2,9	138.307	97,1	142.456	0

Cálculo del valor periódico de la alícuota mediante la función PAGO:

**f<sub>x</sub>** =PAGO(0.12/4;8;1.000.000)= -142.456

Al analizar los conceptos de amortización a capital y pago de intereses dentro de una anualidad, se observa que el comportamiento relativo de cada uno de estos dos conceptos, están en función del plazo y de la tasa de interés; es decir, a menor tasa y menor plazo al inicio del crédito, la mayor participación de la alícuota esta destinada a amortizar capital. Para el caso referido en el cuadro N° 4.3., se muestra en el primer período, que del valor total de la anualidad (\$142.456) el 21,1% (\$30.000) corresponde al pago por concepto de intereses y la porción restante (78.9%) para amortizar a capital.

**Cuadro No 4.4. Análisis de sensibilidad de la participación relativa del pago inicial a intereses por cambio de tasa y aumento de plazo.**

(Tasa de interés anual TV vs. plazo por numero de trimestres)

	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>8%</b>	7,6	9,4	11,2	12,9	14,7	16,3	18,0	19,6	21,2	22,7
<b>9%</b>	8,5	10,5	12,5	14,4	16,3	18,1	19,9	21,7	23,4	25,1
<b>10%</b>	9,4	11,6	13,8	15,9	17,9	19,9	21,9	23,8	25,6	27,5
<b>11%</b>	10,3	12,7	15,0	17,3	19,5	21,7	23,8	25,8	27,8	29,7
<b>12%</b>	11,2	13,7	16,3	18,7	21,1	23,4	25,6	27,8	29,9	31,9
<b>13%</b>	12,0	14,8	17,5	20,1	22,6	25,0	27,4	29,7	31,9	34,0
<b>14%</b>	12,9	15,8	18,6	21,4	24,1	26,6	29,1	31,5	33,8	36,1
<b>15%</b>	13,7	16,8	19,8	22,7	25,5	28,2	30,8	33,3	35,7	38,0
<b>16%</b>	14,5	17,8	21,0	24,0	26,9	29,7	32,4	35,0	37,5	39,9
<b>17%</b>	15,3	18,8	22,1	25,3	28,3	31,2	34,0	36,7	39,3	41,8
<b>18%</b>	16,1	19,8	23,2	26,5	29,7	32,7	35,6	38,4	41,0	43,6
<b>19%</b>	16,9	20,7	24,3	27,7	31,0	34,1	37,1	40,0	42,7	45,3

Por cada incremento de un 1% en la tasa de interés del crédito simulado en el cuadro N° 4.3., la participación relativa del pago de interés se incrementa en 0,9 puntos porcentuales y por cada periodo en que amplíe el horizonte del crédito, el salto es del doble de la tasa (1.8 puntos porcentuales), como se puede deducir del cuadro N° 4.4.

**Cuadro N° 4.5. Comportamiento primera cuota crédito ejemplo 4.6**

		Plazo (trimestres)		
		4	8	16
Tasa %	8	7.6	14.7	27.2
	16	14.5	26.9	46.6
	32	26.5	46.0	70.8

El cuadro N° 4.5., resume el comportamiento de la primera cuota relativa del costo financiero del crédito, donde se aprecia que al duplicar plazo o tasa, la participación destinada a pago de intereses tiende a duplicarse. Si el salto se

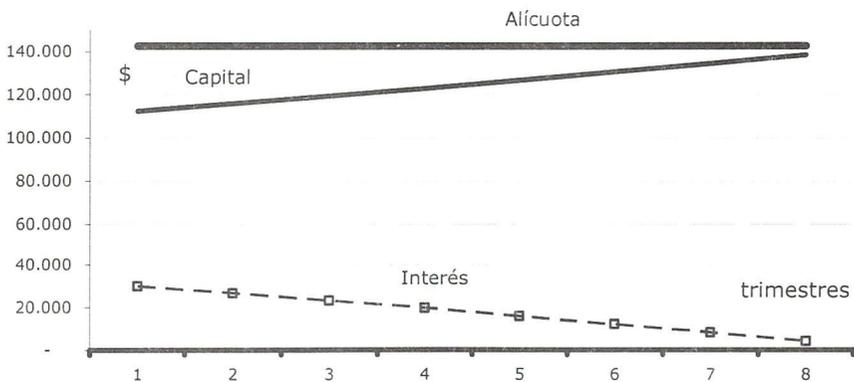
hace en las dos direcciones en forma simultánea, para plazo de 8 trimestres y tasa del 16% TV, pasa del 7.6% al 26.9% la proporción de la primera cuota; es decir, 3.5 veces más respecto al punto inicial y luego pasa a 70.8% repitiendo la relación con incremento de la cuota en 2.6 veces (70.8%).

En síntesis, se concluye que:

1. El valor de las alícuotas dependen de la tasa de interés indiscutiblemente, que corresponde al precio que se paga por el dinero como cualquier otro bien.
2. A una tasa de interés dada, el valor de la anualidad cambia su monto según el plazo, con la connotación financiera de flujos a 2, 5, 10, o más años, son equivalentes a un único valor presente (VP).
3. Dadas las condiciones socioeconómicas de los demandantes de crédito, es necesario calcular cuotas a largo plazo, para que puedan ser canceladas por los deudores en forma "holgada", de acuerdo a la capacidad de endeudamiento, como suele suceder con los créditos de vivienda.
4. En efecto, a mayor plazo mayor cantidad absoluta de dinero por concepto de intereses, pero equivalente financieramente al valor presente y tasa convenidos.
5. La mayor participación por concepto de intereses reflejado en el cuadro N° 4.5., obedece al factor plazo, con garantía de consistencia y equivalencia financiera.

La gráfica 4.7., registra el comportamiento de la alícuota en sus componentes, interés y abono a capital.

**Gráfica No 4.7. Comportamiento de interés y capital para un crédito en alícuotas**



Fuente: Cuadro N° 4.3.

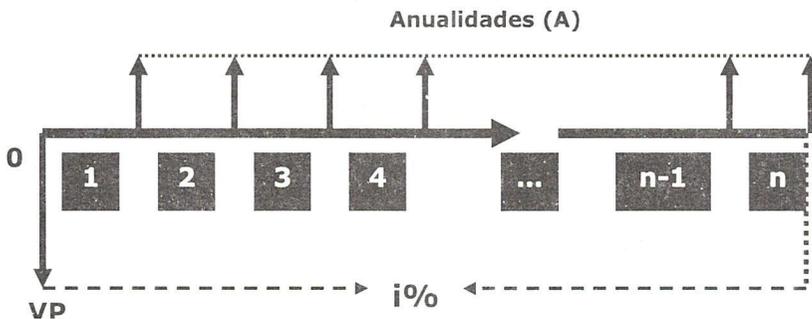
**Cálculo de anualidades a partir de un Valor Presente:** Al tomar como referencia la fórmula obtenida en el cálculo de una anualidad vencida, se procede a traer a valor presente o actual esa expresión. Esto es, multiplicar la igualdad por el factor respectivo, de la siguiente forma:

$$\frac{1}{(1+i)^N} \xleftarrow{\circ} (1+i)^{-N}, \text{ por lo tanto,}$$

$$VP = A \left\langle \frac{(1+i)^N - 1}{i} \right\rangle (1+i)^{-N} \text{ que es igual a: } VP = A \left\langle \frac{1 - (1+i)^{-N}}{i} \right\rangle$$

A partir de un valor futuro, tasa y plazo conocido como se presenta en la gráfica N° 4.8., se procede a realizar el cálculo respectivo, donde la variable a despejar es (A), que corresponde al valor de la anualidad.

**Gráfica N° 4.8. Flujo de una anualidad vencida a partir de un valor presente o actual**



**Ejemplo 4.7.** Cuántos recursos puede comprometer una persona (gastar) hoy con su tarjeta de crédito, si la Corporación ABC cobra una tasa de interés, del 20% efectiva anual por compras realizadas a 12 meses y la capacidad mensual de pago es de \$ 350.000?

$$f_x = \text{=TASA. NOMINAL(tasa\_efectiva,núm\_per)}$$

$$\text{tasa\_efectiva} = 20\%$$

$$\text{núm\_per} = 12$$

$$\text{=TASA. NOMINAL}(20\%;12).$$

**Resultado:**  $i = 18.37\%$  anual mv.

$$f_x = \text{=VA}(tasa;nper;pago;vf;tipo)$$

$$\text{=VA}(0.1837/12;12; -350.000) = \$3.810.278$$

O

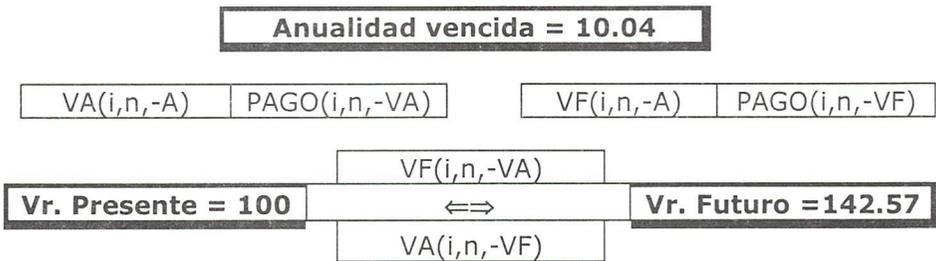
$$VP = A \left\langle \frac{1 - (1 + i)^{-N}}{i} \right\rangle = VP_0 = 350.000 \left\langle \frac{1 - \left(1 + \frac{0.1837}{12}\right)^{-12}}{\frac{0.1837}{12}} \right\rangle = 3.810.278$$

La capacidad de endeudamiento total por término de un año, es de \$3.810.278.

**Equivalencia de valor presente, futuro y anualidad:** Las gráficas N° 4.9. y N° 4.10., registran los diagramas que relacionan estos tres conceptos financieros, de tal manera que permiten dar claridad a la equivalencia de flujos, independiente de las variables objeto de análisis.

En el caso de calcular tiempos o tasas de interés, se procede a despejar la variable en la fórmula, o simplemente con apoyo de una hoja de cálculo de Excel , que registra una operatividad muy sencilla.

**Gráfica N° 4.9. Diagrama de equivalencia de flujos en Excel**



Supuestos: VP = \$100, i = 0.36/12 = 0.03 y plazo(n) = 12 meses.

**Ejemplo 4.8.** Calcular los valores presente VP y futuro VF de una anualidad de 100 unidades monetarias, con tasa implícita de descuento del 12% anual pagadera por mes vencido (mv) y plazo de la operación financiera por el término de un año.

En forma esquemática, según la gráfica N° 4.9. y con soporte de la hoja de cálculo de Excel, se rempazan las respectivas variables y de esta forma se calculan los valores requeridos, así:

Valor presente: \$ 1.125,5 unidades monetarias

Valor Futuro: \$1.268,3 unidades monetarias.





Se toma la primera anualidad, se descuenta los (N-1) pagos restantes y se suman al momento cero (0). O,

$$b) VP_0 = A \left\langle \frac{1 - (1 + i)^{-N}}{i} \right\rangle (1 + i)$$

Se trae el conjunto al período o momento teórico menos uno (-1) y luego se actualiza al momento cero (0).

Con apoyo en la hoja de cálculo Excel :

 =VA(tasa;nper;pago;vf;tipo)

El lector debe tener presente emplear el argumento **tipo** y registrar uno (1), que significa que la anualidad es anticipada.

**Ejemplo 4.9.** Un arrendatario quiere convertir el flujo futuro de pagos de \$800 mil pesos pactados por mes anticipado a un único valor hoy. Si su tasa de oportunidad es del 12% anual mv, ¿cuál debe ser la cuota única a pagar?

$$VP_0 = 800.000 + 800.000 \left\langle \frac{1 - (1 + 0.01)^{-11}}{0.01} \right\rangle = \$9.094.103$$

$$VP_0 = 800.000 \left\langle \frac{1 - (1 + 0.01)^{-12}}{0.01} \right\rangle (1 + 0.01) = \$9.094.103$$

$$=VA(0.01;12;800.000;;1) = \$9.094.103$$

Para el arrendatario, desde el punto de vista financiero, indica la indiferencia entre uno u otro flujo, siempre y cuando la tasa de oportunidad de inversión, se mantenga constante durante el tiempo descontado.

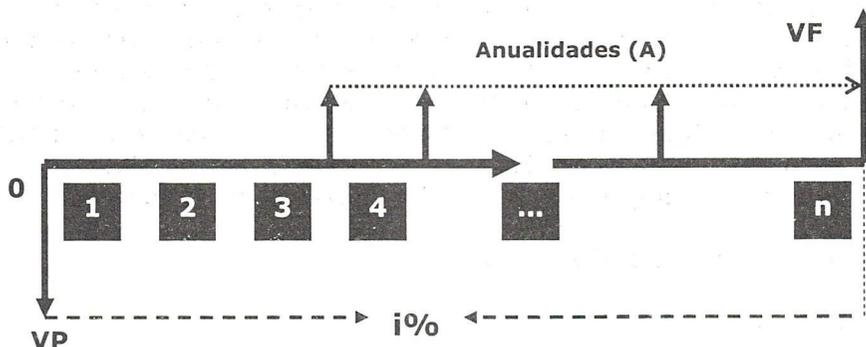
### 4.3.3. Anualidades diferidas

Son pagos uniformes, que se pactan en una operación financiera o transacción determinada y el primer abono; se realiza en un tiempo futuro diferente a la periodicidad de la alícuota; es decir, si el pago de la alícuota es mensual pero inicia en el mes 3, 6 u otro período diferente al mes siguiente. Si la alícuota es trimestral o semestral, por ejemplo, e inicia el pago una vez transcurrido un año o un período de gracia, se trata de pagos periódicos diferidos.

**Valor presente:** Como se aprecia en la gráfica N° 4.12., el pago es posterior, y para calcular el valor presente, se aplica el factor o fórmula de anualidad y luego se traslada financieramente, al punto cero (0).

**Valor futuro:** Calculada la anualidad en el punto donde inicia el pago (un valor futuro), simplemente se lleva esta alícuota al final del horizonte donde se quiere estimar el único valor futuro, equivalente al flujo diferido.

**Gráfica N° 4.12. Diagrama de anualidad diferida**

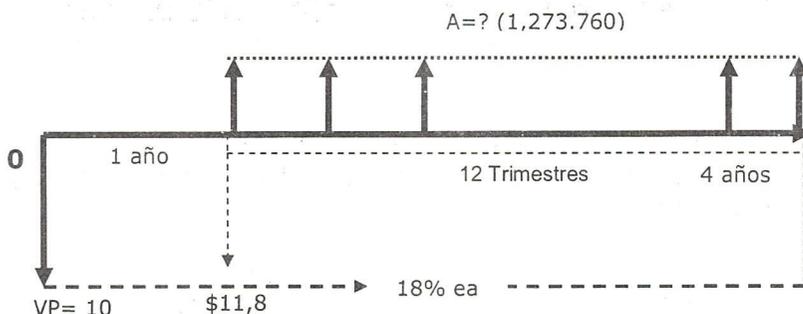


**Ejemplo 4.10.** Un flujo de caja debe ser estructurado con pagos trimestrales vencidos iguales durante tres (3) años y un año de gracia. Los intereses son capitalizables al valor del préstamo desembolsado en \$10 millones de pesos el día de hoy. Si la tasa de interés es del 18% e.a., cuál es el valor de la alícuota que debe cancelar? (ver gráfica N° 4.13).

Los \$10 millones al final del primer año, son equivalentes a:

$$VF = 10(1.18) = 11.8 \text{ millones}$$

**Gráfica N° 4.13. Diagrama de anualidad diferida. Ejemplo 4.10.**





$$= \text{PAGO}(\text{tasa}; \text{nper}; \text{va};)$$

$$= \text{PAGO}(0.169/4; 12; 11.800.000) = -1.273.760$$

De acuerdo al cálculo, el valor de la alícuota es de \$1.273.760 pesos durante tres años, con pagos trimestrales vencidos.

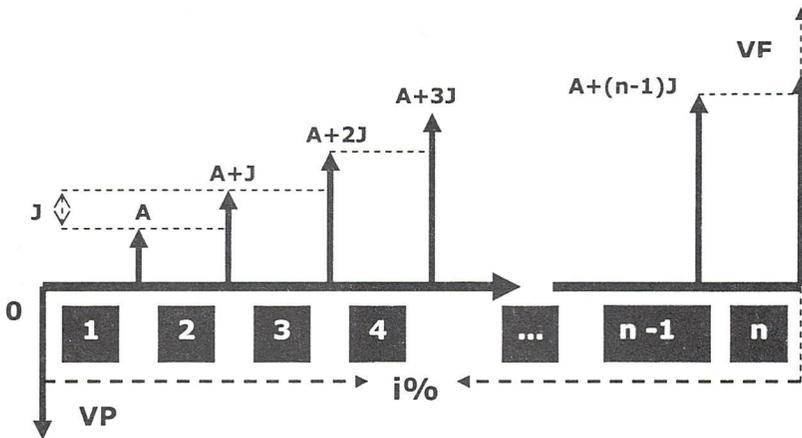
#### 4.4. Series variables (crecientes o decrecientes)

En esta sección se desarrollan las series variables, que corresponden a flujos de caja con tendencia lineal o geométrica y en forma creciente o decreciente, a partir de los cálculos de los valores futuros y presentes para cada modalidad. Para cada caso, se presenta la fórmula matemática que permite establecer los valores de cada variable; sin embargo, por ser dispendiosas las operaciones aritméticas, se da aplicación a las funciones proporcionadas en las hojas de cálculo en Excel , que incluye la aplicación de la herramienta **Buscar objetivo**, por versátil y practica en estos casos.

##### 4.4.1. Gradiente aritmético creciente

###### 4.4.1.1. Valor futuro

**Gráfica N° 4.14. Gradiente aritmético creciente**



A partir de la grafica N° 4.14., se toman dos puntos aleatorios seguidos, con el propósito de encontrar la relación de las cantidades entre estos y poder construir la siguiente ecuación<sup>2</sup>:

$$VF = A \left\langle \frac{(1+i)^N - 1}{i} \right\rangle + \frac{J}{i} \left\langle \frac{(1+i)^N - 1}{i} - N \right\rangle$$

<sup>2</sup> GARCIA. Op. cit. Pág. 131 y ss.

Las variables consideradas se explicaron previamente. En este gradiente aritmético, el valor de la cuota crece en un valor constante (J) a partir del primer pago A, como nueva variable necesaria para los cálculos.

**Ejemplo 4.11.** Calcular el pago único que se debe realizar un deudor al final del tercer año, por renegociación de una obligación estructurada con un pago inicial de \$400,000 mensuales e incrementos periódicos de \$20,000 durante dos años, e interés corriente del 18% anual m.v.

$$VF = 400.000 \left\langle \frac{(1 + 0.015)^{24} - 1}{0.015} \right\rangle + \frac{20.000}{0.015} \left\langle \frac{(1 + 0.015)^{24} - 1}{0.015} - 24 \right\rangle$$

$VF_{24} = 17.632.436$ . Al final del tercer año, es igual a:  
 $VF_{24} \times (1.015)^{12} = 21.080.465$



=VNA(tasa;valor1...;valorn)  
 =VNA(0.015;400.000 ... 860.000)= 12.333.964 =  $VP_0$

$$VP_0 \times (1.015)^{36} = 21.080.465.$$

**Nota:** Para aplicar la formula de VNA, se sugiere armar los valores en una columna de Excel, con el correspondiente gradiente.

#### 4.4.1.2. Valor Presente.

El procedimiento es similar al realizado con una serie uniforme para calcular el VP, de tal manera, que el factor  $(1+i)^{-N}$  es base para despejar la ecuación de VF, y poder encontrar la expresión:

$$VP = A \left\langle \frac{1 - (1 + i)^{-N}}{i} \right\rangle + \frac{J}{i} \left\langle \frac{1 - (1 + i)^{-N}}{i} - \frac{N}{(1 + i)^N} \right\rangle$$

**Ejemplo 4.12.** Considerar el ejemplo anterior y comprobar el valor actual (momento cero) del flujo; esto es, su equivalente a valor presente.

$$VP = 400.000 \left\langle \frac{1 - (1 + 0.015)^{-24}}{0.015} \right\rangle + \frac{20.000}{0.015} \left\langle \frac{1 - (1 + 0.015)^{-24}}{0.015} - \frac{24}{(1 + 0.015)^{24}} \right\rangle$$

**VP = 12.333.964**

Valor calculado con flujo estructurado en Excel y aplicación de la función:



=VNA(tasa;valor1...;valorn)

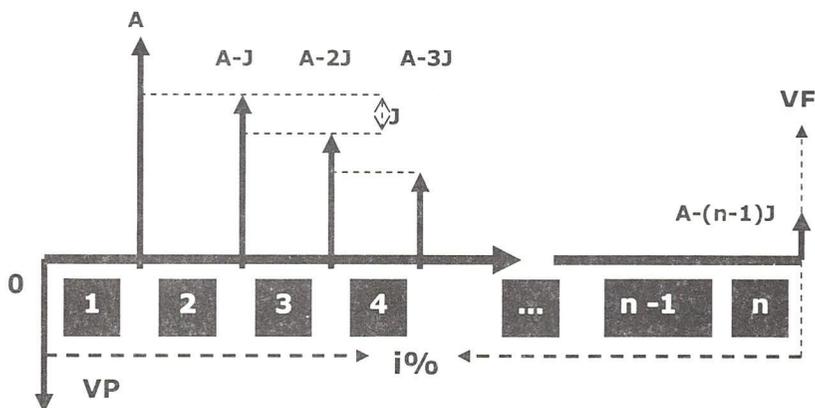
### 4.4.2. Gradiente aritmético decreciente

#### 4.4.2.1. Valor presente

El cálculo del valor presente de este tipo de gradiente, es similar al procedimiento realizado con el gradiente creciente. Se parte de los pagos periódicos según la constante que reduce el monto, se resta el gradiente, para luego descontar estos dos términos a la tasa estipulada en la operación, según plazo, como se aprecia en la gráfica N° 4.15. El modelo resultante es:

$$VP = A \left\langle \frac{1 - (1 + i)^{-N}}{i} \right\rangle - \frac{J}{i} \left\langle \frac{1 - (1 + i)^{-N}}{i} - \frac{N}{(1 + i)^N} \right\rangle$$

Grafica N° 4.15. Gradiente aritmético decreciente.



**Ejemplo 4.13.** Calcular el VP de un flujo de fondos mensuales, cuyo primer pago es de \$400,000 y cada mes se reduce en \$10.000, por un término de dos años y tasa de interés del 24% anual.

$$VP = 400.000 \left\langle \frac{1 - (1.02)^{-24}}{0.02} \right\rangle - \frac{10.000}{0.02} \left\langle \frac{1 - (1.02)^{-24}}{0.02} - \frac{24}{(1.02)^{24}} \right\rangle = 5.569.265$$



=VNA(tasa;valor1...;valorn)  
 =VNA(0.02;400.000 ... 170.000) = **5.569.265** = VP<sub>0</sub>

#### 4.4.2.2. Valor futuro.

La ecuación está conformada por el valor de la anualidad a futuro, cuyo horizonte es el último plazo definido en la operación, para luego restar el

valor futuro de la constante, que hace decrecer la cuota periódicamente; por lo tanto, la expresión matemática es de la forma:

$$VF = A \left\langle \frac{(1+i)^N - 1}{i} \right\rangle - \frac{J}{i} \left\langle \frac{(1+i)^N - 1}{i} - N \right\rangle$$

**Ejemplo 4.14.** Calcular el valor acumulado al final del quinto año, de un flujo de pagos anuales, cuyo valor inicial es de \$250.000, suma que desciende periódicamente en \$20,000 con respecto a la cuota inmediatamente anterior. La tasa de interés es del 12% año vencido.

$$VF = 250.000 \left\langle \frac{(1.12)^5 - 1}{0.12} \right\rangle - \frac{20.000}{0.12} \left\langle \frac{(1.12)^5 - 1}{0.12} - 5 \right\rangle = 773.254$$



=VNA(tasa;valor1...;valorn)

=VNA(0.12;250.000 ... 170.000)= 773.254= VP<sub>0</sub>

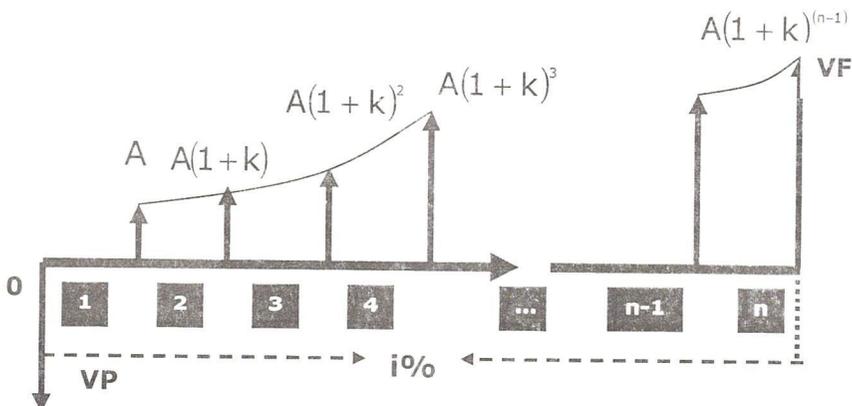
#### 4.4.3. Gradiente geométrico creciente.

Serie de cuotas, pagos, gastos, rentas, etc. que se generan periódicamente durante un determinado tiempo y tasa de interés. El comportamiento de este flujo es creciente a una tasa dada, con referencia al periodo anterior.

##### 4.4.3.1. Valor futuro.

La tendencia geométrica se aprecia en la gráfica N° 4.16. y la fórmula para expresar el valor futuro, es de acuerdo a la siguiente expresión:

**Gráfica N° 4.16. Gradiente geométrico creciente.**



$$VF = \frac{A}{(i-k)} \left\langle (1+i)^N - (1+k)^N \right\rangle$$

Donde k, es la tasa de crecimiento periódica de la serie de pagos, con  $i \neq k$

Si,  $i = k$  entonces:  $VF = nA (1+i)^{N-1}$

#### 4.4.3.2. Valor presente.

Al descontar el flujo futuro, se llega a:

$$VP = \frac{A}{(i-k)} \left\langle 1 - \left( \frac{1+k}{1+i} \right)^N \right\rangle \text{ si } i \neq k; \text{ y}$$

$$VP = \frac{NA}{1+i} ; \text{ si } i=k$$

#### 4.4.4. Gradiente geométrico decreciente.

Para obtener las expresiones que conducen al cálculo de estos valores, se cambia de signo la constante (k) y se reemplaza en las formulas definidas para los gradientes geométricos crecientes, como se registra a continuación.

##### 4.4.4.1. Valor presente

$$VP = \frac{A}{i+k} \left\langle 1 - \left( \frac{1-k}{1+i} \right)^N \right\rangle ; \text{ si } i \neq k$$

$$VP = \frac{A}{2i} \left\langle 1 - \left( \frac{1-i}{1+i} \right)^N \right\rangle ; \text{ si } i=k$$

##### 4.4.4.2. Valor futuro

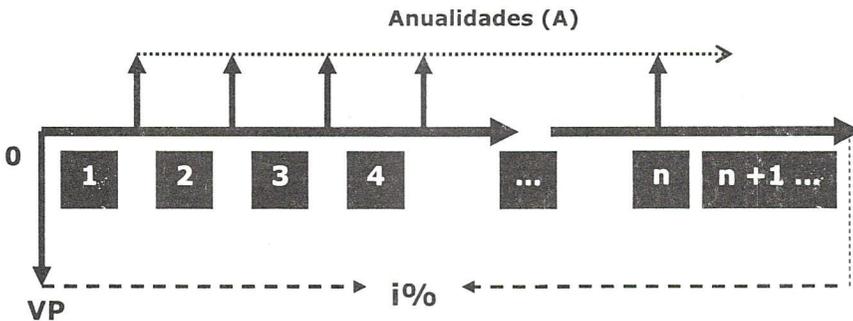
$$VF = \frac{A}{1+k} \left\langle (1+i)^N - (1-k)^N \right\rangle , \text{ si } i \neq k$$

$$VF = \frac{A}{2i} \left\langle (1+i)^N - (1-i)^N \right\rangle , \text{ si } i=k$$

## 4.5. Perpetuidades

**4.5.1. Anualidad perpetua:** Denominada también perpetuidad o anualidad de periodicidad infinita o consol. Una renta perpetua, es aquella en la cual no existe un último pago. Los pagos periódicos iguales calculados y expresados como  $A$ , dependen únicamente de la tasa de interés  $i\%$  por período. Dado que es infinita, no es viable calcular un valor futuro. Se expresan de formas anticipadas o diferidas. Ver grafica N° 4.17.

**Gráfica N° 4.17. Anualidad perpetua**



Estos tipos de anualidades, son propias de proyectos de inversión social o públicos, que buscan obtener recursos para mantenimiento de parques, vías, entre otros. Tiene una gran limitación en su aplicación, por cuanto la renta que llega a generar, es constante a lo largo del tiempo, si se mantiene la misma tasa de rentabilidad o de oportunidad. Frente a una economía inflacionaria, a medida que transcurre el tiempo, su valor pierde poder de compra, de tal manera que deben ser considerados estos factores.

Se trata de una sucesión infinita en el tiempo; por lo tanto, su valor presente se define como:

$$VP = \lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ A \left\langle \frac{1 - (1 + i)^{-N}}{i} \right\rangle \right\} \Rightarrow , VP = \frac{A}{i}$$

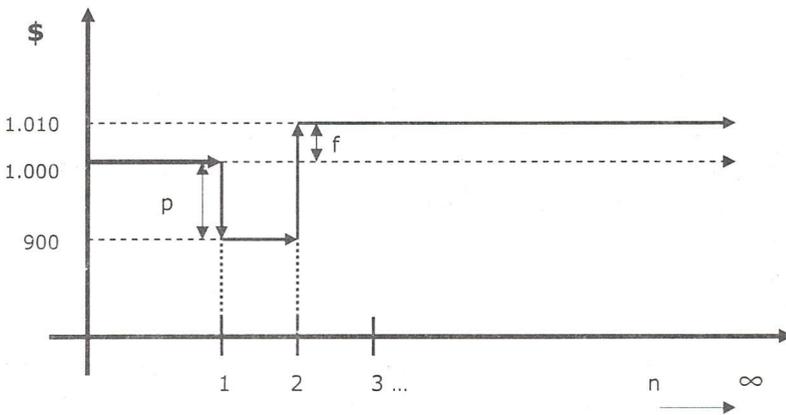
**Ejemplo 4.15.** Si se quiere obtener una renta mensual perpetua de \$ 200 mil pesos y la tasa de interés es del 15% anual M.V., ¿qué depósito único se debe constituir hoy, para garantizar los flujos de recursos a futuro?

$$VP = \frac{200.000}{\frac{0.15}{12}} = 16.000.000 .$$

El depósito único se debe constituir con \$16 millones de pesos, que generan una renta por cada mes vencido, de \$ 200.000 y que corresponde a la suma de dinero que se quiere garantizar periódicamente.

Dado que el capital permanece constante (no hay retiros, ni aumentos de capital) a lo largo del tiempo, éste también pierde poder adquisitivo y/o de oportunidad.

**Gráfica N° 4.18. Representación ahorro presente para consumo futuro**



La grafica N° 4.18., representa un ingreso perpetuo de \$1.000 anuales hasta el período uno (1), provenientes de una cuenta, que genera una rentabilidad del 10% e.a. Para garantizar esta renta infinita, los depósitos permanentes en la cuenta bancaria son de \$10.000. (Si A es la anualidad perpetua, el valor presente equivale al inverso de la tasa de rendimiento:  $VP = a(1/i) = 1.000 (1/0,1) = 10,000$ ).

Si adicional al ingreso actual de \$ 1,000, se quiere recibir a perpetuidad \$10 marginales (\$1.010), ¿qué valor adicional, debe depositar hoy en su cuenta, que garantice el nuevo ingreso? Para encontrar el valor de ahorro o "sacrificio" que cumpla el objetivo de ingreso a futuro, se aplica el cociente entre consumo marginal futuro y la tasa de rendimiento financiero; es decir,  $10/0,1 = \$100$ , de forma tal, que hoy se disminuye el gasto en \$ 100 unidades monetarias y con garantía de una tasa a perpetuidad del 10%, aumenta el consumo en \$10 unidades por unidad de tiempo, a infinito.

**4.5.2. Gradiente aritmético:** De acuerdo a las implicaciones financieras futuras, que genera una anualidad perpetua, los flujos futuros bien sea de ingresos o egresos, pierden poder de compra con el transcurso del tiempo;

por lo tanto, es necesario ajustar cada cuota para compensar el fenómeno inflacionario.

Una alternativa consiste, en estimar un aumento periódico constante (suma de dinero), adicional o marginal a la cuota obtenida en el período inmediatamente anterior, como se registra en la gráfica N° 4.19. De esta forma, se estructura una renta perpetua vencida, cuyo pago inicial es A y a partir de este momento, se incrementa en la cantidad fija absoluta (J).

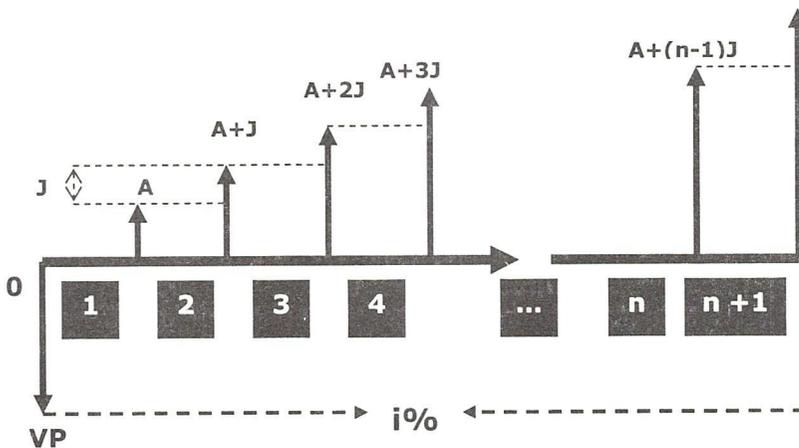
Al igual que la renta perpetua, este tipo de flujo infinito no tiene un valor futuro. Se puede calcular el valor presente, conformado por la anualidad, más el incremento marginal periódico constante, que se resuelve como sucesión de un límite, cuando el período tiende a infinito, así:

$$VP = \lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ A \left\langle \frac{1 - (1+i)^{-N}}{i} \right\rangle + \frac{J}{i} \left\langle \frac{1 - (1+i)^{-N}}{i} - \frac{N}{(1+i)^N} \right\rangle \right\} \Rightarrow$$

$$VP = \frac{1}{i} \left\langle A + \frac{J}{i} \right\rangle$$

Expresión que se aplica, para encontrar el valor presente del gradiente aritmético perpetuo.

**Gráfica N° 4.19. Gradiente aritmético perpetuo**



**Ejemplo 4.16.** ¿Qué saldo, debe disponer en su cuenta de ahorro pensional una persona, que quiere jubilarse con \$400 mil pesos mensuales y cada mes, desea incrementos de su mesada en \$10 mil pesos, si la rentabilidad del fondo es del 14% e.a.?

$$VP = \frac{1}{0.1317/12} \left\langle 400.000 + \frac{10.000}{0.1317/12} \right\rangle = \$119.468.036.$$

Estas perpetuidades son muy sensibles a las tasas de interés. Como se muestra en la siguiente tabla, con variaciones en la tasa de interés y en igual de condiciones al caso anterior, el monto inicial cambia en forma radical.

Tasa % anual (m.v.)	10	12	14	16	18	20
VP(\$mm)	192	140	108	86	71	60

Duplicar la tasa de interés (del 10% al 20% anual mv) implica reducir el capital requerido 3.2 veces.

**4.5.3. Gradiente geométrico creciente:** Son rentas, con incrementos periódicos indexados o ajustados, a un determinado factor o valor relativo preestablecido. Al igual que otras perpetuidades, solo es posible calcular un valor presente, a partir de una anualidad, tasa de interés y variación periódica del gradiente.

Para efectos de cálculo, se toma como base, la formulación obtenida del cálculo del valor presente, de un gradiente geométrico creciente:

$$VP_0 = \frac{A}{i - k} \left\langle 1 - \left( \frac{1+k}{1+i} \right)^N \right\rangle \text{ si } i \neq k$$

El valor presente o actual (**VP**) de este gradiente, es:

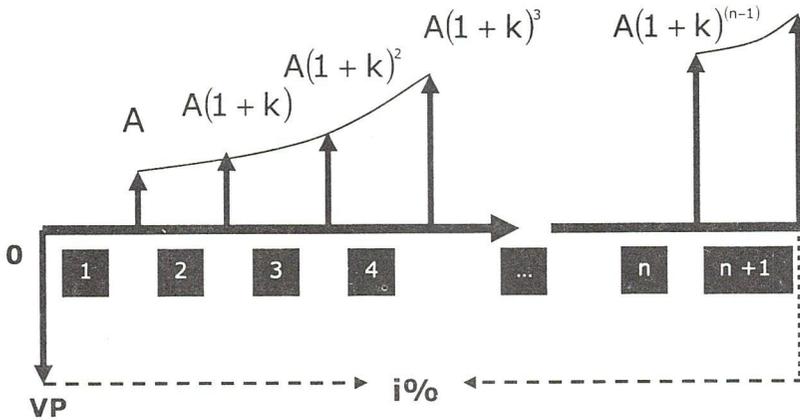
$$VP = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{A}{i - k} \left\langle 1 - \left( \frac{1+k}{1+i} \right)^N \right\rangle,$$

$$N \longrightarrow \infty$$

$$VP = \frac{A}{i - k} \text{ si } i > k.$$

En los casos donde  $i < k$ ,  $i = k$  no existe VP.

**Gráfica N° 4.20. Gradiente geométrico perpetuo creciente.**



**Ejemplo 4.17.** Tomar el caso del gradiente aritmético creciente del ejemplo N° 4.16., con incrementos anuales iguales al IPC, estimado en el 5% y establecer el nuevo monto del valor actual.

$$VP = \frac{400.000}{0.011 - 0.0041} = \$57.963.654$$

Para garantizar la mesada indexada, la cuenta de ahorro pensional, debe registrar un saldo actual (VP) por valor de \$ 57.9 millones de pesos.

**4.5.4. Gradiente geométrico decreciente:** El valor presente se calcula por el cociente entre el valor de la alícuota y la adición de las tasas de interés (i) y la de disminución periódica del gradiente (k) respectivamente; por lo tanto, la fórmula se expresa como:

$$VP = \frac{A}{i + k}$$

**Ejemplo 4.18.** Calcular valor presente, de un gradiente geométrico decreciente, con variaciones anuales del 5%, según las condiciones definidas en el ejemplo N° 4.16.

$$VP = \frac{400.000}{0.011 + 0.0041} = \$26.490.066 .$$

Reducir periódicamente el valor inicial del pago, a tasa promedio mes de inflación y por termino indefinido, implica disponer de un monto total de \$26.5 millones de pesos, en una cuenta de ahorros que renta el 14% ea.

#### 4.6. Estructuración de planes y tablas de amortización

Las tablas de amortización indican la estructura y distribución del pago de una deuda, entre interés y abono o amortización a capital y el saldo pendiente al final de cada período. Con soporte de las hojas de cálculo tipo Excel , las tablas de amortización se pueden construir, de acuerdo a las condiciones financieras definidas y con múltiples esquemas de pago, con la combinación de alícuotas con gradiente, pagos extraordinarios, anticipados, vencidos, etc.

Dentro del menú herramientas de Excel, existe una función muy poderosa, denominada **Buscar objetivo**, de importante apoyo en la construcción de planes de amortización. Al activar esta función, aparece una ventana que requiere ser alimentada con información relativa a: 1) Definir la celda. 2) Con el valor (cifra requerida) y 3) Para cambiar la celda.

Para la administración de esta herramienta, es necesario crear un modelo -tablas de amortización- que contenga: a) las condiciones del crédito (monto, plazo, tasa, forma y periodos de pago) y b) la matriz de información o de salida, que muestra el comportamiento de los valores calculados por periodos, de la cuota periódica, los abonos extraordinarios, el componente de intereses, abono a capital y el saldo. En esencia, se trata de hacer depender las cuotas futuras de la primera cuota, de tal forma que garantice la interrelación entre las demás variables y su comportamiento futuro. Con soporte de la opción **Buscar objetivo**, se define la celda del saldo final, se asigna el valor cero (0) y finalmente se ubica la celda (Para cambiar la celda), que permite la iteración. El modelo busca una solución, que en este caso corresponde a la primera cuota del préstamo y completa los demás campos previamente formulados.

Adicionalmente, se incluyen otras funciones que ya fueron consideradas y que pueden formar parte integral del modelo, como son VA, VF, TASA.NOMINAL, PAGO, entre otras. (Ver anexo N° 3 Excel financiero o directamente en la ayuda del computador). Para dar aplicación a los conceptos tratados, a continuación se presenta una serie de planes de amortización. Se parte de una única información aplicable a todos los casos seleccionados, de tal forma que se pueda apreciar la estructuración en cada uno de estos. Los ejemplos se clasifican en 4 grupos: Series uniformes o alícuotas, series variables y mixtas, UVR y planes de leasing que incluye las modalidades habitacional, no habitacional y convencional.

**Nota:** Para efectos de comprobar financieramente los flujos de caja, se calcula que el VPN sea cero (0), la TIR correspondiente a la tasa del crédito y el valor de los abonos periódicos a capital, deben coincidir con el valor inicial del préstamo o desembolso.

**Ejemplo 4.19.** Aplicación a planes de amortización: Crédito por valor de \$ 1,000.000, con tasa de interés efectiva anual del 21.55% y pagos por trimestre vencido en un plazo de tres años.

#### 4.6.1. Series uniformes

**Cuadro N° 4.6. Tabla de amortización anualidad vencida.**

n	Capital	Interes	Cuota	Saldo
0				1.000.000
1	62.825	50.000	112.825	937.175
2	65.967	46.859	112.825	871.208
3	69.265	43.560	112.825	801.943
4	72.728	40.097	112.825	729.215
5	76.365	36.461	112.825	652.850
6	80.183	32.642	112.825	572.667
7	84.192	28.633	112.825	488.475
8	88.402	24.424	112.825	400.073
9	92.822	20.004	112.825	307.252
10	97.463	15.363	112.825	209.789
11	102.336	10.489	112.825	107.453
12	107.453	5.373	112.825	-0

Comprobación:

- Suma del capital es igual al valor del préstamo \$1.000.000.
- La tasa interna de retorno =  $TIR(\text{Flujo}; 0.1) = 5\%$  por cada periodo vencido equivalente al 20% anual TV,  $\approx 21,55\%$  e.a.
- Valor presente neto del flujo igual a cero (0), descontado a tasa interna de retorno TIR.

$f_x$

=PAGO(tasa;nper;va;)

=PAGO(0.2/4;12;-1.000.000)=-**112.825.**

**Cuadro N° 4.7. Tabla de amortización anualidad anticipada**

n	Capital	Interes	Cuota	Saldo
	Prestamo			1.000.000
0	63.696	47.619	111.315	936.304
1	66.730	44.586	111.315	869.574
2	69.907	41.408	111.315	799.667
3	73.236	38.079	111.315	726.431
4	76.723	34.592	111.315	649.707
5	80.377	30.938	111.315	569.330
6	84.204	27.111	111.315	485.126
7	88.214	23.101	111.315	396.912
8	92.415	18.901	111.315	304.497
9	96.816	14.500	111.315	207.681
10	101.426	9.890	111.315	106.256
11	106.256	5.060	111.315	0



=PAGO(tasa;nper;va;)

=PAGO(0.1905/4;12;-1.000.000)= **-111.315**

Nota: Se tomo la tasa equivalente por trimestre anticipado.

**Cuadro Nº 4.8. Tabla de amortización cuotas iguales de abono a capital**

n	Capital	Interes	Cuota	Saldo
0				1.000.000
1	83.333	50.000	133.333	916.667
2	83.333	45.833	129.167	833.333
3	83.333	41.667	125.000	750.000
4	83.333	37.500	120.833	666.667
5	83.333	33.333	116.667	583.333
6	83.333	29.167	112.500	500.000
7	83.333	25.000	108.333	416.667
8	83.333	20.833	104.167	333.333
9	83.333	16.667	100.000	250.000
10	83.333	12.500	95.833	166.667
11	83.333	8.333	91.667	83.333
12	83.333	4.167	87.500	-

**Cuadro Nº 4.9. Tabla de amortización anualidad diferida con período de gracia de un año**

n	Capital	Interes	Cuota	Saldo
0				1.000.000
1		50.000	50.000	1.000.000
2		50.000	50.000	1.000.000
3		50.000	50.000	1.000.000
4		50.000	50.000	1.000.000
5	62.825	50.000	112.825	937.175
6	65.967	46.859	112.825	871.208
7	69.265	43.560	112.825	801.943
8	72.728	40.097	112.825	729.215
9	76.365	36.461	112.825	652.850
10	80.183	32.642	112.825	572.667
11	84.192	28.633	112.825	488.475
12	88.402	24.424	112.825	400.073
13	92.822	20.004	112.825	307.252
14	97.463	15.363	112.825	209.789
15	102.336	10.489	112.825	107.453
16	107.453	5.373	112.825	-0

Periodo de gracia implica únicamente pago de intereses, pero no abono a capital.

**Cuadro N° 4.10. Tabla de amortización alícuota más abono extraordinario**

n	Capital	Interes	alícuota	Cuota extra	Cuota total	Saldo
0				205.638		794.362
1	49.906	39.718	89.624		89.624	744.456
2	52.401	37.223	89.624		89.624	692.055
3	55.022	34.603	89.624		89.624	637.033
4	57.773	31.852	89.624	100.000	189.624	579.260
5	60.661	28.963	89.624		89.624	518.599
6	63.694	25.930	89.624		89.624	454.905
7	66.879	22.745	89.624		89.624	388.026
8	70.223	19.401	89.624	100.000	189.624	317.803
9	73.734	15.890	89.624		89.624	244.069
10	77.421	12.203	89.624		89.624	166.648
11	81.292	8.332	89.624		89.624	85.356
12	85.356	4.268	89.624	100.000	189.624	-

Tres abonos extraordinarios, cada uno por los 10% del valor del crédito (\$100.000), pagaderos al final de cada año. La tabla de amortización, contiene alícuotas por valor de \$89.624, calculadas con base en el valor presente de \$794.362, cantidad que se obtiene de restarle al préstamo total, el valor presente de los tres pagos extras, que equivalen a \$ 205.638 del momento cero, según tasa de interés.

#### 4.6.2. Series variables

**Cuadro N° 4.11. Tabla amortización gradiente aritmético creciente**

n	Capital	Interes	Cuota	Saldo
0				1.000.000
1	13.606	50.000	63.606	986.394
2	24.287	49.320	73.606	962.107
3	35.501	48.105	83.606	926.606
4	47.276	46.330	93.606	879.330
5	59.640	43.966	103.606	819.690
6	72.622	40.984	113.606	747.068
7	86.253	37.353	123.606	660.815
8	100.566	33.041	133.606	560.249
9	115.594	28.012	143.606	444.655
10	131.374	22.233	153.606	313.282
11	147.942	15.664	163.606	165.339
12	165.339	8.267	173.606	-0

A partir del primer pago por \$63,606 y en forma periódica hasta el final del plazo del crédito, el valor de la cuota se incrementa en \$10,000. El cálculo de las cuotas, se realizó en hoja de Excel, con ayuda de la función Buscar Objetivo, previo diseño como se ilustró previamente.

**Cuadro N° 4.12. Tabla amortización gradiente aritmético decreciente**

n	Capital	Interes	Cuota	Saldo
0				1.000.000
1	112.044	50.000	162.044	887.956
2	107.647	44.398	152.044	780.309
3	103.029	39.015	142.044	677.280
4	98.180	33.864	132.044	579.100
5	93.089	28.955	122.044	486.010
6	87.744	24.301	112.044	398.266
7	82.131	19.913	102.044	316.135
8	76.238	15.807	92.044	239.897
9	70.050	11.995	82.044	169.848
10	63.552	8.492	72.044	106.296
11	56.730	5.315	62.044	49.566
12	49.566	2.478	52.044	0

A partir del segundo trimestre, la cuota disminuye en \$10.000 periódicamente, hasta la amortización final.

**Cuadro N° 4.13. Tabla amortización gradiente geométrico creciente**

n	Capital	Interes	Cuota	Saldo
0				1.000.000
1	16.881	50.000	66.881	983.119
2	24.413	49.156	73.569	958.705
3	32.991	47.935	80.926	925.714
4	42.733	46.286	89.019	882.981
5	53.772	44.149	97.921	829.210
6	66.252	41.460	107.713	762.957
7	80.336	38.148	118.484	682.621
8	96.201	34.131	130.333	586.420
9	114.045	29.321	143.366	472.375
10	134.084	23.619	157.702	338.291
11	156.558	16.915	173.473	181.733
12	181.733	9.087	190.820	-0

Crece cada cuota con base en la inmediatamente anterior en un 10%.

**Cuadro N° 4.14. Tabla amortización gradiente geométrico decreciente**

n	Capital	Interes	Cuota	Saldo
0				1.000.000
1	127.992	50.000	177.992	872.008
2	116.593	43.600	160.193	755.415
3	106.403	37.771	144.174	649.012
4	97.306	32.451	129.756	551.706
5	89.196	27.585	116.781	462.510
6	81.977	23.126	105.103	380.533
7	75.566	19.027	94.592	304.967
8	69.885	15.248	85.133	235.083
9	64.866	11.754	76.620	170.217
10	60.447	8.511	68.958	109.770
11	56.574	5.488	62.062	53.196
12	53.196	2.660	55.856	-0

Cada cuota decrece en un 10% con base en la inmediatamente anterior.

**Cuadro N° 4.15. Tabla amortización cuota extra con gradiente geométrico creciente y pago periódico aritmético decreciente**

n	Capital	Interes	Cuota	Cuota extra	Cuota total	Saldo
0				224.100		775.900
1	97.965	38.795	136.760	-	136.760	677.935
2	92.864	33.897	126.760	-	126.760	585.071
3	87.507	29.254	116.760	-	116.760	497.565
4	81.882	24.878	106.760	100.000	206.760	415.683
5	75.976	20.784	96.760	-	96.760	339.706
6	69.775	16.985	86.760	-	86.760	269.932
7	63.264	13.497	76.760	-	76.760	206.668
8	56.427	10.333	66.760	110.000	176.760	150.241
9	49.248	7.512	56.760	-	56.760	100.993
10	41.711	5.050	46.760	-	46.760	59.282
11	33.796	2.964	36.760	-	36.760	25.486
12	25.486	1.274	26.760	121.000	147.760	-0

La cuota periódica decrece en forma aritmética, \$10.000 cada trimestre y las tres (3) cuotas anuales extraordinarias, crecen geométricamente a una tasa del 10%.

**Nota:** Financieramente los planes de amortización expuestos son equivalentes e indiferentes cualquiera sea su elección, sin considerar oportunidades alternas de administrar el dinero en forma temporal.

### 4.6.3. Créditos vivienda según modalidad: UVR y moneda legal

La Circular Externa 068 de 2000, expedida por la Superintendencia Financiera, autorizó con carácter general, cuatro sistemas de amortización de créditos, a partir del 15 de septiembre de 2000. Como únicos planes, aprobados para su utilización por las entidades autorizadas, se aplican tanto a créditos reliquidados, como a nuevos desembolsos. La Ley 546 de 1.999 o Ley de Vivienda, creó un **sistema especializado para la financiación de vivienda** individual a largo plazo, la Ley 795/03 autoriza a los bancos para ofrecer este tipo de créditos y mediante decreto 1787/04, el Gobierno reglamenta las operaciones de leasing habitacional, previa consideración de prohibir la capitalización de intereses.

**Crédito de vivienda individual a largo plazo:** Préstamo dirigido a personas naturales, que deseen financiar la compra de vivienda nueva, usada o construcción de una unidad habitacional, así como el mejoramiento de una unidad en categoría VIS (Vivienda de interés social).

**Tipo de financiación:** En unidad de cuenta UVR (indexada al IPC) o en moneda legal, a tasa fija de interés durante todo el plazo del préstamo, con sistemas de amortización sin capitalización de intereses y aceptación de prepago. (Ver anexo N° 6).

**Cuadro N° 4.16. Tasas máximas de interés remuneratorio autorizadas para créditos de vivienda 2.000 – 2.006.**

Periodo	Res. Ext JDBR	Modalidad	Destino crédito.	
			Diferente a VIS	VIS
Antes 3 sep/99 (Reajuste créditos).	14/00	UVR	13.1% mv +UVR.	
		M/L pesos <sup>1</sup>	13.1% mv + $\Delta UVR_{t-12}$	
	20/00	UVR		11% + UVR <sup>2</sup>
		M/L pesos <sup>1</sup>		11% + $\Delta UVR_{t-12}$
2.000 2.005	9/03 3/04	UVR	=	=
	3/05	M/L pesos <sup>1</sup>	=	=
2.006 ...	8/06	UVR	12.7% ea + UVR	11% +UVR
		M/L pesos <sup>1</sup>	12.7% ea + $\Delta UVR_{t-12}$	11% + $\Delta UVR_{t-12}$

Fuente: Banco de la República y Resoluciones externas relacionadas.

$\Delta UVR_{t-12}$  Variación UVR de los últimos 12 meses.

1: Vigentes al perfeccionamiento del contrato.

2: Prevista en la Ley 546/99.

**Nota:** Los créditos perfeccionados antes del 3 de septiembre de 2000, la tasa máxima de interés remuneratoria, equivale a 13,1 puntos porcentuales

nominales anuales, pagaderos mes vencido, adicionados con la variación de la UVR de los últimos 12 meses. Se toma como fecha de partida, el 3 de septiembre de 2000 y hasta el mismo día del año 1999. Es decir,  $13,92\% + 9,45\% = 23,37\%$  efectivo anual. (Circular jurídica básica 007 capítulo 4).

Con referencia al cuadro N° 4.16., se destacan tres aspectos relevantes:

1. El cambio de expresión de la tasa de interés. En el año 2000 se definió en términos nominales (13.1 puntos porcentuales nominales anuales, pagaderos mes vencido, adicionados con la variación de la UVR de los últimos 12 meses, vigente al perfeccionarse el contrato) y en la Resolución Externa 8/06, se expresa en términos efectivos anuales.
2. Reducción de la tasa fija de los créditos diferente a VIS, a partir del año 2006 (Res. Ext. 8/06) de 1.22 puntos porcentuales efectivos anuales, con referencia a la anterior (13.92% e.a.).
3. Estabilidad del precio de los créditos, en particular VIS por largo tiempo, luego de de un récord histórico de altas volatilidades.
4. Son tasas máximas o techo.

Un punto al que se quiere llamar la atención, radica en el texto de la nota anterior de la circular jurídica 007, que toma la tasa nominal para calcular la equivalente en efectiva anual, más un spread (Variación UVR) y que matemáticamente suman estas dos tasas, como lo indica la norma. Vale la pena considerar si la operación es la suma o el producto de estas dos tasas, dado que financieramente no son equivalentes. Claro está, si es adición implica menos costos por intereses que paga el deudor, pero debería ser el producto de estas dos tasas, la operación correcta.

¿Cómo aplican este concepto, los establecimientos de crédito autorizados para realizar estas operaciones activas? ¿Siguen el texto de la circular al pie de la letra? La diferencia es de 1.2 puntos porcentuales anuales, que sobre el valor de su activo productivo, es una suma no despreciable. Recordar que la operación **correcta financieramente, es el producto en términos efectivos de la forma  $[(1+a) \times (1+b)] - 1$  y expresado en términos porcentuales**. Para comprobar esta afirmación, ver plan de pago cuota constante en UVR -Sistema de Amortización Gradual, cuadro N° 4.18.

#### 4.6.3.1. Sistemas de amortización en UVR

##### Cuota constante en UVR (Sistema de Amortización Gradual)

En este sistema, la tabla de amortización se estructura a partir de la definición de las tasas de interés respectivas y equivalentes, el plazo, monto en pesos y en UVR y el valor de la unidad al momento de desembolso. El ejemplo expuesto a continuación, soporta éste y los demás sistemas contemplados en esta sección, para facilitar su comparación.

**Ejemplo 4.20.** Estructurar un crédito de vivienda diferente a VIS por valor de \$1 millón, para ser amortizado durante cinco años, en alícuotas mensuales liquidadas sobre UVR. Se aplica la tasa de interés de acuerdo al cuadro N° 4.15., del 12.7% efectiva anual y se toma como referencia de variación de la UVR de los últimos 12 meses (a diciembre de 2.006), el valor de 4.25%, equivalente a la variación anual del IPC. El valor de la unidad al 31 de diciembre, es de 160.0161 y se asume que el IPC permanece constante durante el tiempo del crédito.

En el cuadro N° 4.17., se presenta un resumen de las variables consideradas, con sus correspondientes valores que se aplican al modelo de simulación del crédito y el cuadro N° 4.18., desarrolla el flujo completo y detallado período a período -como lo exige la entidad de control-, de tal manera, que se identifica claramente el valor de cada cuota, en pesos y UVR, y el saldo al momento que se requiera.

Construida y diseñada la tabla de amortización del crédito, se pueden realizar los cambios que sean necesarios, para medir los efectos o simplemente, para ampliar el plazo, analizar comportamientos y/o poder sensibilizar las variables, v.gr., en cuántos pesos se incrementa la primera cuota, por aumento de una unidad porcentual del IPC.

**Cuadro N° 4.17. Cuantificación de la variables aplicables al ejemplo del crédito sistema cuota constante en UVR.**

Variables	Valor inicial	Equivalencias
<b>(a) Tasa crédito.</b>	12.70% ea	12.02% m.v.
<b>(b) Variación UVR (IPC)</b>	4.25% año vencido	4.17% m.v.
<b>(c) Tasa crédito (ab).</b>	17.49% ea	16.23% m.v.
<b>(d) Valor crédito.</b>	\$ 1.000.000	6.249,3712 UVR
<b>(e) Valor UVR<sup>a</sup></b>	T <sub>0</sub> 160.0161	T <sub>60</sub> 197.0353

$$^a((T_{60}/T_0)^{(1/60)} - 1) \times 12 = 4.17\% \text{ o } 160.0161 \times (1.0425)^5 = 197.0353$$

De los resultados obtenidos el cuadro N° 4.18., se desprende que por cada millón de pesos de crédito, el deudor paga mensualmente 139,0633 Unidades de Valor Real, cuota que contiene el pago de interés y amortización a capital.

Esta alícuota, está calculada con tasa nominal anual, por período mensual vencido (12.02% m.v.) y la unidad se determina con la variación mensual del IPC. Por lo tanto, el producto obtenido del valor de la unidad y del monto de la alícuota, se calcula el pago en pesos, que en el primer mes es de \$22.330 y finaliza al quinto año con \$ 27.400 por cada millón.

Cuadro N° 4.18. Tabla amortización: anualidad en UVR.

n	capital	interes	cuota	saldo	Valor UVR	Liquidación
0				6.249,3712	160,0161	-1.000,000
1	76,4880	62,5754	139,0633	6.172,8832	160,5721	22.330
2	77,2538	61,8095	139,0633	6.095,6294	161,1300	22.407
3	78,0274	61,0360	139,0633	6.017,6020	161,6898	22.485
4	78,8087	60,2547	139,0633	5.938,7933	162,2516	22.563
5	79,5978	59,4655	139,0633	5.859,1955	162,8154	22.642
6	80,3948	58,6685	139,0633	5.778,8007	163,3811	22.720
7	81,1998	57,8635	139,0633	5.697,6009	163,9487	22.799
8	82,0129	57,0505	139,0633	5.615,5880	164,5184	22.878
9	82,8341	56,2293	139,0633	5.532,7539	165,0900	22.958
10	83,6635	55,3998	139,0633	5.449,0904	165,6636	23.038
11	84,5012	54,5621	139,0633	5.364,5892	166,2392	23.118
12	85,3473	53,7160	139,0633	5.279,2419	166,8168	23.198
13	86,2019	52,8614	139,0633	5.193,0399	167,3964	23.279
14	87,0651	51,9983	139,0633	5.105,9749	167,9780	23.360
15	87,9369	51,1265	139,0633	5.018,0380	168,5616	23.441
16	88,8174	50,2460	139,0633	4.929,2206	169,1473	23.522
17	89,7067	49,3566	139,0633	4.839,5139	169,7350	23.604
18	90,6050	48,4584	139,0633	4.748,9089	170,3248	23.686
19	91,5122	47,5511	139,0633	4.657,3963	170,9165	23.768
20	92,4285	46,6348	139,0633	4.564,9682	171,5104	23.851
21	93,3540	45,7093	139,0633	4.471,6142	172,1063	23.934
22	94,2888	44,7746	139,0633	4.377,3255	172,7043	24.017
23	95,2329	43,8305	139,0633	4.282,0926	173,3044	24.100
24	96,1865	42,8769	139,0633	4.185,9062	173,9065	24.184
25	97,1496	41,9138	139,0633	4.088,7566	174,5107	24.268
26	98,1223	40,9410	139,0633	3.990,6342	175,1171	24.352
27	99,1048	39,9585	139,0633	3.891,5294	175,7255	24.437
28	100,0972	38,9661	139,0633	3.791,4322	176,3361	24.522
29	101,0995	37,9639	139,0633	3.690,3327	176,9488	24.607
30	102,1118	36,9516	139,0633	3.588,2210	177,5636	24.693
31	103,1342	35,9291	139,0633	3.485,0867	178,1805	24.778
32	104,1669	34,8964	139,0633	3.380,9198	178,7996	24.864
33	105,2100	33,8534	139,0633	3.275,7098	179,4208	24.951
34	106,2634	32,7999	139,0633	3.169,4464	180,0442	25.038
35	107,3275	31,7359	139,0633	3.062,1189	180,6698	25.125
36	108,4021	30,6612	139,0633	2.953,7168	181,2975	25.212
37	109,4876	29,5758	139,0633	2.844,2292	181,9274	25.299
38	110,5839	28,4795	139,0633	2.733,6454	182,5595	25.387
39	111,6912	27,3722	139,0633	2.621,9542	183,1938	25.476
40	112,8095	26,2538	139,0633	2.509,1447	183,8304	25.564
41	113,9391	25,1242	139,0633	2.395,2056	184,4691	25.653
42	115,0800	23,9834	139,0633	2.280,1256	185,1100	25.742
43	116,2323	22,8311	139,0633	2.163,8933	185,7532	25.831
44	117,3961	21,6672	139,0633	2.046,4972	186,3986	25.921
45	118,5716	20,4917	139,0633	1.927,9256	187,0462	26,011
46	119,7589	19,3045	139,0633	1.808,1667	187,6961	26.102
47	120,9580	18,1053	139,0633	1.687,2086	188,3483	26.192
48	122,1692	16,8941	139,0633	1.565,0394	189,0027	26.283
49	123,3925	15,6708	139,0633	1.441,6469	189,6594	26.375
50	124,6280	14,4353	139,0633	1.317,0189	190,3183	26.466
51	125,8759	13,1874	139,0633	1.191,1430	190,9796	26.558
52	127,1363	11,9270	139,0633	1.064,0066	191,6431	26.651
53	128,4094	10,6540	139,0633	935,5973	192,3090	26.743
54	129,6951	9,3682	139,0633	805,9021	192,9772	26.836
55	130,9938	8,0696	139,0633	674,9083	193,6477	26.929
56	132,3054	6,7579	139,0633	542,6029	194,3205	27.023
57	133,6302	5,4331	139,0633	408,9727	194,9957	27.117
58	134,9683	4,0951	139,0633	274,0044	195,6732	27.211
59	136,3197	2,7436	139,0633	137,6847	196,3531	27.306
60	137,6847	1,3786	139,0633	-0,0000	197,0353	27.400
	6.249,3712		1,00%		4,17%	1,35%
			12,02%			16,23%
			12,70%		-0	17,49%

Para efectos de garantizar los resultados financieros del flujo, se validó:

1. La sumatoria por amortización del préstamo en UVR corresponde al valor inicial del crédito.
2. La TIR del flujo de la alícuota en UVR es del 12.70% e.a.
3. La variación de la unidad es igual a la del IPC
4. El saldo del flujo es cero.
5. La tasa interna del flujo en pesos es igual a la tasa del préstamo (17.49% e.a.)
6. Valor presente neto del flujo en pesos es de cero (0), con tasa de interés del crédito.

La tasa del crédito se obtiene del producto entre la tasa efectiva dada por la autoridad monetaria y la variación anual del IPC.

### **Amortización constante a capital en UVR.**

La estructura del sistema de amortización constante a capital en UVR, es el más sencillo de las alternativas planteadas, ver cuadro N° 4.19. El punto de partida lo determina el cálculo de la cuotaparte, que resulta de dividir el monto total del crédito en UVR al momento del desembolso, por el plazo del crédito (número de meses). El valor estimado en 104,1562 UVR's, corresponde a una suma fija que abona periódicamente a capital. El costo financiero (saldo o valor insoluto del crédito por la tasa nominal por período), se calcula sobre saldo del crédito, que es decreciente.

La suma de estos dos conceptos, conforma el valor total de la cuota en UVR, que decrece en este primer sistema. Con base en el número de unidades, se liquida en pesos, con el valor de cotización de la unidad de valor real vigente en cada período, respectivamente.

Un punto de reflexión bajo este sistema -sin olvidar que el plazo de amortización puede ser mayor para estos créditos-, se refiere al comportamiento decreciente que registra la cuota expresada en pesos, versus el sistema anterior de anualidad en UVR, que muestra un comportamiento creciente en pesos. Al realizar un paralelo entre los dos sistemas (cuadros N° 4.18 y 4.19.) y tomar la primera cuota bajo la modalidad de amortización constante a capital en UVR, ésta es más alta, en \$4.442 pesos por millón (\$26.772 vs \$22.330) y decrece hasta la número 60 con un comportamiento totalmente contrario. Al final del plazo del crédito (cinco años) la diferencia en los sistemas es de \$6.672 pesos (\$27,400 alícuota vs \$20.728). A pesar de la equivalencia de los flujos, por principio de disponibilidad de recursos, se espera que el deudor optara por pagar menos al comienzo y con el tiempo incrementar la cuota, con la expectativa a futuro de percibir mejores ingresos y no la opción contraria; sin embargo, la decisión la tiene el consumidor.

Cuadro N° 4.19. Tabla amortización: Abono constante a capital.

n	capital	interes	cuota	saldo	Valor UVR	Liquidación
0				6.249,3712	160,0161	-1.000.000
1	104,1562	62,5754	166,7316	6.145,2150	160,5721	26.772
2	104,1562	61,5325	165,6886	6.041,0588	161,1300	26.697
3	104,1562	60,4895	164,6457	5.936,9026	161,6898	26.622
4	104,1562	59,4466	163,6028	5.832,7464	162,2516	26.545
5	104,1562	58,4037	162,5599	5.728,5902	162,8154	26.467
6	104,1562	57,3608	161,5170	5.624,4340	163,3811	26.389
7	104,1562	56,3178	160,4740	5.520,2779	163,9487	26.310
8	104,1562	55,2749	159,4311	5.416,1217	164,5184	26.229
9	104,1562	54,2320	158,3882	5.311,9655	165,0900	26.148
10	104,1562	53,1891	157,3453	5.207,8093	165,6636	26.066
11	104,1562	52,1461	156,3023	5.103,6531	166,2392	25.984
12	104,1562	51,1032	155,2594	4.999,4969	166,8168	25.900
13	104,1562	50,0603	154,2165	4.895,3407	167,3964	25.815
14	104,1562	49,0174	153,1736	4.791,1846	167,9780	25.730
15	104,1562	47,9745	152,1306	4.687,0284	168,5616	25.643
16	104,1562	46,9315	151,0877	4.582,8722	169,1473	25.556
17	104,1562	45,8886	150,0448	4.478,7160	169,7350	25.468
18	104,1562	44,8457	149,0019	4.374,5598	170,3248	25.379
19	104,1562	43,8028	147,9590	4.270,4036	170,9165	25.289
20	104,1562	42,7598	146,9160	4.166,2474	171,5104	25.198
21	104,1562	41,7169	145,8731	4.062,0913	172,1063	25.106
22	104,1562	40,6740	144,8302	3.957,9351	172,7043	25.013
23	104,1562	39,6311	143,7873	3.853,7789	173,3044	24.919
24	104,1562	38,5882	142,7443	3.749,6227	173,9065	24.824
25	104,1562	37,5452	141,7014	3.645,4665	174,5107	24.728
26	104,1562	36,5023	140,6585	3.541,3103	175,1171	24.632
27	104,1562	35,4594	139,6156	3.437,1541	175,7255	24.534
28	104,1562	34,4165	138,5726	3.332,9980	176,3361	24.435
29	104,1562	33,3735	137,5297	3.228,8418	176,9488	24.336
30	104,1562	32,3306	136,4868	3.124,6856	177,5636	24.235
31	104,1562	31,2877	135,4439	3.020,5294	178,1805	24.133
32	104,1562	30,2448	134,4010	2.916,3732	178,7996	24.031
33	104,1562	29,2018	133,3580	2.812,2170	179,4208	23.927
34	104,1562	28,1589	132,3151	2.708,0608	180,0442	23.823
35	104,1562	27,1160	131,2722	2.603,9046	180,6698	23.717
36	104,1562	26,0731	130,2293	2.499,7485	181,2975	23.610
37	104,1562	25,0302	129,1863	2.395,5923	181,9274	23.503
38	104,1562	23,9872	128,1434	2.291,4361	182,5595	23.394
39	104,1562	22,9443	127,1005	2.187,2799	183,1938	23.284
40	104,1562	21,9014	126,0576	2.083,1237	183,8304	23.173
41	104,1562	20,8585	125,0146	1.978,9675	184,4691	23.061
42	104,1562	19,8155	123,9717	1.874,8113	185,1100	22.948
43	104,1562	18,7726	122,9288	1.770,6552	185,7532	22.834
44	104,1562	17,7297	121,8859	1.666,4990	186,3986	22.719
45	104,1562	16,6868	120,8430	1.562,3428	187,0462	22.603
46	104,1562	15,6438	119,8000	1.458,1866	187,6961	22.486
47	104,1562	14,6009	118,7571	1.354,0304	188,3483	22.368
48	104,1562	13,5580	117,7142	1.249,8742	189,0027	22.248
49	104,1562	12,5151	116,6713	1.145,7180	189,6594	22.128
50	104,1562	11,4722	115,6283	1.041,5619	190,3183	22.006
51	104,1562	10,4292	114,5854	937,4057	190,9796	21.883
52	104,1562	9,3863	113,5425	833,2495	191,6431	21.760
53	104,1562	8,3434	112,4996	729,0933	192,3090	21.635
54	104,1562	7,3005	111,4566	624,9371	192,9772	21.509
55	104,1562	6,2575	110,4137	520,7809	193,6477	21.381
56	104,1562	5,2146	109,3708	416,6247	194,3205	21.253
57	104,1562	4,1717	108,3279	312,4686	194,9957	21.123
58	104,1562	3,1288	107,2850	208,3124	195,6732	20.993
59	104,1562	2,0858	106,2420	104,1562	196,3531	20.861
60	104,1562	1,0429	105,1991	-0,0000	197,0353	20.728
			1,00%		4,17%	1,35%
			12,02%			16,23%
			12,70%		-0	17,49%

**Cuadro N° 4.20. Análisis de sensibilidad primera cuota. Sistema abono constante a capital. Variación IPC y plazo (meses).**

(Cifras expresadas en pesos)

		3,0%	3,5%	4,0%	4,5%	5,0%	\$*
<b>A</b>	<b>60</b>	26.746	26.758	26.769	26.780	26.791	22
	<b>72</b>	23.962	23.972	23.982	23.992	24.002	20
	<b>84</b>	21.973	21.982	21.991	22.000	22.009	18
	<b>96</b>	20.481	20.489	20.498	20.506	20.515	17
	<b>108</b>	19.321	19.329	19.337	19.345	19.353	16
	<b>120</b>	18.392	18.400	18.408	18.415	18.423	15
	<b>132</b>	17.633	17.640	17.647	17.655	17.662	15
	<b>144</b>	17.000	17.007	17.014	17.021	17.028	14
	<b>156</b>	16.464	16.471	16.478	16.485	16.492	14
	<b>168</b>	16.005	16.012	16.019	16.025	16.032	13
<b>180</b>	15.608	15.614	15.621	15.627	15.633	13	
<b>B</b>	60	19.554	20.048	20.554	21.072	21.603	1.050
	72	18.234	18.694	19.166	19.649	20.145	979
	84	17.290	17.727	18.174	18.633	19.103	928
	96	16.583	17.002	17.431	17.870	18.321	890
	108	16.033	16.438	16.852	17.278	17.713	861
	120	15.593	15.986	16.390	16.803	17.227	837
	132	15.233	15.617	16.011	16.415	16.829	818
	144	14.933	15.309	15.696	16.092	16.497	802
	156	14.679	15.049	15.429	15.818	16.217	788
	168	14.461	14.826	15.200	15.584	15.976	776
180	14.272	14.633	15.002	15.380	15.768	766	

Fuente: Cuadro 4.18., \* Impacto en pesos en la cuota ante un aumento, de un 1% en el IPC

El panel A (cuadro N° 4.20), registra el valor de la primera cuota del sistema de amortización, con plazos entre 5 y 15 años referidos a meses y cambio en la Unidad de Valor Real, indexada a la variación del IPC. Se aprecia que ante un incremento en la variación del índice de precios al consumidor de un punto porcentual y con un plazo de 5 años, el impacto en la primera cuota es de \$22 pesos. A medida que el plazo es mayor, el grado de incidencia en la cuota se reduce y llega a \$13 cuando el plazo aumenta a 15 años; esto es, una participación relativa constante inferior al 0,1%. Qué sucede con la última cuota del quinto año? El panel B, registra estos valores. El impacto a precios corrientes es algo más del 5%, que corresponde a un aumento entre \$1.050 y \$776 por millón, a medida que el horizonte del crédito se amplía. En pesos constantes (descontados a precios del momento cero, con tasa del crédito), equivalen a \$469 y \$68 respectivamente.

Frente a este panorama, se prevé estabilidad del costo financiero, sin mayor impacto inflacionario aparente, ya que tiende a estar en niveles controlados y relativamente bajos, por definición de la senda objetivo de variación del IPC.

## Cuota mensual decreciente en UVR cíclica por períodos anuales

El comportamiento de este sistema se presenta en el cuadro N° 4.21. La cuota periódica (capital más interés), decrece en UVR al ritmo de la tasa anual equivalente al índice de inflación proyectada, no modificada durante este lapso; esto es, permanece constante la tasa cada año. En la práctica, cada año, se ajusta la tasa de interés, con la inflación que certifique el DANE.

**Cuadro N° 4.21. Tabla amortización: Anualidad en UVR.**

n	capital	interes	cuota	saldo	Valor UVR	Liquidación
0				6.249,3712	160,0161	-1.000,000
1	89,6695	62,5754	152,2448	6.159,7017	160,5721	24,446
2	90,0383	61,6775	151,7159	6.069,6634	161,1300	24,446
3	90,4128	60,7760	151,1887	5.979,2506	161,6898	24,446
4	90,7928	59,8706	150,6634	5.888,4578	162,2516	24,445
5	91,1784	58,9615	150,1399	5.797,2794	162,8154	24,445
6	91,5697	58,0486	149,6183	5.705,7097	163,3811	24,445
7	91,9668	57,1317	149,0984	5.613,7429	163,9487	24,444
8	92,3696	56,2108	148,5804	5.521,3733	164,5184	24,444
9	92,7783	55,2859	148,0641	5.428,5951	165,0900	24,444
10	93,1928	54,3569	147,5497	5.335,4022	165,6636	24,444
11	93,6133	53,4237	147,0370	5.241,7890	166,2392	24,443
12	94,0398	52,4864	146,5262	5.147,7492	166,8168	24,443
13	94,4723	51,5448	146,0171	5.053,2769	167,3964	24,443
14	94,9109	50,5988	145,5097	4.958,3660	167,9780	24,442
15	95,3557	49,6485	145,0041	4.863,0103	168,5616	24,442
16	95,8067	48,6937	144,5003	4.767,2036	169,1473	24,442
17	96,2639	47,7343	143,9983	4.670,9397	169,7350	24,442
18	96,7275	46,7704	143,4979	4.574,2122	170,3248	24,441
19	97,1975	45,8019	142,9994	4.477,0147	170,9165	24,441
20	97,6739	44,8287	142,5025	4.379,3409	171,5104	24,441
21	98,1567	43,8506	142,0074	4.281,1841	172,1063	24,440
22	98,6462	42,8678	141,5140	4.182,5379	172,7043	24,440
23	99,1423	41,8800	141,0223	4.083,3957	173,3044	24,440
24	99,6450	40,8873	140,5323	3.983,7507	173,9065	24,439
25	100,1545	39,8896	140,0440	3.883,5962	174,5107	24,439
26	100,6707	38,8867	139,5574	3.782,9255	175,1171	24,439
27	101,1939	37,8787	139,0726	3.681,7316	175,7255	24,439
28	101,7239	36,8654	138,5894	3.580,0077	176,3361	24,438
29	102,2610	35,8469	138,1078	3.477,7467	176,9488	24,438
30	102,8051	34,8229	137,6280	3.374,9417	177,5636	24,438
31	103,3563	33,7935	137,1498	3.271,5854	178,1805	24,437
32	103,9146	32,7586	136,6733	3.167,6708	178,7996	24,437
33	104,4803	31,7181	136,1984	3.063,1905	179,4208	24,437
34	105,0532	30,6719	135,7252	2.958,1373	180,0442	24,437
35	105,6336	29,6200	135,2536	2.852,5037	180,6698	24,436
36	106,2213	28,5623	134,7836	2.746,2824	181,2975	24,436
37	106,8166	27,4987	134,3153	2.639,4658	181,9274	24,436
38	107,4195	26,4292	133,8487	2.532,0462	182,5595	24,435
39	108,0301	25,3536	133,3836	2.424,0162	183,1938	24,435
40	108,6483	24,2718	132,9202	2.315,3679	183,8304	24,435
41	109,2744	23,1839	132,4583	2.206,0935	184,4691	24,434
42	109,9083	22,0898	131,9981	2.096,1851	185,1100	24,434
43	110,5502	20,9892	131,5395	1.985,6349	185,7532	24,434
44	111,2002	19,8823	131,0825	1.874,4347	186,3986	24,434
45	111,8582	18,7688	130,6270	1.762,5765	187,0462	24,433
46	112,5243	17,6488	130,1731	1.650,0522	187,6961	24,433
47	113,1988	16,5221	129,7209	1.536,8534	188,3483	24,433
48	113,8815	15,3886	129,2701	1.422,9719	189,0027	24,432
49	114,5727	14,2483	128,8210	1.308,3992	189,6594	24,432
50	115,2723	13,1011	128,3734	1.193,1269	190,3183	24,432
51	115,9805	11,9469	127,9274	1.077,1464	190,9796	24,432
52	116,6974	10,7855	127,4829	960,4490	191,6431	24,431
53	117,4229	9,6170	127,0400	843,0261	192,3090	24,431
54	118,1573	8,4413	126,5986	724,8689	192,9772	24,431
55	118,9005	7,2582	126,1587	605,9683	193,6477	24,430
56	119,6527	6,0676	125,7203	486,3156	194,3205	24,430
57	120,4140	4,8695	125,2835	365,9016	194,9957	24,430
58	121,1844	3,6638	124,8482	244,7171	195,6732	24,429
59	121,9641	2,4504	124,4145	122,7530	196,3531	24,429
60	122,7530	1,2291	123,9822	0,0000	197,0353	24,429
	6.249,3712		1,00%		4,17%	1,35%
			12,02%			16,23%
			12,70%		-0	17,49%

En consecuencia, se trata de un comportamiento decreciente del flujo de pagos en UVR durante el tiempo del crédito, a una tasa promedio mes del (-0.35%) equivalente al 4.25% año vencido<sup>33</sup>, que corresponde a la variación año completo del IPC, proceso que se actualiza anualmente. En pesos, la cuota se comporta estable, con mínima diferencia entre uno y otro período. Para efectos de la formulación, ver anexo N° 6.

**4.6.3.2. Sistemas de amortización en Pesos**

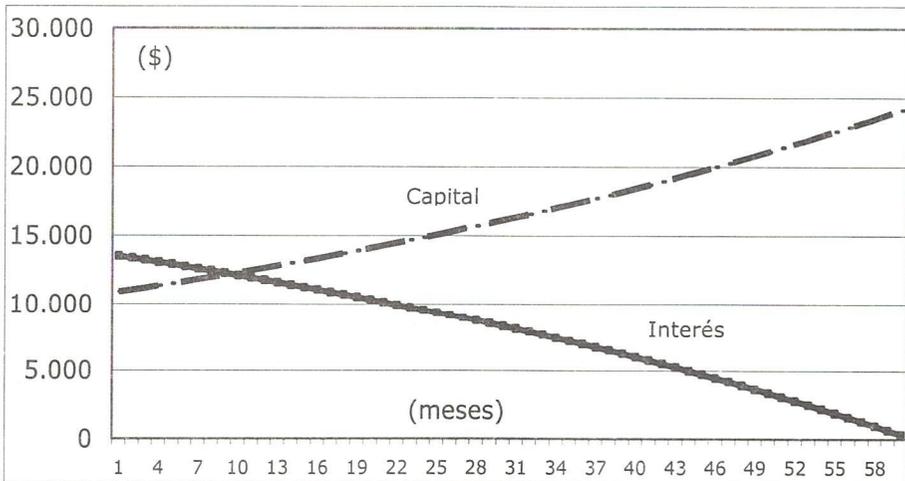
**Cuota Constante (Amortización Gradual en pesos)**

La cuota mensual es fija en pesos por todo el plazo del crédito. Se calcula como una anualidad uniforme convencional. (Ver cuadro N° 4.22.) La tasa de interés es la equivalente nominal anual por mes vencido, de la oferta hecha por la entidad financiera -garantizar que no se excede en los límites definidos por la autoridad monetaria- y la respectiva variación del IPC.

En el plan de amortización, es importante aclarar que los valores en pesos son informativos porque los reales varían según el IPC efectivo que se registre en cada uno de los meses correspondientes al plazo del préstamo.

Con estas consideraciones, el valor de la alícuota se calculó en \$24,439 por cada millón, distribuida en un comienzo entre capital e interés del 45% y 55% respectivamente y en el mes 60 con 99% y 1%, como se aprecia en la gráfica N° 4.21.

**Gráfica N° 4.21. Comportamiento capital e intereses crédito en pesos. Sistema alícuota**



<sup>33</sup>  $(1+\Delta IPC)^{1/12}-1=-0.3474\% = (UVR_{60}/UVR_1)^{1/(n-1)}-1.$

Cuadro N° 4.22. Tabla amortización: Anualidad en pesos.

n	capital	interes	cuota	Saldo
0				1.000.000
1	10.916	13.522	24.439	989.084
2	11.064	13.375	24.439	978.020
3	11.214	13.225	24.439	966.806
4	11.365	13.073	24.439	955.441
5	11.519	12.920	24.439	943.922
6	11.675	12.764	24.439	932.247
7	11.833	12.606	24.439	920.415
8	11.993	12.446	24.439	908.422
9	12.155	12.284	24.439	896.267
10	12.319	12.120	24.439	883.948
11	12.486	11.953	24.439	871.462
12	12.655	11.784	24.439	858.808
13	12.826	11.613	24.439	845.982
14	12.999	11.440	24.439	832.983
15	13.175	11.264	24.439	819.808
16	13.353	11.086	24.439	806.455
17	13.534	10.905	24.439	792.922
18	13.717	10.722	24.439	779.205
19	13.902	10.537	24.439	765.303
20	14.090	10.349	24.439	751.213
21	14.281	10.158	24.439	736.933
22	14.474	9.965	24.439	722.459
23	14.669	9.769	24.439	707.790
24	14.868	9.571	24.439	692.922
25	15.069	9.370	24.439	677.853
26	15.273	9.166	24.439	662.580
27	15.479	8.960	24.439	647.101
28	15.688	8.750	24.439	631.413
29	15.901	8.538	24.439	615.512
30	16.116	8.323	24.439	599.397
31	16.333	8.105	24.439	583.063
32	16.554	7.884	24.439	566.509
33	16.778	7.661	24.439	549.731
34	17.005	7.434	24.439	532.726
35	17.235	7.204	24.439	515.491
36	17.468	6.971	24.439	498.023
37	17.704	6.734	24.439	480.318
38	17.944	6.495	24.439	462.374
39	18.186	6.252	24.439	444.188
40	18.432	6.006	24.439	425.756
41	18.682	5.757	24.439	407.074
42	18.934	5.505	24.439	388.140
43	19.190	5.249	24.439	368.950
44	19.450	4.989	24.439	349.500
45	19.713	4.726	24.439	329.788
46	19.979	4.460	24.439	309.808
47	20.249	4.189	24.439	289.559
48	20.523	3.916	24.439	269.036
49	20.801	3.638	24.439	248.235
50	21.082	3.357	24.439	227.153
51	21.367	3.072	24.439	205.786
52	21.656	2.783	24.439	184.130
53	21.949	2.490	24.439	162.181
54	22.246	2.193	24.439	139.935
55	22.546	1.892	24.439	117.389
56	22.851	1.587	24.439	94.538
57	23.160	1.278	24.439	71.377
58	23.474	965	24.439	47.904
59	23.791	648	24.439	24.113
60	24.113	326	24.439	0
	1.000.000		1,35%	
			16,23%	
			17,49%	

### Amortización constante a capital en pesos

Las cuotas mensuales corresponden a una cuota-parte del valor de la deuda, adicionadas a los intereses periódicos, estimados sobre el saldo insoluto.

**Cuadro N° 4.23. Tabla amortización: abono constante a capital en pesos.**

n	capital	interes	cuota	Saldo
0				1.000.000
1	16.667	13.522	30.189	983.333
2	16.667	13.297	29.964	966.667
3	16.667	13.072	29.738	950.000
4	16.667	12.846	29.513	933.333
5	16.667	12.621	29.288	916.667
6	16.667	12.395	29.062	900.000
7	16.667	12.170	28.837	883.333
8	16.667	11.945	28.611	866.667
9	16.667	11.719	28.386	850.000
10	16.667	11.494	28.161	833.333
11	16.667	11.269	27.935	816.667
12	16.667	11.043	27.710	800.000
13	16.667	10.818	27.485	783.333
14	16.667	10.593	27.259	766.667
15	16.667	10.367	27.034	750.000
16	16.667	10.142	26.808	733.333
17	16.667	9.916	26.583	716.667
18	16.667	9.691	26.358	700.000
19	16.667	9.466	26.132	683.333
20	16.667	9.240	25.907	666.667
21	16.667	9.015	25.682	650.000
22	16.667	8.790	25.456	633.333
23	16.667	8.564	25.231	616.667
24	16.667	8.339	25.005	600.000
25	16.667	8.113	24.780	583.333
26	16.667	7.888	24.555	566.667
27	16.667	7.663	24.329	550.000
28	16.667	7.437	24.104	533.333
29	16.667	7.212	23.879	516.667
30	16.667	6.987	23.653	500.000
31	16.667	6.761	23.428	483.333
32	16.667	6.536	23.202	466.667
33	16.667	6.310	22.977	450.000
34	16.667	6.085	22.752	433.333
35	16.667	5.860	22.526	416.667
36	16.667	5.634	22.301	400.000
37	16.667	5.409	22.076	383.333
38	16.667	5.184	21.850	366.667
39	16.667	4.958	21.625	350.000
40	16.667	4.733	21.399	333.333
41	16.667	4.507	21.174	316.667
42	16.667	4.282	20.949	300.000
43	16.667	4.057	20.723	283.333
44	16.667	3.831	20.498	266.667
45	16.667	3.606	20.273	250.000
46	16.667	3.381	20.047	233.333
47	16.667	3.155	19.822	216.667
48	16.667	2.930	19.597	200.000
49	16.667	2.704	19.371	183.333
50	16.667	2.479	19.146	166.667
51	16.667	2.254	18.920	150.000
52	16.667	2.028	18.695	133.333
53	16.667	1.803	18.470	116.667
54	16.667	1.578	18.244	100.000
55	16.667	1.352	18.019	83.333
56	16.667	1.127	17.794	66.667
57	16.667	901	17.568	50.000
58	16.667	676	17.343	33.333
59	16.667	451	17.117	16.667
60	16.667	225	16.892	0
	1.000.000		1,35%	
			16,23%	
			17,49%	

Las cuotas registran un comportamiento mensual decreciente en moneda legal, como se registra en el cuadro N° 4.23., e inicia los abonos con un mayor valor frente a las demás alternativas simuladas. Por cada millón de pesos del valor de un préstamo y tasa de interés del 17.49% efectivo anual, el primer pago asciende a la suma de \$30.189 y termina la cuota 60 con un menor valor al inicial, de 1,8 veces (\$ 16.892).

Nuevamente es importante revisar la capacidad de pago del deudor y cuánto representa de sus ingresos familiares, para asumir en principio los costos financieros. Implicaría, cancelar inicialmente una cuota mensual de un millón y medio mal contados, si el préstamo es de \$50 millones, -No incluye primas de seguros de vida, incendio, terremoto, etc.- y comportamiento del crédito, en condiciones normales.

Para que el usuario tome una decisión adecuada en estas líneas crediticias, es deber de los establecimientos de crédito, suministrar información adecuada en los siguientes aspectos: Modalidades de la operación (pesos o UVR), sistemas de amortización, tasas de interés, plazos costos adicionales por seguros, impuestos, forma liquidación de las cuotas e intereses, costos de interés por mora, pagos parciales y abonos extraordinarios, estimación de la opción de adquisición (en caso de un leasing) y demás normatividad relacionado con el proceso contractual.

### **Leasing habitacional destinado a la adquisición de vivienda familiar**

Las operaciones de leasing habitacional, con destino a la compra de vivienda familiar según normatividad, son las mismas aprobadas para créditos de vivienda, descritos en el numeral 5, Capítulo 4, Título III de la Circular 007. En estos casos, las cuotas del crédito se denominan canon de arrendamiento, como obligación contractual en los contratos de leasing habitacional. Los contratos, están sujetos a las siguientes reglas:

1. El valor de ejercicio de la opción de adquisición, no podrá ser superior al 30% del valor comercial del bien, en pesos o en unidades de valor real UVR, al momento de la celebración del contrato.
2. Los cánones extraordinarios se reflejarán en el contrato de leasing habitacional de la siguiente forma, a elección del locatario:
  - a) Un menor valor de los cánones.
  - b) Una reducción del plazo del contrato.
  - c) Un menor valor de la opción de adquisición.

La operación financiera de leasing para que pueda cumplir su objeto, debe guardar su estructura original; esto es, que el locatario atienda su compromiso financiero mensual vía canon y de acuerdo al contrato, al final del plazo convenido tome o no la opción de compra. En el primer caso, debe cancelar el valor porcentual correspondiente acordado y en el segundo según

las condiciones, proceder a cancelar el contrato. Algunas instituciones financieras desvirtuaron esta operación y cobran una cuota inicial como un crédito convencional.

### **Leasing habitacional destinado a la adquisición de vivienda no familiar**

De conformidad con lo establecido en el artículo 3 del Decreto 1787 de 2004, las condiciones financieras de los contratos de leasing habitacional destinado a la adquisición de vivienda no familiar, son las pactadas por las partes. Por lo tanto, las entidades autorizadas, deben diseñar los sistemas de amortización crediticios que contemplen al menos, los siguientes puntos:

**Modalidad:** Moneda legal o unidades de valor real (UVR).

**Costos financieros involucrados en los cánones:** Los costos deben estar expresados como tasa.

**Plazos:** Según lo pactado por las partes.

**Comportamiento de los cánones:** Ofrecer sistemas uniformes o variables de comportamiento de los cánones, con clara ilustración de la forma en que varían.

**Metodología de proyección:** Flujo de pagos según plazo contemplado.

#### **4.6.4. Leasing. Contratos de arrendamiento financiero.**

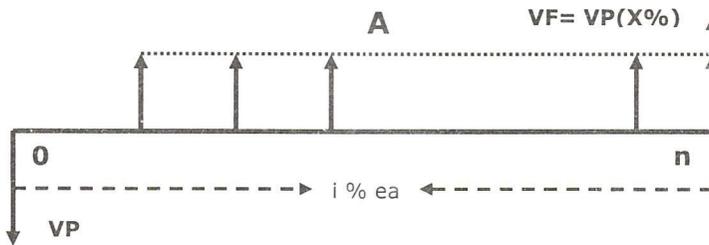
Independiente de las diferentes alternativas o productos ofrecidos por las entidades financieras especializadas es este tipo de operaciones, desde el convencional leasing financiero, *leaseback*, leasing operativo, hasta el internacional entre otros, su componente y principal atractivo se fundamenta en el tratamiento tributario. Esto implica la "no activación" (no forma parte del activo contable de la firma) de los bienes de capital, para el locatario y en la opción de compra sobre el bien, al final del contrato. En consecuencia, este sistema permite que el canon sea un gasto más dentro de la operación ordinaria de un negocio.

Previo estas consideraciones y la existencia de un compromiso contractual entre las partes, interesa establecer la estructura financiera de estas operaciones y para los efectos, se toma un caso como ejemplo. Se trata de construir un flujo futuro de pagos, denominados canon de arrendamiento, con base en el valor de un bien de capital por esencia y unos gastos asociados, propios del bien, que garantizan su adecuado funcionamiento (mantenimiento) que mitigan riesgos potenciales de pérdida.

Esto implica que el valor presente del bien, incluye todos los costos incurridos y asociados directamente para adquirir el activo, como impuestos, transportes, pólizas de seguros, gastos de instalación, adecuación, etc., denominados, valor base de cálculo de los cánones de arrendamiento.

El diagrama de flujo de caja de una operación convencional de leasing financiero, se aprecia en la gráfica N° 4.22. El diagrama contiene las variables: a) Costo inicial que incluye todos los de gastos asociados o valor presente, b) tasa de valoración (interés), c) valor de salvamento y d) Horizonte (n) de la operación. Una vez estimada cada variable, se calcula el canon periódico A (anualidad).

#### Gráfica N° 4.22. Flujo de caja de una operación de leasing financiero



**Ejemplo 4.21.** Se requiere establecer el canon mensual de una operación de leasing financiero, a partir de un valor actual estimado por valor de \$1.000.000 de pesos, plazo de tres años, valor de salvamento equivalente al 10% del valor base y tasa de interés, del 18.16% efectivo anual.

El comportamiento de esta operación está calculado en la tabla de amortización N° 4.24., estructurada a partir de una anualidad (capital e interés), un saldo que se reduce a medida que avanza el tiempo y la opción de compra del bien al término establecido en el contrato.

Para estimar el valor de la anualidad, en primer lugar, se establece el valor de salvamento del bien, que representa el 10% del valor base, en este caso por valor de \$100.000, expresado a precios del momento cero. La diferencia entre el valor inicial estimado (crédito) y el valor presente de salvamento, es la base de cálculo del canon respectivo. Con soporte de Excel, se procede de la siguiente manera:

1. Calcular la tasa de interés aplicable al flujo:

```
fx =TASA.NOMINAL(tasa_efectiva;núm_per)
      tasa_efectiva = 18.16%
      núm_per = 12
```

```
=TASA.NOMINAL(18.16%;12) =16.80% anual mv.
```

**Cuadro N° 4.24. Tabla amortización leasing financiero. Ejemplo 4.21.**

n	capital	interes	Cuota T	VS	Saldo
0				60.622	939.378
1	20.247	13.151	33.398		919.131
2	20.530	12.868	33.398		898.601
3	20.818	12.580	33.398		877.783
4	21.109	12.289	33.398		856.674
5	21.405	11.993	33.398		835.270
6	21.704	11.694	33.398		813.566
7	22.008	11.390	33.398		791.558
8	22.316	11.082	33.398		769.241
9	22.629	10.769	33.398		746.613
10	22.945	10.453	33.398		723.667
11	23.267	10.131	33.398		700.401
12	23.592	9.806	33.398		676.809
13	23.923	9.475	33.398		652.886
14	24.258	9.140	33.398		628.628
15	24.597	8.801	33.398		604.031
16	24.942	8.456	33.398		579.090
17	25.291	8.107	33.398		553.799
18	25.645	7.753	33.398		528.154
19	26.004	7.394	33.398		502.151
20	26.368	7.030	33.398		475.783
21	26.737	6.661	33.398		449.046
22	27.111	6.287	33.398		421.934
23	27.491	5.907	33.398		394.444
24	27.876	5.522	33.398		366.568
25	28.266	5.132	33.398		338.302
26	28.662	4.736	33.398		309.640
27	29.063	4.335	33.398		280.577
28	29.470	3.928	33.398		251.107
29	29.882	3.516	33.398		221.225
30	30.301	3.097	33.398		190.924
31	30.725	2.673	33.398		160.199
32	31.155	2.243	33.398		129.044
33	31.591	1.807	33.398		97.453
34	32.034	1.364	33.398		65.419
35	32.482	916	33.398		32.937
36	32.937	461	33.398	<b>100.000</b>	0
	939.378	262.948			

2. Calcular el valor presente de la opción de compra:

$$VP_0 = 100.000 / (1.014)^{36} = \mathbf{60.622}$$

Con uso herramienta de **Excel**:

$$=VA(i;n:vf)$$

$$=VA(.1680/12;36;100.000)$$

$$= 60.622$$

3. Calcular el valor base de liquidación del canon:

$$VP_{base} = 100.000 - 60.622 = \mathbf{939.378}$$

4. Calcular el canon:

$$= \text{PAGO}(\text{tasa}; \text{nper}; \text{va}; )$$

$$= \text{PAGO}(0.1680/12; 36; -1.000.000 + 60.622) = - \mathbf{33.398}$$

**O directamente con la función PAGO:** Se incluye el valor de salvamento, definido en la función como valor futuro (vf), y se asigna el valor en pesos.

$$= \text{PAGO}(\text{tasa}; \text{nper}; \text{va}; \text{vf})$$

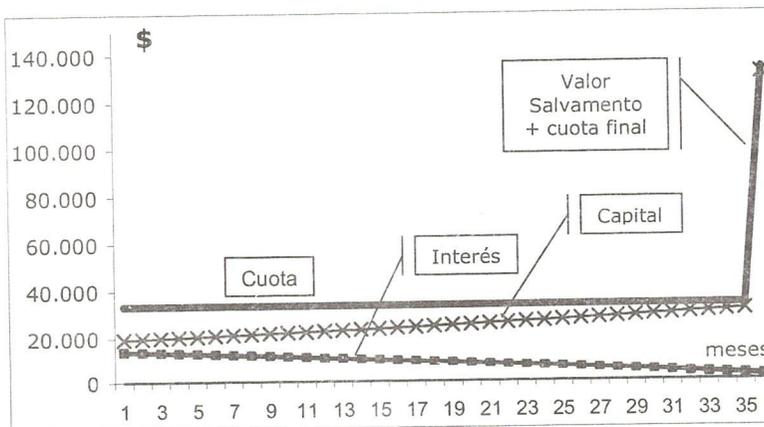
$$= \text{PAGO}(0.1680/12; 36; -1.000.000; 100.000) = - \mathbf{33.398}$$

Con base en esta función se estructura la tabla de amortización N° 4.25 que a diferencia de la tabla N° 4.24 en cualquier momento del tiempo se puede conocer el saldo de la operación. De tal manera que si se quiere determinar el saldo real en la tabla N° 4.24 se debe considerar el valor de salvamento en el punto deseado, como un valor presente.

Si se quiere conocer el saldo de la deuda en el séptimo mes, (\$858.376 tabla N° 4.25) en la tabla N° 4.24, se trae a VP el valor de salvamento:  $= \text{VA}(\text{tasa}; \text{Nper}; -\text{vf}) = \text{VA}(1.4\%; 29; -100.000) = 66.819$ . Este valor se adiciona la saldo registrado de \$791.558, que coincide con el saldo real.

**Nota:** El lector debe recordar, que las variables de la función la referencia corresponde a celdas previamente identificadas y alimentadas con el valor asignado a cada variable, para efectos de realizar cambios automáticos o análisis de sensibilidad.

**Gráfica N° 4.23. Comportamiento pagos leasing financiero. Caso tabla 4.24**



El valor del canon así calculado, se registra en la tabla respectiva y de allí se desprenden los demás valores, hasta la cuota 36 aumentada en el valor de rescate o de salvamento, como opción de compra para el locatario al final del término contractual.

La gráfica N° 4.23., muestra el comportamiento periódico del valor del canon, de los intereses, del abono a capital y del valor de salvamento respectivamente.

**Cuadro No 4.25. Tabla amortización leasing financiero. Saldo igual valor de salvamento**

n	capital	interes	Cuota T	Saldo
0				1.000.000
1	19.398	14.000	33.398	980.602
2	19.670	13.728	33.398	960.933
3	19.945	13.453	33.398	940.988
4	20.224	13.174	33.398	920.764
5	20.507	12.891	33.398	900.256
6	20.794	12.604	33.398	879.462
7	21.085	12.312	33.398	858.376
8	21.381	12.017	33.398	836.996
9	21.680	11.718	33.398	815.316
10	21.984	11.414	33.398	793.332
11	22.291	11.107	33.398	771.041
12	22.603	10.795	33.398	748.438
13	22.920	10.478	33.398	725.518
14	23.241	10.157	33.398	702.277
15	23.566	9.832	33.398	678.711
16	23.896	9.502	33.398	654.815
17	24.231	9.167	33.398	630.584
18	24.570	8.828	33.398	606.015
19	24.914	8.484	33.398	581.101
20	25.263	8.135	33.398	555.838
21	25.616	7.782	33.398	530.222
22	25.975	7.423	33.398	504.247
23	26.338	7.059	33.398	477.909
24	26.707	6.691	33.398	451.202
25	27.081	6.317	33.398	424.121
26	27.460	5.938	33.398	396.660
27	27.845	5.553	33.398	368.816
28	28.235	5.163	33.398	340.581
29	28.630	4.768	33.398	311.951
30	29.031	4.367	33.398	282.921
31	29.437	3.961	33.398	253.484
32	29.849	3.549	33.398	223.634
33	30.267	3.131	33.398	193.367
34	30.691	2.707	33.398	162.677
35	31.120	2.277	33.398	131.556
36	31.556	1.842	33.398	<b>100.000</b>
	900.000	302.326		

**Cuadro No 4.26. Tabla resumen amortización leasing financiero**

	Interés	Capital	Cuota	Saldo
0				92,49
1	9,25	27,94	37,19	64,55
2	6,45	30,74	37,19	33,81
3	3,38	43,81	47,19	<b>-10,00</b>
		TIR	10,0%	

El cuadro No 4.26. modela una operación de leasing financiero resumida, con un valor base de \$100, valor de salvamento del 10%, plazo a tres años y tasa de interés del 10% año vencido, períodos en los cuales se realizan los pagos respectivos y al final se ejerce la opción de compra del bien.

El procedimiento es igual al establecido en el cuadro N° 4.24. Primero, se establece el valor de la opción de compra (\$10), luego se calcula su valor presente y por diferencia se obtiene el valor base de \$92.49. Segundo, el canon que cumple las condiciones es de \$37,19 por año, y al final se cuenta con la opción de adquisición por \$10 de ese momento. El flujo es consistente y arroja una TIR del 10% e.a.

#### 4.7. Equivalencia de flujos de caja

**Concepto de equivalencia:** Dos o más flujos futuros de fondos son financieramente equivalentes, si al calcular bien sea su tasa interna de retorno o su valor presente, producen el mismo resultado, valorado en un momento o período único, normalmente denominado cero (0). De tal manera que adicionar o realizar cualquier tipo de operación matemática, o comparar unidades monetarias en diferentes momentos del tiempo para tomar alguna decisión, es necesario garantizar la equivalencia financiera entre estas.

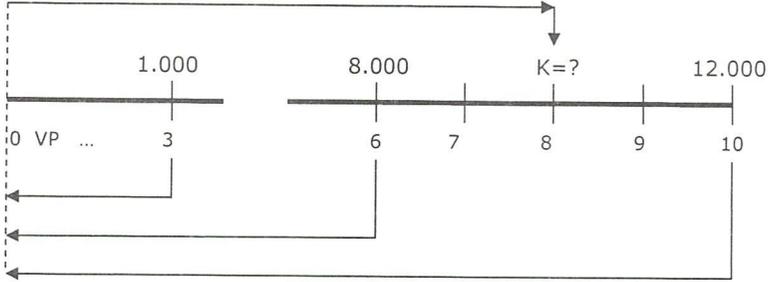
Esta condición es la esencia del interés; esto es, un peso de hoy es diferente a un peso dentro de determinado tiempo ( $t+1$ ), por efecto directo de variables como la pérdida del poder adquisitivo del dinero -inflación-, tasa de oportunidad, tasa de descuento. En este orden de ideas, se debe garantizar la equivalencia mediante una remuneración a título de tasa de interés o de descuento, que debe considerar un factor riesgo y un costo de oportunidad.

En tal sentido, sustituir unos flujos futuros por otro u otros de vencimientos y/o cuantías diferentes, es viable si y sólo si, financieramente resultan ambas alternativas equivalentes.

**Ejemplo 4.22:** Tres obligaciones contraídas con en establecimiento de crédito por valor de 1.000, 8.000 y 12.000 unidades monetarias (\$) con vencimientos de 3, 6 y 10 años respectivamente, se quieren cancelar en un

pago único al final del octavo año. Cuál es el valor a pagar en ese momento, si el costo financiero de la transacción es del 8% efectivo anual?

**Gráfica N° 4.24. Flujo futuro de fondos deuda. Alternativa A.**



Para el deudor significa que es equivalente tener un flujo de pagos como el registrado en la gráfica N° 4.24 o pagar un valor único al final del año 8 por valor de \$ 21.089, como se aprecia en la siguiente ecuación:

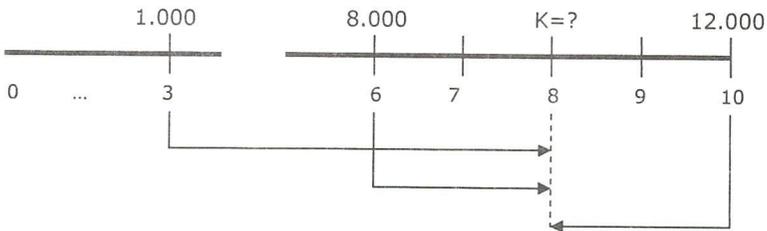
$$\frac{1.000}{(1 + 0.08)^3} + \frac{8.000}{(1 + 0.08)^6} + \frac{12.000}{(1 + 0.08)^{10}} = \frac{K}{(1 + 0.08)^8}$$

$$K = 21.089$$

Recordar que la tasa de descuento, corresponde a la tasa de evaluación propia de la negociación y de oportunidad del deudor.

Otra alternativa para calcular el valor al final del periodo octavo (8) es:

**Gráfica N° 4.25. Flujo futuro de fondos deuda. Alternativa B**



$$1.000(1.08)^5 + 8.000(1.08)^2 + 12.000(1.08)^{-2} = K$$

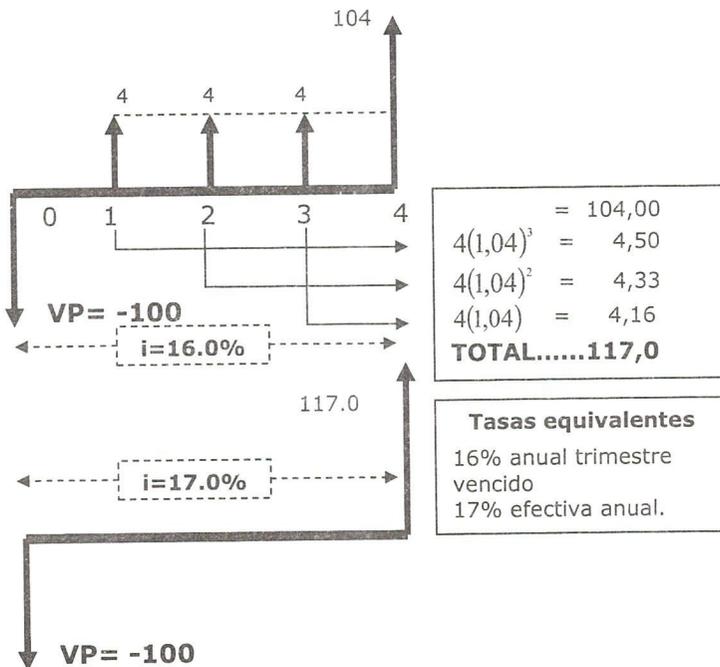
$$K = 21.089$$

En esencia, el tema de la equivalencia de flujos de fondos se fundamenta en el principio de equivalencia de tasas de interés, de manera tal que al calcular los factores de descuento o actualización, lleva implícito esta concepción según la estructura de los flujos. Basados en esta condición, son múltiples las alternativas de convertir un flujo a otro(s) equivalente(s) según los requerimientos y disponibilidad de fondos futuros para cumplir con las obligaciones. En los casos de reestructuración de deudas, lo común es diseñar un flujo acorde al ciclo de los negocios, de tal manera que exista con mayor certeza la fuente de pago y poder garantizar la viabilidad financiera de la firma.

La gráfica N° 4.26., muestra en la parte superior, un flujo con las siguientes características: Un valor presente de \$100, equivalente a 4 pagos trimestrales de \$4 y el final adicionado en \$100, con tasa de interés del 16% anual t.v. Si se calculan los valores futuros, con la tasa de la operación, al final del año se acumula \$117.

Estos valores expresados en valores relativos, corresponden a las tasas equivalentes, como se registra en el recuadro inferior derecho.

**Gráfica N° 4.26. Flujos de fondos equivalentes**



Recordar que igualmente es viable calcular, tiempos y tasas de interés en estos flujos, así como advertir la presencia de reinversión a igual tasa de la operación financiera, como condición para lograr las equivalencias.

#### 4.8. Ejemplos

1. Cuánto dinero tendrá capitalizado en su cuenta de ahorros un trabajador, que a corte de enero 1/06 tenía \$2.400.000 y quiere calcular el monto acumulado al 1 de marzo/07, si la rentabilidad efectiva anual del año 2,006 fue del 9% y de lo corrido de los dos primeros meses del año 2,007 es del 8% e.a.?

$$\begin{aligned} VP &= \$2,400.000 \\ i(05) &= 9\%e.a \\ i(06) &= 8\% e.a., \approx 7.75\% \text{ anual bimestral vencida.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} VF &= VP (1 + i)^N \\ VF &= (2,400.000[1+0.09])*(1+0.0775/6) \\ \mathbf{VF} &= \mathbf{\$ 2.649.771} \end{aligned}$$

2. El tesorero de la mesa de dinero X, adquirió un Bono cupón cero (en la fecha de expedición), por valor nominal de \$70 millones, para ser redimido en dos años, por \$60 millones. Si la tasa de rentabilidad mínima atractiva es del 7% año vencido, ¿cuánto ganará o perderá en la transacción, si conserva la inversión del título, por el tiempo estipulado?

$$VP = [70/(1+0.07)^2] = \$ 61.14 \text{ millones.}$$

$$\text{Valor ganancia} = \$61.14 - \$60 = \$1.14 \text{ millones.}$$

La operación renta al 8.01% e.a., superior en un 1% que representa en términos absolutos, el valor de la ganancia calculada de \$1.14 millones de pesos.

3. El director financiero de la organización ABC, debe sustituir 2 deudas de \$ 40 y \$70 millones con vencimientos de 3 y 5 años, por dos pagos iguales dentro de los 2 primeros años. Si el costo del dinero se tasa en el 6% t.v., cuáles son los valores de estas cuotas?

$$\begin{aligned} VP &= 40/[1+0.06/4]^{12} = 33.46 \\ VP &= 70/[1+0.06/4]^{20} = 51.97 \\ VP \text{ TOTAL} &= 85.43 \\ \text{Valor de las cuotas iguales para los años 1 y 2.} \\ A &= 85.43/[1 - [1+0.0614]^{-2}]/0.0614 = \mathbf{46.68} \end{aligned}$$

$$\mathbf{f_x} = \text{INT.EFECTIVO}(\text{int.nominal}; \text{núm.}_\text{per.})$$

$$\begin{aligned} \text{Int. nominal} &= 6\%, \text{ núm.}_{\text{per.}} = 4 \\ &= \text{INT.EFECTIVO}(0.06;4) = 6.14\% \text{ efectivo anual.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \text{PAGO}(\text{tasa}; \text{núm.}_{\text{per.}}; \text{va};) \\ &= \text{PAGO}(0.0614; 2; -85.43) = -46.68 \end{aligned}$$

4. ¿Qué monto de capital debo tener ahorrado, para garantizar una renta perpetua mensual corriente, de \$450.000 de hoy, si la institución financiera reconoce un rendimiento de 3 puntos sobre una tasa de inflación del 5% anual?

$$K = 450.000 / [0.0786/12] = \$ 68.697.660$$

Si la pensión se alcanza en 15 años y se quiere mantener el poder adquisitivo del dinero [ajuste por inflación], al final de este lapso los \$450.000 equivalen a \$ 935.518; por lo tanto, el capital necesario para garantizar la mesada mensual, ascendería a \$ 142.817.501

Para lograr ese capital en 15 años, debe consignar mensualmente:

$$\begin{aligned} VF &= A \left[ \frac{(1+i)^N - 1}{i} \right] \\ A &= 142.817.501 / \left[ \frac{(1+(0.0786/12))^{180} - 1}{(0.0786/12)} \right] \\ \mathbf{A} &= \mathbf{417.847.} \end{aligned}$$

**Nota:** Las condiciones financieras de tasa, deben como mínimo mantenerse para garantizar estos montos.

5. Estructurar un plan de amortización a 36 meses, derivado de un crédito por valor de \$ 12 millones de pesos, pagaderos el 40% en 6 pagos iguales semestrales vencidos y la porción restante en alicuotas cada 4 meses vencidos. Tasa de interés cobrada por el establecimiento bancario: 8% T.V.

\$ 12 [0.4] = \$ 4.8 Distribuidos en 6 anualidades.

Se convierte la tasa de interés T.V. en su equivalente S.V = 8.08% S. V.

Hallar la anualidad de las cuotas extraordinarias:

$$\begin{aligned} A_{(0)} &= VP / \left[ \frac{1 - (1+i/n)^{-N}}{(i/n)} \right] = \\ 4.800000 &= \left[ \frac{1 - (1+0.0808/2)^{-6}}{(0.0808/2)} \right] = \mathbf{\$ 916.850} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} &= \text{PAGO}(\text{tasa}; \text{nper}; \text{va};) \\ &= \text{PAGO}(0.0808/2; 6; -4.800.000) = 916.850 \end{aligned}$$

\$ 12 [0.6] = \$ 7.2 Distribuido en 9 cuotas iguales.

Conversión de la tasa de interés T.V. en su equivalente C.V = 8.03% C.V.

Calcular la anualidad de las cuotas extraordinarias:

$$A_{(0)} = VP / \left[ \frac{1 - (1+i/n)^{-N}}{(i/n)} \right] =$$

$$7.200.000 \left[ \frac{1 - (1 + 0.02803/3)^{-9}}{0.02803/3} \right] = \$ 910.785$$



$$\begin{aligned} &= \text{PAGO}(\text{tasa}; \text{nper}; \text{va};) \\ &= \text{PAGO}(0.02803/3; 9; -7.200.000) = 910.785 \end{aligned}$$

Los valores a pagar periódicamente por semestre y cada cuatro meses durante los próximos tres años son de \$916.850 y \$910.785 respectivamente.

#### 4.9. Ejercicios para desarrollar.

1. Un emisor ofrece dos títulos a un comisionista, los cuales al momento de redención se venden por cuantía de \$45 millones el primero y de \$ 60 el segundo en 4 y 7 meses respectivamente. ¿Cuál debe ser el valor de negociación hoy para obtener una rentabilidad del 8% t.v.?

2. Una industria posee una cartera vencida de 180 días por valor de \$12 millones de pesos, sin incluir intereses de mora. En el proceso de negociación, el Banco propone 3 opciones de pago:

- a) Cancelar la deuda en 3 cuotas vencidas iguales en los próximos meses.
- b) Un pago del 40% de la deuda total en dos meses y el resto en 4 cuotas iguales mensuales a partir del próximo mes.
- c) Un pago único en 5 meses.

El costo financiero de la operación es del 16% m.v. Plantear las opciones con liquidación de intereses de mora y sin estos, e incluir los diagramas respectivos. La tasa de interés moratoria es del 1.7% por cada período mensual vencido.

3. Preparar un plan de amortización para financiar una deuda otorgada por un banco a la Empresa XY por valor de \$10 millones, para ser cancelados en un año con abonos trimestrales de capital de \$2 millones c/u y la porción restante, en cuotas mensuales iguales. La tasa cobrada por la institución financiera es del 20% e.a.

- Preparar el flujo de fondos.
- Estructurar la tabla de amortización.

4. Tres entidades financieras compiten en el mercado y están ofreciendo las siguientes alternativas:

La primera garantiza triplicar su dinero en el término de 5 años.  
 La segunda ofrece una rentabilidad del 0.8% por cada mes vencido.  
 La tercera el 7% año anticipado.

¿Qué alternativa es más atractiva para el ahorrador?

- 5.** Si una Corporación Financiera reconoce una tasa de interés de inflación más 3 puntos, ¿en cuánto tiempo se triplicará una inversión, si la variación anual del IPC para efectos del cálculo equivalente al 5%?
- 6.** ¿Qué tasa de interés semestre vencido, capitaliza \$9.750.000 de hoy en \$10.575.000 dentro de 18 meses?
- 7.** Un deudor tiene las siguientes dos opciones de pago para cubrir su deuda:
- a) Realizar un pago hoy por valor de \$ 15 millones de pesos, en 8 meses \$8 millones y \$26 millones en 11 meses, con una tasa de interés del 8% T.V.
  - b) Cancelar tres alcúotas de \$ 17 millones c/u en los meses 4, 10 y 15 con una tasa de interés año vencida del 8.5%
- ¿Qué alternativa debe seleccionar el deudor?
- 8.** La tasa de inflación durante los primeros 7 meses del año se ubica en el 3.5%. De seguir la tendencia en lo que resta del año, se logrará la meta del IPC establecida por el Gobierno del 5%. Valide ésta información y exponga el método utilizado.

### **Bibliografía consultada**

**AYRES, Frank.** *Matemáticas Financieras*. MGH-Bogotá. 1979.

**Escuela Colombiana de Ingeniería,** Revista. Artículo: "UVR. ¿Una verdadera respuesta? Varios autores. Año 10, No 37 enero-marzo 2000.

**GARCIA, Jaime.** *Matemáticas financieras con ecuaciones de diferencia finita*. Universidad Externado de Colombia. Bogotá, 1986

**KELLISON, Stephen G.** *The theory of interest*. Richard D. IRWIN Inc. 1991, 2<sup>nd</sup> ed.

**VELOSA GAITAN, Néstor Francisco y SANMIGUEL A, Héctor A.** *Manual de Matemáticas Financieras Aplicadas al Sector Financiero*. Asobancaria, 1990.

## Capítulo 5. Depreciación y su impacto financiero

**Depreciación:** Se define como la disminución del valor de un activo durante su vida útil y que puede o no, tener un valor final de salvamento determinado por el mercado y por las condiciones físicas y de operación propias del bien. La disminución de su valor, corresponde a la amortización periódica del activo, sujeto a depreciación. La depreciación responde al desgaste o deterioro normal, según especificaciones técnicas del fabricante, al desuso o a la obsolescencia del bien, por avances tecnológicos.

**Valor en libros de un activo fijo:** Dados un costo inicial de un activo y una vida útil determinada, el valor en libros de un activo en una fecha cierta, es igual al valor del bien, neto de depreciación y contabilizado al momento; esto es, el valor del bien menos su depreciación acumulada. La diferencia en la depreciación acumulada constituye el gasto que se causa en el estado de resultados pero que suma en el flujo de caja libre.

La depreciación puede ser gasto o costo, según el uso y destino dado al activo. Aquellos que estén destinados a la producción se pueden considerar costo y los destinados a administración y/o comercialización como un gasto.

**Tiempo de vida útil de los activos fijos sujetos a depreciación:** Lapso durante el cual, se espera que los activos contribuyan a la generación de ingresos del ente económico. En materia fiscal, la autoridad competente, expide las normas que determinan el tiempo de depreciación, en función de los años de vida útil del bien, de acuerdo a la siguiente clasificación:

Categoría/clasificación del bien.	Vida útil <sub>N</sub> (años)
Bienes inmuebles y construcciones.	20
Barcos, trenes, aviones, maquinaria, equipo y bienes muebles.	10
Vehículos automotores y computadores.	5

Fuente: Régimen Explicado de renta LEGIS. Sección III numeral 872 – 2004.

Un contribuyente mediante solicitud expresa ante la administración de impuestos nacionales<sup>1</sup>, puede solicitar cambio en el tiempo de depreciación de un determinado bien, con el debido sustento y demostración de plazos diferentes a los registrados y autorizados por la dirección de la institución competente.

La norma indica que se debe utilizar el método que mejor cumpla la directriz básica de asociación (art.13 del decreto reglamentario 2649/93) "Se debe asociar con los ingresos devengados en cada período los costos y gastos

<sup>1</sup> DIAN: Dirección de impuestos y aduanas nacionales.

incurridos para producir tales ingresos, registrando unos y otros simultáneamente en las cuentas de resultados”

**Base para el cálculo de la depreciación:** Dado por el costo histórico del bien ajustado. El costo lo conforman: precio cancelado por la compra con sus respectivos impuestos (ventas, timbre, aduanas, etc.), más adiciones, adecuaciones y gastos necesarios requeridos (fletes, seguros, etc.) para poner el bien en condiciones adecuadas de funcionamiento normal y puesta en operación.

### 5.1. Clases de depreciación

**Contable:** La observancia de las normas contables es un deber de los responsables en esta materia, las cuales están contempladas en los principios de contabilidad generalmente aceptados -PCGA- (art. 6 Ley 43 de 1.990) y reglamentado por el decreto No 2649 de 1.993, en particular para efectos de los activos fijos, el capítulo II -Normas técnicas específicas- Sección I. Normas sobre los activos, artículo 64. Propiedades, planta y equipo (y aquella normatividad posterior que la modifique, regule o derogue). En esencia, se trata de revelar los hechos económicos de acuerdo a las normas básicas definidas en los citados PCGA.

**Fiscal:** Parámetros fijados por las normas en la materia, regulados y reglamentados por la Dirección de impuestos y aduanas nacionales. Generalmente la depreciación contable es mayor a la física. El método aplicado depende del componente legal y la política interna en la materia que promueva la dirección, en concordancia con la norma que la regula.

El componente de provisión por depreciación causado periódicamente, constituye una fuente de recursos (generación interna de recursos), que se convierte en flujo circulante de efectivo, con beneficio tributario, al disminuir la base gravable. Diferir el pago de impuestos, se asocia al concepto de costo de dinero a través del tiempo; esto es, pagar un peso hoy o pagarlo dentro de un determinado tiempo, son dos hechos económicos muy distintos, que conllevan una connotación financiera importante: liberar recursos, para reinvertirlos hoy a la tasa interna de retorno del negocio.

**Nota:** Dado que difiere financieramente la forma de causar la depreciación contable y fiscalmente, las áreas responsables pueden optar por registrar contablemente la depreciación en línea recta por ejemplo y fiscalmente por método de depreciación acelerada -doble disminución de saldos, raíz enésima, entre otras-. Para tal efecto, el área contable hace uso de cuentas diferidas de depreciación e impuestos respectivamente, así como estados de ingresos y egresos en estas dos categorías, fiscal y contable.

**Física:** Desgaste normal de plantas y equipos generada por el uso normal en su proceso productivo y en función de su componente tecnológico. Este último caso, se explica por el grado de obsolescencia, determinante de la productividad (automatización de procesos y la robótica) y por ende de la generación de economías de escala, según el comportamiento de los costos de producción generados. La depreciación física, está asociada a programas de mantenimiento predictivo; en consecuencia, un activo de esta naturaleza, puede ser reemplazado aun cuando sus condiciones físicas sean óptimas.

**Económica:** Se refiere al comportamiento de la curva de rendimientos marginales, generados por el grado de tecnología involucrado en el activo, su nivel de competitividad y por la eficiencia determinada por el mercado. El impacto, producto de los factores considerados, se mide a través de la tasa de disminución de los ingresos generados por la explotación de un(os) determinado(s) activo(s). Por lo tanto, el valor de liquidación o de mercado es el elemento determinante, más que su valor registrado contablemente en libros.

En este orden de ideas, el indicador de esta categoría de depreciación, corresponde a la tasa de depreciación económica (TDE), referida al grado obsolescencia que registra periódicamente un activo, por disminución de demanda –menor ingreso empresarial periódico comparativo- de un satisfactor, ante cambios en los gustos y preferencias de los consumidores.

Frente a la tasa de depreciación contable (TDC) *ceteris paribus*, se puede establecer las siguientes tres relaciones:

- a) Si  $TDE > TDC$  = empresa se estanca y posible retroceso.
- b) Si  $TDE = TDC$  = empresa estacionaria.
- c) Si  $TDE < TDC$  = empresa crece a lo largo del tiempo por productividad y por la reinversión de los fondos generados periódicamente, producto del componente de la depreciación<sup>2</sup>.

## 5.2. Métodos convencionales de depreciación

Los métodos de depreciación de mayor aplicación son:

- Línea recta.
- Suma de los dígitos de los años de vida del activo.
- Doble disminución de saldos o tasa constante sobre saldos.
- Raíz enésima.

**Línea recta:** Consiste en establecer una suma constante en pesos corrientes durante la vida útil del activo ( $Vida\ útil_N$ ), obtenido del cociente entre el valor

---

<sup>2</sup> PHILIPPATOS, George. *Fundamentos de administración financiera*. MGH. México 1979. Pág. 72.

actual del activo fijo (Costo activo<sub>0</sub>) y el número de periodos de depreciación (meses o años). El saldo se comporta como un gradiente aritmético decreciente.

El valor de la depreciación para el período (t), se calcula de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$\text{Vr. depreciación}_t = \frac{\text{Costo activo}_0}{\text{Vida útil}_N}$$

Si existe algún valor final o de salvamento, para calcular el valor periódico de la depreciación correspondiente, simplemente se descuenta este valor al costo del activo y luego se divide entre su vida útil, así:

$$\text{Vr. depreciación}_t = \frac{\text{Costo activo}_0 - \text{Vr. salvamento}_N}{\text{Vida útil}_N}$$

De acuerdo al planteamiento teórico, mediante un ejemplo se registra el comportamiento de la depreciación, con base en un activo por valor de \$100.000, vida útil de 10 años, sin valor de salvamento y sistema aplicado de depreciación por línea recta.

El cuadro N° 5.1., registra la dinámica del método, donde año a año se deprecia el bien en una décima parte acumulable, que hace disminuir el valor neto del activo, hasta igualar la depreciación acumulada, al valor del bien inicial y quedar totalmente depreciado al final del décimo año. La última columna muestra la participación relativa, entre el valor del gasto en depreciación causado periódicamente y el saldo del activo fijo neto, hasta llegar al 100% por igualdad de los valores de estos dos conceptos.

**Cuadro N° 5.1. Depreciación por método de línea recta**

n	Valor Depreciación	Depreciación acumulada	Valor activo neto	%
0			100.000	
1	10.000	10.000	90.000	11%
2	10.000	20.000	80.000	13%
3	10.000	30.000	70.000	14%
4	10.000	40.000	60.000	17%
5	10.000	50.000	50.000	20%
6	10.000	60.000	40.000	25%
7	10.000	70.000	30.000	33%
8	10.000	80.000	20.000	50%
9	10.000	90.000	10.000	100%
10	10.000	100.000	-	

**Suma de los dígitos de los años de vida del activo:** Este método se cataloga dentro de concepto de depreciación acelerada. Es característico de éste sistema, generar un mayor valor por depreciación en los primeros años, situación que permite reducir en una mayor proporción la base gravable inicialmente, con efecto fiscal favorable. En consecuencia, a medida que se deprecia el bien, el monto causado por depreciación es cada vez menor comparativamente, con referencia al período anterior.

La ponderación en orden cronológico para cada período, se determina por cociente entre el valor del de los años estimados de vida y la sumatoria de cada uno de los respectivos años de vida útil del activo.

La fórmula matemática que permite establecer el valor periódico de la depreciación es la siguiente:

$$D_t = g (IA - VS); \text{ donde:}$$

D = Depreciación período t.

g = Ponderador de la variable tiempo.

IA = Inversión o valor inicial del activo sujeto a depreciación.

VS = Valor de salvamento del activo.

$$\text{Con } g = \frac{n - (t - 1)}{SD}; \text{ y } SD = n \left( \frac{[n + 1]}{2} \right)$$

Con: SD = Suma dígitos.

n = Vida útil del activo.

t = Período de cálculo de la depreciación.

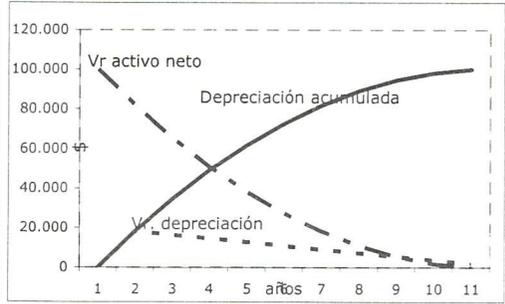
Si un activo tiene una vida útil base para su depreciación de 10 años de trabajo, la sumatoria de los dígitos de vida es de 55 y el ponderador del primer año por lo tanto es de 10/55, que en términos porcentuales corresponde a un 18,2%, como figura en el cuadro N° 5.2. Sigue 9/55 y así sucesivamente hasta el último período, donde el ponderador es 1/55.

**Nota:** En materia fiscal, la depreciación acelerada es considera como la mayor proporción permitida por utilización de los bienes en jornadas adicionales a la convencional, de un turno de trabajo por día. En consecuencia, un contribuyente puede incrementar cada cuotaparte de depreciación, en un 25%<sup>3</sup> por cada turno adicional que demuestre y por fracción, su correspondiente proporcionalidad. Cada turno se establece en jornada laboral de ocho horas por día o de acuerdo a la norma vigente.

<sup>3</sup> De acuerdo a la vigencia y monto determinado en el Estatuto tributario.

**Cuadro N° 5.2. Depreciación por método de suma dígitos**

n	Valor Depreciación	Depreciación acumulada	Valor activo neto	%
0	0	-	100.000	
1	18.182	18.182	81.818	18,2%
2	16.364	34.545	65.455	16,4%
3	14.545	49.091	50.909	14,5%
4	12.727	61.818	38.182	12,7%
5	10.909	72.727	27.273	10,9%
6	9.091	81.818	18.182	9,1%
7	7.273	89.091	10.909	7,3%
8	5.455	94.545	5.455	5,5%
9	3.636	98.182	1.818	3,6%
10	1.818	100.000	0	1,8%

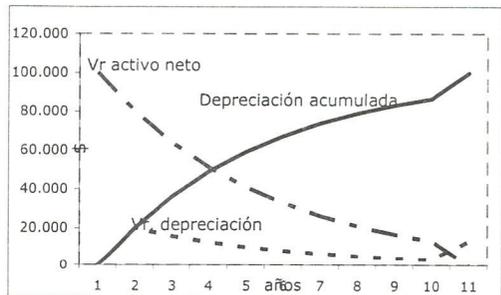


**Doble disminución de saldos:** También suele denominarse tasa constante sobre saldos. Este método de depreciación se calcula al tomar como tasa de depreciación máxima, el doble de la utilizada por el sistema de línea recta según el horizonte y aplicada sobre el saldo neto que registre el activo respectivo en el período inmediatamente anterior, tal como se aprecia en el cuadro N° 5.3.

Como condición especial para el último período de depreciación, se debe tomar el saldo neto del activo del período inmediatamente anterior, como valor de depreciación, con el fin de agotar totalmente el activo y validar si hay o no, valor final de salvamento. En ausencia de valor residual, el saldo neto del activo es de cero; de lo contrario, es equivalente al valor de salvamento calculado.

**Cuadro N° 5.3. Depreciación por método de doble disminución de saldos**

n	Valor Depreciación	Depreciación acumulada	Valor activo neto	%
0	0	-	100.000	
1	20.000	20.000	80.000	20,0%
2	16.000	36.000	64.000	20,0%
3	12.800	48.800	51.200	20,0%
4	10.240	59.040	40.960	20,0%
5	8.192	67.232	32.768	20,0%
6	6.554	73.786	26.214	20,0%
7	5.243	79.028	20.972	20,0%
8	4.194	83.223	16.777	20,0%
9	3.355	86.578	13.422	20,0%
10	13.422	100.000	-	

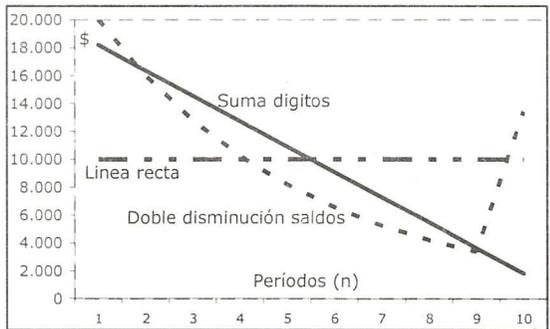


En el cuadro N° 5.4., se aprecia el comportamiento comparativo en pesos corrientes, del valor de la depreciación ya calculados por los tres métodos de depreciación vistos hasta este momento a saber línea recta, suma de los dígitos y doble disminución de saldos, del activo (j) por valor de cien mil pesos y vida útil de 10 años.

En el método de doble disminución de saldos, el primer y último año registran los mayores valores a depreciar, tendencia que se aprecia en la citada gráfica, al estar por encima de la línea de suma de los dígitos en el año 1 y 10 respectivamente. Si bien es cierto que este método inicialmente registra un mayor valor, aún no se puede establecer con certeza, si es o no el método más conveniente financieramente. Esta solución se analiza en el tema de ahorros y valor presente de los flujos numeral 5.5.

**Cuadro Nº 5.4. Comportamiento depreciación según método**

n	Doble dis. saldo	Suma dígitos	Línea recta
0	-	-	-
1	20.000	18.182	10.000
2	16.000	16.364	10.000
3	12.800	14.545	10.000
4	10.240	12.727	10.000
5	8.192	10.909	10.000
6	6.554	9.091	10.000
7	5.243	7.273	10.000
8	4.194	5.455	10.000
9	3.355	3.636	10.000
10	13.422	1.818	10.000



**Método de la raíz enésima:** Método que genera en el primer año, el mayor impacto a nivel de gasto en el estado de resultados, en este caso del 68.4%, independiente de que la tasa de depreciación periódica sea constante a lo largo de la vida útil del activo. El comportamiento se explica, porque al valor del activo en términos absolutos, al descontarle el gasto por depreciación calculado, reduce significativamente el saldo del valor del activo fijo neto como se aprecia en el cuadro Nº 5.6. Esto es, cada período se reduce el saldo en la tasa de depreciación hasta que llega al valor estimado del activo al final de su vida útil (\$1). Esta condición es cierta siempre y cuando el valor de salvamento tienda a ser de una unidad monetaria (un peso para que permita su cálculo matemático). En la medida en que el valor del activo aumenta y el valor de salvamento se reduce, la tasa cada vez es mayor, como se registra en el cuadro Nº 5.5.

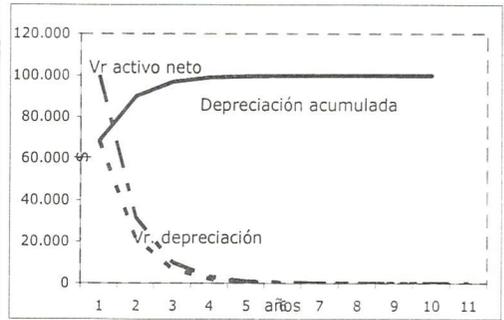
**Cuadro Nº 5.5. Tasa (%) de depreciación por método de raíz enésima, según valores de salvamento y del activo**

Valor (\$) de salvamento ( $t_n$ )	Valor activos ( $t_0$ )	
	\$ 100.000	\$1.000 millones
1	68.4	87.4
0.5	70.5	88.3
0.1	75.0	90.0
0.01	80.0	92.1

### Cuadro N° 5.6. Depreciación por método de raíz enésima

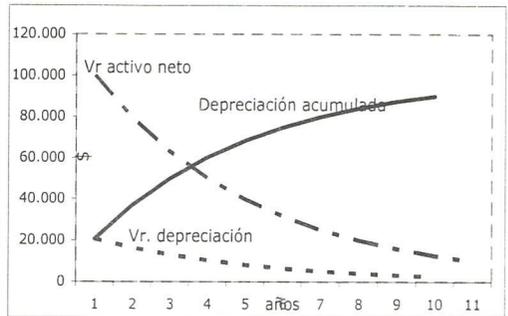
a) Sin valor de salvamento:

n	Valor Depreciación	Depreciación acumulada	Valor activo neto	%
0	0	-	100.000	
1	68.377	68.377	31.623	68,4%
2	21.623	90.000	10.000	68,4%
3	6.838	96.838	3.162	68,4%
4	2.162	99.000	1.000	68,4%
5	684	99.684	316	68,4%
6	216	99.900	100	68,4%
7	68	99.968	32	68,4%
8	22	99.990	10	68,4%
9	7	99.997	3	68,4%
10	2	99.999	1	68,4%



b) Con valor de salvamento: 10% valor del activo.

n	Valor Depreciación	Depreciación acumulada	Valor activo neto	%
0	0	-	100.000	
1	20.567	20.567	79.433	20,6%
2	16.337	36.904	63.096	20,6%
3	12.977	49.881	50.119	20,6%
4	10.308	60.189	39.811	20,6%
5	8.188	68.377	31.623	20,6%
6	6.504	74.881	25.119	20,6%
7	5.166	80.047	19.953	20,6%
8	4.104	84.151	15.849	20,6%
9	3.260	87.411	12.589	20,6%
10	2.589	90.000	10.000	20,6%



El factor aplicado para calcular la depreciación periódica (tasa dep.), tiene la forma de una tasa de decrecimiento geométrica, que resulta de despejar la siguiente expresión:

$$\text{Tasa dep.} = 1 - \left( \frac{VS}{IA} \right)^{\left( \frac{1}{n} \right)}$$

En el ejemplo tomado como referencia, los valores de las respectivas variables son:

VS = Valor de salvamento: para efectos de calcular la tasa se asume que es un peso (\$1).

IA = Inversión activo: \$100.000; y

n = Vida útil del activo: 10 años.

Al reemplazar en la fórmula, se llega a la respectiva tasa anual de depreciación del 68.4%.

$$\text{Tasa dep.} = 1 - \left\langle \frac{1}{100.000} \right\rangle^{\frac{1}{10}} = 68.4\%$$

El cuadro N° 5.6., registra el comportamiento de la depreciación por el método de la raíz enésima en el horizonte de 10 años, que contempla dos opciones: a) sin valor de salvamento -un peso para efecto del cálculo matemático-, y b) con valor de salvamento del 10% del valor del activo analizado, es decir \$10.000.

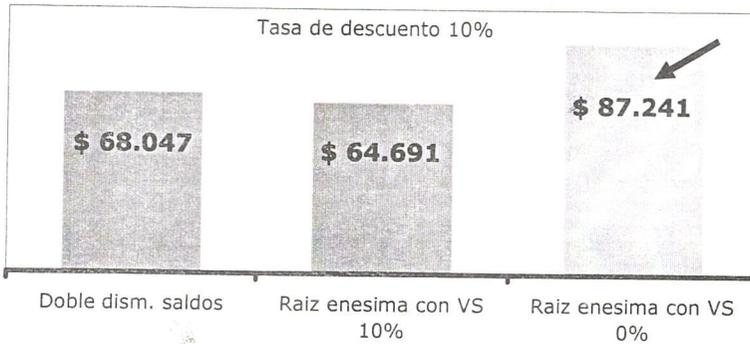
El mayor beneficio tributario se ve reflejado en la liquidación y pago de los impuestos que se realicen sobre los primeros períodos fiscales. En el primer año, el valor neto del activo se ha disminuido en un 68.4%. En el segundo año el 90% y en esta forma, acumula durante los primeros cuatro años el 99%; es decir, un activo con expectativa de operación de 10 años, se deprecia en el 40% del tiempo de su vida útil esperada.

La aplicación de este método, trae beneficios económicos al generar mayor impacto sobre la base gravable, que al disminuirla, implica menor impuesto absoluto y de esta forma libera recursos útiles para reinversión por generación interna. En el fondo, la operación financiera consiste en diferir la causación por gasto de depreciación respecto al monto.

En condiciones de activos con valor de salvamento como el planteado en la sección b), el efecto depreciación se diluye a lo largo del tiempo, dado que al estimar un valor residual del 10%, la tasa de depreciación se establece en 20,6% comportamiento similar al registrado por el método de doble disminución de saldos (Ver cuadro N° 5.3.), excepto en el último valor a depreciar. En consecuencia, estos dos métodos considerados, tienden a registrar poca variación entre uno y otro.

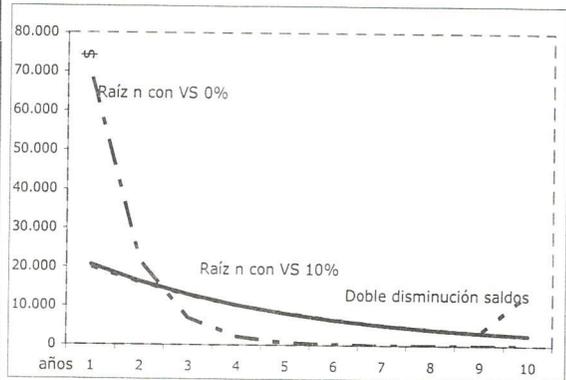
Ahora bien, la selección del mejor método de depreciación, está determinado por los flujos que éstos generan durante la vida útil del activo y que financieramente inciden sobre los resultados. Una alternativa implica medir la magnitud de los citados flujos, descontados a valor presente. Al tomar una tasa de descuento del 10% para efectos didácticos, aplicables a los métodos planteados, se concluye que el método de raíz enésima sin valor de salvamento, es el que registra un mayor valor presente (\$ 87.241) frente a las otras dos alternativas planteadas como se aprecia en el cuadro N° 5.7 y gráfica N° 5.1. Se confirma lo expuesto anteriormente, referente a los métodos de depreciación doble suma de saldos y raíz enésima con valor de salvamento, cuyos casos son muy similares a simple vista, pero con el criterio de evaluación vía VP (valor presente), registra mejor desempeño financiero el primer caso (doble disminución de saldo). En consecuencia, es prudente para el analista plantear las opciones y evaluar las alternativas desde la óptica fiscal y financiera y así tomar una decisión.

**Gráfica N° 5.1. Valor presente de la depreciación según métodos doble disminución y raíz n con y sin valor de salvamento**



**Cuadro N° 5.7. Depreciación de raíz enésima con y sin valor de salvamento vs. doble saldo disminuido**

n	Doble dism. saldos	Raíz enesima con VS 10%	Raíz enesima con VS 0%
0	-	-	-
1	20.000	20.567	68.377
2	16.000	16.337	21.623
3	12.800	12.977	6.838
4	10.240	10.308	2.162
5	8.192	8.188	684
6	6.554	6.504	216
7	5.243	5.166	68
8	4.194	4.104	22
9	3.355	3.260	7
10	13.422	2.589	2
<b>VS</b>	0	10.000	1
<b>Total</b>	100.000	100.000	100.000
<b>VP 10%</b>	68.047	64.691	<b>87.241</b>



VS = Valor de salvamento o residual.

VP= Valor presente con tasa de descuento del 10%.

### 5.3. Impacto de la depreciación en los resultados financieros

Entre otros objetivos de los responsables del manejo de la planeación financiera y fiscal de una organización, está el de plantear alternativas que permita obtener la mayor eficiencia en el uso de sus recursos y optimizar las cargas impositivas generadas en el desarrollo del objeto social corporativo.

En tal sentido, se debe analizar la dinámica y tendencia de los factores que en el tema de generación interna de recursos influyen en los resultados de sus flujos de fondos, en particular los métodos de depreciación utilizados, evaluar financieramente que tan conveniente es la estructuración de los activos fijos según fuente y monto de recursos vía crédito, capital propio, operaciones de leasing, combinación de fuentes, etc.

Independiente del grado de apalancamiento y origen de recursos que demande el proyecto, la depreciación es una cuenta valuativa que no implica salida física de efectivo. "Son gastos no en efectivo que compensan las ganancias reportadas del proyecto pero no disminuyen la generación de efectivo. Por lo tanto, la depreciación es parte de los ingresos atribuibles al proyecto"<sup>4</sup>

En consecuencia, la administración de la depreciación y conceptos como gastos diferidos y amortizaciones son relevantes al momento de estructurar los modelos financieros para planeación, dirección, control y valoración. Por lo tanto:

- La depreciación al no ser salida de efectivo, NO se considera en el flujo de caja como un egreso. Se resta para calcular los impuestos pero luego se adiciona al momento de estimar el flujo de caja -efecto neutro-.
- Su aplicación es financieramente significativa y cobra valor al permitir determinar en forma adecuada, la carga impositiva para el ente económico y establecer la opción de generar o no ahorros por este concepto.
- La depreciación al generar ahorros por concepto de pago de impuestos, estos deben ser considerados en el flujo de caja, al momento de evaluar un proyecto.

Para medir el efecto de ahorros en impuestos generados por la depreciación, el cuadro N° 5.8., presenta dos situaciones A y B, derivadas de un mismo proyecto que requiere una inversión inicial por valor de \$800 millones de pesos, de los cuales el 50% corresponde a inversión en activos fijos operacionales, y la porción restante, para atender compromisos propios del negocio en forma de capital de trabajo. El horizonte es de 5 años y para la evaluación financiera, se han estimado los ingresos y costos de la operación, independiente si requiere o no financiación de los activos fijos. La alternativa A, considera una situación en la cual el inversionista aporta el total de los recursos y adquiere los equipos. En la opción B, el inversionista aporta \$ 400 millones y a través de una operación de leasing financiero consigue los equipos.

En la alternativa A, se aplica el método de línea recta para la depreciación de activos, de tal manera que cada año el flujo de caja deduce su base gravable \$80 millones, que liquidados a una tasa impositiva del 35%, genera un ahorro importante en impuestos. Al flujo de caja se sustrae el valor de la

---

<sup>4</sup> BOLTEN, Steven. *Administración Financiera*, Limusa, México 1.997. Pág. 225.

depreciación y luego de calcular el impuesto, nuevamente se adiciona para obtener el flujo de caja libre, que es netamente monetario.

**Cuadro N° 5.8. Ahorros generados por depreciación. Opciones A y B**

		Variables	0	1	2	3	4	5
A	+ Y	Ingresos		310,0	380,0	420,0	550,0	850,0
	- CV	Costo de ventas		100,0	120,0	220,0	230,0	320,0
	= RB	Resultado bruto		210,0	260,0	200,0	320,0	530,0
	- D	Depreciación		80,0	80,0	80,0	80,0	80,0
	= RAI	Res.antes impuestos		130,0	180,0	120,0	240,0	450,0
	- Tx	Impuestos [35%]		45,5	63,0	42,0	84,0	157,5
	+ D	Depreciación		80,0	80,0	80,0	80,0	80,0
	= FC	<b>Flujo de caja</b>		-800,0	164,5	197,0	158,0	236,0

B	+ Y	Ingresos		310,0	380,0	420,0	550,0	850,0
	- CV	Costo de ventas		100,0	120,0	220,0	230,0	320,0
	= RB	Resultado bruto		210,0	260,0	200,0	320,0	530,0
	- CF	Costos financieros		40,0	33,4	26,2	18,3	9,6
	= RAI	Res.antes impuestos		170,0	226,6	173,8	301,7	520,4
	- Tx	Impuestos [35%]		59,5	79,3	60,8	105,6	182,1
	+ D	Depreciación		-	-	-	-	-
	= FC	<b>Flujo de caja</b>		-400,0	110,5	147,3	112,9	196,1

Ahorro	Diferencia Tx [B-A]		14,0	16,3	18,8	21,6	24,6
Impuesto	VP TX [10%]		<b>70,4</b>				

**Leasing financiero**

	10%	-400,0	105,5	105,5	105,5	105,5	105,5
Capital			65,5	72,1	79,3	87,2	95,9
Interés			40,0	33,4	26,2	18,3	9,6

**Evaluación final con ahorro en impuestos (A) y (B) cancelando capital leasing**

A	Flujo de caja inicial	-800,0	164,5	197,0	158,0	236,0	372,5	
	Ahorro en impuestos		14,0	16,3	18,8	21,6	24,6	
	= FC	Flujo de caja final	-800,0	178,5	213,3	176,8	257,6	397,1
		TIR		<b>13,9%</b>				
		VPN [10%]		93,9				

B	Flujo de caja inicial	-400,0	110,5	147,3	112,9	196,1	338,3	
	Amortización capital		65,5	72,1	79,3	87,2	95,9	
	= FC	Flujo de caja final	-400,0	45,0	75,2	33,7	108,9	242,3
		TIR		<b>6,4%</b>				
		VPN [10%]		-46,8				

Tx: Impuestos

VP Tx [10%]: Valor presente impuestos con tasa de descuento del 10%.

El panel B, registra la misma operación (flujo de ingresos y costos operacionales) bajo condiciones de leasing financiero, de tal manera que el

valor de \$400 correspondiente al valor de los activos, es apalancado mediante esta operación, con un costo financiero del 10% efectivo anual. Esta situación implica que el inversionista aporta inicialmente \$400 millones, situación que modifica los componentes del flujo de caja por cuanto debe incluir la amortización del crédito y por supuesto no hay deducción por depreciación. En consecuencia, el valor de los intereses liquidados por la deuda financiera, son descontados del flujo en valores de \$40, \$33 y termina el quinto año con \$9.6 millones respectivamente de acuerdo a la tabla de amortización del crédito en alcúotas, registrado en el cuadro N° 5.8.

Previa estas consideraciones, la evaluación del proyecto según las características planteadas en A, arroja una tasa interna de retorno  $TIR_A$  del 13.9%, una vez incluido el ahorro en impuestos. Este ahorro se calcula por la diferencia generada entre los resultados de las dos cargas impositivas provenientes de las opciones (B) y (A) respectivamente y expresada en términos de valor presente, que equivale a \$70.4, suma importante para el proyecto.

Si el proyecto arrienda los activos fijos mediante leasing, deduce los gastos financieros de la base gravable como se observa en el panel B. Esta opción registra un impacto a nivel de flujo de caja, por cuanto es mayor el valor de los impuestos, pero hay que contemplar el pago del principal del crédito, de tal forma que la  $TIR_B$  es igual a 6.4 %. Comparativamente con la tasa de descuento o de oportunidad de la inversión, estimada en el 10%, la alternativa A, resulta ser la opción más atractiva.

Si se combina las alternativas anteriores, surge una tercera opción (C); contratar un crédito, adquirir los activos fijos, programar los pagos y deducir la depreciación, como se registra en el cuadro N° 5.9. El resultado final es una tasa interna de retorno  $TIR_C$  de 14.5%. En consecuencia, esta tercera opción financieramente es más atractiva por efecto combinado de deducir los costos financieros y aplicar la depreciación de los activos fijos. Si bien es cierto, su VPN es menor (59.3 vs 93.9), el valor inicial de la inversión también lo es.

La importante participación de activos fijos en el proyecto, hace que la depreciación sea definitiva en la estructuración de financiación y así se convierte en una variable crítica para viabilizarlo, sin alterar las demás condiciones del proyecto.

El valor de la depreciación puede llegar a formar parte del fondo de maniobra o de un activo circulante de la entidad y disponible como reserva, en el momento de reposición del activo generador del hecho y para el cual esta concebido. Es de aclarar, que la generación interna de recursos proviene de otras fuentes como amortizaciones, diferidos entre otros, sin embargo, el interés se centra en la depreciación.

**Cuadro N° 5.9. Ahorros generados por depreciación. Alternativa C.**

		Variables	0	1	2	3	4	5
<b>C</b>	+ Y	Ingresos		310,0	380,0	420,0	550,0	850,0
	- CV	Costo de ventas		100,0	120,0	220,0	230,0	320,0
	= RB	Resultado bruto		210,0	260,0	200,0	320,0	530,0
	- D	Depreciación		80,0	80,0	80,0	80,0	80,0
	- CF	Costos financieros		40,0	33,4	26,2	18,3	9,6
	= RAI	Res. antes impuestos		90,0	146,6	93,8	221,7	440,4
	- Tx	Impuestos [35%]		31,5	51,3	32,8	77,6	154,1
	+ D	Depreciación		80,0	80,0	80,0	80,0	80,0
	- AK	Amortización capital		65,5	72,1	79,3	87,2	95,9
	= FC	Flujo de caja	-400,0	73,0	103,2	61,7	136,9	270,3
		TIR	<b>14,5%</b>					
		VPN [10%]	59,3					

**Crédito Comercial**

	10%	-400,0	105,5	105,5	105,5	105,5	105,5
Capital			65,5	72,1	79,3	87,2	95,9
interés			40,0	33,4	26,2	18,3	9,6

**5.4. Depreciación y ajustes por inflación**

El propósito de los ajustes por inflación en materia de activos fijos, está orientado a expresar contablemente tanto el valor ajustado como la correspondiente depreciación re-expresada, de acuerdo a la variación periódica del IPC.

Los ajustes integrales por inflación, tienen efectos fiscales que buscan dar aplicabilidad al principio de equidad y en tal sentido, cada ente económico tribute al fisco nacional sobre bases reales, según la capacidad de contribución que la ley ordena, con base en un flujo de utilidades generadas periódicamente.

El índice de ajuste por inflación es el **PAAG**, entendido como el porcentaje de ajuste de año gravable, que corresponde a la variación periódica del índice de precios al consumidor IPC, certificado por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística DANE. La periodicidad del PAAG es expresada en meses, por año o período acumulado. En el caso anual, medido por la variación porcentual de precios al consumidor, corresponde al registro entre el primero de diciembre del año inmediatamente anterior y el tres de noviembre del respectivo año.

En virtud de lo dispuesto por el poder legislativo en la materia de ajustes por inflación y en su potestad para poder garantizar la adecuada revelación de los hechos económicos de las empresas, el congreso de la República<sup>5</sup> expidió

<sup>5</sup> Diario oficial 46.494 dic 27 de 2.006.

la Ley 1111/06, por medio de la cual modifica del estatuto tributario, el tema de los impuestos administrados por la Dirección de impuestos y aduanas nacionales DIAN. A través del artículo 3, consagra los nuevos lineamientos en los siguientes términos: Adicionase el Estatuto Tributario con el siguiente artículo:

**“Artículo 68. Costo fiscal de activos.** A partir del año gravable 2007, la determinación del costo fiscal de los activos que hayan sido objeto de ajustes por inflación, se realizará con base en el costo ajustado de dichos activos a 31 de diciembre de 2006. Cuando se trate de bienes depreciables, agotables o amortizables, la deducción o el costo por depreciación, agotamiento o amortización, se determinará sobre el costo del bien, sin incluir los ajustes a que se refieren los artículos 70, 72 y 90-2 de este Estatuto, el artículo 65 de la Ley 75 de 1986, el artículo 16 de la Ley 49 de 1990, ni los ajustes por inflación sobre dichas partidas, ni los ajustes por inflación a los mayores valores fiscales originados en diferencias entre el costo fiscal de los inmuebles y el avalúo catastral cuando este hubiere sido tomado como valor patrimonial a 31 de diciembre de 1991”.

Como se desprende de la directriz de esta norma, los ajustes por inflación sobre activos fijos sujetos a depreciación a partir del año 2.007 no aplica de acuerdo a los términos definidos por la ley. Sin embargo, es prudente manejar el concepto y conocer la estructura técnica de los ajustes por inflación, independiente de su contenido fiscal; de hecho, el gremio de contadores, cuestiona la brecha que se presenta entre ajustes aplicados en materia fiscal y contable e impacto que genera patrimonialmente<sup>6</sup>.

En el cuadro N° 5.10., se presenta el comportamiento de un activo fijo ajustado por inflación, el cual se deprecia por el método de línea recta. Así mismo se contempla la opción con y sin valor final de salvamento. El activo fijo, tiene un valor inicial estimado de \$100.000 y vida útil de cinco años, de tal manera que cada año reduce su valor en un 20%.

Como el ajuste es periódico, se estimo un PAAG inicial del 6% y se asume que termina el quinto año en el 4%. Bajo estas condiciones, el activo fijo de la opción a) -sin valor de salvamento-, se ajusta a este ritmo hasta llegar al final de su vida útil, en un valor de \$ 127 mil pesos, valor que coincide con la depreciación acumulada registrada a esa fecha; por lo tanto, el valor del activo fijo neto de depreciación es de cero.

Los valores monetarios que afectan contablemente el estado de resultados como gasto, está dado por la diferencia anual en el valor registrado por la

---

<sup>6</sup> VASQUEZ T., Gabriel. “Efectos de la eliminación fiscal de ajustes en la vigiladas por la Super sociedades” Columnista Vanguardia Liberal Socios impuestos Baker Tilly Colombia. Miembro Junta Directiva Instituto Nacional de Contadores. Bucaramanga, 15 de enero de 2007.

depreciación acumulada. En el primer período, la opción a) registra un gasto por valor de \$ 21,200, crece paulatinamente y finaliza el quinto año con \$29.310 y de esta forma, queda totalmente depreciado el activo.

Al considerar un valor de salvamento (opción b) del 10%, el comportamiento sigue la misma tendencia registrada por el valor del activo fijo ajustado. De \$10,600 en el primer año pasa a \$12.701 al final del quinto año, valores que corresponden exactamente al 10% del valor en libros, como se aprecia en el panel b) del cuadro N° 5.10. El valor de salvamento al realizar su venta, genera un ingreso o pérdida no operacional que afecta la base gravable.

**Cuadro N° 5.10. Depreciación línea recta con ajustes por inflación con y sin valor de salvamento**

**a) Sin valor de salvamento:**

Período	1	2	3	4	5
Valor activo	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000
Valor ajustado	106.000	111.300	116.865	122.124	<b>127.009</b>
Dep. línea recta	21.200	22.260	23.373	24.425	25.402
Ajuste inflación	0	1.060	2.226	3.155	3.908
Dep ajustada acum.	21.200	44.520	70.119	97.699	<b>127.009</b>
<b>VALOR NETO</b>	<b>84.800</b>	<b>66.780</b>	<b>46.746</b>	<b>24.425</b>	<b>-</b>
PAAG	6,00%	5,00%	5,00%	4,50%	4,00%
% Depreciación:	20,0%	20,0%	20,0%	20,0%	20,0%
Impacto gasto	21.200	23.320	25.599	27.580	29.310

**b) Con valor de salvamento: 10%.**

Valor activo	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000
Valor ajustado	106.000	111.300	116.865	122.124	<b>127.009</b>
Dep. línea recta	19.080	20.034	21.036	21.982	22.862
Ajuste inflación	0	954	2.003	2.840	3.517
Dep ajustada acum.	19.080	40.068	63.107	87.929	<b>114.308</b>
<b>VALOR NETO</b>	<b>86.920</b>	<b>71.232</b>	<b>53.758</b>	<b>34.195</b>	<b>12.701</b>
PAAG	6,00%	5,00%	5,00%	4,50%	4,00%
% Depreciación:	20,0%	20,0%	20,0%	20,0%	20,0%
Impacto gasto	19.080	20.988	23.039	24.822	26.379
Vr. salvamento	10.600	11.130	11.687	12.212	12.701

Los cuadros N° 5.11 y 5.12 respectivamente, registran los comportamientos de un activo fijo modelado en las mismas condiciones del caso anterior, sin valor de salvamento pero con cambios en el método de depreciación. Se analiza su comportamiento, con los sistemas de suma de dígitos y doble disminución de saldos.

Transcurrido el primer año de vida útil del activo, comparativamente con los tres métodos tratados, el método de doble disminución de saldos, genera el mayor gasto anual por valor de \$42.400 (cuadro N° 5.12.) y por lo tanto reporta un mayor impacto en el estado de resultados. Esta situación es financieramente favorable, al reducir la base gravable, esto es, pagar menos impuestos al comienzo de la vida útil, reinvertir los recursos liberados y

fortalecer el proyecto económicamente. Sin embargo, a medida que transcurre el tiempo, el valor de gasto por depreciación cambia y surge la necesidad de valorar los flujos de depreciación en el largo plazo (vida útil de los activos, en este caso 5 años), para tomar una decisión acertada desde el punto de vista financiero.

**Cuadro N° 5.11. Depreciación método suma de los dígitos con ajustes por inflación**

Período	1	2	3	4	5
Valor activo	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000
Valor ajustado	106.000	111.300	116.865	122.124	<b>127.009</b>
Dep. línea recta	35.333	29.680	23.373	16.283	8.467
Ajuste inflación	0	1.767	3.339	4.207	4.559
Dep ajustada acum.	35.333	66.780	93.492	113.982	<b>127.009</b>
<b>VALOR NETO</b>	70.667	44.520	23.373	8.142	-
PAAG	6,00%	5,00%	5,00%	4,50%	4,00%
% Depreciación:	33,3%	26,7%	20,0%	13,3%	6,7%
Impacto gasto	35.333	31.447	26.712	20.490	13.027

**Cuadro N° 5.12. Depreciación método doble disminución de saldos con ajustes por inflación**

Período	1	2	3	4	5
Valor activo	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000
Valor ajustado	106.000	111.300	116.865	122.124	<b>127.009</b>
Dep. línea recta	42.400	25.440	16.536	10.748	18.025
Ajuste inflación	0	2.120	3.498	4.050	4.192
Dep ajustada acum.	42.400	69.960	89.994	104.792	<b>127.009</b>
<b>VALOR NETO</b>	63.600	41.340	26.871	17.332	-
PAAG	6,00%	5,00%	5,00%	4,50%	4,00%
% Depreciación:	40,0%	40,0%	40,0%	40,0%	40,0%
Impacto gasto	42.400	27.560	20.034	14.798	22.217

De este análisis se desprenden tres conclusiones particulares:

- Independiente del método de depreciación utilizado, el gasto total generado durante la vida útil del activo a precios corrientes, es igual.
- Con base en la condición anterior, el analista financiero debe evaluar a precios de hoy el flujo que sea más atractivo financieramente y de esta manera elegir el método que mejor se ajuste financieramente. En tal sentido, es conveniente sensibilizar los flujos que genere la depreciación, según métodos y calcular los ahorros presentes en materia de impuestos.

- c) El método de depreciación utilizado no afecta el valor del activo ajustado, al mantener su valor.

### 5.5. Depreciación y ahorros interno y fiscal.

Parte del ahorro interno de una empresa, proviene de los gastos causados periódicamente, originados por la depreciación, en una operación que no implica salida física de efectivo. Generalmente, son recursos que forman parte de los activos circulantes y que permiten atender los compromisos que demanda el giro normal de los negocios. Significa por lo tanto, que contablemente se causa la partida, pero físicamente los recursos se reinvierten internamente en el mismo negocio, a la tasa que éste genera, por su actividad económica. Esto es, independiente que se aplique o no ajustes por inflación al valor de los gastos de depreciación, la organización hace uso de estos recursos, con el fin de garantizar que al momento de reponer el activo, el dinero destinado para tal fin, generó réditos a la tasa de retorno del negocio.

En el cuadro N° 5.13., se plantea una tabla de depreciación por el sistema de suma de los dígitos, sin valor de salvamento y valor inicial de un activo de \$100.000. La columna valor presente ahorro interno, actualiza con el PAAG -estructurado en factor de descuento-, el valor de la depreciación al momento cero por valor de \$ 84.789 y que corresponde al 84.7% del valor inicial del activo referido.

**Cuadro N° 5.13. Cálculo del valor presente de ahorros interno y fiscal por efecto inflacionario**

n	Valor Depreciación	Depreciación acumulada	Valor activo neto	%	PAAG	Factor descuento	Valor presente ahorros	
							Interno	Fiscal
0	0	-	100.000					
1	18.182	18.182	81.818	18,2%	5,0%	1,050	17.316	6.061
2	16.364	34.545	65.455	16,4%	4,5%	1,097	14.913	5.220
3	14.545	49.091	50.909	14,5%	4,2%	1,143	12.722	4.453
4	12.727	61.818	38.182	12,7%	4,0%	1,189	10.704	3.746
5	10.909	72.727	27.273	10,9%	4,0%	1,237	8.822	3.088
6	9.091	81.818	18.182	9,1%	3,8%	1,284	7.082	2.479
7	7.273	89.091	10.909	7,3%	3,5%	1,329	5.474	1.916
8	5.455	94.545	5.455	5,5%	3,5%	1,375	3.967	1.388
9	3.636	98.182	1.818	3,6%	3,5%	1,423	2.555	894
10	1.818	100.000	0	1,8%	3,5%	1,473	1.234	432
Ahorro interno causado por la depreciación en condiciones inflacionarias							84.789	29.676
Valor presente del ahorro total [interno+fiscal]							<b>114.465</b>	
Participación ahorro según fuente originadora en VP vs. valor activo.							84,8%	29,7%

Este resultado significa que al querer reponer hoy el activo, sólo cuenta con ese monto de recursos y necesitaría un 15.2% de recursos adicionales, bien

sea de recursos propios o de crédito para reemplazar el activo fijo depreciado.

La segunda fuente de ahorro originada en la depreciación, la constituye el ahorro fiscal. El hecho de poseer un activo fijo sujeto a depreciación, reduce la base gravable, -subsidio fiscal- que al aplicarle la tasa impositiva (estimada en el 35%) genera un menor valor que hay que cancelar a la Dirección de impuestos. En este caso, se estima un valor para el primer período de \$ 6.061 y durante los diez años de vida del activo actualizados, asciende a \$29.676, siempre y cuando se utilicen periódicamente en la operación como reinversión con tasa mínima igual al ajuste por inflación. Por lo tanto, es importante ejercer control de la depreciación y administrar los recursos como un fondo de reservas con destinación específica.

Al Llevar este proceso adecuadamente, la organización holgadamente podrá reponer sus activos sin necesidad de acudir a grandes inversiones y con seguridad apalancando su operación con alguna porción de recursos propios, según la tecnología que requiera.

El caso analizado en los párrafos anteriores, partió del hecho de depreciar el bien por el método de suma de los dígitos, sin considerar y evaluar otros métodos, de manera tal que no se tiene certeza si es o no el más adecuado financiera y fiscalmente. Por lo tanto, se plantea un nuevo escenario, con las variables de valor del activo y vida útil expuesta anteriormente y tres alternativas de depreciación: línea recta, suma de dígitos y doble disminución de saldos, situación modelada en el cuadro N° 5.14.

En primer lugar, se parte de un resultado dado de utilidad antes de depreciación (UAD). A partir de allí, se procede a descontar la depreciación para obtener la utilidad antes de impuestos (UAI), base que al multiplicarla por la tasa impositiva (35%), genera el valor absoluto de la provisión de impuesto. Calculada la carga impositiva, se llega al resultado neto por cada período fiscal, en la secuencia del estado de resultados. Para obtener el flujo de caja, al resultado neto se adiciona el respectivo valor de la depreciación, que fue descontado anteriormente para reducir la base fiscal.

En las columnas A, B y C del cuadro N° 5.14., se presentan los flujos por depreciación generados por los tres métodos considerados que sumados algebraicamente cada uno, son iguales al valor del activo inicial de \$100.000.

El tema relevante en este proceso de evaluación, es el de seleccionar el método de depreciación que genere el mayor beneficio, en términos de costo de oportunidad del dinero, al aplicar un método que premie los flujos más altos posible al comienzo de la vida útil de los activos<sup>7</sup>.

---

<sup>7</sup> LEON, V. César. *Estrategias Financieras de Planeación Tributaria*. U. Libre de Cali. 1999.

Por tal razón se calcula el valor presente de los flujos generados por la depreciación, la carga tributaria y el flujo de caja, con una tasa de descuento el 10% efectivo anual.

**Cuadro N° 5.14. Cálculo del valor presente del flujo de caja, según alternativas de depreciación a precios corrientes**

a)

n	UAD* [1]	Depreciación [2]			UAI = [1]-[2]		
		Doble dis. Saldo (A)	Suma dígitos (B)	Línea recta (C)	(A)	(B)	(C)
1	120.000	20.000	18.182	10.000	100.000	101.818	110.000
2	135.000	16.000	16.364	10.000	119.000	118.636	125.000
3	142.000	12.800	14.545	10.000	129.200	127.455	132.000
4	138.000	10.240	12.727	10.000	127.760	125.273	128.000
5	126.000	8.192	10.909	10.000	117.808	115.091	116.000
6	140.000	6.554	9.091	10.000	133.446	130.909	130.000
7	139.000	5.243	7.273	10.000	133.757	131.727	129.000
8	145.000	4.194	5.455	10.000	140.806	139.545	135.000
9	163.000	3.355	3.636	10.000	159.645	159.364	153.000
10	150.000	13.422	1.818	10.000	136.578	148.182	140.000
<b>TOTAL</b>	<b>=</b>	<b>100.000</b>	<b>=</b>	<b>=</b>	<b>1.298.000</b>	<b>=</b>	<b>=</b>
<b>VP</b>	68.047	<b>70.099</b>	61.446				

b)

n	UAD* [1]	Provisión de impuesto			Resultado neto		
		(A)	(B)	(C)	(A)	(B)	(C)
1	120.000	35.000	35.636	38.500	65.000	66.182	71.500
2	135.000	41.650	41.523	43.750	77.350	77.114	81.250
3	142.000	45.220	44.609	46.200	83.980	82.845	85.800
4	138.000	44.716	43.845	44.800	83.044	81.427	83.200
5	126.000	41.233	40.282	40.600	76.575	74.809	75.400
6	140.000	46.706	45.818	45.500	86.740	85.091	84.500
7	139.000	46.815	46.105	45.150	86.942	85.623	83.850
8	145.000	49.282	48.841	47.250	91.524	90.705	87.750
9	163.000	55.876	55.777	53.550	103.769	103.586	99.450
10	150.000	47.802	51.864	49.000	88.776	96.318	91.000
<b>TOTAL</b>	<b>=</b>	<b>454.300</b>	<b>=</b>	<b>=</b>	<b>843.700</b>	<b>=</b>	<b>=</b>
<b>VP</b>	271.863	<b>271.145</b>	274.173				

c)

		Flujo de caja		
n	UAD* [1]	(A)	(B)	(C)
1	120.000	85.000	84.364	81.500
2	135.000	93.350	93.477	91.250
3	142.000	96.780	97.391	95.800
4	138.000	93.284	94.155	93.200
5	126.000	84.767	85.718	85.400
6	140.000	93.294	94.182	94.500
7	139.000	92.185	92.895	93.850
8	145.000	95.718	96.159	97.750
9	163.000	107.124	107.223	109.450
10	150.000	102.198	98.136	101.000
<b>TOTAL</b>		943.700	943.700	943.700
<b>VP</b>		572.935	<b>573.653</b>	570.625

El resultado del valor presente de la depreciación, hace referencia al método de suma de los dígitos con un valor de \$70.099 (sección a), cercano al método de doble disminución de saldos y alejado del de línea recta; en consecuencia, hasta este momento el método más adecuado financieramente es el de la suma de los dígitos.

Con referencia al pago de impuestos, se debe seleccionar aquel flujo de menor valor presente, que sigue siendo el método (B) al registrar un valor de \$ 271.145 y por último el flujo de caja de mayor valor presente corresponde al (B) nuevamente con \$ 573.653. De tal manera que esta alternativa genera la mejor valoración en términos económicos.

Al sensibilizar el valor presente de flujo de caja según método de depreciación aplicado, con cambios en la tasa de descuento, se concluye que la decisión no cambia, al mantener la alternativa B como la de mejor desempeño financiero. Ver cuadro N° 5.15.

**Cuadro N° 5.15. Análisis de sensibilidad del valor presente del flujo de caja, según tasa de descuento**

Tasa de descuento	(A)	(B)	(C)
1,0%	892.630	892.779	892.284
9,0%	599.048	599.748	596.880
10,0%	572.935	573.653	570.625
11,0%	548.545	549.276	546.107
40,0%	219.995	220.311	216.689

En conclusión, la depreciación influye en los resultados financieros de las empresas, al disminuir la base gravable y en consecuencia la carga impositiva. Por lo tanto, si el método de depreciación aplicado es de tipo

acelerado, el valor a cancelar por este concepto a la dirección de impuestos, es inicialmente menor pero a medida que transcurre el tiempo es más alto; de ahí, la necesidad de evaluar al momento cero cada flujo generado como gasto por depreciación, para poder elegir el sistema de depreciación que represente financieramente el mayor valor presente.

“Al aplazarse los impuestos, su valor presente disminuye, por lo tanto, el efecto de acelerar la depreciación sobre un proyecto es aumentar su VPN. Se debe advertir que no siempre es así y que depende justamente del valor residual del bien; si al final del período se vende el bien, un bien totalmente depreciado, generará más utilidad y más impuestos consecuentemente, que uno a medio depreciar. Hay que analizar cada caso en particular; depende del tipo de negocio, por ejemplo el caso de un negocio que produce pérdidas durante los primeros siete años, el ahorro en impuestos por la depreciación durante los primeros siete años y su efecto sobre el aplazamiento de los impuestos y por consiguiente, sobre el VPN, se pierden, salvo que en la legislación fiscal exista un sistema de carry over de las pérdidas (recuperación de esos saldos negativos en materia fiscal, de modo que las pérdidas de años anteriores reduzcan las utilidades de los años subsiguientes; esto se llama amortización de pérdidas), aunque, donde existe, normalmente no van más allá de los cinco años. (A partir de 2004 - reforma tributaria-, sólo se puede amortizar el 25% de las pérdidas)”<sup>8</sup>.

### **5.6. Depreciación. Importancia en el flujo de caja libre -FCL.**

La selección del método de depreciación puede influir en el resultado del proyecto, al convertir uno no rentable en rentable, como es el caso de la depreciación acelerada, por los efectos contables y fiscales que generan ahorros de impuestos, en beneficio de los flujos futuros de ingresos. Importa en particular la depreciación fiscal en un proyecto, por el grado de incidencia que genera en las cargas impositivas, en conjunto con otros posibles gastos causados (amortizaciones, cargos diferidos), que no aportan ingresos directos, pero si forman parte del flujo de caja libre e inciden en este, vía ahorros en impuestos al afectar la base gravable.

La depreciación financieramente es un gasto, que en la estructura no es desembolsable y por lo tanto no afecta el flujo de efectivo; sin embargo, es importante medir las erogaciones generadas por el pago de impuestos y la generación o no de ahorros a precios constantes. Dado que los ahorros son producto de los resultados económicos obtenidos al aplicar uno u otro método de depreciación, tienen efecto directo sobre la disponibilidad y provisión de recursos en dinero efectivo.

<sup>8</sup> VÉLEZ Pareja, Ignacio. “Decisiones de inversión” Enfocado a la valoración de empresas” 4ª ed., CEJA, 2004. (disponible en línea en <http://www.poligran.edu.co/decisiones>).

La depreciación por presentación conceptual de un modelo de valoración, debe reflejarse al estructurar del flujo de caja libre, en especial si se trata de una empresa intensiva en bienes de capital sujetos a depreciación. Esta característica, se ve reflejada en una participación importante dentro del total de activos, con el fin de cuantificar tanto el efecto que ejerce sobre la base gravable como el ahorro de impuestos generado. Es claro que no aporta recursos físicos al flujo de caja libre porque no es efectivo, es una dilución en el tiempo del costo de adquisición del bien; por esa misma razón, una vez calculado el impuesto a pagar, se adiciona nuevamente el gasto en depreciación al resultado después de impuestos, para neutralizar su efecto.

Al considerar los gastos de depreciación en un proyecto, se debe tener claridad de la inclusión o no del monto de la inversión en activos fijos al comienzo de la vida del proyecto (momento cero), por cuanto, se puede duplicar la inversión: una como inversión inicial y otra como gasto por depreciación.

### Bibliografía consultada

**BOLTEN, Steven.** *Administración Financiera*, Limusa, México 1.997.

**LEON Valdés, César A.** *Estrategias Financieras de Planeación Tributaria*. U. Libre de Colombia. Seccional Cali, 1.999.

**PHILIPPATOS, George:** *Fundamentos de Administración Financiera*. Textos y casos. MGH. México, 1979.

**VÉLEZ Pareja, Ignacio.** "Decisiones de inversión enfocadas a la valoración de empresas" 4ª edición. CEJA, 2004. (disponible en línea <http://www.poligran.edu.co/decisiones>).

**WESTON, Fred y BRIGHAM, Eugene.** *Fundamentos de Administración Financiera*. 7ª Ed. Interamericana México 1.988

## Capítulo 6. Análisis de Riesgos en el mercado monetario

La teoría y práctica financiera, asocian el concepto de riesgo a los retornos esperados, de manera tal que no es suficiente reconocer al primero e ignorar la condición del segundo, dada su directa y estrecha relación. Estas dos variables, son el soporte y base de la teoría de portafolio de inversión, del desempeño empresarial y del negocio financiero, de tal manera que es preciso definir y entender estos dos conceptos, antes de avanzar en el tema.

Una vez agotada esta etapa, se aborda el tema en el siguiente orden: evaluación de riesgos financieros y económicos para el sector empresarial, riesgos del mercado de valores y riesgos de la industria bancaria.

### 6.1. Rentabilidad y riesgo

#### 6.1.1. Rentabilidad

El rendimiento implícito de un activo financiero de renta fija ( $R_k$ ) para un período ( $t$ ), corresponde a la tasa de interés simple, determinada por la diferencia entre el precio de venta ( $P_1$ ) o redención y el precio de compra o inversión inicial ( $P_0$ ), más el valor acumulado de los intereses ( $I$ ) recibidos durante un período ( $t$ ) y dividido por el precio de compra o desembolso inicial, expresado de la siguiente forma:

$$\text{a) } R_k = \frac{P_1 - P_0 + I_1}{P_0} \times 100 ; \quad \text{b) } R_k = \frac{P_1 - P_0 + D_1}{P_0} \times 100$$

Inversiones en valores de renta variable, el retorno corresponde a dividendos ( $D$ ), de manera tal que el numerador de la expresión anterior, además de incluir la diferencia de precios del valor de las acciones (valorización o desvalorización) adiciona el valor total de los dividendos generados durante el período y de esta manera se calcula la renta generada en esta inversión, como se registra en la ecuación b).

Por tratarse de cálculos de rentabilidad contables más que financieros, es necesario precisar que la anterior ecuación no refleja los momentos ciertos de pagos; es decir, no contempla el costo del dinero a través del tiempo. Por lo tanto, un cálculo adecuado debe emplear la tasa interna de retorno TIR, extensiva a cualquier título de renta variable o fija bien sea a tasa fija o flotante.

Cuando el espacio temporal es mayor a un año, dos, cinco, tal vez diez, el método de la TIR es el apropiado o bien, la tasa de retorno promedio geométrica obtenida por unidad de tiempo, en una relación valor futuro a valor presente.

El rendimiento esperado o medio de un activo  $\bar{R}_k$  se puede calcular como el valor medio de sus rendimientos históricos ( $R_t$ ), por aplicación de la siguiente expresión, con (n) igual al número de observaciones consideradas.

$$\bar{R}_k = \sum_{t=1}^n \frac{R_t}{n}$$

En forma similar, se estima el **Valor esperado** de la rentabilidad de un activo E(X) por la sumatoria de los promedios ponderados de los valores posibles de la variable (X) -aleatoria discreta de carácter subjetivo-, por las respectivas probabilidades de ocurrencia ( $p_j$ ) estimadas, así:

$$E(X) = \sum_{j=1}^n (p_j x_j)$$

De acuerdo a lo expuesto, el **rendimiento esperado**, es una expectativa matemática, medible a través de la media o promedio aritmético, al ser una buena medida del rendimiento esperado; en consecuencia, el rendimiento esperado de un activo, es la media de los futuros rendimientos posibles.

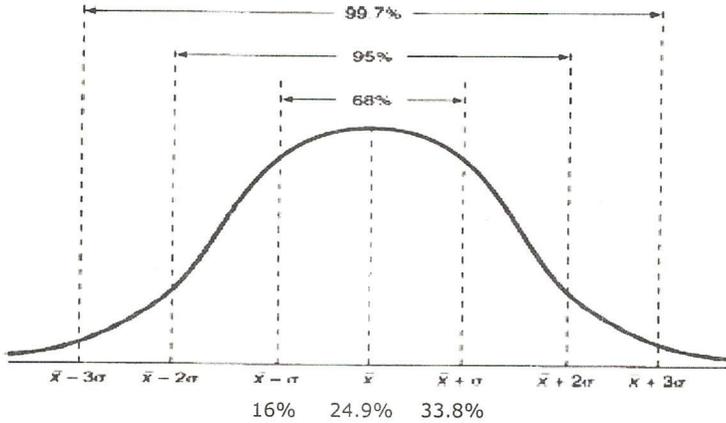
**Rendimiento esperado de un portafolio de inversión:** Es el resultado de cuantificar probabilidades de futuros rendimientos, con apoyo de una determinada metodología (consulta expertos, índices de desempeño de la industria, experiencia etc....) para su cálculo. Luego de un análisis cuidadoso, se determina por ejemplo, tres estados de la naturaleza con sus probabilidades de ocurrencia de un proyecto o inversión: éxito total, fracaso y negocio de desempeño medio o normal, como se aprecia en el cuadro N° 6.1.

**Cuadro N° 6.1. Cálculo del rendimiento esperado de un portafolio**

	Estado	P(x)	renta (r)	p(x) E(r)	[r-E(R)] <sup>2</sup>	[r-E(R)] <sup>2</sup> P(x)
1	Éxito	35,0%	35,0%	0,1225	0,01030	0,0036
2	Normal	55,0%	22,0%	0,121	0,00081	0,0004
3	Fracaso	10,0%	5,0%	0,005	0,03940	0,0039
		100,0%	<b>E(R)</b>	<b>24,9%</b>	$\sigma^2$	0,0080
					$\sigma$	<b>8,94%</b>

El resultado es un rendimiento esperado de 24,9% y una desviación estándar DS (riesgo) del 8,94%. Si los rendimientos se distribuyen normalmente, estos podrían ubicarse con un 68% de probabilidad entre 16% y 33,8% (en el intervalo comprendido dentro de un desvío estándar a la derecha y a la izquierda de la media: 24,9%+/-8,94) como se aprecia en la gráfica N° 6.1.

### Gráfica N° 6.1. Distribución de probabilidad de rendimiento de portafolio



El rendimiento esperado de una cartera, también se puede calcular por la suma ponderada entre los rendimientos esperados  $E(R_j)$  de cada uno de los activos que la conforman y su participación relativa ( $W_j$ ), según la siguiente ecuación:

$$E(R_p) = \sum_{j=1}^n w_j E(R_j)$$

Otra alternativa para calcular el valor de rentabilidad esperado de un portafolio, consiste en acudir a bases de datos que contienen información sobre desempeños reales y a partir de allí, estimar la probable ocurrencia de este evento, acorde a las condiciones del mercado de activos financieros similares y del entorno económico, para luego tomar una decisión y asumir un riesgo.

### Cuadro N° 6.2. Umbral de elección de alternativas según disponibilidad de información

	<b>Certeza</b>	<b>Incertidumbre</b>	<b>Riesgo*</b>
<b>INFORMACION (Objetiva)</b>	<b>Completa</b>	Incompleta. Eventos NO replicables.	<b>Incompleta/limitada</b> pero medible. [Probabilidad de ocurrencia evento. Replicables.]

\*El riesgo es calificado como tal, cuando su naturaleza es replicable, posee una distribución de frecuencia y mediante uso estadístico se puede inferir.

El cuadro N° 6.2., muestra una clasificación del tipo de información disponible sobre la cual se toman decisiones y de esta forma identificar riesgos con información incompleta pero medible, como ocurre con los procesos de estructuración de portafolios.

**Ejemplo N° 6.1.** Un inversionista, ha establecido un mapa de cuatro posibles resultados de rentabilidad de activos financieros, para el próximo período (t+1). Así mismo, ha asignado una probabilidad relativa para cada evento como se muestra en el cuadro N° 6.3 que totaliza el 100%. Con esta distribución, se calcula la rentabilidad promedio ponderada esperada,  $E(R_p)$ , según la expresión (1). El resultado esperado de rentabilidad para el período (t+1) es del 3.02% anual (e.a.).

**Cuadro N° 6.3. Estimación del rendimiento esperado de cartera**

Opción	Renta esperada (e.a.) [ $E(R_a\%)$ ]	Probabilidad [ $P_a\%$ ]
A	+5.0	25.0
B	+2.0	20.0
C	- 1.5	15.0
D	+4.0	40.0
<b><math>E(R_p) = 3.02 \%</math></b>		<b>100.0</b>

$$E(R_p) = \sum_{a=1}^n (R_a P_a) \quad (1)$$

**Rendimiento de inversiones:** Definido un período de tiempo cualquiera, la rentabilidad de una inversión se obtiene del cociente entre el valor futuro o final del período objeto de análisis y el valor presente o inicial desembolsado como inversión y valorado a precios de mercado. Esto implica que el numerador contiene los ingresos recibidos a título de intereses o rendimientos generados por el activo financiero -rentas periódicas- más recuperación de la inversión inicial ( $I_0$ ) para luego ser expresada la relación en términos porcentuales anuales (tasa efectiva anual).

Para establecer la renta de una inversión, hay que tener presente dos situaciones particulares:

- a) Rentabilidad intrínseca del activo ( $R_a$ ).
- b) Valor del activo al momento de venta, en función de los precios de mercado ( $A_{pm}$ ), con TD como tasa de descuento.

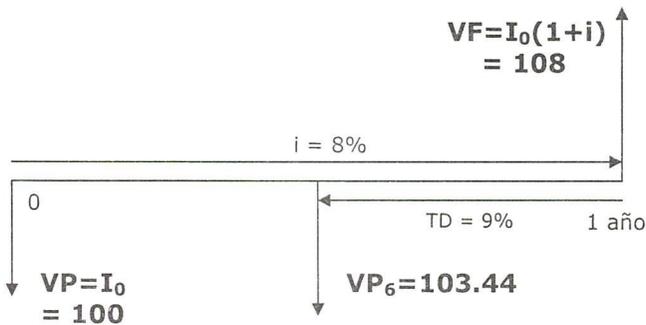
$$a) R_a = \frac{Vr. Futuro}{Vr. Presente} - 1 \times 100 ; \quad b) A_{pm} = \frac{Vr. Futuro}{(1 + TD)^n} - 1 \times 100$$

Para mayor comprensión, se plantea el caso de un inversionista que constituye un título por valor de \$100 millones cupón cero y al final de un año recibe por concepto de intereses, ocho millones de pesos. Transcurridos seis meses, acude al mercado secundario, con oferta de negociación del 9%. Calcular la rentabilidad original del título y determinar su precio de venta.

$$a) R_a = \frac{108}{100} - 1 \times 100 = 8\% ; b) R_{pm} = \frac{108}{(1 + 0.044)} - 1 \times 100 = 103.44$$

La tasa interna de retorno original del título, es del 8% efectivo anual y la tasa de descuento o valoración a precio de mercado, equivale al 8.80% anual semestre vencido, de tal manera que el título se vende por valor de \$103.44 millones de pesos faltando 180 días al vencimiento. Este valor garantiza al nuevo inversionista, una rentabilidad anual del 9%.

Gráficamente, se presentan los flujos de caja que relaciona valores y momentos en el tiempo donde se realiza efectivamente movimientos monetarios, base para el cálculo de la rentabilidad, como se aprecia a continuación.



**Ejemplo N° 6.2:** Para conformar un portafolio en papeles de renta variable, un inversionista destina \$ 100 unidades monetarias y al final del primer trimestre recibe \$ 1,5 en calidad de dividendos. Cuál fue la rentabilidad generada por la inversión, si al final del tiempo establecido, el valor del portafolio esta valorado en \$100,5?

$$R_p = \frac{100,5 - 100 + 1.5}{100} \times 100$$

$$R_{p(\text{trimestre})} = 2\% , R_{(e.a.)} = 8.24\%$$

Durante los 90 días, el portafolio rento a una tasa del 2%, equivalente al 8.24% efectiva anual.

### 6.1.2. Riesgo.

Es la probabilidad de cambio o desvío del retorno esperado, calculado sobre el valor de los flujos futuros de caja generados en una decisión de inversión. (Retorno real más bajo del esperado). "... el riesgo para la mayoría de los inversionistas está relacionado con la probabilidad de que los valores de la cartera a futuro sean menores que los esperados. Por lo tanto, si la cartera del inversionista tiene un valor actual de \$100.000 y el valor esperado es de \$110.000 al final el año siguiente, lo que importa es la probabilidad de valores menores a \$110.000"<sup>1</sup>.

La variabilidad de rendimientos como medida de riesgo, es cuantificada por medio de dos estadígrafos: La varianza  $\sigma^2_p$  (medida de la dispersión de los posibles resultados respecto a su media) y la desviación estándar  $\sigma_p$  de rendimientos, según ecuación (2). Como la varianza se expresa en porcentajes "cuadrados" se hace difícil de interpretar, por esta razón se calcula el **desvío típico o estándar**, que se expresa en la misma unidad de medida que los rendimientos observados.

$$\sigma^2_p = \sum_{j=1}^n P_j [R_j - E(R_p)]^2 \quad (2)$$

Donde  $P_j$ = Probabilidad  $j$ ,  $R_j$  rendimiento esperado  $j$ , y  $E(R_j)$  rentabilidad promedio esperada. Al aplicar el ejemplo N° 6.1., la varianza de la cartera calculada viene dada por:

$$\sigma^2_p = 25\%(5\%-3.02\%)^2 + 20\%(2\%-3.02\%)^2 + 15\%(-1.5\%-3.02\%)^2 + 40\%(4\%-3.02\%)^2 = 0.04622\%$$

Y la desviación estándar:  $\sigma_p = 2.15\%$

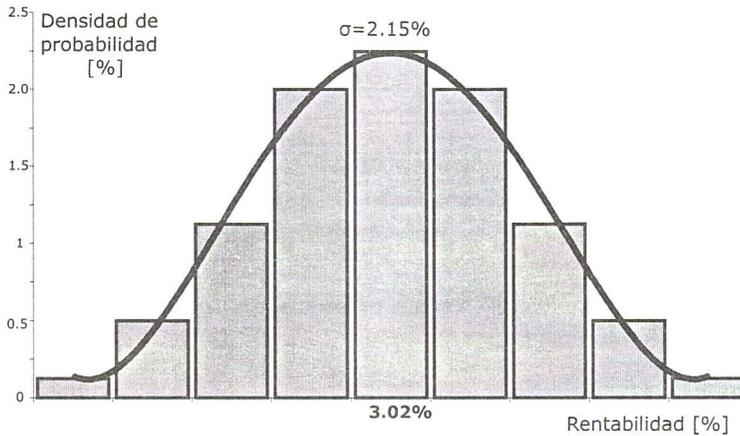
A medida que aumentan estas medidas de dispersión central, se espera una mayor variabilidad alrededor del rendimiento promedio y en consecuencia aumenta el grado de incertidumbre para el inversionista. Con el ejemplo que ilustró estos conceptos, se concluye que la probabilidad de obtener un rendimiento que varía  $\pm 2.15\%$  (riesgo) alrededor de una renta media esperada del 3,02% es del 68%. Ver gráfica N° 6.2.

**Métodos para administrar riesgos:** Para enfrentar posibles riesgos del mercado monetario, existen opciones que están asociadas a evitar, prevenir y controlar pérdidas, retener el riesgo o simplemente transferirlo. Dentro de esta última categoría, se dispone de varias alternativas en busca de: a) Protección. Vender la cosecha próxima, para garantizar precio sujeto a que el

<sup>1</sup> FABOZZI, Frank & MODIGLIANI, Franco. *Mercados e Instituciones Financieras*. PHH. Pág. 273.

precio pueda subir y deje de percibir un mejor ingreso. b) Aseguramiento. Pagar una prima por un seguro para evitar pérdidas, o c) Diversificar o atomizar los riesgos, que mitiguen y/o eviten su concentración, ante determinados eventos probables de ocurrencia.

**Gráfica N° 6.2. Calificación del nivel de riesgo (DS)**



**Varianza:** Medida estadística de dispersión al rededor de la media, que indica que tan concentrados se encuentran los valores probables de una variable en torno a su valor medio. Para un valor o título en particular se determina mediante la expresión:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(X_i - \bar{X})^2}{n}$$

en dónde:  $x_i$ = Precio del título o rentabilidad,  $\bar{X}$  =Valor esperado medio del título o de su renta y  $n$ = número de observaciones.

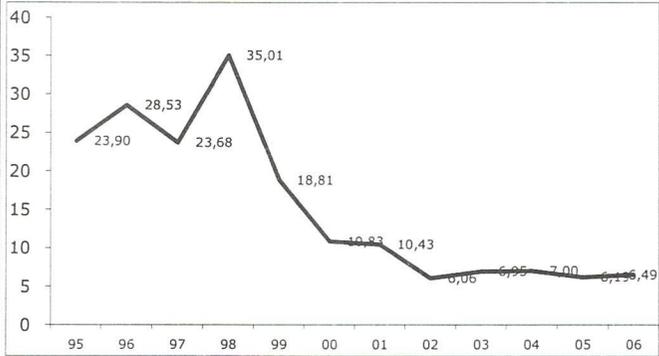
**Desviación estándar (DS):** Es la medida estadística más común del riesgo. Se expresa como la raíz cuadrada de la varianza, con el fin de mostrar el valor de la variable en su unidad respectiva.

$$\sigma = \sqrt{V(r)} = \sqrt{\sigma^2}$$

Al tomar la serie histórica anual de la tasa interbancaria reportada por el Banco Central a partir del año de 1995 hasta el 2006, como se aprecia en el cuadro N° 6.4., se calculó la tasa promedio simple anual arrojando un valor del 15.32% y la variabilidad promedio del 10.22% que corresponde a la desviación estándar. Esto implica que el rango de valor medio de la tasa interbancaria en este período se ubica entre [15.32%  $\pm$  10.22%]

**Cuadro Nº 6.4. Cálculo de la desviación estándar Tasa Interbancaria**

1995	23,90
1996	28,53
1997	23,68
1998	35,01
1999	18,81
2000	10,83
2001	10,43
2002	6,06
2003	6,95
2004	7,00
2005	6,19
2006	6,49
<b>DS (%)</b>	<b>10,22</b>
<b>Promedio (%)</b>	<b>15,32</b>



Fuente: Estadísticas - Banco de la República. Cuadro Nº 3.1. Los datos corresponden a la tasa diaria del mercado bancario, promedio mensual ponderado. Los valores anuales son el promedio simple de los doce meses.

**Fórmula en EXCEL**



=DESVEST(Rango valores) = DESVEST(23.90%... 6.49%) = 10.22%

Fórmula:  $DS = \sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{(n - 1)}}$  con (n-1) parámetro incesgado y aplicado para una muestra poblacional.

**Coefficiente de variación:** Operación matemática resultante de dividir la desviación estándar (DS), entre el valor esperado de una variable aleatoria definida; en este caso, el rendimiento. De esta forma, se puede calcular el valor relativo de riesgo de cada valor. Para el caso de dos títulos con igual valor esperado de rendimiento (10%) pero diferente DS (0.7 y 0.12 respectivamente), el coeficiente de variación calculado es del 7% y 12%, este último, más riesgoso comparativamente.

**Covarianza:** Es una medida de la asociación lineal presente entre dos variables, que resume la información existente en un gráfico de dispersión. Refleja el comportamiento de cómo los rendimientos de los activos tienden a moverse en la misma dirección. Como en un portafolio los rendimientos de los activos "covarian" (movimientos simultáneos), se requiere una medida de esa asociación. "La covarianza de los posibles rendimientos de dos valores, es una medida del grado en el que se espera que varíen en forma conjunta y

no de modo independiente"<sup>2</sup>. Se expresa de la siguiente manera, según se trate de un par de valores riesgosos o de un conjunto de ellos respectivamente:

$$\sigma_{ij} = \text{COV}[x_i, x_j] = E[(x_i - E(x_i))(x_j - E(x_j))] = E(x_i x_j) - E(x_i)E(x_j)$$

Con  $x_i$  y  $x_j$  tasas de rendimientos individuales de activos (i) y (j),  $E(x_i)$  y  $E(x_j)$  valor medio esperado de rendimiento.

O bien con uso de probabilidades  $P_k$ :

$$\sigma_{ij} = \sum_{k=1}^n [p_k (x_{ik} - E(x_i))(x_{jk} - E(x_j))]$$

$$\sigma_{ij} = \text{COV}[x_i, x_j] = \sum_{k=1}^n [(x_{ik} - E(x_i))(x_{jk} - E(x_j))] / n.$$

Con:  $x_{ik}$  Rentabilidad del activo (empresa) i en el período (k).

$E(x_i)$  Rentabilidad promedio esperada de (i).

$x_{jk}$  Rentabilidad del activo (empresa) j en el período (k).

$E(x_j)$  Rentabilidad promedio esperada de (j).

(n), número de períodos considerados.

"La covarianza es el promedio (La suma ponderada de las probabilidades) de esos productos y diferencias en situaciones o eventos probables contemplados de desempeño, en un entorno económico"<sup>3</sup>. La medida calculada, es por lo tanto una tendencia promedio de los retornos a variar negativamente o en dirección opuesta, o lo contrario en forma positiva y en igual dirección.

**Riesgo y diversificación de cartera:** El riesgo de una cartera diversificada, depende de la relación o covarianza que pueda existir entre los rendimientos de los activos que la conforman y que de acuerdo a su composición, pueden reducir el riesgo, medido a través de la desviación estándar de sus rendimientos, según la expresión:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{K=1}^n \sum_{j=1}^n W_k W_j \sigma_{kj}}$$

Donde: n = número total de activos,  $W_k$  y  $W_j$  participación relativa de cada activo en el portafolio,  $\sigma_{kj}$  correlación esperada entre los probables

<sup>2</sup> VAN Horne, James. *Administración Financiera*. PHH México. 1993. Pág. 60.

<sup>3</sup> BODIE, Zvi y MERTON, Robert. *Finanzas*. Prentice Hall. México 1999, Pág. 297. Lo subrayado fuera de texto.

rendimientos para los activos  $j$  y  $k$ ,  $\Sigma\Sigma$  sumatoria de todas las varianzas y covarianzas en la matriz de posibles combinaciones por parejas ( $n$ ) que permitan diversificar el riesgo.

La covarianza mide la manera como se comportan dos variables aleatorias. Por dificultad para interpretar la magnitud de la covarianza, se hace uso del coeficiente de correlación  $\rho_{kj}$ , como medida adecuada de relación lineal entre dos variables. El coeficiente de correlación toma valores entre  $-1$  y  $+1$ , y se relaciona con la covarianza de la siguiente manera:

$$\rho_{kj} = \frac{\sigma_{kj}}{\sigma_k \sigma_j}$$

Con:  $\sigma_j$  desviación estándar del valor  $j$  y  $\sigma_k$  desviación estándar del valor  $k$ .

**Coefficiente de correlación:** Como se expuso anteriormente, indica el grado de movilidad conjunta o tendencia a desplazarse los retornos de dos activos (relación lineal entre dos variables) y está comprendido en un rango entre  $\pm 1$  o  $-1 \leq \rho \leq 1$ .

Cuando la correlación es igual a  $1$ , significa que los dos valores están perfectamente correlacionados; en este caso, la diversificación del portafolio es casi nula. Cuando es igual a  $-1$ , la correlación es perfecta y negativa, es decir, las dos activos financieros tienden a moverse en la misma proporción, pero en direcciones opuestas (con esta combinación puede llegar casi a cero el riesgo único de un portafolio). Por último, cuando la correlación entre dos títulos es igual a cero, no existe alguna correlación entre ellas y se consideran independientes. La última combinación, también puede reducir el riesgo específico para un inversionista.

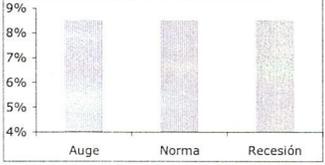
El cuadro N° 6.5 sintetiza el tipo de relación, de acuerdo a los resultados numéricos obtenidos del coeficiente de correlación.

**Cuadro N° 6.5. Rango de valor e interpretación del coeficiente de correlación**

<b>Coefficiente</b>	<b>Tipo</b>
1	Positivo (+) perfecto.
De cero (0) a 1	Imperfecto.
-1	Negativo (-) perfecto.
De cero (0) a -1	Negativo (-) imperfecto
Tiende a cero (0)	Sin correlación.

La importancia del resultado de este índice, esta asociada a la repercusión en la reducción del nivel de riesgo entre los rendimientos de dos activos a través de la diversificación, extensivo al conjunto del portafolio.

**Cuadro N° 6.6. Medida de riesgo de dos valores. Desviación, covarianza y coeficiente de correlación**

Condición Ec	Probabilidad	Rentabilidad (1)		Desviación renta (2)		(Desviación renta) <sup>2</sup>		Producto (2) [AB]	
		A	B	A	B	A	B		
Auge	33,33%	15,2%	4,0%	10,0%	-8,0%	0,0100	0,0064	-0,0080	
Normal	33,33%	13,2%	5,3%	1,0%	1,0%	0,0001	0,0001	0,0001	
Recesión	33,33%	-3,7%	16,7%	-12,0%	13,3%	0,0144	0,0178	-0,0160	
R[E]	-1	8,2%	8,7%						
$\sigma^2$	-1					0,8%	0,8%		
DS	-1					9,0%	9,0%		
Covarianza								<b>-0,008</b>	
Coeficiente de correlación[ρ]								<b>-0,98</b>	
Inversión	\$	A	B	Total	R[E]	↓			
		%	40,0%	60,0%					
Auge		46,1	62,4	108,5	8,5%				
Norma		45,3	63,2	108,5	8,5%				
Recesión		38,5	70,0	108,5	8,5%				
DS	-1				<b>0,0</b>				

El cuadro N° 6.6., registra una cartera de dos activos riesgosos (A y B), los cuales según probabilidad de desempeño económico propuesto, van a reportar un determinado retorno relativo. En condiciones de auge, se espera que el activo A, rente al 15,2% anual y B al 4% y para cada estado se estimó su respectivo retorno. Según evento, se parte inicialmente de una distribución equiprobable (33.3%) así como la variación individual esperada por evento y título. Producto de estos valores se calculó la desviación de cada título y bajo los supuestos, se obtuvo un resultado del 9% de variabilidad en cada uno. Ahora bien, obtenida la estimación de la covarianza y coeficiente de correlación, de acuerdo a la definición técnica de cada concepto, se llega a un resultado de -0.008 y -0.98 respectivamente. Este último valor, indica que el nivel de riesgo tiende a ser mínimo por cuanto se aproxima a menos uno (-1), condición ideal de medida de riesgo, por su comportamiento inverso entre los dos valores.

Para comprobar este resultado se distribuye el portafolio entre los dos valores, con asignación del 40% y 60% del total de recursos entre A y B, de manera tal que el rendimiento esperado en cada uno es igual (8,5%) con desviación de cero (0) mitigando de esta forma el riesgo de variabilidad de su retorno esperado.

**Índice de Sharpe:** También denominado modelo diagonal, fue desarrollado por W. Sharpe, como soporte al modelo de media varianza de Markowitz, que requiere el cálculo de  $n$  medias de retornos esperados,  $n$  varianzas (riesgos) y  $n(n-1)/2$  covarianzas (matriz simétrica implica el doble). Al construir la frontera eficiente a partir de un portafolio con un número grande de activos financieros, sus cálculos crecen exponencialmente que hacía dispendioso su cálculo para la época, en ausencia de ordenadores. Sharpe

investiga sobre las correlaciones entre títulos del mercado. Observó que los rendimientos de los títulos estaban correlacionados en forma positiva y a partir de esto, simplificó los cálculos dado que los rendimientos de los valores se relacionan con un índice general, que puede ser de la bolsa global (IGBVC –Índice general de la bolsa de valores de Colombia por ejemplo) o de un grupo específico de valores (S&P 500).

“Este modelo establece que el retorno de todo activo individual está influido por dos aspectos: (1) el entorno del mercado en general, (2) por el entorno de la empresa en particular”<sup>4</sup>.

El rendimiento esperado de un valor  $R_i$  se expresa por el modelo:

$$R_i = a_i + b_i I + \varepsilon_i$$

Donde:  $R_i$  = Rendimiento del activo (i).

$a_i$  = Rendimiento del activo (i) independiente del mercado (parámetro).

$b_i$  = Coeficiente de regresión a estimar, que expresa la variación de  $R_i$ , que depende de la variación del índice I.

I = Índice de la Bolsa.

$\varepsilon_i$  = Perturbación estocástica, que expresa la variación de  $R_i$ , que depende de las características específicas del título i, captura exclusivamente las condiciones específicas del activo. Es una variable aleatoria con valor esperado 0 (cero) y varianza  $v_i$ .

Los parámetros del modelo diagonal ( $a_i$ ,  $b_i$ ) se obtienen a través de una regresión lineal por el método de mínimos cuadrados. El rendimiento esperado de un activo cualquiera ( $E_i$ ) y su riesgo ( $\sigma^2$ ) dados por las siguientes expresiones:

$$R_i = a_i + b_i E(I); \text{ y, } \sigma^2_i = b^2_i + \sigma^2_I + \sigma^2_{\varepsilon_i}$$

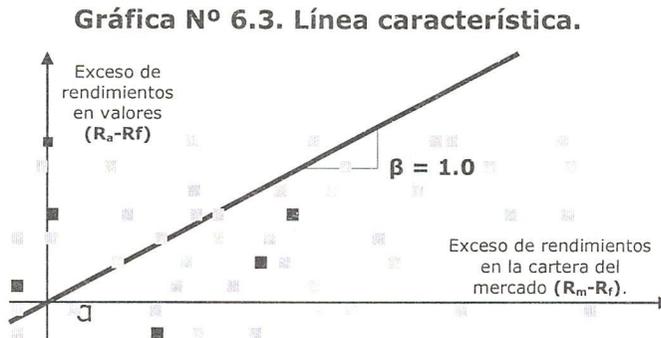
Al riesgo del título ( $\sigma^2_i$ ), también se denomina “riesgo total” del título, a la expresión ( $b^2_i + \sigma^2_I$ ) se conoce como “riesgo sistemático” del título y a ( $\sigma^2_{\varepsilon_i}$ ) se le denomina “riesgo específico o propio”. Para calcular el rendimiento esperado ( $E_p$ )= $[E_i X_i]$  y el riesgo de un portafolio ( $\sigma^2_p$ ), se aplican las siguientes ecuaciones:

$$E_p = \sum_{i=1}^n x_i a_i + E(I) \sum_{i=1}^n x_i b_i = a_p + E(I) b_p ; \quad E_p = \sum_{i=1}^n X_i (a_i + b_i E(I))$$

$$\sigma^2_p = b^2_p \sigma^2_I + \sum_{i=1}^n x^2_i \sigma^2_{\varepsilon_i}$$

<sup>4</sup> CRUZ, Sergio, VILLAREAL, Julio, ROSILLO, Jorge. *Finanzas corporativas*. Ed. Thomson Bogotá. Pág. 530.

**Línea característica:** Modelo de regresión lineal de la forma  $Y = a + \beta x$  que representa en un plano cartesiano, la relación esperada entre dos juegos de rendimientos en excesos<sup>5</sup>. En el eje de las ordenadas se registra el exceso de rendimientos de los valores (Títulos, acciones, etc.) y en el eje de las abscisas el exceso de rendimiento en el portafolio de mercado. **Alfa (a):** Representa el intercepto o corte de la línea característica y el eje vertical, determinado por la tasa libre de riesgo. Este valor tiende a ser igual al promedio de los rendimientos no sistemáticos del título a largo plazo. **Beta (β):** Explica la pendiente de la línea característica. Esto es, la elasticidad o sensibilidad entre la variación del rendimiento esperado de un valor ante una variación del 1% en el rendimiento del mercado. Ver gráfica N° 6.3.



## 6.2. Riesgos del sector empresarial

El riesgo empresarial, se encuentra asociado a la probabilidad de ocurrencia en la variabilidad del flujo periódico de fondos de caja esperados por los inversionistas, al obtener un valor real por debajo del esperado. Para efectos del tema, se abordan dos categorías de riesgo: El de tipo económico y el financiero en asocio a su retorno.

### 6.2.1. Riesgo económico

Se define como la probable variación de los beneficios medios esperados antes de intereses y después de impuestos (BAIDI), presupuestados y que esperan recibir tanto los accionistas como acreedores de fuentes de recursos.

Esta categoría de riesgo, se fundamenta en el principio básico de competir por una porción del mercado, en un ambiente económico de libre acceso, expuestos a factores controlables (internos) producto de la toma de decisiones en especial de inversión, financiación y remuneración a los accionistas y del medio externo, incontrolable, que ejerce una alta influencia e impacto en los resultados económicos.

<sup>5</sup> VAN HORNE, James. *Administración Financiera*. PHH, 9ª Ed. México 1993. Pág. 70.

La valoración del riesgo económico, está asociada al retorno económico (RE) promedio alcanzado por la totalidad de las inversiones realizadas en la empresa, durante determinados períodos comparativamente. Técnicamente, es la resultante del cociente entre el BAIDI medio esperado y el valor de los activos asociados al resultado que se estima, por el valor a precios de mercado o contable de acciones y obligaciones (K+D), como se presenta en la siguiente relación:

$$RE = \frac{E(\text{BAIDI})}{K + D}$$

**Ejemplo N° 6.3.** Si el valor medio esperado del beneficio antes de intereses e impuestos BAI de la compañía XYZ es de \$ 1.200 millones de pesos, desviación estándar (DS) de \$ 240 millones y sus valores de capital (acciones) y obligaciones financieras son del orden de los \$4.500 millones y \$1.500 millones de pesos respectivamente, qué rendimiento económico obtendrá durante un período fiscal, si la tasa impositiva es del 38%?

$$RE = \frac{1.200(1 - 0.38)}{4.500 + 1500} = 12.4\%$$

El rendimiento económico esperado de la compañía XYZ es del 12.4% anual.

La desviación, variación o inestabilidad de la rentabilidad respecto al valor medio esperado, corresponde al riesgo económico o empresarial, o varianza de la rentabilidad económica calculada ( $\sigma^2$  [RE]), que se obtiene del cociente entre la varianza del BAIDI (resultado bruto o de explotación) y del cuadrado obtenido del valor de las respectivas fuentes de financiación, es decir:

$$\sigma^2(\text{RE}) = \frac{\sigma^2(\text{BAIDI})}{(K + D)^2} = \left[ \frac{(1 - t)}{(K + D)} \right]^2 \sigma^2(\text{BAI})$$

Los factores directos asociados al riesgo económico, corresponden a impactos por fluctuaciones o cambios de demanda (impacto en ingresos), accidentes, huelgas, entre otros que desestabilizan la dinámica de la empresa. En consecuencia, el riesgo económico, corresponde a la desviación estándar (DS o  $\sigma$ ) expresada de la forma:

$$\sigma(\text{RE}) = \frac{\sigma(\text{BAIDI})}{(K + D)} = \left[ \frac{(1 - t)}{(K + D)} \right] \sigma(\text{BAI})$$

En el ejemplo N° 6.3, el riesgo económico calculado de la compañía es de 2.48%, de acuerdo a la desviación estándar calculada.

$$\sigma(\text{RE}) = \left[ \frac{(1 - 0.38)}{(4.500 + 1.500)} \right] 240 = 2.48\%$$

Dos empresas con valores tanto de riesgo como de rendimiento medio esperado diferente, es necesario estimar el coeficiente de variación, que dimensione el riesgo frente al retorno económico. Al simular los resultados de las empresas A y B, el menor coeficiente de variación (CV) corresponde a la primera y por lo tanto es la mejor alternativa comparativamente. Ver cuadro N° 6.7.

**Cuadro N° 6.7. Cálculo del coeficiente de variación**

Empresa	(RE %)	$\sigma$ (%)	CV	Elección
A	15	3.50	<b>0.233</b>	<input checked="" type="checkbox"/>
B	12	3.05	0.254	<input type="checkbox"/>

### 6.2.2. Riesgo Financiero.

El riesgo financiero, crediticio o de insolvencia, es una medida del nivel de riesgo que puede llagar a estar expuesto un ente económico, producto de las decisiones de financiamiento o apalancamiento de activos y que implica un impacto sobre el estado de resultados, acorde a la gestión realizada en busca de generar valor agregado corporativo. El resultado económico se refleja en la probable variación del flujo de dividendos que espera recibir periódicamente el grupo de accionistas, de tal manera que el grado de variación o desviación del BAI medio esperado (riesgo económico) por efecto de un apalancamiento financiero, puede ampliarse y replicar su efecto, a los flujos futuros de dividendos, a que aspiran los dueños de capital.

La base de estimación de este tipo de riesgo es la desviación estándar (DS) del retorno financiero (RF), como resultado de descontarle al BAI medio esperado, el valor de los intereses pagados por deudas contraídas (I) y expresarlos en términos del capital (K -acciones-) después de deducir la carga impositiva. El retorno financiero, se estima de acuerdo a la ecuación:

$$\text{RF} = \frac{E(\text{BAI}) - I}{K} (1 - t)$$

Y el riesgo financiero (DS) se expresa por el cociente entre la desviación estándar del BAI y el valor de las acciones (K) así:

$$\sigma^2[\text{RF}] = \sigma^2 \left[ \frac{(\text{BAI} - I)}{K} (1 - t) \right] = \left[ \frac{(1 - t)}{k} \right]^2 \sigma^2 [\text{BAI}] \Rightarrow \sigma [\text{RF}] = \left[ \frac{(1 - t)}{K} \right] \sigma [\text{BAI}]$$

Al reemplazar  $\sigma[\text{BAII}]$  por el valor previo calculado de riesgo económico,  $[\sigma[\text{RE}](K+D)]/(1-t)$ , se llega al valor del riesgo financiero en función del riesgo económico y del nivel de deuda financiera, por ende:

$$\sigma[\text{RF}] = \left[ \frac{(K + D)}{K} \right] \sigma[\text{RE}] = \sigma[\text{RE}] \left[ 1 + \frac{D}{K} \right]$$

Con base en el ejemplo N° 6.3., el riesgo financiero calculado antes de impuestos es del orden de:

$$\sigma[\text{RF}] = 2.48\% \left[ 1 + \frac{1.500}{4500} \right] = 3.31\%$$

En consecuencia, el rendimiento financiero esperado por los accionistas, con tasa de interés crediticia del 7% anual vencida e impuesto del 38% es del 15.1%, de acuerdo a los siguientes cálculos:

$$\text{RF} = \frac{E[\text{BAII}] - I}{K} (1 - t) = \frac{1.200 - (7\% * 1.500)}{4.500} (1 - 0.38) = 15.1\%$$

### 6.2.3. Punto de equilibrio (operativo y Financiero)

El punto de equilibrio, punto muerto o umbral de rentabilidad de una empresa, corresponde al nivel de ventas (cantidad y/o valor) requerido para cubrir la totalidad de costos fijos y variables en un periodo dado, sin que genere ni utilidad ni pérdida; es decir, el punto donde el volumen de ingresos totales es igual a los costos totales, como se aprecia en la gráfica N° 6.4.

Previo al punto de equilibrio, se registran pérdidas y superado el umbral, inicia la generación de utilidades. El punto de equilibrio es de carácter estático, que implica que no se debe proyectar y su análisis es de corto plazo, por la misma dinámica de los costos que en el mediano y largo plazo varían.

El cálculo se determina a través de la siguiente relación:

$$Q_e = \text{CF} / (\text{P} - \text{CVu}) = \text{CF} / \text{MCu}$$

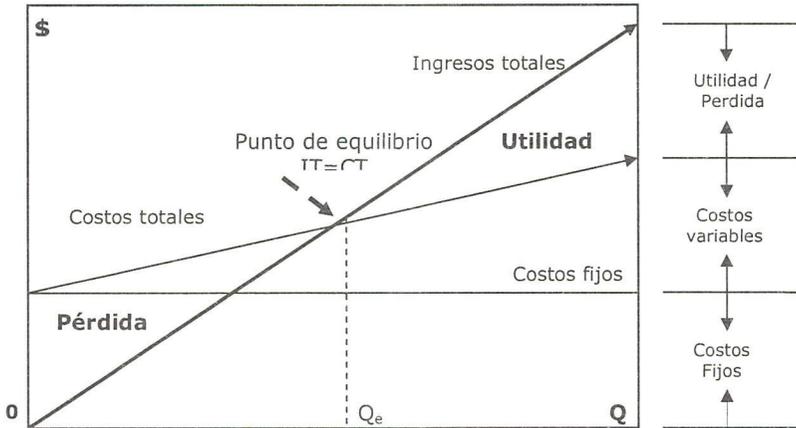
Dónde  $Q_e$  corresponde a la cantidad o volumen de unidades mínimas de ventas que generan los ingresos de equilibrio, CF son los costos fijos, P es el precio de venta al público por unidad, CVu son los costos variables unitarios y MCu, es el margen de contribución unitario. El cuadro N° 6.8., representa en forma esquemática la estructura del estado de resultado de una empresa que maneja un producto único y tiene proyectado durante el período (t) comercializar 100 unidades, ha estimado un precio de venta por unidad de \$10 unidades monetarias, su costo variable unitario es de \$6, de tal manera que su margen

bruto es del 40%. Este resultado (\$4) por unidad vendida queda para cubrir todos los costos y gastos fijos, en que incurre la empresa, en este caso son del orden de las \$200 unidades monetarias.

Para calcular el número de unidades mínimas requeridas para alcanzar el punto de equilibrio operativo (Peo<sub>Q</sub>), se aplica la siguiente relación:

$$PEo(Q) = CF/(P-CVU) = 200/(10-6) = 50 \text{ unidades (t)}$$

**Gráfica N° 6.4. Comportamiento de costos, ingresos y punto de equilibrio**



Nota: Este punto de equilibrio es susceptible de calcularse en efectivo (sin incluir depreciaciones, amortizaciones, etc.) y también en forma dinámica.

Este resultado indica, que la compañía necesita vender mínimo 50 unidades por período, para que los costos totales se equilibren con los ingresos y no exista ni utilidad ni pérdida antes de impuestos. El valor de los ingresos que logra el equilibrio es de \$ 500, suma obtenida del producto entre cantidad de unidades de equilibrio y precio unitario ( $Q_e \times P$ ) = (50u x \$10) = \$ 500. Al descontar la carga financiera, el nuevo punto de equilibrio es de 55 u(t) que corresponde a \$550, como se aprecia en el cuadro N° 6.8.

Cuando se trata de una compañía que maneja un amplio portafolio de productos, el punto de equilibrio se determina por el volumen de ingresos por ventas; por lo tanto, se debe establecer el margen porcentual de contribución de cada unidad y relacionarlo con los costos fijos, si se quiere el punto de equilibrio operativo y si se va a calcular el punto de equilibrio financiero, se adicionan los costos originados en operaciones de crédito, de acuerdo a la igualdad:

$$YEo = CF/(1- CVu/P)$$

$$Yef = (CF+I)/(1- CVu/P)$$

Con,  $Y_{Eo}$ , representa el ingreso de equilibrio operativo por unidad de tiempo, el ingreso de equilibrio financiero se denota por  $Y_{Ef}$  y el cociente  $CV_u/P$ , es el margen de contribución.

**Cuadro N° 6.8. Cálculo del punto de equilibrio operativo y financiero.**  
(Volumen y valor)

	Descripción.	Q	P	TOTAL	MARGEN
+ Y	$Q \times P$	100	10	1.000	
- CV	$Q \times CVU$	100	6	600	
= RB	$Q [P-CVU]$	100	4	400	40%
- CF				(200)	
= RO	$Q [P-CVU] - CF$			200	20%
I				20	
= RATx	$Q [P-CVU] - CF - I$			180	18%
- Tx	$[Q [P-CVU] - CF - I] \times \%Tx$		35%	63	
= RN.	$[Q [P-CVU] - CF - I][1-Tx]$			<b>117</b>	11.7%

Unidad	P.E. OPERATIVO	P.E. FINANCIERO
<b>Cantidad de producto [Q]</b>	Si $RO=Q [P-CVU]-CF$ , Si $RO = 0$ $Q = CF/[P-CVU] = PE_{op}$	Si $RATx = 0$ $Q=[CF+I]/[P-CVU]=PE_f$

<b>Cantidad ventas o ingresos en pesos [\$]</b>	Asumir que $P=\$1$ , $V_u = CV/Y$ y Margen contribución [MC] $MC = [1-CV/Y] \%$ $Y_{Eo} = F/[MC]$	$Y_{Ef} = (F+I)/[MC]$
---	---	-----------------------

<b>Resultado calculado</b>	$PE_o = 200/[10-6] = 50$ u. $Y_{Eo} = 200/[1- 0.6] = \$ 500$	$PE_f=[200+20]/4= 55$ u. $Y_{Ef}=[220]/[0.4]=\$ 550$
----------------------------	---	---

Si se trata por ejemplo de un almacén por departamentos, el punto de equilibrio se determina en volumen de ventas (ingresos en unidades monetarias). En este caso se asume que el margen de contribución promedio ponderado del almacén referido es del 65%, registra unos costos totales por valor de \$42.500 (CT), el costo de las ventas total es del orden de los \$33.150 (CV) y la carga financiera es de \$1.130, valores tasados por unidad de tiempo. Por lo tanto:

$$CT = CV + CF + I$$

$$CF = CT - CV - I$$

$$CF = 42.500 - 33.150 - 1.130 = \$8.220 (t)$$

En este orden, el nivel mínimo de ingresos por ventas requerido (punto de equilibrio financiero) para cubrir el total de costos, sin que haya ni utilidad ni pérdida antes de impuestos, es de:

$$Y_f = (CF+I)/(1- MC) = (8.220+1.130)/(1-0.65)$$

$$Y_f = 9.350/ (1 - 0.65) = 9.350/0.35 = \$26.714 (t).$$

La tienda por departamentos, necesita vender mínimo \$26.714 (t) para cubrir todos los costos, con un resultado antes de impuestos igual a cero.

Conocida la distribución, estacionalidad o ciclo de ventas durante un periodo económico (un año), se puede determinar el tiempo que se necesita para alcanzar el punto de equilibrio. En el caso de una distribución uniforme a lo largo del año, con un presupuesto anual de ventas de \$150.000 y punto de equilibrio del caso anterior (\$ 26.714), el tiempo necesario para llegar a equilibrio es de 65 días por la siguiente relación directa:

$$(365 \times 26.714) / 150.000.$$

#### 6.2.4. Apalancamiento

Se entiende por apalancamiento, la capacidad que tiene la empresa para amplificar positivamente los resultados financieros; mide en consecuencia, el comportamiento e impacto que genera en la estructura de costos operacionales y/o por efecto directo de contratar deuda financiera a mediano y largo plazo.

**6.2.4.1. Apalancamiento operativo:** Como se expresa en el cuadro N° 6.9., el *leverage* o apalancamiento operativo, es el efecto multiplicador que alcanza la organización en su resultado operacional, por efecto de un incremento en el volumen de ventas y gestión de costos, de tal manera que se trata de una derivada elástica o elasticidad.

Como el resultado operacional (RO) está dado por:

$$RO = Q (P - CV_u) - CF$$

La relación de apalancamiento operativo ( $A_0$ ), se define en los siguientes términos:

$$A_0 = \frac{\Delta RO / RO}{\Delta Q / Q}, \text{ si } \Delta(Q) \rightarrow 0, \Rightarrow A_0 = \frac{d RO / RO}{d Q / Q}$$

Por lo tanto:

$$A_0 = \frac{Q[P - CV_u]}{Q[P - CV_u] - CF}$$

**Cuadro N° 6.9. Grado de apalancamiento operativo, financiero y total<sup>6</sup>**

OPERATIVO	FINANCIERO	TOTAL
Capacidad de la empresa para incrementar el Resultado operacional (RO), como respuesta a incrementos de ingresos y gestión de Costos fijos (CF) y variables (CV).	Capacidad para lograr incrementos en el Resultado antes de impuestos (RATx), con incrementos en el RO por medio del componente fijo, de sus gastos financieros.	Capacidad para lograr incrementos en RATx, por aumentos en su ingreso (Y) mediante una adecuada gestión de costos y gastos totales inclusive los financieros. GAT = GAO*GAF
$GAO = \frac{\text{Var\% (RO)}}{\text{Var\% (Y)}}$	$GAO = \frac{\text{Var\% (RATx)}}{\text{Var\% (RO)}}$	$GAT = \frac{\text{Var\% (RATx)}}{\text{Var\% (Y)}}$

GAO: Un aumento del 1% en los ingresos, el RO se incrementa en ...%.  
 GAF: Una variación del 1% en el RO, implica un incremento del...% en RATx

$$+ Y - CV = RB - CF = \mathbf{RO} - I = \mathbf{RATx} - Tx = RN$$

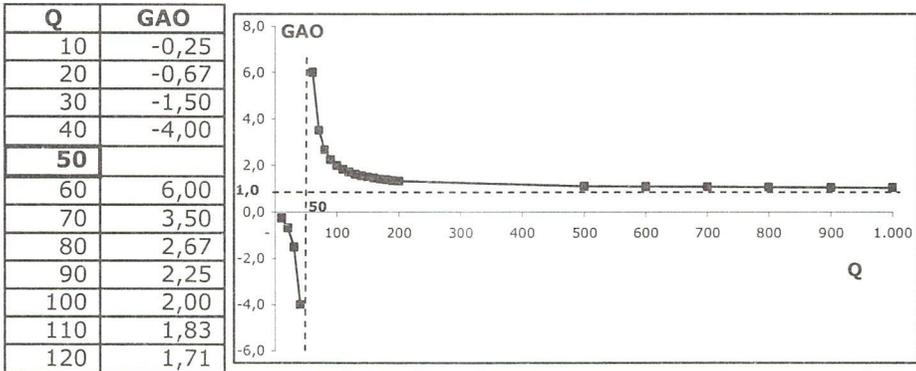
Para que se registre una condición de apalancamiento, la razón siempre debe ser mayor a la unidad, independiente del signo (±). Esto significa que un aumento (disminución) en el volumen de ventas, genera un aumento (reducción) del resultado operacional (RO) proporcionalmente mayor (menor), por efecto del desempeño de los costos fijos (CF) –palanca- al amplificar la variación del RO.

Es de esperar que una empresa en proceso de ensanche de planta de producción, a mayor CF mayor el RO, al aumentar el volumen de las ventas. Caso contrario ocurre en época de crisis económica; los costos fijos (CF), generan altos impactos en el RO. La razón o grado de apalancamiento operativo varía en función de la cantidad (Q); es decir, es mayor a medida que está más cerca al punto de equilibrio y tiende a uno (1) a medida que aumenta la cantidad (Q).

Con base en el caso presentado en el cuadro N° 6.8., y con apoyo en la fórmula del grado de apalancamiento operativo (A<sub>0</sub>), el cuadro N° 6.10., permite visualizar como el GAO tiende a ser cada vez más pequeño y pasa a comportarse en forma asintótica con dirección a la unidad a medida que la cantidad de unidades de producción (Q) aumenta. Así mismo, pierde continuidad la gráfica en el punto de equilibrio (50u), para formar en consecuencia, dos ramas claramente definidas de hipérbola.

<sup>6</sup> Para deducción de fórmulas, ver. WESTON, Fred y BRIGHAM, Eugene. *Fundamentos de Administración Financiera*. 7ª Ed. Interamericana México 1.988. Pág.499 y ss.

**Cuadro N° 6.10. Comportamiento GAO por variación en Q.**



**6.2.4.2. Apalancamiento financiero:** Hace referencia al efecto que se genera en el estado de resultados del ente económico y que se refleja en el flujo de caja disponible para los accionistas, como consecuencia del costo financiero producto de recursos de crédito. Se espera que el retorno de los activos supere al costo de la deuda, de manera tal que aumente el disponible a favor de los dueños del capital, caso contrario lo reducen.

En consecuencia, el grado de apalancamiento financiero (GAF), se determina por el cociente entre la variación relativa del resultado antes de impuestos y el resultado operacional. El apalancamiento es mayor, en la medida en que se encuentren comprometidos recursos de crédito en proporción tal que garanticen un retorno suficiente para crear valor, descontando los intereses.

Al seguir la estructura del estado de resultados, se tiene que:

$$[RO - I] = RATx - Tx = RN.$$

Dónde I corresponde a los intereses de deuda, RATx resultado antes de impuestos, Tx impuestos y RN resultado neto. Al sustituir se llega a:

$$Q [P-CVU] - CF - I = RATx$$

Por ende:

$$A_f = \frac{\Delta RATx / RATx}{\Delta RO / RO} = \frac{RO}{RATx} \times \frac{\Delta RATx}{\Delta RO}$$

$$\text{si } \Delta(RO) \rightarrow 0, \Rightarrow A_f = \frac{RO}{RATx} \times \frac{dRATx}{dRO}$$

Como  $d(RATx) = d(RO)$  entonces:

$$A_f = \frac{RO}{RATx} = \frac{Q[P - CVU] - CF}{Q[P - CVU] - CF - I}$$

En términos generales, una variación (±) del resultado antes de impuestos (RATx) produce un cambio (±) en los flujos disponibles para los accionistas proporcionalmente mayor.

**Cuadro N° 6.11. Comportamiento GAF por variación en financiación**

Activos \$ mm	4.000					
Utilidad \$ mm	600					
Tasa interes (%)	12,00					
Variación Utilidad	25,0%					
<b>Financiación</b>	25,0%	<b>Rkp(0)</b>	<b>Rkp(1)</b>	<b>Δ%</b>	<b>GAO</b>	
	50,0%	16,0	21,0	31,3%	1,25	1,25
	75,0%	18,0	25,5	41,7%	1,67	1,67
		24,0	39,0	62,5%	2,50	2,50

El cuadro N° 6.11., registra el caso de una empresa con activos valorados en \$4.000 millones, que representan el aporte de los accionistas. El capital permaneció invertido durante el período (t) y reportó una utilidad de \$600 millones, que implica una rentabilidad sobre activos del 15%. Al sensibilizar las opciones de obtener recursos de financiación mediante deuda bancaria, con un costo anual del 12%, en proporción del 25% 50% y 75%, la renta del capital propio aumenta al 16%, 18% y 24% respectivamente de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$R_{kp} = \left[ \frac{U - (i \times K_f)}{K_p} \right] = \frac{600 - (0.12 \times 1.000)}{3.000} = 16\%$$

El resultado es un aumento en la rentabilidad del capital propio y de los activos, de manera tal que la utilidad responde ante una variación que se estima en el 25% (puede ser cualquier otro) y el efecto se ve reflejado en la nueva rentabilidad del capital propio en el orden de 21%, 25.5% y 39% como se aprecia en el cuadro N° 6.11., de acuerdo a los siguientes cálculos:

$$R_{kp} = \left[ \frac{U - (i \times K_f)}{K_p} \right] = \frac{750 - (0.12 \times 1.000)}{3.000} = 21\%...$$

El cambio relativo entre las dos condiciones del capital propio (sin y con apalancamiento) para un aumento de la utilidad del 25% es del 31.3%, 41,7% y 62.5% respectivamente, según los coeficientes de endeudamiento

estimados. Por lo tanto, el GAF por cada nivel de apalancamiento es del orden de 1.25, 1.67 y 2.5 en este orden, por cociente entre el cambio relativo de la renta del capital propio y la variación de la utilidad (31.25%/25%) = 1.25 veces; de igual forma, se llega al mismo resultado por el cociente entre la utilidad inicial y esta utilidad disminuida en el valor del costo financiero, así:

$$\text{GAF} = \frac{600}{600 - 120} = 1.25\dots$$

Compañías con nivel estable en su desempeño comercial medido por volumen de ventas, o con tendencia creciente y con rentabilidad sobre activos mayor al costo crediticio, es recomendable que su estructura financiera esté soportada en deuda financiera, por cuanto una mayor rentabilidad del capital propio, no implica un mayor riesgo directo que elimine el efecto positivo esperado.

Una adecuada gestión de costos fijos operacionales y financieros reflejados en un aumento en el resultado antes de impuestos, mayor que la variación en los ingresos, por efecto de apalancamiento acumulable de estos dos factores, conduce al resultado del grado de apalancamiento total (GAT), producto de estas dos variables.

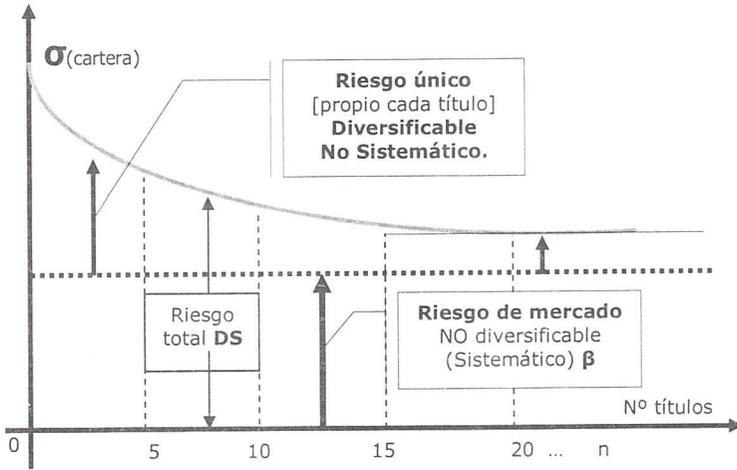
### 6.3. Riesgo en el mercado de títulos

**Principio de diversificación eficiente:** Este principio se fundamenta en el hecho de poder reducir la probabilidad de ocurrencia del riesgo de obtener una menor renta frente a la esperada; esto es, reducir la inestabilidad de los rendimientos esperados, medido a través de la correlación entre activos y que en términos coloquiales significa, "No colocar todos los huevos en la misma canasta".

En tema de activos financieros, existe una primera clasificación de los riesgos, que se pueden y no diversificar. El riesgo único decrece significativamente a medida que se incorporan nuevos títulos, hasta el punto donde tiende a ser paralelo con la línea límite del riesgo sistemático como se aprecia en la gráfica N° 6.5.; esto implica, que la diversificación mitiga el riesgo único pero no el de mercado. En consecuencia, el riesgo de una cartera "óptima" diversificada depende del riesgo de mercado de los títulos incluidos en la cartera, medible a través del Beta medio ( $\beta$ ) de cada activo constitutivo del portafolio –sensibilidad activo respecto a los movimientos del mercado-.

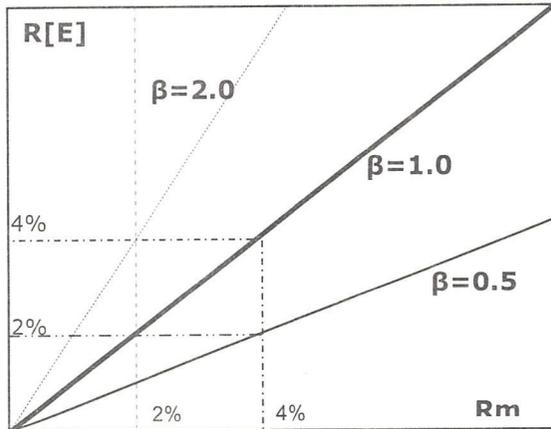
Beta ( $\beta$ ) es una medida de la contribución marginal de un activo financiero, al riesgo de la cartera de mercado. Si su valor es mayor que uno (1) su impacto es mayor a la media sobre el riesgo de mercado. Ver gráfica N° 6.6.

**Gráfica N° 6.5. Diversificación cartera y comportamiento del riesgo**



Otra forma de interpretar el riesgo de mercado, es mediante el cálculo de la covarianza media de todos los títulos que conforman la cartera, configurado en un riesgo inmodificable luego de su diversificación. Ver cuadro N° 6.12.

**Gráfica N° 6.6. Comportamiento del beta y su relación entre rendimientos esperados y del mercado**



**Cartera eficiente:** Conocidos la rentabilidad y el riesgo de los diversos activos, el siguiente paso es combinarlos, con el fin de buscar las carteras eficientes. La teoría de Markowitz, supone que los inversionistas tienen aversión al riesgo, es decir, exigirán un mayor rendimiento adicional por un aumento mínimo en riesgo. La cartera óptima de los activos con riesgo para un inversionista en particular, dependerá de su curva de utilidad originada en

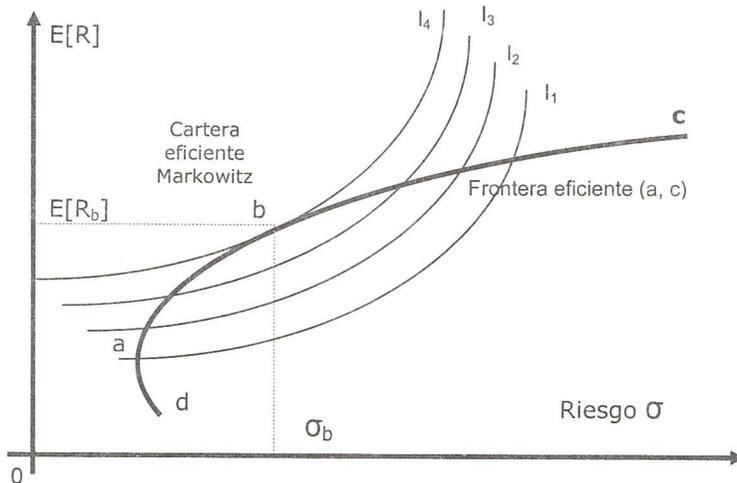
su mapa de curvas de indiferencia, que es distinta para cada inversionista, ya que se determina por sus preferencias al riesgo.

**Cuadro N° 6.12. Tipo e indicadores de medición de riesgos asociados a inversión y portafolio**

Tipo	Indicador	Qué mide?
<b>Total</b> (Riesgo de mercado)	Varianza Desviación estándar Coeficiente de variación	Probabilidad que el retorno real frente al esperado sea inferior.
	VaR (1) (Valor en riesgo)	Máxima pérdida potencial probable de portafolio, por variación en precios del mercado, en el período (t).
<b>Sistemático</b> (no diversificable)	Beta [R <sup>2</sup> ]	Impacto o elasticidad sobre la rentabilidad (precio) ejerce las variaciones del mercado.

(1) "Value-at-Risk. VaR por sus siglas en inglés. Un VaR igual al 20%, para un día, con un nivel de confianza del 95%, indica que si se tiene invertido \$1,000,000 en un activo, con un 95% de probabilidad ese activo mañana no va a valer menos de \$800.000. Esta metodología fue propuesta por J.P. Morgan ([www.riskmetrics.com](http://www.riskmetrics.com)) a finales de los años ochenta y ha tomado gran relevancia desde que el Comité de Basilea estableció que las entidades financieras deben utilizarla para calcular y cubrir la máxima pérdida esperada de sus portafolios, para un horizonte de 10 días, con un nivel de confianza del 99%".<sup>7</sup>

**Gráfica N° 6.7. Cartera eficiente**



La curva de indiferencia al riesgo (de utilidad) del inversionista, establece la relación entre el riesgo y la rentabilidad esperada que proporciona la misma

<sup>7</sup> CARDOZO, Pamela. *Valor en riesgo de los activos financieros colombianos aplicando la teoría de valor extremo*. Uniandes. Julio de 2004. Pág. 3.

utilidad (satisfacción) al inversionista. Por esta razón, los inversionistas con aversión al riesgo tienen una utilidad marginal (adicional) descendiente, y esto hace que su curva de utilidad sea positiva y convexa al origen. Ver gráfica N° 6.7.

El riesgo total de un activo o de cartera se divide en el riesgo sistemático (de mercado) y el riesgo no sistemático (específico). El primero está asociado con los factores incontrolables tales como: económicos, políticos, sociales que no son diversificables. El segundo, también llamado diversificable o único de la empresa, es susceptible de eliminar mediante la diversificación o inversión en varios valores y está en función de sus factores específicos (gerencia, situación financiera, productos, etc.).

Un portafolio es eficiente cuando maximiza el retorno esperado dado un nivel de riesgo (varianza), y el conjunto de portafolios eficientes forman la frontera eficiente. Un agente racional elige entre dos portafolios con el mismo retorno esperado al de menor varianza (Un portafolio eficiente). "Para el análisis se supone perfectamente especificado el conjunto de activos admisibles; además, se requiere conocer los primeros dos momentos del vector de retornos de los activos a algún horizonte de inversión; es decir, se suponen dados el vector de medias y la matriz de varianzas-covarianza de los retornos de los activos. Generalmente este es el punto en el que la teoría y la práctica divergen, principalmente en la determinación de los retornos esperados. En primera instancia normalmente se usan los retornos históricos, pero pocos administradores de portafolios se sienten cómodos proyectando a futuro los retornos pasados (práctica que es más aceptada en el análisis de volatilidades); por lo tanto, casi inevitablemente los retornos esperados surgen de un modelo (o modelos) que los pronostiquen"<sup>8</sup>.

La gráfica N° 6.8., presenta la relación renta liquidez, para un mapa de fronteras de portafolio que reúne estas dos variables y que en la medida en que se alcance la curva más alta implica mejor retorno con igual nivel de riesgo. Respecto al tiempo de madurez del título, a medida que aumenta el plazo la rentabilidad tiende a ser mayor y viceversa.

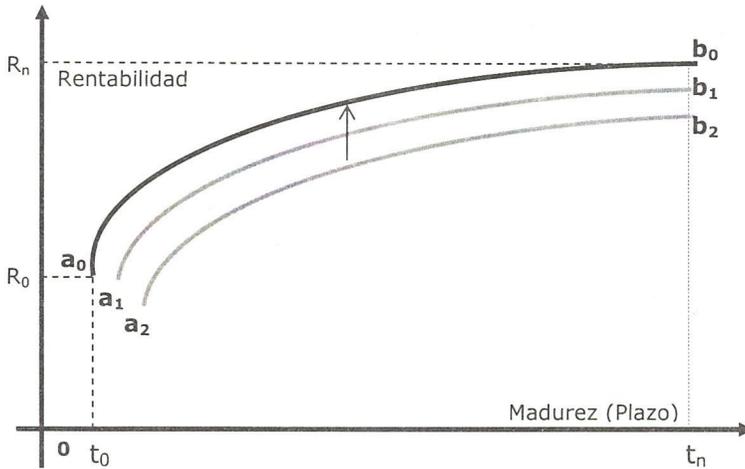
### 6.3.1. Triada: Rentabilidad, riesgo, liquidez

Rentabilidad, riesgo y liquidez son tres elementos que conducen a un fin único: asignación eficiente de recursos en una cartera de inversión o de préstamos, según sea su origen. En consecuencia, no existe un orden de prioridad entre estos tres elementos, ni cuota de sacrificio de una variable para mejorar su posición frente a la otra. Al tratarse de un conjunto amplio de opciones, la estrategia central se denomina **DIVERSIFICACIÓN**, que consiste en distribuir o atomizar el riesgo entre una amplia gama de activos

<sup>8</sup> JARA, Diego, *Et Al* "Análisis de eficiencia de los portafolio pensionales obligatorios en Colombia" Revista *ESPE*, No. 49 Diciembre 2005 Página 201.

financieros, donde pérdidas probables se compensan con utilidades, de forma tal que la curva de rendimientos a lo largo del tiempo, se "suaviza" de las posibles fluctuaciones de los resultados individuales de cada opción. En términos estadísticos, significa minimizar la varianza del portafolio.

**Gráfica N° 6.8. Curva de rentabilidad según madurez de títulos de inversión**



**Cuadro N° 6.13. Variables determinantes en la conformación de portafolios. Tendencias de manejo de política**

		RIESGO				
		Bajo	Medio/bajo	Medio	Medio/alto	Alto
LIQUIDEZ (Plazo)	Alta	<b>BAJA</b>	←————→			<b>MEDIA</b>
	Media	↕	<b>RENTABILIDAD.</b>			↕
	Baja	<b>MEDIA</b>	←————→			<b>ALTA</b>
<b>Riesgo</b>		<b>BAJO</b>	Liquidez	<b>ALTA</b>	Retorno	<b>ALTO</b>

De una adecuada interacción entre las variables, riesgo, liquidez y retorno, de su eficiente administración, estructuración y medición, así son los resultados esperados, según opciones ofrecidas por el mercado. En este sentido, para los inversionistas institucionales es fundamental contar con un sistema de información financiero, que les permita producto de un serio

análisis, prever riesgos y tomar decisiones de inversión y de cobertura, tomar posición, ejercer opciones y buscar oportunidades de arbitraje como actividad corriente en el desarrollo del negocio. Así mismo, deben definir sus políticas en materia de administración de portafolios, en beneficio de una óptima distribución de los activos, como el prototipo de matriz que se presenta en el cuadro N° 6.13.

**6.3.2. Diversificación:** Combinación "ideal" de plazos, tasa de interés, tipo de instrumentos-valores, emisores, sectores económicos, gobiernos, monedas, etc.

"La diversificación resulta de la combinación de valores cuyo rendimiento es menor que la correlación perfecta para reducir el riesgo de la cartera"<sup>9</sup>. Dado que el rendimiento del portafolio es un promedio ponderado de los rendimientos de cada título que conforma dicho portafolio, la diversificación no impactará el retorno en forma sistemática, mas si disminuirá el riesgo (DS) del retorno. En consecuencia, el retorno de una cartera diversificada en forma óptima se correlaciona con el rendimiento del mercado y su variabilidad se comporta siguiendo la tendencia del mercado como un todo.

"El adecuado manejo significa que cuando se administra un portafolio, el nivel de riesgo acordado es la causa, la rentabilidad es una pretensión consecuente, la liquidez es el medio de seguimiento y la estructuración y/o rotación del portafolio es su efecto. Es decir, primero identificamos qué riesgo estamos dispuestos a asumir, después –de acuerdo con el-determinamos la rentabilidad deseada y finalmente componemos el portafolio que se adapte a dicho riesgo y ofrezca como posible la rentabilidad prevista"<sup>10</sup>

**6.3.3. Inmunización:** Implica suprimir el riesgo de tasa de interés a un portafolio de inversión, cubrir riesgos de reinversión y de precios, basado en la teoría de preferencia de hábitat, que "presume que los inversionistas institucionales, debido a la naturaleza de sus pasivos (fondos de pensiones por ejemplo) tienen una demanda predeterminada por títulos con vencimientos específicos. En realidad, estos inversionistas utilizan estrategias de inmunización –se intenta cubrir tanto el riesgo de reinversión como de precio- al intentar igualar las características de riesgo de sus activos con las de sus pasivos. Estas pueden ser la Duración, los *Key rate durations* o la convexidad"<sup>11</sup>

La estrategia de inmunización introducida por Fisher y Weil (1971), busca en forma similar a la duración financiera de cartera, con plazos que cubren

<sup>9</sup> FABOZZI, Frank & MODIGLIANI, Franco. Op.cit. Pág. 277.

<sup>10</sup> JARAMILLO, Luis Gabriel. Ponencia II congreso Nacional de Tesorería- Bogotá. 1999. Pág. 228.

<sup>11</sup> JULIO, MERA & REVÉIZ. "La curva spot (cero cupón). Estimaciones con splines cúbicos suavizados" Banco de la República. Bogotá, 2002. Pág. 12.

hasta el vencimiento de las inversiones, compensar los efectos precio y reinversión, de forma tal que el valor total de la cartera a su madurez-vencimiento, sea equivalente al menos al retorno probable conseguido, si las tasas de interés permanecieran sin variación, en el plazo establecido en el portafolio, con la esperanza matemática, que este se mantenga inmune ante variaciones probables en los precios de los títulos que conforman la cartera.<sup>12</sup> Como técnica de gestión pasiva de portafolios de renta fija, permite a inversionistas estar cubiertos de probables cambios de flujos futuros de caja, por efecto de variación de precios que lo afecten. Esto demanda correspondencia entre la duración de la cartera y la duración media de los flujos futuros.

**Inmunización de una inversión, para garantizar un valor futuro determinado:** Si usted en cuatro años debe realizar un pago de cien millones de pesos, con una tasa de interés constante del 10% independiente del plazo, el depósito único que debe constituir hoy (VP) para garantizar el monto a futuro es de \$68.3 millones, de acuerdo a la siguiente expresión:

$$VP = \frac{100}{(1.1)^4} = \$68.3 \text{ millones.}$$

Si el mercado ofrece una alternativa de inversión que garantice estos términos financieros, no hay problema alguno. Si no es así, debe constituir un título en las condiciones financieras de la proyección, frente a tasas de interés a la baja por circunstancias propias del mercado durante el tiempo requerido para la inversión, el valor anual de interés recibido (cupón) no podrá ser reinvertido a la tasa esperada (10%), condición que implica el hecho de no alcanzar el objetivo de los \$100 millones al término de los cuatro años; por ende, es necesario inmunizar la inversión.

Este proceso (inmunización), se lleva cabo mediante el cálculo de la duración de cada uno de los cuatro pagos programados, con inversión del valor presente calculado en un portafolio de papeles de igual duración, que corresponde a la media ponderada de las duraciones de las diversas emisiones que conforman la cartera y que para efectos didácticos, se asume conformada por dos papeles con cupón anual, de la siguiente forma:

- a) Bonos a tres años, al 9% de interés, con una duración de 2,76 años.
- b) TES del mercado secundario con plazo de vencimiento en 8 años, tasa del 8%, precio de descuento a la fecha de \$ 92.5 y duración de 6,09 años. (Estructura temporal tasas de interés plana del 10%). El cuadro N° 6.14.,

---

<sup>12</sup> PORTILLO, Tarragona, M<sup>a</sup> Pilar. "Gestión de Carteras y Riesgo de tipos de interés", 2.003. [en línea] *5campus.com*, Dirección Financiera <http://www.5campus.com/leccion/gescarti> .(mayo/07)

registra los resultados de las alternativas de títulos base para calcular la duración y con apoyo de la hoja de cálculo se determinaron estos valores como se indica.<sup>13</sup>

**Fórmula en EXCEL** 

**$f_x$**  =DURACION(liq;vencto;cupon;rendto;frenc;base)  
 =DURACION(2007-01-01;2010-01-01;9%,10%;1) = 2.76 ...

Para poder garantizar el pago de \$100 millones de pesos en cuatro años, determinada la duración por cada título y poder calcular la proporción de la inversión de los \$68.3 millones en cada alternativa contemplada (Bonos y TES), se debe resolver el sistema de ecuaciones por duración de pagos, que iguala a la media ponderada de las duraciones de sus inversiones así:

$$2.76X_3 + 6.09X_8 = 4, \quad X_3 + X_8 = 1 \text{ y } X_3 = 1 - X_8.$$

$$2.76(1 - X_8) + 6.09X_8 = 4, \quad X_8 = 1.24/3.33 = 0.3724.$$

$X_3$  corresponde a la participación relativa de la inversión que debe destinarse a bonos a tres años y  $X_8$  los TES a ocho años, con un resultado de:  $X_3$  igual a 0,6376 y  $X_{10}$  igual a 0,3724, representados en pesos, o expresados en términos relativos del 63.76% y 37.24% respectivamente.

**Cuadro N° 6.14. Calculo duración títulos, base inmunizar portafolio**

	<b>Bono</b>	<b>TES</b>
Emision	2007-01-01	2007-01-01
Vencimiento	2010-01-01	2015-01-01
Tasa cupón	9,0%	8,0%
Rendimiento	10,0%	10,0%
No cupón/año	1	1
<b>Duración</b>	<b>2,76</b>	<b>6,09</b>
%	62,76%	37,24%
VF [\$000]		100.000
VP [\$ 000]		68.301
Tasa		10%
Plazo (años)		4
\$ [000]	42.867,8	25.433,5
Precio descuento (\$ 000)		92,5
Nº de títulos.		275,0
Tasa de descuento		7,00%

El monto futuro (\$100 millones en cuatro años) se garantiza al inmunizar las inversiones, con base en los siguientes planteamientos: a) reinversión anual

<sup>13</sup> MASCAREÑAS, Juan. "La gestión pasiva de las carteras de renta fija" Universidad Complutense de Madrid. Versión nov 2.006. Pág. 11 y ss.

de cupones recibidos a tasa de mercado (supuestas decrecientes, ver cuadro N° 6.15) hasta el final del cuarto año, al igual que los retornos de los TES. b) La tasa de actualización TES se estima que sea la misma del título.

En cuanto a los Bonos, se registran las reinversiones por \$42.867.8 miles, con un acumulado al final el cuarto año de \$61.955 miles, con diferencia en contra del valor final calculado, de \$808 mil pesos, según tasas de reinversión. Ver cuadro N° 6.15.

Con referencia a los TES, se parte del supuesto de contar con un valor nominal de 100 mil pesos cada título y valor de mercado por \$ 92,500. La inversión de \$ 25.433 miles corresponde a 275 títulos (\$25.433 miles/\$92.500) cuyo valor nominal total es de \$27.5 millones, que generan un ingreso anual de \$ 2.2 millones, los cuales acumulan al final del cuarto año \$10 millones, como se registra en el cuadro N° 6.15. El precio en el mercado de TES al 7% de descuento al cuarto año es de \$28.4 millones. Con tasa de interés del 10% el valor de las obligaciones ascendería a \$ 25.7 millones, equivalente a \$2.6 millones del valor actual; por lo tanto, por efecto de la reducción de las tasas de interés se incremento el resultado de los TES, situación que generó una utilidad que amortigua el nivel de pérdida en Bonos. El resultado final al cuarto año es de \$ 100.4 millones, que sopesa las variaciones de las tasas de interés. Si la curva de interés del mercado fuera al alza, se gana en reinversión de intereses pero pierde en precio del mercado de TES.

**Cuadro N° 6.15. Reinversión cupón según títulos.  
Inmunizar portafolio. [\$ 000]**

<b>BONOS</b>				
<b>Años</b>	<b>Tasa</b>	<b>Reinversión \$</b>		<b>Acumulado</b>
1	10,0%	4.286,8		4.287
2	9,5%	4.286,8	407,2	4.694
3	9,0%	47.154,6	771,6	56.944
4	8,8%		36,7	<b>61.955</b>
Valor Futuro \$				62.763
Diferencia \$				-808
<b>TES</b>				
<b>Años</b>	<b>Tasa</b>	<b>Reinversión \$</b>		<b>Acumulado</b>
1	10,0%	2.200		2.200
2	9,5%	2.200	4.608	2.200
3	9,0%	2.200	7.223	2.200
4	8,8%	2.200	<b>10.058</b>	29.695
Devolución principal		27.496	VP(7,0%)	<b>28.427</b>

Bajas tasas de interés iniciales de reinversión, afectan los resultados de los rendimientos generados por una inversión, contrario a tasas bajas al final, que influyen negativamente en el precio de descuento de los títulos, afectando en ambos sentido el resultado esperado en detrimento de la rentabilidad y contrario al efecto buscado de protección de fluctuación de

tasas en perspectiva de inmunización. De otro lado, por efecto directo del cambio y volatilidad de la estructura temporal de tipos de interés que no es plana, es difícil conseguir una adecuada inmunización.

**El riesgo de inmunización:** Probabilidad que registra un portafolio inmunizado, de no alcanzar el retorno objetivo al final del horizonte planeado, por efecto directo del riesgo por tasa de reinversión. Es viable controlar la estructura de la cartera a inmunizar, y para tal efecto (Fong & Vasicek-1984) plantearon la siguiente función:

$$\text{Riesgo de portafolio inmunizado [RPI]} = \frac{1}{\text{VA cartera}} \sum_{t=1}^n \frac{FC_t (t - H)^2}{(1 + i)^t}$$

Con  $FC_t$  flujo de caja en el período (t); (H) Horizonte (años) de la inversión; (i) tasa de interés hasta el vencimiento del portafolio y (n) tiempo de recibir flujos de caja. Al retomar el último caso, el riesgo de inmunización con rendimiento al vencimiento del 10%, horizonte (H) a cuatro años y n igual a ocho, conocidos los cupones del bono de \$4.3 millones, cupones TES de \$2.2 millones, monto principal del bono \$42.8 millones y del TES \$27.5 millones se llega a:

$$\text{RPI} = \frac{349.7}{68.3} = 5.12$$

El estructurador de la cartera, debe buscar minimizar este riesgo con cobertura de variación de las tasas de interés.

### 6.3.4. Teoría del portafolio

La teoría de portafolio, hace referencia a la selección óptima de carteras por parte de inversionistas, que buscan maximizar sus rendimientos esperados, dados unos niveles aceptables de riesgo. Se trata de inversionistas que en promedio tienden a registran cierto comportamiento de aversión al riesgo y por ende se desplazan a lo largo de la frontera eficiente (zona adversa al riesgo), para realizar la mejor elección.

La teoría del portafolio, está estrechamente vinculada con la teoría de los mercados de capitales, al ser determinante en las decisiones de los inversionistas vía precios de los valores de negociación; por lo tanto, precios y riesgos de inversión se convierten en sus pilares fundamentales y variables de valuación de activos financieros.

Markowitz (1952 y 1959) construye el modelo de cartera eficiente, mediante una técnica matemática denominada programación cuadrática paramétrica<sup>14</sup>,

<sup>14</sup> Maximizar  $E_p = X_1E_1 + X_2E_2 + \dots + X_N E_N$ ; Restricción paramétrica:  $\sigma_p^2$  (puede variar); Restricción presupuestal:  $X_1 + X_2 + \dots + X_N = 1$ ; No negatividad:  $X_1, X_2, \dots, X_N \geq 0$ .

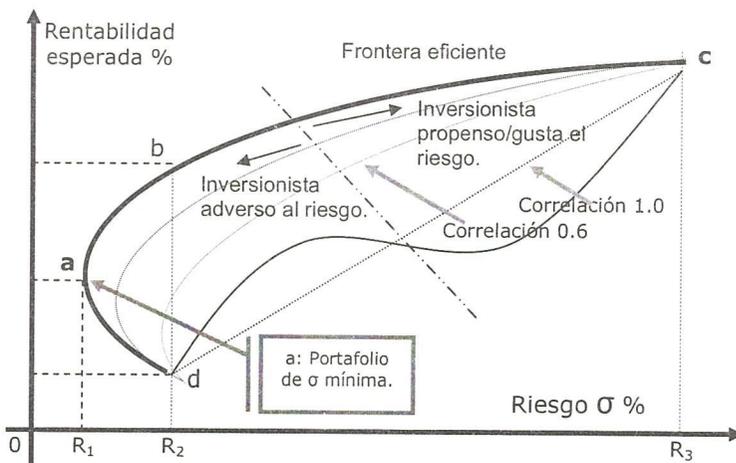
que plasma la conducta "racional del inversor", consistente en maximizar el valor medio –esperanza matemática- de la rentabilidad esperada, minimizando el riesgo. Para alcanzar este objetivo, fundamenta su teoría en el principio de la diversificación eficiente, explicado por la correlación entre activos de riesgo, no por el número de activos que conforma el portafolio, de tal manera que es posible conseguir un portafolio rentable y de bajo riesgo, producto de combinar títulos de alta rentabilidad y alto riesgo, no correlacionados o correlacionados negativamente los rendimientos entre sí.

Estos postulados implican, acudir a la regla de maximizar la utilidad esperada por los inversionistas, al tomar decisiones con criterios tanto de **valor medio esperado** (Varianza de los rendimientos esperados o riesgo), como de la interacción de los rendimientos esperados mediante la aplicación de **covarianzas** (correlación). La estrategia consiste en analizar cada activo en conjunto, no aisladamente, de tal forma que se combinan un grupo de activos definido un nivel de riesgo, que maximice el retorno económico.

**Qué es un portafolio o cartera?** Combinación de activos financieros (inversiones, créditos, productos) estructurados con base en políticas y mediciones claras de riesgos, con el objetivo de lograr la mayor rentabilidad por período según las condiciones del mercado, producto de una eficiente gestión de administración de portafolio.

El tema central de selección de portafolio o cartera se orienta en consecuencia, a resolver situaciones de decisión frente a un amplio espectro de opciones; es decir, se trata de un tema de ELECCIÓN.

**Gráfica N° 6.9. Frontera eficiente de un portafolio de inversión**



La planeación financiera de portafolio si bien permite prever situaciones probables adversas y brindar alternativas, per-se no reduce los niveles de riesgos. Por lo tanto, debe tratarse como un proceso para la toma de decisiones respecto a qué riesgos y niveles asumir y cuales no son necesarios o inconvenientes asumir, para alcanzar los objetivos finales de rentabilidad y liquidez que requiere la estructura del portafolio.

**Frontera eficiente:** Conjunto de posiciones definidas en el plano cartesiano por combinación de los factores riesgo-rentabilidad esperada, perfilado por las mejores opciones de mayor rentabilidad y menor riesgo como se aprecia en la gráfica N° 6.9. (curva a,c). Si el portafolio corresponde a un juego de dos valores, el punto (d) implica inversión del 100% en el título 1 y en el punto (c) todos los recursos colocados en el título 2.

### 6.3.5. Tipos de portafolios o carteras

La primera división de tipos de portafolio esta dada según su origen dentro del cuerpo de activos de las instituciones financieras: Cartera de Inversiones y cartera de créditos.

**Cuadro N° 6.16. Modelo conceptual de la estructura de portafolio de inversión según sector, plazo, moneda y tipo de renta.**

Sector	Plazo	MONEDA	RENTA	
			Fija	Tasa Fija Tasa variable
Público/ Gobierno Real. Financiero.	Corto	Legal/Local	Variable (Acciones)	
			Fija	
	Largo	Extranjera [Divisas]	Variable	Índices
				Monedas Papeles

El cuadro N° 6.16., muestra un esquema global de portafolio de inversión, conformado por tipo de emisor, madurez, moneda y renta. Las operaciones de renta fija moneda extranjera corresponde principalmente a BONOS en dólares emitidos por gobiernos, entidades públicas y empresas con emisiones en los mercados americanos y euromercado (Bonos del Tesoro de EUA, titularizaciones o Bonos corporativos). En materia de renta variable (por ejemplo índices) son inversiones a largo plazo en acciones con una composición igual al índice S&P 500, para citar un solo caso.

Con referencia a la cartera de créditos o de préstamos y en forma similar a la estructura de carteras de inversión, se debe partir de políticas claras que la institución define en términos de los riesgos que asume, límites de prestamos, plazos, garantías y/o coberturas entre otros temas relativos, como se muestra en el cuadro N° 6.17., a manera de ilustración.

**Cuadro N° 6.17. Estructura del portafolio de créditos por sector, moneda, plazos, destino y tasa**

Sector	Plazo	Tasa %	Moneda	Destino	
Público	Corto	Fija	Local	segmento	Consumo
					Comercial
					Contingencias
					Hipoteca
					Redescuento
Real	Largo	Variable	Extranjera [Divisas]		Recursos propios Redescuento Contingencias

**6.3.6. Rendimiento de portafolio:** En el capítulo 2 se estructuró la tasa promedio ponderada, aplicable a una cartera de inversión, captación o colocación de recursos de crédito con el apoyo para su cálculo de la siguiente expresión:

$$i_{pp} = \sum_{j=1}^n (W_j I_j)$$

Donde  $i_{pp}$  = Tasa promedio ponderada,  $W_j$  = Peso relativo de los activos  $j$  desde 1 hasta  $n$ ,  $I_j$  = tasa de interés efectiva anual de los activos desde  $j$  igual a 1 hasta  $n$ . En consecuencia, el rendimiento esperado de un portafolio de inversiones equivale al promedio ponderado de los retornos esperados de cada título por su correspondiente participación relativa.

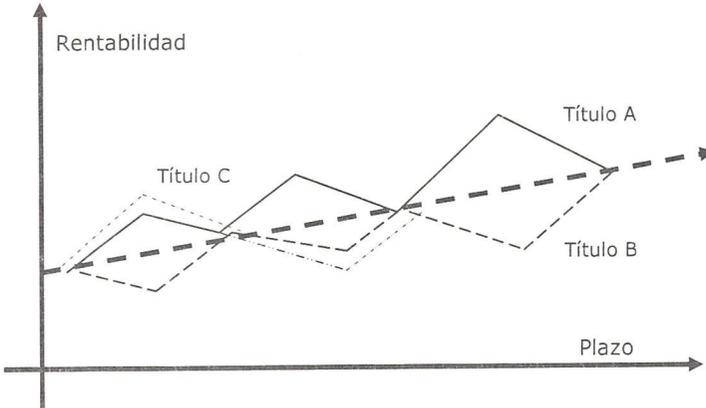
**6.3.7. Riesgo de portafolio:** El riesgo de un portafolio está determinado por el riesgo inherente de cada valor que lo conforma, más el riesgo derivado de la interrelación entre cada uno de los valores que conforma el portafolio. La baja relación que pueda existir entre los títulos que conforman el portafolio, genera un efecto positivo, a favor de un menor riesgo, dado que comportamientos no correlacionados o baja correlación, evitan fluctuaciones marcadas en la rentabilidad esperada del mismo. Esto implica que si un activo registra un comportamiento errático, debe existir otro u otros que lo amortigüen, de manera que su efecto final tienda a ser mínimo.

Esta situación se asimila a dos hojas de sierras dentadas y enfrentadas, donde sus picos se unen, mitigando las oscilaciones de sus retornos, como se muestra en la gráfica N° 6.10.

En el cuadro N° 6.18, se aprecia el primer portafolio conformado por los activos A y B con igual participación relativa y que por su combinación, redujo significativamente su nivel de riesgo, al pasar individualmente de 2.81%, a registrar 1.01% en conjunto. El segundo portafolio (AC), presenta una correlación positiva directa de rendimientos, al registrar una leve variación en el nivel de riesgo conjunto frente al individual (2.79% vs

2.81%); Esto significa que no hay efecto por diversificación, de tal manera que al estructurar una cartera, se debe obedecer al criterio de correlación negativa entre valores de un lado y de otro, aumentar la correlación negativa a través de las participaciones relativas de los títulos más convenientes.<sup>15</sup>

**Gráfica N° 6.10. Efecto de la diversificación en la estructuración de portafolios de inversión**



**Cuadro N° 6.18. Comportamiento de rentabilidad y riesgo de de valores individuales y conformando portafolios, según DS.**

Año	TÍTULOS			Portafolios	
	A	B	C	[0,5A+0,5B]	[0,5A+0,5C]
1	12,5	8,0	13,0	10,3	12,8
2	14,0	8,0	14,5	11,0	14,3
3	12,0	12,0	12,5	12,0	12,3
4	8,0	15,0	8,5	11,5	8,3
5	7,0	12,8	7,5	9,9	7,3
<b>E[R]</b>	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5
<b>DS</b>	2,81%	2,81%	2,76%	1,01%	<b>2,79%</b>

**6.3.8. Clasificación por tipo de riesgos, factores y medición**

Administrar riesgos financieros es una de las principales funciones que asumen los establecimientos de crédito, de tal manera que los administradores son calificados profesionales por autorización expresa del Estado y como tal, adquieren este status. Su responsabilidad trasciende, dado que tienen el manejo de recursos financieros, originados del ahorro interno de la sociedad y que por esta vía garantizan la estabilidad y credibilidad del sector financiero, como sistema de pagos en su conjunto.

<sup>15</sup> ABREU, Beristain Martín. "Teoría de la cartera aplicando CAPM". España, 1998. Pág. 70.

**Tipos de riesgos:** Los riesgos convencionalmente se pueden clasificar, de acuerdo a las probabilidades de obtener un resultado financiero determinado, por exposición a eventos y optar o no por medidas mitigantes frente a cada uno de estos. Pese a existir asociación entre los diferentes riesgos, el ideal es medir su probabilidad de ocurrencia en forma particular. En general, se puede afirmar que la probabilidad de pérdida, se asocia a flujos futuros de fondos que se esperan recibir en operaciones financieras originadas y estructuradas para recuperar capital e intereses propios de la negociación. Los principales riesgos son:

**De oportunidad frente a opciones alternas:** Referido a la asignación o inversión de una proporción determinada de recursos económicos, en activos que generan menor reutilidad e igual riesgo y que se explican por condiciones de mercados imperfectos, en particular por la existencia de asimetrías de información.

**De liquidez:** Cuantificado por el grado de dificultar de convertir a efectivo flujos futuros de caja en cualquier momento del tiempo (t). Es decir, es la probabilidad de que un activo pueda ser realizado fácilmente, antes de su vencimiento, sin sufrir pérdidas de capital y/o interés. También se define como la pérdida económica probable derivada de la realización no prevista de activos para atender compromisos financieros, específicamente liquidación de pasivos o corrida de depósitos, en el caso de un establecimiento de crédito. Cuanto mayor sea la liquidez de un activo financiero, tiende a ser más bajo su rendimiento, *ceteris paribus*.

**Riesgo crediticio:** O de contraparte, originado en el proceso de intermediación financiera al colocar recursos en el mercado según líneas de crédito. "Se trata, entonces, del riesgo de pérdidas patrimoniales ocasionadas por el incumplimiento en el pago de una obligación dineraria, el otorgamiento de una garantía, el cubrimiento de una aceptación bancaria, la realización efectiva de una opción en un mercado de futuros, etc."<sup>16</sup>

**Riesgo de mercado:** Situaciones propias del negocio y que por razones coyunturales originadas en fuertes fluctuaciones de tasas de interés, pueden implicar pérdidas financieras. Esta situación es extensiva a operaciones con tasas de interés tanto domésticas como internacionales o en tasas de cambio sobre operaciones en cartera de crédito o de portafolio, según la modalidad de contratación con tasas fijas o variables.

**Riesgo de cambio:** Tiene su origen en la devaluación de la moneda local frente al precio de divisas como unidad referente y que afectan la posición propia y/o activos en moneda extranjera que posea la institución financiera en un momento dado, así como emisiones en divisas como ADR o GDR.

---

<sup>16</sup> MARTÍNEZ, Néstor Humberto. *Sistemas Financieros*. Biblioteca FELABAN, Bogotá, 1994. Pág. 152.

**Riesgo moral:** Relativo a la influencia que ejerce una cobertura (que puede ser un seguro) en la conducta de un administrador, sobre decisiones tomadas y que puede incidir en la ocurrencia de eventos que impliquen alteración probable de riesgos materializables en pérdidas económicas<sup>17</sup>. "Por ejemplo, el argumento para imponer requerimientos de capital es que la presencia de seguros de depósitos (explícita o implícita), genera un incentivo para que los bancos tomen riesgos excesivos con la expectativa de ser rescatados por las autoridades en casos de problemas severos (el llamado riesgo moral)"<sup>18</sup>

**Riesgo accionario:** Propio del mercado de capitales, por pérdida probable de capital por fluctuaciones en el precio de títulos de renta variable (acciones) que cotizan en la bolsa de valores -mercado público de valores.

**Riesgo de tasas de interés.** Este riesgo se divide en: riesgo de mercado y riesgo de reinversión. El primero se origina por pérdidas de capital y/o interés de su valor intrínseco por aumento en las tasas de interés del mercado. El riesgo de reinversión se presenta, al colocar los flujos de caja recibidos, a tasas de interés menores a las esperadas.

**Riesgo de insolvencia.** Probabilidad de incumplimiento de obligaciones contraídas por parte del emisor de títulos. Este riesgo se conoce como default risk o de crédito. Para mitigar y evaluar este riesgo, la información de las agencias calificadoras es crucial, dado que miden la calidad de emisiones y emisores según sea el caso, de la probabilidad de incumplimiento de los compromisos contractuales. La calificación de la agencia, es determinante en la tasa de renta de la emisión. "La concentración de riesgos es una causa típica de la insolvencia bancaria"<sup>19</sup>

**Riesgo de inflación.** Se presenta por la pérdida de poder adquisitivo de la moneda. Medible por la variación periódica del IPC y que impacta los rendimientos de títulos estructurados a tasas fijas.

**Riesgo por efecto legal-fiscal:** El riesgo por condiciones tributarias, impositivas o fiscales, se produce por la posibilidad de que cambien en contra o se desmonten ciertos beneficios fiscales para tratamiento de operación de ciertos activos. Generalmente se producen los cambios por decisiones políticas y/o legales, por lo tanto se califica también de riesgo político o legal.<sup>20</sup>

<sup>17</sup> NICHOLSON, Walter. *Teoría microeconómica - Principios básicos y aplicaciones*. MGH. España. 1997, Pág. 188.

<sup>18</sup> ROJAS-SUÁREZ, Liliana. "El Acceso a los Servicios Bancarios en América Latina: Identificación de Obstáculos" Senior Fellow, Center for Global Development Diciembre 2005. Pág. 21.

<sup>19</sup> DE JUAN, Aristóbulo. "De los problemas bancarios: Cuestiones macroeconómicas y de supervisión normativa" Rev. Superbancaria N° 30 marzo/97. Bogotá. Pág.18.

<sup>20</sup> Portillo Tarragona, M<sup>a</sup> Pilar. Op. cit.

**Cuadro N° 6.19. Tipos de riesgos, factor asociado y mecanismo de medición**

Tipo de Riesgo	Factor	Medición
Insolvencia	Probabilidad de pago.	Puntos básicos
Liquidez	Plazo promedio	Duración y duración modificada
Mercado	Fluctuación de las tasas de interés	Volatilidad.
Legal-fiscal	Estabilidad de normas jurídicas y beneficios tributarios	Riesgo País – Calificación (Rating)
Tasa de cambio	Fluctuación. Devaluación/revaluación	Rango de variabilidad.
Tasa de interés	Desviación de la Rentabilidad	Dispersión – Desviación estándar o típica – DS
Moral	Comportamiento/desempeño administradores.	Gobierno Corporativo
Acciones	Fluctuación de precios	Diversificación eficiente. Covarianza
Inflación (Tasa de inflación TI)	Cobertura por pérdida poder adquisitivo	Prima. (puntos sobre TI)

Según el origen del cada tipo de riesgo, se genera una relación de causalidad que es necesario cuantificar para medir su impacto, mediante un indicador relativo por unidad de tiempo, como se describe en el cuadro N° 6.19.

**Cuadro N° 6.20. Riesgos de liquidez, mercado, insolvencia y tasa interés. Descriptor e indicador**

RIESGO	DESCRIPTOR	INDICADOR
Liquidez [I]	Renta y precio se afecten por no disponer el emisor de recursos.	Estructura de plazos de activos y pasivos (GAP) Duración (D) y D. Modificada
Mercado [II]	Disminución flujo caja (capital y/o interés) por cambios en tasa descuento.	Volatilidad.
Insolvencia [III]	Reducción rentabilidad por mora o no pago de capital y/o interés.	Puntos básicos sobre tasa libre de riesgo (Prima).
Tasa de interés [IV]	Probabilidad de que la rentabilidad disminuya por cambio tasas mercado.	Desviación Estándar (DS) Coeficiente de variación.

Para efectos de gestión, administración y control de probabilidades de ocurrencia de eventos, es necesario considerar, definir y establecer previamente los siguientes aspectos por tipo de riesgo:

- a) Una escala de valoración.
- b) Un nivel o rango de tolerancia y,
- c) Niveles de exposición al riesgo.

En consecuencia, a continuación se presenta un análisis de los riesgos de liquidez, de mercado, insolvencia y de tasa de interés considerando estos aspectos, de acuerdo al cuadro sinóptico N° 6.20.

**Riesgo de liquidez (I):** Es necesario tener presente las siguientes consideraciones: **Parámetros de medición:** El riesgo de liquidez se puede determinar, cuantificando la estructura de plazos del activo y del pasivo.

Una adecuada gestión de la estructura de plazos ajustada a los flujos futuros de caja proyectados, puede disminuir este nivel de riesgo. Por consiguiente y a nivel ilustrativo, la **Estructura de Plazos**, puede agruparse en tres categorías de plazos que califican el grado de liquidez de una cartera en alta, media y baja, de tal manera que permita ajustar sus requerimientos de caja y a su vez se optimice el retorno, formando una matriz de participaciones relativas que concentra recursos según sus necesidades y condiciones del mercado, como el caso simulado en el cuadro N° 6.21.

**Cuadro N° 6.21. Participación relativa de títulos por plazo según grado de liquidez**

		0 a 3	3 a 6	6 a 12	12 a 36	+ 36	< 12	> 12	D*
LIQUIDEZ	Alta	25	12	15	25	23	52	48	1.41
	Media	20	12	15	23	30	47	53	1.94
	Baja	10	10	20	30	30	40	60	2.28

\* Plazo promedio de capital (años) Duración.

**Riesgo de Mercado (II):** Corresponde a la variación de los ingresos esperados (intereses y/o capital) en una inversión financiera por cambios en la tasa de interés, medido a través de su volatilidad.

$$\text{Volatilidad} = \frac{\text{Duración}}{(1 + i)} ; \text{ donde:}$$

**Duración (D):** Es el plazo efectivo -por unidad de tiempo- de un título que incluye sus recaudos parciales (cupones) de capital e interés. Mide el plazo promedio ponderado de recuperación de la totalidad de una inversión incluidos sus recaudos parciales de capital e intereses. Indica que tan cerca está en tiempo de recuperación de la inversión, (preferencia menor

indicador). En valores a tasa fija, se calcula con el plazo hasta el vencimiento. A tasa flotante, se toma solo el período donde está definida la tasa.

Está considerada como una medida de cambio porcentual en el precio de un título por cambio en el nivel de tasa de descuento, "... es un concepto netamente financiero que se utiliza para medir la sensibilidad del precio de un título con respecto a cambios pequeños en la tasa de interés<sup>21</sup>". La Duración fue desarrollada por Frederick Macaulay (1938), y se obtiene por el cociente entre la sumatoria de los flujos descontados a la tasa ( $i$ ) de oportunidad ponderados por el tiempo y el valor del título al momento cero (0) o valor presente VP. La expresión matemática de la duración-tiempo, está dada por:

$$D = \frac{\sum_{n=1}^N \left[ \frac{F_n}{(1+i)^n} t_n \right]}{VP_0}$$

Donde  $VP_0$  representa el precio de mercado del bono en la actualidad o valor presente del título,  $F_n$  son los flujos futuros de caja (cupón y al final recuperación principal), ( $i$ ) es la tasa de descuento hasta el vencimiento, ( $t$ ) ponderación del horizonte y ( $n$ ) el número de períodos hasta el vencimiento. Para un título cupón cero, coincide con el plazo hasta su vencimiento ( $n$  años).

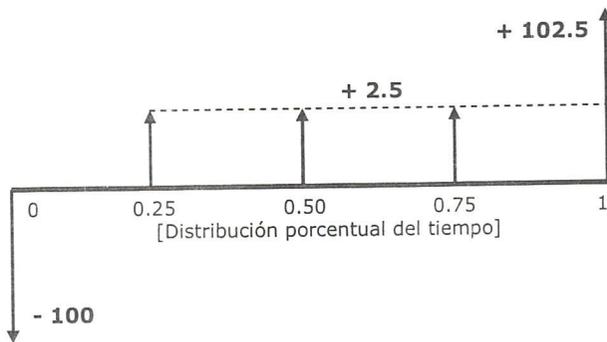
**Volatilidad:** Resultado financiero (utilidad o pérdida) de capital de un título como resultado de la variación de un 1% en el nivel de la tasa de interés de mercado.

**Ejemplo N° 6.4.:** Calcular el riesgo de mercado (duración y volatilidad) de un título expedido por un valor de \$100 millones de pesos, con tasa facial de del 10% tv. y plazo de un año. La gráfica N° 6.11., muestra el diagrama de flujo del título (CDT) con los pagos periódicos y recuperación de la inversión al final del año.

En el cuadro N° 6.22, se aprecia el flujo original del título citado en el ejemplo, seguido del flujo descontado a tasa del 9% efectiva anual, que genera un VPN de +1.22. Al tomar como base, el valor presente del flujo (VP) se determina la participación relativa de cada cupón descontado, de manera tal, que la sumatoria sea igual al 100%. De forma similar se procede con el factor tiempo, para luego ponderar y sumar estos dos últimos valores y calcular la duración del título que se determina en (0.9643), que expresado en unidades de tiempo (meses y días), corresponde a 11.57 y 352 respectivamente como se registra en el cuadro N° 6.23.

<sup>21</sup> MEKLER Camhi, Nicole. "El concepto de duración" Revista *Superbancaria*. N° 24. sep/95. Pág. 11.

**Gráfica N° 6.11. Diagrama de flujo de un CDT.**



**Cuadro N° 6.22. Cálculo de la duración de un título**

Período	Flujo [10%]	Flujo [dcto]	[%] c/pago	[%] plazos	Ponderación
0	-100		<b>A</b>	<b>B</b>	<b>[A*B]</b>
1	2,5	2,4467	2,417%	25,00%	0,0060
2	2,5	2,3946	2,366%	50,00%	0,0118
3	2,5	2,3435	2,315%	75,00%	0,0174
4	102,5	94,0367	92,902%	100,00%	0,9290
Tasa	10,00%				<b>DURACION</b>
TIR [tv]	10,00%	8,71%	±		±
TIR[ea]	10,38%	<b>9,00%</b>			
VP	100,00	101,22	100,00%		<b>0,9643</b>
VPN	0,0	1,22			

**Fórmula en EXCEL**

$f_x$  = DURACION(liq; vencto; cupon; rendto; frenc; base)  
 =DURACION(01/01/2008; 01/01/2009; 10%, 8.71%; 4) = 0.9643

Para determinar el valor de la volatilidad, se sensibiliza la tasa de descuento a partir de una variación del 1% es decir  $\pm$  50 pb, sobre esta tasa. El cociente entre la diferencia del valor presente de los límites del rango y la tasa base, registra la volatilidad como se muestra en el cuadro N° 6.24.

**Cuadro N° 6.23. Duración (D) y Duración modificada (DM).**

Fecha de emisión	01/01/2008		
Fecha de redención	01/01/2009		
Tasa de interés [tv]	10,00%		
Tasa de mercado [tv]	8,71%		
Cupon [meses]	4	<b>Mes</b>	<b>Días</b>
DURACION [D]	<b>0,9643</b>	11,57	352
DURACION MOD [DM]	<b>0,9437</b>	11,32	344

**Cuadro N° 6.24. Grado de sensibilidad de un título**

Sensibilidad VP a tasas de descuento	[\$] mm
[a] VP al 9% ea flujos futuros	101.22
[b] VP al 8.5% ea flujos futuros	101.67
[c] VP al 9.5% ea flujos futuros	100.78
[b] - [c]	0.8955
Volatilidad: [%] respecto al VP al 9%.	<b>0.885 %</b>

$$\text{Volatility} = \frac{\text{Duration}}{(1 + i)} \quad 0.9643/[1+0.09] = 0.885\%$$

En consecuencia, se tiene que por cada punto porcentual de variación de la tasa de descuento, se puede llegar a perder o ganar el 0.885% del monto de la inversión. El cuadro N° 6.25 refleja la sensibilidad del índice de volatilidad del CDT referido, ante cambios en su tasa cupón entre el 8% y el 11%.

**Cuadro N° 6.25. Análisis de sensibilidad del CDT para calcular la volatilidad a diferentes tasas**

		8,00%	9,00%	10,00%	11,00%
<b>a</b>	8,50%	99,77	100,72	101,67	102,62
<b>b</b>	9,00%	99,33	100,27	101,22	102,17
<b>c</b>	9,50%	98,89	99,83	100,78	101,72
	[a-c]	0,8847	0,8901	0,8955	0,9008
	Volatilidad	0,891%	0,888%	<b>0,885%</b>	0,882%

Volatilidad = Duration/[1+i]	→	<b>0,885%</b>
------------------------------	---	---------------

**Ejemplo N° 6.5:** Calcular la duración de un bono con las siguientes características: Valor nominal de \$ 100 millones de pesos, plazo al vencimiento de cinco años, tasa cupón anual al 6% y tasa de descuento del 7%.



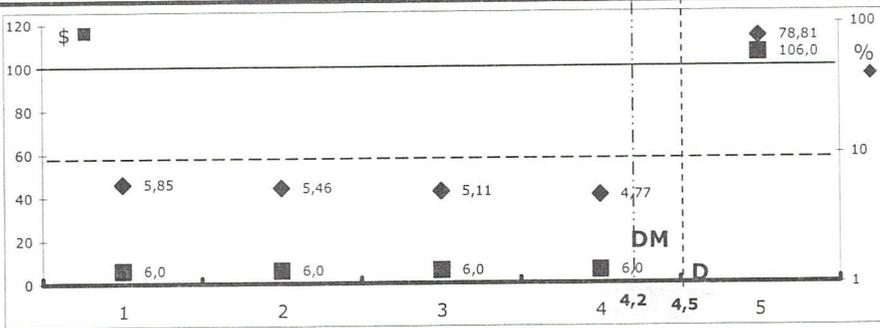
$$= \text{DURACION}(01/01/2008;01/01/2013;6\%,7\%;1) = \mathbf{4.452}$$

$$= \text{DURACION.MODIF}(01/01/2008;01/01/2013;6\%,7\%;1) = \mathbf{4.161}$$

La estructura financiera de este bono (ejemplo N° 6.5.), se muestra en el cuadro N° 6.26, con sus respectivos cálculos, operaciones que permiten calcular la duración, cuyo resultado es de 4.452, por cociente entre el valor presente ponderado y el valor presente del título (426.97/95.9). La diferencia entre la duración (4,452 años) y el plazo al vencimiento (5 años) de 0,548 años, se debe a que parte de los flujos de caja, se reciben antes del vencimiento.

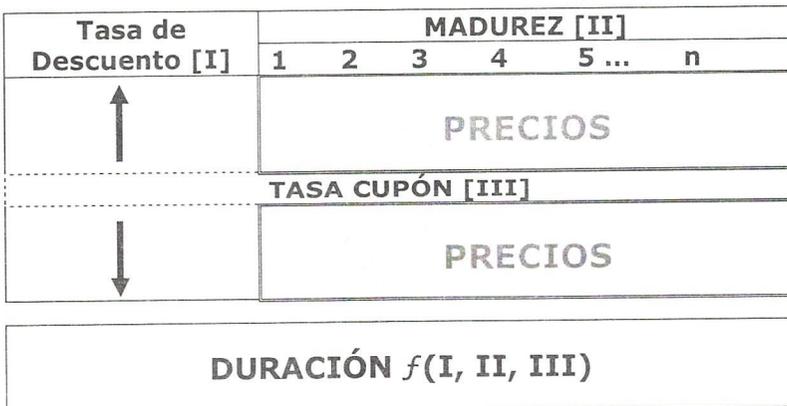
**Cuadro N° 6.26. Estimación de la Duración de un título**

n	Flujo caja	F.dcto	Vr-Presente	[VPxn]	[%]	
0	-100,0					
1	6,0	0,9346	5,61	5,61	5,85	
2	6,0	0,8734	5,24	10,48	5,46	
3	6,0	0,8163	4,90	14,69	5,11	
4	6,0	0,7629	4,58	18,31	4,77	
5	106,0	0,7130	75,58	377,88	78,81	
<b>Tasas/\$</b>		6,0%	7,0%	95,90	426,97	100,00
<b>Duración</b>					<b>4,452</b>	



La última columna del cuadro N° 6.26 muestra la proporción del valor presente del título que se recibe periódicamente. En el primer período de 5,85% del valor presente total del título (\$95.90), el segundo flujo se recibe un 5,46% adicional y continúa hasta recibir el último pago de 78.71%. Cada período representa al inversionista, una importancia relativa diferente en función de la ponderación de pagos.

**Cuadro N° 6.27. Esquema relacional de las variables tasa de descuento, madurez y tasa cupón en la determinación de la Duración de un título**



En forma esquemática se presenta la duración en el cuadro N° 6.27 como una función de las variables tasa de descuento madurez y tasa cupón.

**Duración modificada:** El concepto de volatilidad en títulos, está asociado a sensibilidad al precio de mercado (tasas de interés), esto es, a la variación en el precio respecto a una variación del uno por ciento del rendimiento hasta el vencimiento. Se expresa en porcentaje y no en tiempo como la duración (D) ya que en términos económicos, corresponde al concepto de elasticidad del precio de un título por un cambio del 1% en la tasa de interés.

**Cuadro N° 6.28. Duración modificada**

N	0	1	2	3	4	5
<b>Flujo</b>	-100	6	6	6	6	106
VP (7%)	\$ 95,90					
VP (6%)	100,00					
Variación (a)	4,28%					
VP (8%)	92,01					
Variación (b)	-4,05%					
Promedio (c)	4,16%					

(c): Promedio aritmético  $[(a)+|b|]/2$

Al retomar el caso del ejemplo N° 6.5. de un título por valor de \$ 100 millones de pesos, plazo de cinco años, tasa de interés efectiva anual del 6% y se valora a una tasa de descuento del 7% durante todo el plazo, el valor presente del título calculado es de \$ 95.90 millones, como se registra en la siguiente ecuación.

$$P_0 = \frac{6}{1.07^1} + \frac{6}{1.07^2} + \frac{6}{1.07^3} + \frac{6}{1.07^4} + \frac{106}{1.07^5} = 95.90$$

El cálculo de la variación relativa (a) del VP del flujo de fondos de acuerdo a las condiciones de expedición y una variación del 1% en la tasa de descuento (7%) da un valor de 4.28%  $[(100/95.90)-1] \times 100$ . Si el precio del mercado pasa al 8%, el precio del bono desciende a \$ 92.01 pesos, equivalente a una variación (b) del -4.05% y en consecuencia el valor medio de los valores absolutos (a) y (b) es igual a 4.16%, que corresponde al riesgo de interés del bono (Cambio relativo del precio teórico del bono frente a un cambio de  $\pm 1\%$  en el tipo de interés).

Al relacionar la volatilidad y duración, se llega a la duración modificada (D\*) mediante la fórmula:

$$D^* = \frac{D}{(1 + i)}$$

Donde (i) es la tasa de descuento o renta del inversionista y D es la duración convencional. Re-expresando la ecuación de volatilidad del título, con base en los cálculos individuales, se llega a D\* en forma aproximada.

$$D^* = -\frac{(P_1 - P_0)/P_0}{(i_1 - i_0)} = -\frac{\Delta P/P_0}{\Delta i} \quad (1)$$

Con P<sub>0</sub> y P<sub>1</sub> que indican los precios del título/bono antes y después de cambio de rendimiento y Δi<sub>0</sub> la variación del rendimiento/descuento del 1%. Sustituyendo en (1) (D\*) por la duración (D) y al despejar la ecuación, el resultado es:

$$D \approx -\frac{(P_1 - P_0)/P_0}{(i_1 - i_0)/(1 + i_0)} = -\frac{\Delta P/P_0}{\Delta i} (1 + i_0)$$

Con base en esta formulación, D\* del caso registrado en el cuadro N° 6.26 y N° 6.28. es igual a 4,452 ÷ 1,07 = 4,161%, valor muy cercano a la volatilidad calculada de 4,160% previamente.

D\* corresponde a la derivada del precio respecto a la tasa de descuento, es decir (dP<sub>0</sub>/dr) dividido por el precio inicial (P<sub>0</sub>). Al volver a la expresión (1) se tiene:<sup>22</sup>

$$D^* \approx -\frac{\Delta P/P_0}{\Delta i} \rightarrow \frac{dP/P_0}{di} = \frac{dP}{di} \left[ \frac{1}{P_0} \right]$$

$$\frac{dP}{di} = \sum_{t=1}^n \frac{-tFC_t}{(1+i)^{(t+1)}} = \frac{1}{(1+i)} \sum_{t=1}^n \frac{-tFC_t}{(1+i)^t}$$

$$D^* = \frac{1}{P_0} \left[ \frac{dP}{di} \right] = \frac{1}{P_0} \left[ \frac{1}{(1+i)} \right] \sum_{t=1}^n \frac{-tFC_t}{(1+i)^t} = \frac{D}{(1+i)}$$

El precio de los títulos está relacionado en forma inversa a su renta y "la duración modificada actúa como un multiplicador dado que cuanto más grande sea, mayor será el impacto en el precio de los bonos ante un cambio de los tipos de interés; y, por último, para una duración modificada determinada, cuanto mayores sean las variaciones en el tipo de interés, mayor será el porcentaje de cambio en el precio"<sup>23</sup>.

<sup>22</sup> FERNANDEZ, Pablo. *Valoración de empresas*. Gestión 2000 Barcelona España. 2001. Pág. 590 y ss.

<sup>23</sup> MASCAREÑAS, Juan. *La medida del riesgo de los bonos*. U. Complutense de Madrid. 2006. Pág. 10.

### Duración de una cartera conformada por Bonos:

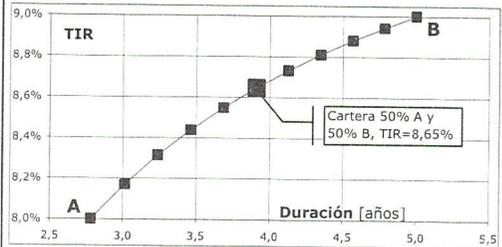
La cartera del cuadro N° 6.29 está conformada por los bonos A y B en proporciones iguales, con plazo de tres y cinco años respectivamente, el primero liquida intereses anuales por período vencido y tasa del 8% e.a.

El segundo, cupón cero y pago único al vencimiento de principal e intereses al 9% e.a. La rentabilidad de la cartera medida por su TIR es del 8.65% anual, y con una duración (D) de 3.91 años. Si la inversión total (\$ 1.000 millones) se realiza en Bonos Tipo A, la TIR es del 8% e.a. por supuesto y su duración de 2.78 años; el caso opuesto (100% recursos en B) la TIR es del 9.0% e.a. y su duración es de 5 años.

**Cuadro N° 6.29. Duración de una cartera de bonos A y B.**

Bono	%	0	1	2	3	4	5	TIR	D
A	50,0%	-500,0	40,0	40,0	540,0			8,00%	↓
B	50,0%	-500,0	-	-	-	-	769,3	9,00%	
<b>TOTAL</b>	<b>100,0%</b>	<b>-1.000,0</b>	<b>40,0</b>	<b>40,0</b>	<b>540,0</b>	<b>-</b>	<b>769,3</b>	<b>8,65%</b>	
			36,8	67,8	1.263,2	-	2.541,1		<b>3,91</b>

↓	TIR	D
0,0%	9,00%	5,00
10,0%	8,94%	4,78
20,0%	8,88%	4,57
30,0%	8,81%	4,35
40,0%	8,73%	4,13
50,0%	8,65%	3,91
60,0%	8,55%	3,69
70,0%	8,44%	3,46
80,0%	8,31%	3,24
90,0%	8,17%	3,01
100,0%	8,00%	2,78



**Riesgo de Insolvencia (III):** Entendido como la probabilidad de variación en la rentabilidad de un título o portafolio generado por no pago o pagos retrasados de capital y/o intereses de algún tipo de inversión.

Parámetro: Puntos básicos (pb) sobre la tasa libre de riesgo. Se toma como base la emisión de papales de la banca Central, tipo TES, para un inversionista nacional.

Calificación de riesgo por emisor: Los cuadros N° 6.30 y N° 6.31 presentan un ejemplo de cómo se puede calificar un riesgo según el tipo de emisor y que para efectos ilustrativos se toman cuatro sectores. Se asigna un número ordinal en orden de menor a mayor nivel probable de riesgo, para luego calificarlo en puntos sobre la tasa libre de riesgo.

Este proceso obedece a la política interna que defina cada administrador o inversionista institucional.

**Cuadro N° 6.30. Cualificación riesgo según emisor**

Tipo de emisor	Calificación de riesgo
Banco Central	0
Sector Público	1
Inversionistas Institucionales.	2
Sector real	3

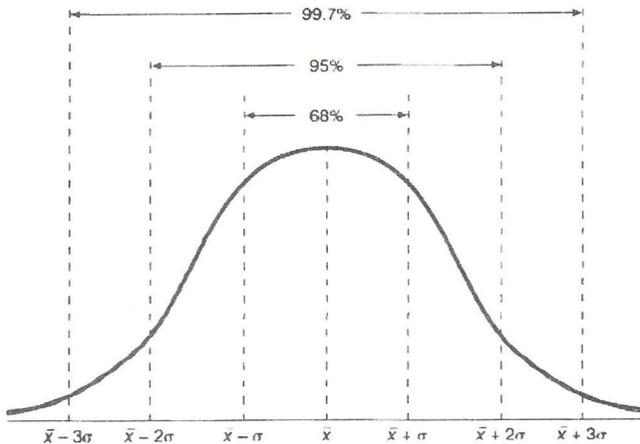
**Cuadro N° 6.31. Cuantificación riesgo según nivel de riesgo**

Nivel de riesgo	Calificación de riesgo*
Alto (A)	> 200
Medio-alto (MA)	150 < X < 200
Medio (M)	125 < X < 150
Bajo (B)	< 125

\*Puntos básicos.

**Desviación de la rentabilidad (IV):** Probabilidad de desvío de la rentabilidad media esperada de un título, al tomar como base, una serie representativa de información relativa, de acuerdo a lo expuesto en el tema de riesgo.

**Gráfica N° 6.12. Distribución normal estandarizada**

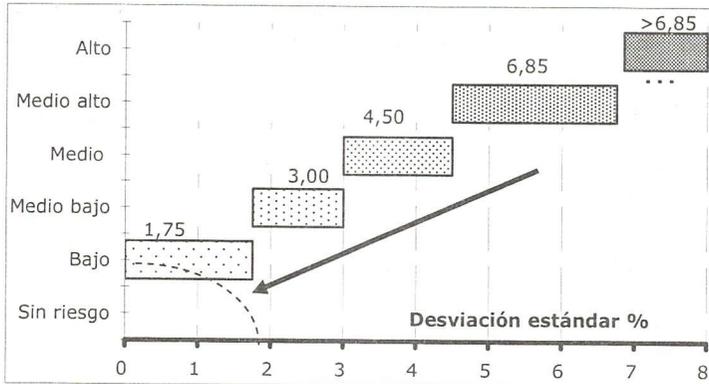


El parámetro clásico de medición es la desviación estándar, que de acuerdo a su distribución es susceptible de tomar una tendencia normal, como se aprecia en la gráfica N° 6.12. La distribución, mide la probabilidad de ocurrencia de algún evento en cuestión (en este caso la rentabilidad) dentro de un rango de valores, y según qué tan amplio y disperso sea el universo de

información, registra mayor o menor grado de desviación con respecto a un valor medio esperado.

Definición del Grado de Tolerancia: La desviación estándar promedio de la rentabilidad de un portafolio, puede determinarse de acuerdo a una escala de valores cuantificables según su nivel de exposición al riesgo, como el ejemplo propuesto en la gráfica N° 6.13.

**Gráfica N° 6.13. Parámetros de nivel de riesgos (DS)**



#### 6.4. Calificación de emisiones:

La calificación obtenida a través de una agencia calificadora de riesgo sobre una emisión, para ser colocada en el mercado público de valores, influye en forma definitiva en la rentabilidad ofrecida en el instrumento (prima de riesgo), de tal manera que los inversionistas esperan alto retorno a medida que el riesgo aumenta. Esta calificación, representa la probabilidad de obtener flujos de caja (fuentes de fondos) para atender obligaciones generadas por la emisión, para atender el servicio y amortizar el principal.<sup>24</sup>

Entre otras agencias calificadoras de riesgo se encuentran Moodys, S&P, Fitch, Duff & Phelps, que cumplen la función de emitir conceptos sobre desempeño probable de una emisión con base en conductas de pago crediticio, calificación del riesgo de acuerdo a dos grandes categorías: Inversión y especulación, asociadas a niveles diferentes. Realmente se trata de calificar un riesgo de insolvencia, que es valorado puntuando la capacidad y probabilidad de pagar los intereses y el principal de la deuda de las firmas emisoras. El cuadro N° 6.32., presenta un resumen por grado de calificación, agencia y categoría del riesgo asociado, según la localización particular del emisor.

<sup>24</sup> OBYRNE, Andrés. "Fondeo en el mercado de capitales para empresas del sector real" Gerencia Financiera. – Ed. Uniandinas TM- Bogotá 2001. Pág. 262.

Moody's por ejemplo, emplea números para distinguir entre igual tipo de papel el nivel del emisor. Al tomar un punto de referencia, A1 es mejor que A pero es una calificación más baja que Aa. Para Bonos Corporativos subdivide una calificación en niveles o categorías 1,2,3... y otorga mejor calificación a más bajo dígito, así Aa1 es mejor que Aa2, etc. Las dos firmas calificadoras de riesgo, S&P y Fitch usan adicionalmente los signos más (+) o menos (-) para distinguir calificaciones entre estos parámetros. A es mejor que A- y BBB+ es mejor que BBB. En consecuencia, el riesgo disminuye a medida que se obtiene mejor calificación y viceversa.

**Cuadro N° 6.32. Calificación de emisiones según grado de inversión o especulación**

Grado	Calificación	Moody's	S&P	Fitch - D&P
<b>INVERSIÓN</b>	<b>Mejor</b>	Aaa	AAA	AAA
	Alto	Aa	AA	AA
	Medio superior	A	A	A
	Medio	Baa	BBB	BBB
<b>ESPECULACIÓN</b>	Especulador.	Ba	BB	BB
	↓	B	B	B
	↓	Caa	CCC	CCC
	↓	Ca	CC	CC
	↓	<b>C</b>	<b>C</b>	<b>C</b>
	Incrementa <b>RIESGO</b>		<b>D</b>	DDD DD <b>D</b>

Fuente: "Fundamentals of Debt Securities" Securities Training Corp. 1993. Pág. 8-13.  
 S&P = Standar and Poor.  
 D&P = Duff & Phelps.

Referente al tema de emisiones calificadas dentro del grado de especulación, el caso más conocido en los mercados de capitales y economías desarrolladas son los Bonos basura, originados en emisiones de deuda de empresas no tradicionales, que inician su proceso de apalancamiento por esta opción, en mercados muy competidos y competitivos. Uno de los sectores de mayor dinámica en este tema es el de tecnología, al registrar flujos futuros con alta variabilidad, situación que se ven reflejada en calificación de alto riesgo.

Las calificaciones que inician con Ba o BB según firma, indican que las emisiones poseen elementos especulativos. B, generalmente carece de características de inversión deseable (muy especulativa), Caa/CCC muestra un desempeño deficiente y puede fallar (completamente especulativa), Ca/C muy especulativa, puede fallar (Reservada para bonos cuyos ingresos no

están pagando intereses), DDD-D falla, su límite indica valor de salvamento relativo (Nivel más bajo)<sup>25</sup>.

Las anteriores calificaciones, están referidas a emisiones de largo plazo. En los casos de emisiones a corto plazo para nuestro país, firmas como BRC Investor Service y DCR-D&P, en forma similar, cuentan con escalas de calificación para este plazo. El criterio de calificación se mantiene de grado de inversión a especulación en forma descendente. DCR-D&P utiliza una escala que inicia con DP1+, DP1, DP1-, DP2 hasta DP6. Por su parte, BRC Colombia, arranca con BRC1+, BRC1, BRC2+, BRC2 hasta BRC6.

**Proceso de calificación de deuda:** La calificación de la deuda, básicamente se estructura bajo el análisis de cuatro tipos de riesgo:

**a) Riesgo soberano:** Busca poder determinar el grado de facilidad con que cuenta el emisor para proveerse de divisas y poder atender obligaciones emitidas en moneda extranjera. Al ser una calificación de país, mide la capacidad, garantía y respaldo del banco central de disponer de este tipo de divisas a los emisores, para atender el servicio de la deuda privada y pública, de tal manera que es una calificación global del país. El proceso de estudio cuantifica la probable dificultad de poder generar divisas, por razones de tipo bien sea político y/o económico, posibles dificultades en el corto plazo de iliquidez u otros impactos macroeconómicos que puedan hacer flaquear la generación de producción y valor agregado a largo plazo.

**b) Riesgo industrial:** Mide riesgos propios de la industria a la cual pertenece el emisor, así como oportunidades de negocios y dinámica en una visión de comportamiento a futuro. El análisis está basado en la tendencia de la participación y contribución del PIB sectorial en el total, el grado de vulnerabilidad del sector por cambios económicos (tasa de devaluación o revaluación por ejemplo), el nivel de competencia tanto local como a nivel internacional, la regulación, estabilidad normativa propia de la industria, facilidad de ingreso a nuevos actores, intensidad tecnológica y facilidad de acceso, dependencia y evolución de los costo de materias primas por parte de los proveedores y su grado de dependencia entre otros.

**c) Riesgo empresarial:** Se analiza la capacidad gerencial y respuesta del cuerpo directivo, ante situaciones de dificultad, participación relativa en el sector, situación contable y financiera. Respecto a la alta gerencia, se estudia la trayectoria individual de cada miembro, mapas de sucesión jerárquica, sistema de evaluación y control y en forma de perspectiva y retrospectiva el desempeño de la organización. En temas comerciales, la evolución y dinámica en líneas de productos, investigación y desarrollo (I&D), grado de innovación, posicionamiento entre otras. En temas financieros, su capital de

---

<sup>25</sup> VAN HORNE, James. *Administración Financiera*. PHI. México. 1993. Pág. 331.

trabajo neto operativo, fuentes y grado de acceso y disponibilidad, apalancamiento, el grado de atomización de la cartera, dinámica de costos y aplicación de normas y principios de contabilidad y a futuro, que programas están contemplados dentro de su planeación estratégica y como está previsto desarrollarlos.

**d) Riesgo legal:** Se analiza que la normatividad brinde seguridad para poder cumplir los contratos, así como medir el impacto probable que la organización llegue a estar expuesta sobre una emisión de deuda frente a garantías expedidas. La agencia calificadoras en todo caso, hace seguimiento a la emisión periódicamente, en beneficio para inversores y emisores en todo el proceso, que garantizó la colocación como fuente de recursos.

**Razones o indicadores utilizados:** La calificación del riesgo de insolvencia de una empresa, implica para las agencias determinar y calcular una serie de razones financieras, en particular las denominadas de cobertura de caja y que transmiten información sobre las condiciones crediticias, tales como:

a) **Cobertura de intereses (CI):** Cociente entre el resultado operativo antes de intereses e impuestos (ROAII) e intereses (I). Expresa el tamaño (Número de veces) del resultado generado por la operación típica (negocio) de la compañía en cumplimiento de su objeto social, con relación al volumen de intereses que debe cancelar, por concepto de servicio de deuda externa contratada con terceros diferentes a los socios.

$$CI = \frac{ROAII}{I}$$

b) **Cobertura de intereses por EBITDA (CI-EBITDA<sup>26</sup>):** Resultado obtenido de dividir el beneficio antes de intereses, impuestos, depreciaciones y amortizaciones, (EBITDA) entre los intereses financieros pagados por el ente económico. Relaciona el resultado operativo antes de aplicar el gasto por depreciación de sus fijos con los intereses pagados por deudas externas.

$$CI - EBITDA = \frac{EBITDA}{I}$$

c) **Relación entre el resultado neto, amortizaciones y deuda (RNAMD):** Se calcula sumando al beneficio neto (después de intereses e impuestos) el valor de la amortización, y este resultado dividirlo entre el valor total de la deuda (a cualquier plazo). Con ello se consigue saber la cantidad de dinero que la empresa genera para poder ir devolviendo el principal de la deuda.

<sup>26</sup> Earning before interest, taxes, depreciations and amortizations.

$$\text{RNAMD} = \frac{\text{RN} + \text{Amortizaciones}}{\text{Total deuda.}}$$

d) **Relación flujo de caja libre y deuda (FCL-D)**: Cociente entre el flujo de caja libre y la deuda total. El flujo de caja libre se calcula restándole al flujo de caja bruto (BAIT después de impuestos más amortizaciones) la inversión bruta (inversión en activo fijo más inversión en circulante). Como el FCL indica el dinero líquido sobrante después de que la empresa ha realizado todos los proyectos de inversión que le permiten mantenerse e incluso crecer, este ratio muestra la cantidad de liquidez que hay disponible cada año para devolver el principal de la deuda.

$$\text{FCL} - \text{D} = \frac{\text{FCL}}{\text{Total deuda}}$$

e) **Rendimiento sobre el capital invertido antes de impuestos (ROICAI)**. Se obtiene dividiendo el resultado antes de intereses e impuestos (RAIT) entre el valor contable medio de los capitales permanentes de la empresa (recursos o fondos propios - FP y ajenos a medio y largo plazo - D).

$$\text{ROICAI} = \frac{\text{RAIT}}{\text{FP} + \text{D}}$$

f) **Relación entre EBITDA e ingresos por ventas (EBITDA-YV)**. Se obtiene dividiendo el EBITDA resultante de los negocios típicos de la empresa entre la cifra de ingresos por ventas.

$$\text{EBITDA} - \text{YV} = \frac{\text{EBITDA}}{\text{Ventas}}$$

g) **Ratio de apalancamiento (Leverage-L)**. Es la relación entre la deuda a largo y medio plazo (D) y los capitales permanentes (FP+D). Señala el grado de importancia que los recursos ajenos tienen en la estructura del capital de la empresa.

$$L = \frac{D}{\text{FP} + D}$$

h) **Relación endeudamiento a total financiación (ETF)**. Similar al anterior pero calculado dividiendo la deuda total (a cualquier plazo) entre el total de la financiación propia y ajena a cualquier plazo.

$$\text{ETF} = \frac{\text{Deuda total}}{\text{FP} + \text{Deuda total.}}$$

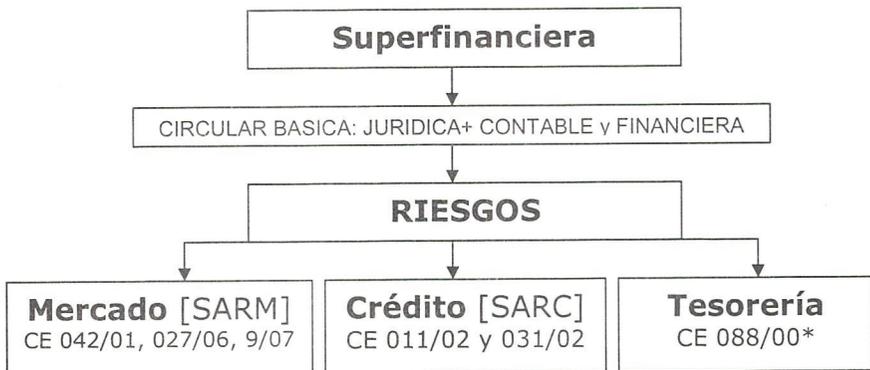
### 6.5. Fundamentos legales de riesgo en la industria financiera colombiana

El marco general de administración de riesgos está fundamentado en políticas, procedimientos para su administración, metodologías de medición y procedimientos de control que desarrolla y adopta cada institución con arreglo a la normatividad que sobre la materia expida el órgano competente, de tal manera que cada riesgo sea susceptible de medir, gestionar y controlar.

De acuerdo a la normatividad expedida por el Superintendencia Financiera, con sus adiciones y modificaciones en la dinámica de la industria, los riesgos a los cuales están expuestas las instituciones financieras de acuerdo a su operación y competencia, están consideradas en el estatuto orgánico (con sus actualizaciones y modificaciones), así como en la circulares básica jurídica 007/96 y contable y financiera 100/95 como componentes reglamentarios de competencia de la Superintendencia. Dentro de este panorama, se pueden identificar tres categorías de riesgos: De mercado, de crédito y de tesorería, como se aprecia en la gráfica N° 6.14.

Aquí, se trata de hacer un esbozo general como guía al lector en este tema y no de agotarlo, de tal manera que es indispensable la lectura de la norma para poder profundizar en esta.

**Gráfica N° 6.14. Organización de los riesgos según la normatividad Colombiana aplicable a la industria financiera.**



\* Reemplaza CE 01/96

Respecto a los riesgos de mercado, la circular 042/01 de la Superintendencia Bancaria define ciertos factores de riesgo, los cuales son clasificados en cuatro categorías generales: tasa de interés (en moneda legal, en moneda extranjera y en operaciones pactadas en UVR), tasa de cambio, valor de la UVR y precio de las acciones.

**Cuadro N° 6. 33. Criterios y procedimientos para medición de riesgos de mercado. Establecimientos de crédito. Operaciones de tesorería y de intermediación financiera. (Modelo estándar).**

TASA	Tipo	Indicador	TASA	
			Fija	Variable
				Con y sin margen
<b>I De interés</b>	Riesgo asociado a movimientos adversos en las tasas de interés del mercado.			
	m/l	D.M. = $\frac{\text{Duración}}{(1+r)}$	$D = \frac{\sum_{j=1}^m \left[ \frac{F_j}{(1+r)^{t_j}} * t_j \right]}{\sum_{j=1}^m \frac{F_j}{(1+r)^{t_j}}}$	$D = \frac{\sum_{j=1}^m \left[ \frac{F_j}{FD^{t_j}} * t_j \right]}{\sum_{j=1}^m \frac{F_j}{FD^{t_j}}}$
	m/e			
UVR				
<b>Grado de exposición:</b> Calcular: a) Sensibilidades, b) Realizar ajustes entre bandas y zonas, c) calcular el riesgo por cada escalera y bandas y d) Sumar c).				
<b>II De cambio</b>	Requerimiento mínimo de capital necesario para cubrir los riesgos asociados a tomar o mantener posiciones denominadas en monedas extranjeras			
	Posición neta (PN) operaciones [spot, forward, derivados y opciones]xTCRM.			
<b>Grado de exposición:</b> El mayor valor entre la suma de las sensibilidades netas positivas y el valor absoluto de la suma de las sensibilidades netas negativas.				
<b>III - UVR</b>	Riesgos asociados a tomar o mantener posiciones denominadas en UVR, tanto en el libro de tesorería como en el bancario.			
	Posición neta (PN) = [Activos - Pasivos] x UVR x Factor sensibilidad.			
<b>Grado de exposición:</b> La exposición al riesgo de cambio en el valor de la UVR resulta de multiplicar la posición neta expresada en moneda legal por el factor.				
<b>IV - Precio acciones</b>	Riesgos asociados a tomar o mantener posiciones en acciones en el libro de tesorería, por movimientos adversos en el mercado.			
	Según nivel de bursatilidad (alta/media-nula/baja) x Ponderación. Dcto 1720/01.			
<b>Grado de exposición:</b> Suma de las posiciones netas ponderadas en cada acción x factor de sensibilidad del riesgo (volatilidad) según mercado.				
<b>V-Portafolio</b> (Carteras colectivas)	Inversiones en fondos comunes de inversión, fondos de valores y fondos de inversión con exposición a riesgos de mercado.			
	Producto entre el factor de riesgo aplicable a dicho fondo y la posición invertida en él.			
<b>Grado de exposición:</b> Si el fondo es vigilado por la SFC, el factor de riesgo de dicho fondo corresponde a la razón entre esta exposición y el valor del portafolio a la respectiva fecha; caso contrario aplica el 14.7%.				
<b>EXPOSICIÓN TOTAL</b>	Exposición total a riesgos de mercado, los resultados de estos cinco módulos se deben agregar aritméticamente.			
El monto obtenido, corresponde a los riesgos de mercado aplicables al cálculo de la relación de solvencia de los establecimientos de crédito de acuerdo a lo estipulado en el Artículo 2 del decreto 1720 de 2001.				

Fuente: Superfinanciera de Colombia. CE 100/95 capítulo XXI, Dcto. 1720/01, CE 042/01 y 003/02.

UVR y m/e: Aplica si [volumen c/u]>3% activos totales.

Periodicidad en la estimación de los RIESGOS: mensual.

Operaciones derivados (según activo subyacente) y repos y de transferencia temporal, son operaciones sujetas a medición de riesgo, pero no se incluyen en el cálculo de riesgo total de mercado. En el último caso, el riesgo sigue en el balance de la entidad que entrega el título al inicio de la operación.

Fj: j-ésimo flujo de fondos del instrumento, j = 1, ..., m.

t<sub>j</sub>: tiempo restante hasta el j-ésimo flujo medido en número de años (número de días/365).

r: Último rendimiento disponible en la fecha de cálculo (tasa efectiva anual).

m: Número de flujos futuros de efectivo asociados al instrumento

FD: Último factor de descuento disponible en la fecha de cálculo.

m: Número de flujos futuros de efectivo asociados al instrumento.

Para medir la exposición a estas categorías generales de riesgo, la circular establece 13 factores particulares de riesgo: DTF, Tasa de Repos, Tasa Interbancaria, Tasa Real, Libor, Tasa Crédito de Consumo, Money Market USD, Tasa de TES, UVR, TRM, EURO, YEN e IGBC (índice de la bolsa de Colombia). El panorama global de cálculo y manejo de riesgos de mercado según modelo de medición estándar se resume en el cuadro N° 6.33.

Referente al riesgo de cartera (SARC) el cuadro N° 6.34. registra una sinopsis de acuerdo a la estructura del balance de un establecimiento de crédito, con el fin de visualizar el alcance de la norma, al identificar y determinar factores mitigantes para cada riesgo en particular.

La influencia ejercida por los lineamientos definidos en Basilea I, en tema de supervisión prudencial a la industria financiera en nuestro país, se evidencia en primer lugar en la aplicación de la relación de solvencia del 9% que deben garantizar los establecimientos de crédito, medido por el cociente entre patrimonio técnico y activos ponderados por nivel de riesgo.

**Cuadro N° 6.34. Panorama general de riesgos del sistema financiero**

		Riesgos	Mitigantes			Riesgos	Mitigantes
ACTIVOS	<b>INVERSIONES</b>	Solvencia del emisor. Tasa interés. Tasa cambio. País.	Diversificación. Coberturas. Prima riesgo (Tasa descuento). Valorar portafolio a precios de mercado. Seguros.	PASIVOS	<b>CAPTACIÓN</b>	Liquidez.  Corrida depósitos.	<b>Atomizar:</b> - Actividad ec. - Tipo cliente. - Geográfico - Grupo ec. Reservas. Fogafín-seguros de depósito. Crédito BanRep.
	<b>CREDITOS</b>	Calidad/contraparte: [A,B,C,D,E]	Garantías admisibles Provisiones: - Por tipo/calidad. - General. Capacidad generar flujos futuros caja. Cupo Individual de crédito.  <b>SARC*</b>			<b>PATRIMONIO</b>	Emisión Deuda [Bonos]  Solvencia.

**CONTINGENCIAS**

<b>Riesgos</b>	Contraparte (incumplimiento de pago).
<b>Mitigantes</b>	SARC. Garantía (admisible/real/pignorar). Cupo individual de crédito.

Fuente: CE: 100/95, 011, 031/02, 035/06. Superfinanciera de Colombia.

\* Sistema de administración de riesgo de cartera. BASILEA II.

\*\* Patrimonio técnico/Activos ponderados por nivel de riesgo.

Así mismo, por la medición de los riesgos de mercado a que están expuestos los portafolios de inversión y de crédito, la provisión general del 1% de la cartera bruta, el requerimientos de capital por riesgo crediticio en productos derivados, la adopción de criterios de administración de riesgos en gestión de tesorería y la valoración de inversiones a precios de mercado normatizados por la Superintendencia financiera.

De acuerdo a la información estadística de la Superintendencia Financiera, el 60% del total de activos del sistema bancario Colombiano a diciembre de 2006, está representado por cartera de créditos (cuenta PUC 14) y el 25.2% corresponde a inversiones (PUC 13). En depósitos y exigibilidades (mezcla convencional de captación de recursos del mercado) el 70.8% está representado por estas fuentes, calculado sobre el total del pasivo más patrimonio. De hecho, el sólo pasivo participa con el 88.8% y la relación directa cartera depósitos totales sin descontar encajes, indica que por cada peso captado del público, en cartera se han colocado 85 centavos.

De la anterior relación, se destaca la importancia en la administración del riesgo que asume los banqueros derivado de la cartera de créditos, puesto que un deterioro de cartera implica deterioro de sus activos (provisiones, bienes recibidos en dación de pago-activo no productivo) y en consecuencia, la fuente directa de repago de los pasivos con el público. Por lo tanto, política crediticia y sistema de administración, gestión y recaudo de cartera son elementos que deben estar orientados a prevenir y mitigar riesgos de cesación de pagos.

La circular 088/00 establece los requisitos mínimos que los establecimientos de crédito deben cumplir para administrar riesgos y realizar operaciones de tesorería. Con miras a garantizar y desarrollar una cultura de riesgos y de "Gobierno Corporativo", la Superintendencia Financiera sigue los lineamientos de Basilea II, en particular la responsabilidad directa de la junta directiva y alta gerencia en la identificación, medición y evaluación permanente del perfil de los riesgos. En consecuencia, valora el capital de riesgo, se definen estrategias para garantizar su nivel, así como se evalúa y emiten opiniones sobre dichas estrategias y procedimientos de administración del riesgo por parte de los supervisores, velando por el cumplimiento de la norma<sup>27</sup>.

**Basilea II Supervisión prudencial:** Tres factores determinantes (gráfica N° 6.15) se conjugan en la determinación de una de las funciones que debe cumplir la Superintendencia Financiera en materia de supervisión prudencial

---

<sup>27</sup> CORREA, Patricia. "Nuevo enfoque de la supervisión y regulación de riesgos de mercado" palabras de la superintendente bancaria, ante el congreso nacional de tesorería Cartagena de indias, septiembre 28 de 2001.

acogida en el seno del acuerdo de Basilea II. Esta son: Capital adecuado, supervisión por riesgos y disciplina de mercado.

**Capital adecuado:** Medido por la relación de solvencia, que se ajusta a los requerimientos definidos por el ente de control. Al descomponer este indicador, se encuentra que el denominador, está sujeto a los modelos internos que determina el valor de las provisiones, acordes a la definición del SARC y a la ponderación de riesgos por deudas contraídas por los gobiernos de diferentes órdenes que van a incidir directamente en la relación de solvencia vía aumentos de capital requerido.

**Gráfica N° 6.15. Modelo de supervisión prudencial adoptado en Colombia. Principios Basilea II.**



**Supervisión por riesgos. CE 042/01:** Se parte del principio de obligatoriedad de medir y reportar riesgos de mercado relacionados con tasas de interés y de cambio, condición que debe necesariamente estar acompañada de una supervisión que aporte un perfil por competencias para entender y evaluar los modelos de evaluación de estos riesgos. Dentro de estas metodologías, se cuenta con el Modelo estándar VaR o modelos internos propuestos por las entidades financieras, que cumplan con requisitos de confiabilidad requerida. El VaR se incorpora en la relación de solvencia de los establecimientos de crédito de acuerdo al decreto 1720 de 2001.

Los modelos empleados para determinar provisiones del riesgo crediticio contemplados en el SARC, buscan cuantificar el nivel de riesgo crediticio adecuado, que cubra las pérdidas esperadas con provisiones. Las pérdidas están en función directa de la probabilidad de incumplimiento según comportamiento esperado al momento de honrar el crédito por parte de cada deudor, de tal manera que la identificación e inferencia estadística producto de información insesgada, garantiza la constitución oportuna de coberturas (provisiones) y prevención de riesgos de contraparte y determina la relación riesgo-tasa según perfiles de usuarios.

**Disciplina de mercado:** Su objetivo se centra en revelar y divulgar a toda la sociedad usuaria, a través de diferentes medios impresos y electrónicos de información clara, fidedigna, oportuna y de alta calidad de lo que sucede en el mercado, con el fin de evitar asimetrías de información. Por su parte, es condición necesaria implementar y aplicar Códigos de Gobierno Corporativo Bancario, fortaleciendo la relación de supervisión prudencial y autoreglación<sup>28</sup>.

## **6.6. Sistema de administración del riesgo de lavado de activos y de la financiación del terrorismo. Del SIPLA al SARLAFT.**

EL lavado de activos y financiación del terrorismo (LA/FT) son dos actividades riesgosas a las cuales no es ajeno el sistema financiero, dado que es un canal atractivo para el crimen organizado en operaciones para el blanqueo de sus recursos y vía de financiación de actividades al margen de la ley, con efecto lesivo a la economía formal. Dado que es un flagelo a nivel mundial, los esfuerzos son conjuntos por parte de todos los gobiernos e instituciones gremiales, en busca de impedir que estos recursos puedan pernear la institucionalidad de la sociedad y de su entorno legalmente establecido.

Dos hechos básicos dan pie para avanzar más en el tema en un contexto global. De un lado, la convención de Viena y de otro la declaración de principios contra el lavado de activos, protocolizadas en el año de 1.988. Por su parte Colombia, tipifica los delitos en su código Penal y demás normas concordantes, con respaldo constitucional y lo define claramente en el Estatuto Orgánico del sistema Financiero Colombiano (D-L 663/93) y circular externa básica jurídica (007/96) al compartir y adoptar las directrices internacionales. En principio actúo como observador del Grupo de acción financiera Internacional (GAFI) y luego forma parte integral, junto al GAFISUD.

La primera normatividad específica Nacional, se orientó al lavado de activos (Sistema integral de prevención del lavado de activos SIPLA) y a partir de la expedición de la Ley 1121 de diciembre de 2.006, amplía su competencia para evitar en conjunto, el manejo de recursos destinados al financiamiento del terrorismo (FT) y materialización de hechos, cualquiera sea su expresión. Ver cuadro N° 6.35.

La reforma al EOSF en lo concerniente al tema tratado, se expone a través de la Ley 1121/06 y el articulado directamente relacionado con la competencia del

---

<sup>28</sup> PINZÓN SÁNCHEZ, Jorge. "Hacia Basilea II: El Caso Colombiano" Superintendente Bancario de Colombia. "El Nuevo Acuerdo de Capital de Basilea: Retos y oportunidades para las Américas". ASBA. México D.F, Julio de 2004

sistema financiero, enfatiza en los siguientes (Tomado textualmente de la Ley):

“Artículo 1º. Modificase el numeral 1 y el literal d) del numeral 2 del artículo 102 del Decreto 663 de 1993, los cuales quedarán así: Artículo 102. Régimen general. 1. Obligación y control a actividades delictivas. Las instituciones sometidas al control y vigilancia de la Superintendencia Financiera o quien haga sus veces, estarán obligadas a adoptar medidas de control apropiadas y suficientes, orientadas a evitar que en la realización de sus operaciones puedan ser utilizadas como instrumento para el ocultamiento, manejo, inversión o aprovechamiento en cualquier forma de dinero u otros bienes provenientes de actividades delictivas o destinados a su financiación, o para dar apariencia de legalidad a las actividades delictivas o a las transacciones y fondos vinculados con las mismas.

**Cuadro Nº 6.35. Sinopsis y esquema global del SARLAFT según ámbito local e internacional**

<b>Contexto Nacional</b> [Sistema Financiero Colombiano]			<b>Contexto Internacional</b> Viena: Convención 1.988 Basilea <sup>1</sup> : Declaración de Principios contra el Lavado de Activos 1988.	
Normativa	Institucional	Gremial	Gremio	Grupo especializado
<p>1 <b>CONSTITUCIÓN</b> ↓ 2 Código Penal + EOSF (D-L 663/93)<sup>2</sup> + Ley 526/99 + Ley 795/03 + Ley 964/05 ... + <b>Ley 1121/06</b> ↓ 3 CBJ 07/96 + + CE 03/05 (SB) + CE 10/05 (SV) ... + <b>CE 022/07 (SF)</b> ↓ 4 Circulares reglamentarias. ...</p>	<p>Presidencia de la República. Fiscalía y demás organismos de seguridad. Unidad de información y Análisis Financiero (UIAF) adscrita a Minhacienda. Minjusticia y del Derecho. Superfinanciera. Sistema Financiero ...</p>	<p>↑ <b>ASOBANCARIA.</b> : ↓</p>	<p>↑ <b>FELABAN</b> <sub>3</sub> ... ↓</p>	<p><b>GAFI</b> (Grupo de acción financiera internacional)  <b>GAFISUD</b> (Grupo de acción financiera de SUDAMÉRICA contra el lavado de activos) ...</p>
I	II	III	IV	V

1) Comité para la Reglamentación Bancaria y las Prácticas de Supervisión, en Basilea, Suiza, el 12 de diciembre de 1988.

2) Artículos 102 a 107, 209 y 211.

3) Marzo de 1996, suscribió una Declaración sobre la Prevención del Uso Indebido del Sistema Financiero en el Lavado de Activos.

SB, SV y SF corresponde a las siglas de la superintendencias bancaria, de valores y la actual financiera.

## 2. Mecanismos de control. (...)

d) Reportar de forma inmediata y suficiente a la Unidad de Información y Análisis Financiero cualquier información relevante sobre manejo de activos o pasivos u otros recursos, cuya cuantía o características no guarden relación con la actividad económica de sus clientes, o sobre transacciones de sus usuarios que por su número, por las cantidades transadas o por las características particulares de las mismas, puedan conducir razonablemente a sospechar que los mismos están usando a la entidad para transferir, manejar, aprovechar o invertir dineros o recursos provenientes de actividades delictivas o destinados a su financiación.

Artículo 2°. Modificase el artículo 105 del Decreto 663 de 1993, modificado por el artículo 11 de la Ley 526 de 1999, el cual quedará así:

Artículo 105. Reserva sobre la información reportada. Sin perjuicio de la obligación de reportar de forma inmediata y suficiente a la Unidad de Información y Análisis Financiero la información a que se refiere la letra d) del numeral 2 del artículo 102, las instituciones financieras solo estarán obligadas a suministrar información obtenida en desarrollo de los mecanismos previstos en los artículos anteriores cuando así lo solicite la Unidad de Información y Análisis Financiero o la Fiscalía General de la Nación.

Las autoridades, las entidades, sus administradores y sus funcionarios que tengan conocimiento por cualquier motivo de las informaciones y documentos a que se refieren los artículos anteriores deberán mantener reserva sobre los mismos.

Las autoridades, las entidades, sus administradores y sus funcionarios no podrán dar a conocer a las personas que hayan efectuado o intenten efectuar operaciones sospechosas, que se ha comunicado a la Unidad de Información y Análisis Financiero información sobre las mismas, y deberán guardar reserva sobre dicha información.

Artículo 9°. Modificase el artículo 23 de la Ley 365 de 1997, el cual quedará así: Artículo 23. Entidades cooperativas que realizan actividades de ahorro y crédito. Además de las entidades Cooperativas de grado superior que se encuentren bajo la vigilancia de la Superintendencia Financiera o quien haga sus veces, también estarán sujetas a lo establecido en los artículos 102 a 107 del Estatuto Orgánico del Sistema Financiero, todas las entidades cooperativas que realicen actividades de ahorro y crédito. Para las cooperativas de ahorro y crédito y las cooperativas multiactivas e integrales con sección de ahorro y crédito vigiladas por la Superintendencia de la Economía Solidaria, este ente de supervisión, reglamentará lo dispuesto en los citados artículos del Estatuto Financiero y podrá modificar las cuantías a partir de las cuales deberá dejarse constancia de la información relativa a transacciones en efectivo.

Las cooperativas de ahorro y crédito y las cooperativas multiactivas e integrales con sección de ahorro y crédito, deberán informar a la UIAF la totalidad de las transacciones en efectivo de que trata el artículo 103 del Estatuto Orgánico del Sistema Financiero, conforme a las instrucciones que para el efecto imparta la Superintendencia de la Economía Solidaria.

Artículo 10. Responsabilidad de entidades o personas obligadas a cumplir con las normas y principios contenidos en los artículos 102 a 107 del Estatuto Orgánico del Sistema Financiero. El régimen previsto para las instituciones sometidas al control y vigilancia de la Superintendencia Financiera, o de la entidad que haga sus veces, a que se refieren los artículos 209, 210 y 211 numeral 3 del Estatuto Orgánico del Sistema Financiero, salvo norma especial, se aplicará a las entidades o personas obligadas a cumplir con las normas y principios contenidos en los artículos 102 a 107 del Estatuto Orgánico del Sistema Financiero.

La aplicación del procedimiento e imposición de las sanciones será realizada por la respectiva autoridad que ejerza las funciones de inspección, control o vigilancia, para lo cual dará cumplimiento a las normas administrativas de carácter especial que le sean aplicables o en su defecto dará aplicación al procedimiento contemplado en el Código Contencioso Administrativo.

Artículo 12. Modificase el literal e) y adicionase un literal f) al numeral 2 del artículo 102 del Decreto 663 de 1993, los cuales quedarán así:

Artículo 102. Régimen general. (...)

- e) Estar en consonancia con los estándares internacionales en la materia;
- f) Los demás que señale el Gobierno Nacional.

Artículo 17. Modificase el inciso 1° del artículo 323 de la Ley 599 de 2000, modificado por el artículo 8° de la Ley 747 de 2002, el cual quedará así:

Artículo 323. Lavado de activos. El que adquiera, resguarde, invierta, transporte, transforme, custodie o administre bienes que tengan su origen mediato o inmediato en actividades de tráfico de migrantes, trata de personas, extorsión, enriquecimiento ilícito, secuestro extorsivo, rebelión, tráfico de armas, financiación del terrorismo y administración de recursos relacionados con actividades terroristas, tráfico de drogas tóxicas, estupefacientes o sustancias sicotrópicas, delitos contra el sistema financiero, delitos contra la administración pública, o vinculados con el producto de delitos ejecutados bajo concierto para delinquir, o les dé a los bienes provenientes de dichas actividades apariencia de legalidad o los legalice, oculte o encubra la verdadera naturaleza, origen, ubicación, destino, movimiento o derecho sobre tales bienes o realice cualquier otro acto para ocultar o encubrir su origen ilícito, incurrirá por esa sola conducta, en prisión de ocho (8) a veintidós (22) años y multa de seiscientos cincuenta (650) a cincuenta mil (50.000) salarios mínimos legales vigentes.”...

## **Participación de Asobancaria<sup>29</sup>:**

Acuerdo sobre el papel del sistema financiero en la detección, prevención y represión del movimiento ilícito de capitales.

- ◆ Adopción de una política de conocimiento del cliente, para la selección de la clientela y conocimiento de sus actividades económicas.
- ◆ Conocimiento del cliente y de sus operaciones con la entidad financiera.
- ◆ Registro y documentación de las transacciones en efectivo.
- ◆ colaboración con las autoridades mediante el suministro de información para fines investigativos y probatorios.

la Junta Directiva de la Asociación, expidió el Código Uniforme de Conducta de los Miembros de la Asociación Bancaria y de Entidades Financieras de Colombia.

**Creación del comité de administración del riesgo:** Su constante actividad ha sido significativa en la realización de las políticas de la Asociación para enfrentar el lavado de activos, especialmente las siguientes:

- ◆ Formulación del Acuerdo Interbancario sobre Conocimiento del Cliente.
- ◆ Definición del Acuerdo Interbancario de Capacitación sobre el Lavado de Activos.
- ◆ Estructuración de la agenda de trabajo con organismos y autoridades nacionales y de otros países, especialmente para las visitas del Presidente, miembros de la Junta Directiva de la Asociación y del Comité de Administración el Riesgo, a los Estados Unidos de América a partir de 1996.
- ◆ Organización de los congresos sobre administración de riesgo y prevención y control del lavado de activos celebrados entre 1994 y 1999.

Convenio de cooperación conjunta entre la Fiscalía General de la Nación y la Asobancaria.

La comisión de coordinación interinstitucional para el control del lavado de activos fue creada mediante Decreto 950 de 1995 para coordinar los esfuerzos de las entidades del Estado en la lucha contra el lavado de activos, e incluyó a la Asobancaria, junto con otros entes gremiales y del sector privado en el Cuerpo Consultivo de la Comisión. Posteriormente, mediante Decreto 754/96, ésta fue ampliada para ocuparse también del control de las finanzas de la subversión.

---

<sup>29</sup> ASOBANCARIA. "Acciones del sector Financiero Colombiano contra el lavado de activos 1992-2001" Bogotá, nov 2.001. documento completo en 12 páginas.

## **Interacción con la federación latinoamericana de bancos, Felaban:**

Declaración de principios y acciones del sector Financiero frente al lavado de activos- 1996.

Acuerdo interbancario de conocimiento del cliente.  
Apoyo a la creación de la unidad de información y análisis financiero (UIAF) adscrita al ministerio de Hacienda y crédito público.

**Reglamentación Ley 1121/06:** La Superintendencia Financiera, expide la circular externa (CE) N° 022 de abril 9 de 2.007, por medio de la cual reglamenta la Ley 1121/06, define metodologías, criterios y parámetros mínimos como base del proceso para poner en funcionamiento el sistema, a través de todos los vigilados en su competencia, arrancando con el diseño, implementación y funcionamiento del SARLAFT.

En términos generales contempla dos fases, la primera relacionada con la prevención del riesgo de que ingresen recursos provenientes de actividades relacionadas con el LV/FT. Una segunda, de control para detectar las operaciones con fines de dar apariencia de legalidad a recursos ilícitos.

Es importante resaltar dos grandes campos de acción en la gestión del sistema: a) Los mecanismos para administrar los riesgos están asociados a operaciones de crédito, de seguros y de mercado o de liquidez y b) Proceso de reconocimiento de vulnerabilidad al riesgo, como parte integral de la cultura organizacional.

Para tal efecto es necesario eliminar la concepción de los funcionarios, en dos sentidos: El primero se refiere a la idea de no estar expuesto al riesgo de LA/FT, por el hecho de no manejar dinero en efectivo directamente y en segunda instancia sin que sea menos importante, del manejo de los clientes que son o comparten negocios con otras entidades vigiladas por la Superfinanciera, y ante esta circunstancia no hacen gestión frente a ellos en relación con el conocimiento del cliente.<sup>30</sup>

## **Participación de Felabán:**

Felabán suscribe en el año 96, la Declaración sobre la Prevención del Uso Indebido del Sistema Financiero en el Lavado de Activos provenientes del narcotráfico y de otras actividades ilícitas, que busca promover a nivel latinoamericano, el apoyo y colaboración entre sistemas financieros y organismos internacionales afines al objeto.

---

<sup>30</sup> SUPERFINANCIERA. "Apuntes sobre SARLAFT". Boletín informativo trimestral. Ed 001. abril 2007, documento en 9 páginas.

Los aspectos fundamentales son:

- "Colaborar con los miembros activos de FELABAN y las autoridades gubernamentales en la formulación de adopción de normas de prevención.
- Promover el intercambio de información general, métodos y otros aspectos técnicos de la prevención que puedan ser de utilidad para las asociaciones y organismos miembros.
- Propone a sus miembros activos, que sugieran a sus bancos afiliados, la adopción de políticas de prevención que incluyan por lo menos los siguientes aspectos:
  - El compromiso ético y profesional de prevenir el lavado de activos provenientes del narcotráfico y de otras actividades ilícitas.
  - La disposición de prestar a las autoridades de control y supervisión la colaboración a su alcance, para la prevención e investigación de este delito, de acuerdo con la legislación vigente en cada país.
  - La determinación de programas en el ámbito interno de cada banco, que cubra por lo menos los siguientes aspectos de la prevención:
    1. Aspectos legales del delito.
    2. Responsabilidades profesionales y legales de los empleados y dignatarios del banco.
    3. Conocimiento de los clientes.
    4. Identificación de actividades sospechosas.
    5. Establecimiento de programas específicos de prevención.
    6. Capacitación y sensibilización del personal.
    7. Orientación a los clientes.
    8. Establecimiento de sistemas de auditoría.
    9. Colaboración con las autoridades.
    10. Conocimiento de sus empleados
- El establecimiento de códigos de conducta, que deben incluir las normas de prevención, el conocimiento de las violaciones y la aplicación de sanciones.
- El asesoramiento a sus afiliados en el marco general de aplicación de estas medidas"<sup>31</sup>.

El Comité Latinoamericano para la Prevención y Control del Lavado de Activos elaboró un documento, que sienta las bases para el desarrollo de estos principios a partir de tres grandes iniciativas.

---

<sup>31</sup> FELABAN. "Plan de Trabajo" Comité latinoamericano para la prevención y control el lavado de activos" Cartagena de Indias, Colombia. 2.001 Documento en 8 páginas.

1. Desarrollo de una comunidad virtual que permita el intercambio de información entre las entidades financieras conducente a fortalecer los esquemas de prevención del lavado de activos.
2. Análisis de las 40 recomendaciones del GAFI dentro del ámbito latinoamericano y la elaboración de propuestas para una adecuación a las características propias de esta región.
3. Participación del sector financiero latinoamericano en el Grupo de Acción Financiero Sudamericano contra el Lavado de Activos.

## Bibliografía consultada

- ABREU, Beristain Martín.** *Teoría de la cartera aplicando CAPM.* España, 1998
- BANCO DE LA REPÚBLICA.** Archivos Excel. Series estadísticas varios años.  
[www.banrep.gov.co](http://www.banrep.gov.co)
- BODIE, Zvi y MERTON, Robert** *Finanzas.* Prentice Hall. México 1999.
- CARDOZO, Pamela.** "valor en riesgo de los activos financieros colombianos aplicando la teoría de valor extremo" Uniandes. Julio de 2004.
- CÁRDENAS, Jorge Hernán. & GUTIERREZ, María Lorena.** (coordinadores) *Gerencia Financiera. Experiencias y oportunidades de la banca de inversión.* Ediciones Uniandinas. Tercer Mundo. Bogotá, 2001.
- CRUZ, J. Sergio, VILLAREAL, Julio y ROSILLO, Jorge.** "Finanzas Corporativas" Teoría y práctica. Ed. Thomson Bogotá, sin fecha.
- FABOZZI, Frank J. & MODIGLIANI, Franco.** *Mercados e Instituciones Financieras.* 2a Ed. Michael G. Ferri. M.G.H. 1995.
- FERNANDEZ, Pablo.** *Valoración de empresas. Gestión 2000.* Barcelona España. 2001.
- JARA, Diego, Et Al.** "Análisis de eficiencia de los portafolio pensionales obligatorios en Colombia" Revista *ESPE*, No. 49 Diciembre 2005
- NICHOLSON, Walter.** *Teoría microeconómica.* Mc GrawHill. 6ª Ed. España. 1997.
- MÁRQUEZ DIEZ-CANEDO, Javier.** *Carteras de inversión. Fundamentos teóricos y modelos de selección óptima.* Ed. Limusa. México 1981.
- MARTINEZ NEIRA, Néstor Humberto.** *Sistemas Financieros. Derecho Financiero Comparado.* Biblioteca – FELABAN, 1994.
- MASCAREÑAS, Juan.** "La gestión pasiva de las carteras de renta fija" Universidad Complutense de Madrid. Versión nov. 2.006.
- \_\_\_\_\_. "La medida del riesgo de los bonos" U. Complutense de Madrid. 2006
- PORTILLO, Tarragona, Mª Pilar.** "Gestión de Carteras y Riesgo de tipos de interés", 2.003. [en línea] *5campus.com, Dirección Financiera*  
<http://www.5campus.com/leccion/gescarti>. (mayo/07).
- Superintendencia Financiera de Colombia.** Res. 200, 500/95. Circular externa 011, 033 y 041/02, CE 042/01, EOSF- Ley 725/03, Circular básica contable y financiera 100/95 y jurídica 007/96 con sus actualizaciones.
- \_\_\_\_\_. Revista de la Superintendencia. Varios números.
- VAN HORNE, James.** *Administración Financiera.* Prentice Hall, 2ª Ed. México, 1993.
- WESTON, Fred y BRIGHAM, Eugene.** *Fundamentos de Administración Financiera.* 7ª Ed. Interamericana México 1.988

## SEGUNDA PARTE

### Capítulo 7. Negociación de valores de renta fija a tasas fijas o flotantes

#### 7.1. Mercado secundario

El mercado secundario, se define como un medio integrado por un conjunto estructurado de inversionistas institucionales y agentes especializados tales como fondos de pensiones y cesantías, compañías de seguros, fondos de inversión, fondos comunes ordinarios, fondos de valores, tesorerías, bolsa de valores, intermediarios, corredores de valores. Tienen capacidad económica de intervenir en la compra/venta de valores con el fin de dar liquidez y movilidad a las actividades del mercado de valores. En este mercado, se transan y descuentan títulos de renta fija y/o variable, a través de sus tesorerías y mesas de dinero, y de esta forma permiten la transferencia de la propiedad de títulos originados en el mercado primario. Estos creadores de mercado, pueden tomar posición propia cuando adquieren valores en el mercado a cargo de su patrimonio o fondeo propio, pueden actuar por mandato de un tercero, o por administración de un patrimonio autónomo.

Dada la amplia gama de mercados en operaciones de negociación de valores e intermediación financiera, en el cuadro N° 7.1 se presenta una clasificación general por mercado, según el tipo de obligación que genera para las partes, el acceder a los instrumentos que en ellos se transan.

**Cuadro N° 7.1. Clasificación general de los mercados financieros por tipo de mercado según finalidad e instrumento**

<b>Mercado.</b>	<b>Objetivo.</b>	<b>Instrumentos.</b>
Deuda Acciones (1)	Fuente recursos. Pago flujos futuros	Créditos, bonos. (Pago fijo) Acciones, participaciones. (variable)
Dinero Capitales	Movilidad vencimiento (Corto y largo plazo)	CDT, Aceptaciones Bancarias (AB). Acciones, BOCEAS, Bonos...
Primario <b>Secundario</b>	Madurez (Liquidez)	Emisión primaria: bonos, TES, TP's... CDT, Bonos, AB...
Spot – efectivo Derivado	Tiempo de entrega Coberturas.	CDT. / TES Contratos de opciones, futuros, forward, swap ...
Subastas OTC (2) Intermediado	Oferta (estructura)	Lombarda, holandesa. CDT. Underwriting (firme/mejor esfuerzo)
Doméstico Externo	Alcance (cobertura geográfica- global)	Transacción todo tipo de instrumento. ADR, GDR.(3)

- (1): Los bonos convertibles en acciones BOCEAS, son instrumentos combinados de estas dos fuentes.  
 (2): Sigla en inglés (over the counter): Mercado mostrador/extrabursatil o directo entre inversionistas.  
 (3): American/Global depository receipts.

Como se aprecia en el cuadro anterior, no son mercados excluyentes por instrumento; son mercados donde cada instrumento financiero según objetivo, momento y características intrínsecas; pueden hacer un recorrido en distintas opciones; por esta razón, un mismo título se encuentra registrado en forma simultánea en varios tipos de mercados. En el caso particular del mercado secundario, su clasificación obedece al criterio de madurez que proporciona liquidez a la obligación contractual.

Es importante destacar el desarrollo y crecimiento que ha registrado en los últimos lustros el mercado público de valores en dos frentes: de un lado, la creciente participación relativa que ha ganado el mercado de deuda pública (TES), y de otro la dinámica de la industria de fondos de inversión. Esta situación ha ejercido gran influencia en los portafolios y a la vez los ha hecho más vulnerables, por cambios en los precios del mercado, dado que inciden en el grado de liquidez que demanda la economía en un determinado momento. La volatilidad de tasas, ha generado que el valor de fondos como el de pensiones y cesantías, registren fuerte caída como ocurrió en julio del 2006 y primer trimestre del 2007, que implicó pérdidas cuantiosas a ahorradores e inversionistas.

## 7.2 Valor y su clasificación

**Valor o título:** "Son documentos necesarios para legitimar el ejercicio del derecho literal y autónomo que en ellos se incorpora. Pueden ser de contenido crediticio, corporativos o de participación y de tradición o representativos de mercancías". (Art. 619 y ss. Libro Tercero, Título III. De los títulos-valores, capítulo I. Código de Comercio). La Ley 964/05 del mercado de valores, define tres criterios para calificar un valor: Derecho negociable, parte de una emisión y captación de recursos del público.

**Clasificación:** Una primera división, por negociación según ámbito de operación en los mercados monetario y/o de capitales y en función de la forma de rentabilidad, los títulos se pueden agrupar en tres categorías:

- a) Renta fija a tasa fija o tasa variable. (Bonos, CDT, TAC...)
- b) Descuento. (Aceptaciones Bancarias, CERT, TAN...).
- c) Renta variable. (Mercado de capitales – Acciones...).

De acuerdo a la definición legal, los títulos a) y b) son de deuda y los c) de capital.

### 7.2.1. Renta fija a tasa fija o variable

Los títulos bajo la categoría, se pueden suscribir bajo dos modalidades de liquidación de los intereses: a tasa fija, establecida al momento de la transacción y que garantiza una suma cierta al vencimiento de la obligación,

o de los pagos periódicos que de este se desprendan. Ejemplo, 6% e.a., 4,5% anual TV, etc. La segunda modalidad, corresponde a los títulos con precio definido a tasa flotante, sujetos las condiciones y fluctuaciones del mercado. La denominación más común, está en función de la tasa DTF con  $\pm$  unos puntos de diferencia.

**BONOS:** Títulos de contenido crediticio que representan a su acreedor, una alícuota de un crédito colectivo constituido a cargo de su emisor, bien sea este una entidad privada o pública (art.752 cc). El cuadro N° 7.2., registra su clasificación por tipo y categoría.

**Cuadro N° 7.2. Clasificación de los Bonos**

Tipo	Categoría		Comentarios
PÚBLICOS (cupón cero)	Deuda	Interna Externa	A cargo de la Nación, departamento, distrito, etc. según originador.
	Finan- ciamiento	Especial Presupuestal	Según destino o uso que se de a los recursos.
PRIVADOS	GARANTÍA	General	Emitidos por Corporaciones Financieras, garantizados por el conjunto de créditos otorgados a favor de la respectiva Corporación.
		Específica	Emitidos por Corporaciones Financieras y están garantizados por prenda de títulos individuales o grupos de valores de propiedad de la Corporación, con garantía de hipoteca o prenda.
	Ordinarios		Emitidos por sociedades vigiladas por la Superintendencia, generalmente son empresas comerciales o industriales
	BOCEAS: Bonos obligatoriamente convertibles en acciones.		Cumplido el plazo de maduración se entrega al tenedor acciones. No es redimible en dinero.
	<b>De Prenda</b> [art. 757 cc] Son descontables por terceros que los aceptan como garantía de crédito al tenedor del certificado.		Expedido por AGD*. Incorpora un crédito prendario sobre las mercancías amparadas por certificados de depósito y confiere por si mismo los derechos y privilegios de la prenda
	Certificado de depósito $\diamond$ [respaldo real de obligaciones]		Incorporan los derechos del depositante sobre las mercaderías depositadas y están destinados a servir como instrumento de enajenación, transfiriendo a su adquiriente los mencionados derechos.

\*Almacenes Generales de Depósito.

$\diamond$  Sobre la base de un certificado los AGD, pueden expedir bonos de prenda. El tenedor del certificado no puede disponer de la mercancía hasta cancelar la deuda garantizada por los bonos de prenda.

**CDT- Certificado de depósito a término:** Título nominativo, por medio del cual la institución financiera recibe un determinado capital, comprometiéndose a cancelar los rendimientos financieros, liquidados según tasa y plazo previamente acordados de acuerdo a las condiciones del mercado; al final del período, se restituye el capital. Este instrumento clásico de captación ofrece flexibilidad en plazos, de manera tal que su constitución en días puede ser mayor a 30 días de acuerdo a las políticas que sobre el tema defina cada intermediario.

**CDAT – Certificado de ahorro a término:** Instrumento de captación de recursos de las secciones de ahorro de los establecimientos de crédito, en plazos generalmente de corta duración menor a 30 días, pero puede ser mayor. Busca atender excesos de liquidez del ahorrador en el corto plazo. La tasa de interés suele ser inferior comparativamente a los CDT's.

**PAPELES COMERCIALES:** Valores de contenido crediticio (pagarés), emitidos por empresas comerciales, industriales y de servicios, cuyo objeto es la financiación de capital de trabajo.

**TAC - Títulos de ahorro Cafetero:** Instrumento concebido para fortalecer la capitalización y el ahorro de los productores de café, así como para ejercer control del crecimiento de la masa monetaria que pueda llegar a generar por aumentos de precios y/o volúmenes de exportación del grano. El plazo lo define el emisor (Federación Nacional de Cafeteros por cuenta del Fondo Nacional del café) y el tenedor los puede conservar hasta su vencimiento, con rendimientos financieros. Opera como instrumento de pago de obligaciones cafeteras, como garantía crediticia o es descontable en el mercado secundario para obtener liquidez.

### 7.2.2. Descuento o cupón cero.

**Aceptaciones Bancarias o Financieras (AB):** Operación comercial mediante la cual el banco aceptante, garantiza a un beneficiario-vendedor, el pago del 100% de una letra de cambio por ciertas mercancías adquiridas por el comprador, en un término pactado según el garante (máximo de seis meses para bancos y CFC y no inferior a un año para CF) y originada en transacciones de importación, exportación o compras en el interior del país.

La finalidad de las AB consiste, en canalizar fondos no bancarios para la financiación de operaciones comerciales en compra de inventarios, solventando el capital de trabajo<sup>1</sup>. Para las instituciones financieras se registran como contingencia cuando están dentro del plazo, vencido este y no cubierta por el comprador, se configura en un activo crédito.

<sup>1</sup> BANCOMERCIO, *Aceptaciones bancarias*. Ediciones bancarias y financieras. Bogotá, 1999. Pág. 7 y 19.

**CERT - Certificados de reembolso tributario:** Instrumento de incentivo a exportaciones menores emitidos por el Gobierno y administrados por el Banco de la República; son a la vista con caducidad de dos años. Su "liquidez" es inmediata para el portador, al momento de realizar el pago de impuestos (renta y complementarios, ventas, arancelarios, entre otros) por el valor nominal.

**TAN - Títulos de ahorro Nacional:** Creados para atender gastos de inversión en el presupuesto nacional y dar liquidez a la tesorería general de la Nación. Es una opción para no acudir a la emisión monetaria o al endeudamiento externo. Según tipo de suscriptor se dividen en clase A, B o C, donde los primeros pueden ser adquiridos por el público en general persona natural o jurídica, los tipo B, constituyen ahorro forzoso de organismos y entidades públicas del orden nacional y los tipo C, también de carácter forzoso destinado a organismos y entidades que previamente determine el gobierno nacional.

**TIDIS - Títulos de devolución de impuestos:** Valores de deuda pública interna, que tiene por finalidad efectuar devoluciones de saldos a favor de los contribuyentes por parte de la Dirección de impuestos y aduanas nacionales. El tenedor puede pagar sus impuestos en un lapso inferior a un año que es su caducidad respecto a la fecha de expedición y no devenga interés.

**TAE - Títulos de ahorro educativo.** Son valores nominativos de contenido crediticio, que incorpora el derecho a futuro a su tenedor, que el ICETEX cancele en la fecha de su vencimiento en alícuotas pactadas en el título, el valor respectivo equivalente al monto ahorrado durante su vigencia, del costo o parte de él, de matrícula, textos y demás gastos académicos, según lo pactado y liquidadas en UMAC (unidades de matrícula constante). Las clases de títulos dependen de su plazo, A, B y C para 10, 6 o 4 cuotas semestrales sucesivas.

**Títulos de Participación o Corporativos:** Representativos de deuda pública, para intervenir en el mercado abierto, utilizados como instrumento de control monetario y por lo tanto regular los medios de pago. Clases A (coloca en establecimientos de crédito con tasa de interés) y B (público en general -al descuento-).

**TES - Títulos de tesorería/Tesoros:** Títulos de deuda emitidos por la Tesorería General de la Nación, cuyos recursos obtenidos por la emisión, se destinan a atender los flujos normales de pago presupuestados en el programa anual de caja de la Tesorería y para remplazar TAN (TES clase B), y TP's (TES clase A); el interés se rige por la ley de oferta y demanda de los títulos en el mercado.

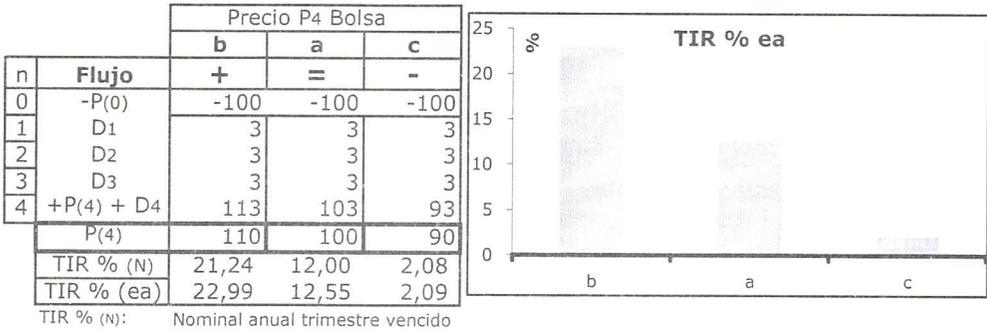
**Nota:** De acuerdo a la clasificación de los bonos según cuadro N° 7.2., el mercado ofrece Bonos cupón cero, como sucede con los de deuda o financiamiento emitidos por lo general, por el sector público.

**7.2.3. Renta variable.**

Dentro de esta categoría de valores de renta variable, se encuentran las acciones societarias, que son títulos documentales representativos del valor nominal de una cuota-parte, participación o derecho del capital de una empresa, exclusiva de las sociedades anónimas o en comandita por acciones.

Las acciones son transables o negociables en Bolsa, no es garantía de un precio único, de donde se origina su denominación de renta variable. Su retorno lo conforma el precio del mercado (valorización/desvalorización de la acción) más los dividendos que llega a decretar la asamblea general de accionistas anualmente, según nivel de utilidades generados en el respectivo período fiscal.

**Cuadro N° 7.3. Rentabilidad de las acciones según precio final en bolsa.**



En el cuadro N° 7.3. se registra un flujo de fondos de una acción por valor nominal inicial de \$100 pesos. La asamblea general de accionistas decretó y aprobó el pago de dividendos, de \$ 3 por cada acción cada trimestre vencido durante el año fiscal. Si al final del año, el precio de la acción mantiene su cotización inicial de \$100 (situación a), la rentabilidad nominal anual por trimestre vencido es del 12%, equivalente a un 12.55% efectivo anual. Si varía el precio de la cotización en un ± 10% (b y c) la rentabilidad aumenta o disminuye un 83% respectivamente con base en la tasa efectiva. Este comportamiento muestra la alta sensibilidad de la rentabilidad al cambio en el precio de mercado.

Los títulos de renta variable, se clasificación en los siguientes cuatro grupos:  
 a. Acciones: Ordinarias.  
 Privilegiadas

De goce o industria

De capital.

Con dividendo preferencial y sin derecho a voto.

- b. Títulos denominados en divisas (dólares, principalmente)
- c. Certificados de cambio (ordinarios y a plazo).
- d. Títulos canjeables por certificados de cambio.

### 7.3. Negociación de Valores.

El valor de negociación de los títulos depende directamente de los precios que rijan en el mercado. Al momento de realizar una negociación a través de intermediarios o inversionistas institucionales, cada operación va a registrar una de las siguientes tres denominaciones, con referencia a la tasa facial o valor intrínseco del título: A la par, con prima o con descuento. El primer caso se presenta cuando la tasa de mercado o de descuento es igual a la tasa interna del título. Si disminuye o aumenta el precio del mercado, se dice que el valor se negocia con prima o con descuento respectivamente. El cuadro N° 7.4., reúne estas relaciones y los ejemplos N° 7.1. y N° 7.2., ilustran estos comportamientos.

**Cuadro N° 7.4. Tipo de negociación de un título por variación en los precios del mercado.**

	Tasa mercado vs tasa facial	Tipo de negociación
<b>1</b>	Igual.	A la par
<b>2</b>	Precio mercado Disminuye	Con prima
<b>3</b>	Precio de mercado aumenta	Con descuento

**Ejemplo N° 7.1.** Por qué valor de descuento, un inversionista debe vender una aceptación bancaria que le faltan 30 días para su vencimiento, si se quiere garantizar una rentabilidad del 12% (e.a.) efectivo anual?

$$ie = \left\langle \frac{\text{Vr. nominal}}{\text{Vr. negociación}} \right\rangle^{(365/n)} - 1$$

$$0,12 = \left\langle \frac{1}{\text{Vr. negociación}} \right\rangle^{365/30} - 1$$

$$\text{Vr. negociación} = \frac{1}{(1 + 0.12)^{12.17}} = 99.07\%$$

El precio de venta corresponde al 99.07% del valor nominal del título, es decir si registra un valor de \$100, su precio de venta según las condiciones de negociación corresponde a \$99.07.

**Ejemplo N° 7.2.** En cuanto se debe vender un CDT, pactado hace 60 días al 6% T.V por un plazo de un trimestre, si se quiere garantizar al comprador una rentabilidad del a) 7% ea b) Si la tasa del mercado es del 6.5% ea en cuanto, se debe vender el título?

$$a) \quad 0.07 = \left\langle \frac{1.015}{\text{Vr. negociación}} \right\rangle^{(365/30)} - 1$$

Valor de negociación = **100.94%**

$$b) \quad 0.065 = \left\langle \frac{1.015}{\text{Vr. negociación}} \right\rangle^{(365/30)} - 1$$

Valor de negociación = **100.98%**

Al ampliar este concepto, se toma el caso de un CDT expedido a 90 días por valor nominal de \$ 500, tasa de interés del 12% anual pagadero por trimestre vencido, y se quiere negociar el mismo día en el mercado secundario. Para efectos ilustrativos se toma como referencia del mercado, tasas que varían ± 2 puntos porcentuales sobre la tasa del título, es decir 14 % y 12% TV respectivamente como se registra en el cuadro N° 7.5.

Frente a una disminución de los precios del mercado (baja al 10% TV, equivalente al 10.38% ea), el título debe ser negociado con prima por valor de \$502,44, es decir un 0.48% más del valor nominal en el momento cero que representa \$2,44 de diferencia a favor del vendedor del título. En otros términos, se vende al 100.49% de su valor nominal.

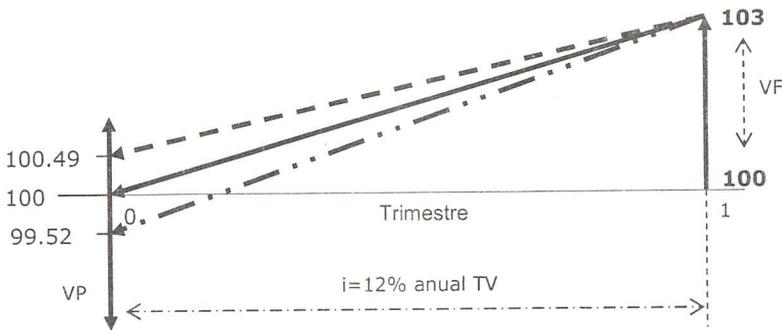
Si el precio del mercado sube (14% TV) los resultados son contrarios, por cuanto el mercado presenta una mejor oferta frente al precio cierto del título en cuestión; por lo tanto, si el inversionista quiere obtener liquidez, debe negociar por el precio que rige el mercado y en estas condiciones recibe hoy \$497,58, que representa una pérdida de \$2,42. Esta nueva condición, implica negociar en términos relativos al 99.52% del valor nominal. Los comportamientos simulados se pueden apreciar en la gráfica N° 7.1., liquidados al período trimestral de la operación financiera.

**Cuadro N° 7.5. Comportamiento de un valor ante cambios en el precio de mercado**

	Valor \$ nominal	Tasa* Facial	Tasa mercado	Tasa** mercado	Valor futuro	Precio Título \$	% de negociación	Diferencia Precio % Abs	
1	500,0	12,0	12,0 =	12,55	515,0	500,00	100,00	0,00	0,00
2	500,0	12,0	10,0 ▼	10,38	515,0	502,44	100,49	0,488	2,44
3	500,0	12,0	14,0 ▲	14,75	515,0	497,58	99,52	-0,483	-2,42

\* Nominal TV.  
 \*\* Efectiva anual.

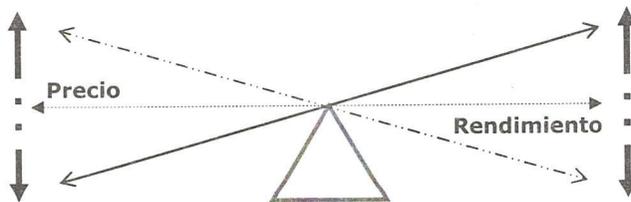
**Gráfica N° 7.1. Valores relativos (%) de negociación de un título según variación tasas del mercado**



3	14%	Con descuento	99.52	— · · · — · · · —▶
1	12%	<b>A la par</b>	<b>100.00</b>	————▶
2	10%	Con prima	100.49	- - - - -▶

Al recrear los comportamientos de los valores, la gráfica N° 7.2. simula una balanza que se inclina a la derecha (baja el rendimiento) si el precio del mercado aumenta (lado izquierdo) respecto a la tasa del título y viceversa.

**Gráfica N° 7.2. Relación inversa precio-retorno títulos.**



En esencia se trata de una relación inversa por efecto de los nuevos precios ofrecidos en el mercado, que afectan los precios de los títulos en circulación.

## 7.4. Tasas de descuento

Corresponde a la tasa que en un momento dado del tiempo, rige en el mercado sobre las diferentes ofertas de papeles. En consecuencia, el nivel de los precios de los instrumentos financieros, dependen de las condiciones económicas y de liquidez, en respuesta a la política monetaria vigente expedida para regular la masa de dinero en circulación y a las expectativas del inversionista respecto a la rentabilidad y el riesgo.

El precio que rige el mercado, es la base sobre la cual se valoran las inversiones de portafolio; por lo tanto, el precio de un activo financiero es igual al valor presente de su flujo esperado de fondos en un horizonte (n) y descontados a la tasa (i), como se muestra a continuación:

$$P = \frac{F_1}{(1+i)^1} + \frac{F_2}{(1+i)^2} + \frac{F_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{F_n}{(1+i)^n} \quad (1)$$

Donde:

P = Precio del activo financiero.

F = Flujos futuros de fondos.

i = Tasa de descuento

n = Horizonte de la inversión.

Como se aprecia en la ecuación (1), el mayor reto está en calcular la tasa **adecuada** de descuento (i), que determina el precio a pagar por el título o activo financiero. En consecuencia, se debe estructurar una tasa compuesta que refleje el valor de mercado, valorando riesgos, primas o compensaciones inherentes a la operación, emisión, emisor, condiciones económicas entre otras y que represente una probabilidad de incidencia en el resultado financiero final, de un activo dado.

De los factores que se deben medir para conformar y estructurar la tasa de descuento se encuentran: Costo de oportunidad del dinero, tasa de inflación o pérdida del poder adquisitivo de la moneda, prima por incumplimiento, prima por vencimiento (compensación por invertir en papeles a largo plazo), por liquidez, por tipo de cambio (si es divisa), prima por calificación/riesgo del emisor, emisión, mercado entre otros. No necesariamente inciden todos los factores, por cuanto dependen precisamente de las condiciones internas propias de la operación y del entorno económico del momento.

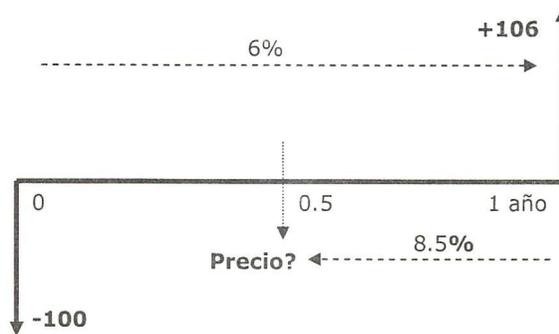
**Ejemplo N° 7.3.** Determinar el precio de negociación de un Bono, con plazo a un año y tasa cupón del 6% efectiva anual pagadera al vencimiento, luego de haber transcurrido 180 días de su constitución. El título se transa en el mercado secundario y los supuestos de la tasa adecuada de descuento son:

Costo oportunidad inversionista. 3.5% ea.  
 Inflación: 4%  
 Liquidez: 0.3%  
 Emisor: 0.5%

Por lo tanto la tasa de descuento calculada equivale al 8.5% ea. Como se aprecia, el resultado no es la adición de los riesgos sino el producto de cada uno, adicionado a la unidad y expresado en términos porcentuales. Para determinar el valor de cada riesgo, es necesario aplicar metodologías robustas, soportadas con criterios claros cuantificables que conduzcan a ponderar cada riesgo.

De acuerdo a los parámetros definidos, el título registra el comportamiento según gráfica N° 7.3.

**Gráfica N° 7.3. Diagrama de flujo de fondos.**



Al reemplazar el valor de cada variable en el modelo que permite calcular su valor, se concluye que el precio del bono a los seis meses es de **\$101.76**, como se deduce al despejar la variable valor de negociación.

$$0.085 = \left( \frac{106}{\text{Vr. negociación}} \right)^2 - 1 \Rightarrow 1.085 = \frac{106^2}{\text{Vr. negociación}^2}$$

$$\text{Vr. negociación}^2 = \frac{106^2}{1.085} \Rightarrow \text{Vr. negociación} = \frac{106}{1.085^{1/2}} = 101.76$$

$$\text{ó; Vr. negociación} = \frac{106}{(1.0416)} = 101.76$$

El lector identificara que la fórmula inicial, corresponde a la relación existente entre un valor de descuento o valor presente, dado un valor futuro.

**Cuadro N° 7.6. Análisis de sensibilidad del precio de un Bono cupón al 5% con variación de 100 puntos básicos de tasa de descuento y diferentes vencimientos**

Tasa descuento	Número de años al vencimiento				
	1	2	3	4	5
2,0	102,94	105,97	108,7	111,4	114,1
3,0	101,94	103,92	105,7	107,4	109,2
4,0	100,96	101,93	102,8	103,6	104,5
5,0	100,00	100,00	100,0	100,0	100,0
6,0	99,06	98,12	97,3	96,5	95,8
7,0	98,13	96,30	94,8	93,2	91,8
8,0	97,22	94,52	92,3	90,1	88,0
9,0	96,33	92,80	89,9	87,0	84,4
10,0	95,45	91,12	87,6	84,2	81,0
11,0	94,59	89,48	85,3	81,4	77,8
12,0	93,75	87,89	83,2	78,7	74,8

Cambio en tasa	Cambio en el precio [\$]				
	1	2	3	4	5
2,0 a 3,0	-1,00	-2,05	-2,99	-3,99	-4,98
3,0 a 4,0	-0,98	-1,99	-2,88	-3,80	-4,71
4,0 a 5,0	-0,96	-1,93	-2,78	-3,63	-4,45
5,0 a 6,0	-0,94	-1,88	-2,67	-3,47	-4,21
6,0 a 7,0	-0,93	-1,83	-2,58	-3,31	-3,99
7,0 a 8,0	-0,91	-1,78	-2,48	-3,16	-3,78
8,0 a 9,0	-0,89	-1,73	-2,39	-3,02	-3,58
9,0 a 10,0	-0,88	-1,68	-2,31	-2,89	-3,40
10,0 a 11,0	-0,86	-1,63	-2,23	-2,77	-3,22
11,0 a 12,0	-0,84	-1,59	-2,15	-2,65	-3,06

Cambio en tasa	Cambio porcentual en el precio [%]				
	1	2	3	4	5
2,0 a 3,0	-0,97	-1,93	-2,76	-3,58	-4,36
3,0 a 4,0	-0,96	-1,91	-2,73	-3,54	-4,31
4,0 a 5,0	-0,95	-1,90	-2,70	-3,50	-4,26
5,0 a 6,0	-0,94	-1,88	-2,67	-3,47	-4,21
6,0 a 7,0	-0,93	-1,86	-2,65	-3,43	-4,16
7,0 a 8,0	-0,93	-1,84	-2,62	-3,39	-4,12
8,0 a 9,0	-0,92	-1,83	-2,59	-3,36	-4,07
9,0 a 10,0	-0,91	-1,81	-2,57	-3,32	-4,02
10,0 a 11,0	-0,90	-1,79	-2,54	-3,29	-3,97
11,0 a 12,0	-0,89	-1,78	-2,52	-3,25	-3,93

**Ejemplo N° 7.4.** Para poder identificar y medir la relación existente entre vencimiento y cambio en el precio como respuesta a variación en la tasa de descuento, cada uno de estos componentes se aprecia en el cuadro N° 7.6. Para efectos ilustrativos, se toma el caso de un bono cupón 5% año vencido, plazos de 1 a 5 años y tasas de descuento que varían entre el 2% y el 12%.

En el primer panel del cuadro N° 7.6., se aprecia la tendencia decreciente del precio del bono. A mayor plazo y tasa de descuento sobre el valor del cupón, el valor del bono disminuye. Si la tasa de descuento se incrementa del 7% al 8% en un plazo de un año, el precio pasa de \$ 98.13 a \$ 97.22, que representa un descenso en el precio de \$ 0.91. En términos relativos, corresponde a una reducción en el precio del 0.93% (ver tercer panel). En un horizonte de 5 años la disminución en el precio es de \$ 3.78 al pasar de \$ 91.8 a \$ 88, es decir un 4.12%.

Como se desprende de este análisis, los niveles de precios de negociación de los títulos según precios de mercado, están relacionados con la madurez, vencimiento o liquidez, tasa cupón y tasas de descuento, de tal manera que su interrelación se mide por la sensibilidad o elasticidad del precio -cambios en la tasa de descuento-. La herramienta financiera básica de decisión de inversión utilizada en estos casos se conoce como duración.

La duración, es una forma aproximada de medir la sensibilidad en cambios en el precio de un activo financiero, que se logra a partir de una tasa determinada, con aumento y disminución de unos puntos básicos en igual proporción y así poder medir su impacto en el precio, de acuerdo a la siguiente relación:

$$\frac{\text{Precio}_b - \text{Precio}_a}{\text{Precio}_0 (\text{Tasa}_a - \text{Tasa}_b)} = \text{Duración (\%)}$$

Los subíndices (a) significa que el precio del título aumenta, a menor tasa de descuento, (b) baja y (0) es el precio inicial o de referencia; igual significado para las tasas de descuento expresadas en términos porcentuales.

**Ejemplo N° 7.5.** Tomar como referencia el bono cupón 5% del ejemplo N° 7.4., calcular la duración de uno a cinco años de vencimiento a partir de una tasa de descuento del 8% y variación de más o menos (±) 50 puntos básicos (pb).

**Cuadro N° 7.7. Calculo de Duración por cambios de 50 p.b. en tasa de descuento**

Tasa descuento	Número de años al vencimiento				
	1	2	3	4	5
7,5	97,7	95,4	93,5	91,6	89,9
<b>8,0</b>	97,2	94,5	92,3	90,1	88,0
8,5	96,8	93,7	91,1	88,5	86,2
<b>Duración.</b>	0,93	1,85	2,64	3,43	4,18

$$\frac{97.7 - 96.8}{97.2(0.085 - 0.075)} = 0.93\% = D_1 \dots$$

Si la tasa de descuento varía 100 pb ( $\pm 0.5\%$  o 50 pb) alrededor del retorno dado, se espera un cambio porcentual aproximado de 0.93% en precio del bono cupón 5% a un año al vencimiento. (ver cuadro N° 7.7).

**Nota:** La gran limitante de esta medida, se presenta al cuantificar cambios mayores de rendimiento; por lo tanto, es aplicable a cambios no mayores al 1% en el precio. Es más común su uso para medir sensibilidad por cambios en precio (tasa de descuento) de un flujo futuro de caja de cualquier activo financiero o de un proyecto.

### 7.5. Costos asociados a la negociación de instrumentos financieros clásicos

**Costos transaccionales:** Corresponde a los gastos por concepto de comisión que genera la transacción y que se debe reconocer al respectivo comisionista por la intermediación.

**Impuesto de retención:** Porción que hay que transferir a la Dirección Nacional de Impuestos causados sobre los rendimientos financieros liquidados. Al momento de esta publicación, se tasa en el 7% sobre rendimientos generados por la inversión en un determinado instrumento financiero.

**Cuadro N° 7.8. Cálculo de la rentabilidad neta de un título descontado en el mercado secundario**

Precio compra \$	101.76
+ Comisión (0.5%)	0.51
<b>= Inversión TOTAL \$</b>	<b>102.27</b>
↓	↓
↓	↓
↓	↓
+ Valor redención	\$ 106
- Retefuente (7%)	0.42
<b>= Ingreso neto \$</b>	<b>105.58</b>
<b>= Utilidad \$</b>	<b>3.31</b>
<b>Rentabilidad (% ea)</b>	<b>6.58</b>

La rentabilidad neta de una inversión, descontando comisión e impuesto por retención en la fuente sobre rendimientos financieros y aplicado al ejemplo

Nº 7.4., para el tenedor del Bono a su redención, se calculó en el 6.58% efectiva anual como se aprecia en el cuadro Nº 7.8.

## 7.6. Estructuración de operaciones carrusel

Corresponde a una operación financiera que se origina en un acuerdo mediante el cual, dos o más inversionistas institucionales, adquieren el compromiso de rotar la posesión y sus respectivos rendimientos financieros según plazo convenido de un título. El activo financiero, puede estar estructurado a tasa fija o variable. Las operaciones sucesivas de compra-venta de estos valores, son producto de una negociación previamente estructurada para tal fin.

Dentro del mercado, suele dividirse la operación en tres tramos: cabeza, cola y cuerpo del título, en función del plazo y momento de la posesión. Según el plazo, el cuerpo o centro de la operación se puede a su vez subdividir en más tramos.

**Ejemplo Nº 7.6.** Con base en las condiciones contractuales de un certificado de depósito a término expedido a un año, se quiere estructurar una operación tipo carrusel, mediante la fracción del título en cuatro tramos periódicos iguales, de acuerdo a los parámetros que a continuación se presenta. Para cada tramo, determinar bajo supuestos de precios de mercado de negociación, si el título es transado con prima o con descuento, y validar, que la operación medida con el nuevo flujo de caja conserva su tasa interna de retorno y por lo tanto igual a cero el VPN.

Condiciones del CDT:

Valor nominal (\$ 000).....	100.000
Tasa (% TV).....	8.00
Interés (\$ 000) T.V.....	2.000

**Cuadro Nº 7.9. Estructuración operación carrusel**

N	Interés %	Valor título Fin período	% Prima o Descuento	Valor intereses	Flujo de Descuento
0					-100.000
1	9.00	99.756	99.8	2.244	2.244
2	7.50	100.123	100.1	1.877	1.877
3	8.50	99.878	99.9	2.122	2.122
4	6.96	100.257	100.3	1.743	101.743

Tasa interna de retorno (nominal anual TV)..	8.00%
(Efectiva anual.....)	8.243%
Valor Presente Neto (TIR).....	0

De acuerdo a los resultados de la negociación, los tramos uno y tres se negocian a descuento y los dos restantes con prima. Esta situación financiera, está directamente relacionada con la tasa de interés de negociación. Al ser mayor la tasa de negociación frente a la tasa facial del título, implica un descuento como ocurre con el primer período, donde la tasa esta un punto porcentual por encima de la del título y caso contrario ocurre, con tasas de negociación por debajo de la facial, el tramo del título adquiere mayor valor y por lo tanto se descuenta con prima.

El resultado global de la operación mantiene las condiciones iniciales del título; esto es, de un flujo uniforme de intereses de \$ 2.000 trimestrales vencidos se genera un flujo seriado no uniforme (valores mayores y menores) pero equivalentes financieramente, en el conjunto total de la operación. En consecuencia, el negociador una vez constituido el título entra a negociar y busca mejorar la rentabilidad del título, al mantener la inversión en el mejor tramo financiero, en este caso el primero.

Con apoyo de hoja electrónica de EXCEL,  se modela la operación, conforme se presenta en el cuadro N° 7.9., de acuerdo al siguiente procedimiento sugerido:

- a) Identificar y ordenar las variables, valor nominal del título, tasa nominal anual y número de períodos de capitalización (tasa facial) y liquidar el valor de los intereses según las condiciones del título (modalidad y periodicidad).
- b) Armar la tabla convencional de amortización (cuadro N° 7.9).
- c) Registrar en la columna interés, las tasas que se van a negociar y reservar (simular) el último tramo para calcular la tasa que equilibre el flujo. Mediante el menú HERRAMIENTAS, seleccionar opción **buscar objetivo**, seguir las instrucciones del cuadro de diálogo y definir: Celda, que corresponde a la celda que se tiene formulado mediante función el VPN con el flujo de descuento; asignar con el valor "0" cero, para cambiar la celda donde aparece el último tramo de la operación y que va a permitir equilibrar el flujo a la tasa facial.
- d) Previo haber definido las siguientes fórmulas por columnas así:

Columna: % prima o descuento:

$$P / D = \frac{\left\langle \frac{(\text{Varnoti})(1 + i_t)}{(1 + i_d)} \right\rangle}{\text{Varnoti}} \%$$

Donde: Varnoti= Valor nominal del título

$i_d$ = Tasa de descuento nominal por período.

$i_t$ = Tasa facial nominal por período.

Columna: valor título fin período (Vt<sub>fp</sub>):

$$V_{tfp} = V_{ar}n_{oti}(P / D)$$

Columna: Valor intereses:

$$Interes_t = V_{ar}n_{oti} \times (i_t) + (1 - P / D) \times V_{ar}n_{oti}$$

Columna: Flujo de descuento:

Momento cero, corresponde al valor nominal del título, períodos 1 a 4 valor de los intereses según descuento/prima y al final recuperación del valor inicial de la inversión.

Las funciones EXCEL utilizadas son



=VNA(tasa;valor1,valor2...)

=TIR(valores;estimar)

= INT.EFECTIVO(int\_mominal:núm\_per\_año)

### 7.7. Valoración de portafolios a precios de mercado.

"...la aplicación de cualquier método de proyección conduce a encontrar un valor del título "aproximado" al valor del mercado"<sup>2</sup>. El precio del mercado determina el valor de un título; esto es, el precio al cual los inversionistas están dispuestos a negociar los diferentes títulos o instrumentos que se ofrecen, en busca de liquidar o fijar posiciones y obtener retornos financieros acordes al entorno económico del momento. Opera similar al mercado de bienes; la escasez o abundancia influye en las fluctuaciones de precio; es decir, la ley de los mercados o de la oferta y demanda, donde a mayor liquidez la tasa ofertada es baja y en situación de baja liquidez, tiende a subir. En consecuencia, el mercado es el determinante implacable de la asignación de precios.

Valorar un portafolio implica disponer de: a) Una metodología consistente y robusta de los procesos de estimación e identificación de riesgos financieros involucrados en cada operación y b) información precisa, oportuna y representativa, que reflejen periódicamente el verdadero precio de mercado, y que en últimas es quien califica la eficiente asignación de precios, recursos y gestión financiera sobre esta actividad.

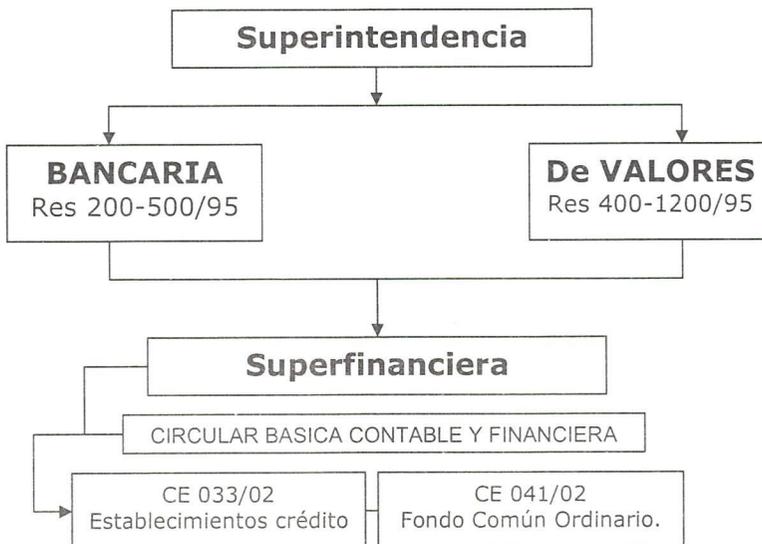
En este sentido, la Superintendencia Financiera de Colombia (SFC), como ente de vigilancia y control, obliga a las entidades Financieras bajo su supervisión, a valorar y contabilizar sus inversiones de portafolios conforme

<sup>2</sup> TOPA, Guillermo. "Desarrollo de la valoración de inversiones a precios de mercado" Rev. Superintendencia Bancaria No 24, Bogotá, 1995. Pág. 27.

lo establece la circular básica contable y financiera CE 100/95 con sus respectivas y periódicas modificaciones.

Como se aprecia en la gráfica N° 7.4., la CE 033/02 actualiza los métodos de valoración a los establecimientos de crédito. Su aplicación se orienta a portafolios o carteras colectivas administrados por cada institución y cuyo proceso de valoración y registro contable de las inversiones se debe efectuar según sea el caso, diariamente.

**Gráfica N° 7.4. Evolución de normas de valoración de portafolio a precios de mercado colombiano**



Los aspectos más relevantes del marco regulatorio en esta materia, se orientan a la adopción de un sistema de clasificación de inversiones, acordes a estándares internacionales, para valoración y contabilización. En este orden de ideas quedan clasificadas en tres categorías: a) negociables, b) para mantener hasta el vencimiento, y c) disponibles para la venta. Se eliminan las categorías "no negociables" y "permanentes" de la normativa anterior.

Así mismo, establece la fijación de precios de mercado, de acuerdo a metodologías con base en precios publicados, correspondientes a operaciones celebradas en mercados organizados, empleo de tasas de referencia y márgenes calculados a partir de operaciones celebradas en dichos mercados y uso de otros métodos, cuando no existan cotizaciones base de cálculo. El proceso continúa con el establecimiento de un régimen de provisiones a partir de las calificaciones de riesgo crediticio realizadas por

calificadores externas o por metodologías internas desarrolladas por las entidades vigiladas.

Para entender el proceso y alcance de esta norma, se presenta una síntesis de los lineamientos definidos por la entidad supervisora y se incluye algunos apartes en textos completos donde fue necesario, para entender su alcance. Para consulta completa se invita al lector a que visite el portal ([www.superfinanciera.gov.co](http://www.superfinanciera.gov.co)).

**Objetivos de la valoración de inversiones:** Calcular, registrar contablemente y revelar al mercado el valor o precio justo de intercambio al cual determinado valor o título, podría ser negociado en una fecha determinada, de acuerdo con sus características particulares y dentro de las condiciones prevalecientes en el mercado en una determinada fecha. El valor de intercambio debe corresponder a aquel por el cual un comprador y un vendedor, suficientemente informados, están dispuestos a transar el correspondiente título.

Se considera valor o precio justo de intercambio:

- a. El que se determine a partir de operaciones representativas del mercado, realizados en sistemas transaccionales administrados por el Banco de la República o entidades vigiladas por la SFC o Dirección General de Crédito Público (DGCP) como corredores de valores especializados en TES Clase B (CVETES).
- b. El que se determine mediante el empleo de tasas de referencia y márgenes calculados a partir de operaciones representativas del mercado agregadas por categorías, realizados en módulos transaccionales administrados por el Banco de la República o por entidades vigiladas por la SFC o por la DGCP.
- c. Otros métodos, debido a la inexistencia de un valor o precio justo de intercambio que pueda ser establecido a través de cualquiera de las previsiones de acuerdo a los literales anteriores.

Las metodologías de determinación de las tasas de referencia y márgenes deben ser aprobadas por la SFC, en el caso del uso de otros métodos utilizados según punto c anterior.

**Criterios para la valoración de inversiones:** La determinación del valor o precio justo de intercambio de un título debe cumplir con:

- a. **Objetividad.** Criterios técnicos y profesionales, que reconozcan los efectos derivados de los cambios en el comportamiento de todas las variables que puedan afectar dicho precio.

b. **Transparencia y representatividad.** Se debe determinar y asignar con el propósito de revelar un resultado económico cierto, neutral, verificable y representativo de los derechos incorporados en el respectivo título.

c. **Evaluación y análisis permanentes.** De las condiciones del mercado, de los emisores y de la respectiva emisión. Variaciones en las condiciones se deben reflejar en cambios del valor o precio previamente asignado, con la periodicidad determinada.

d. **Profesionalismo.** Se debe basar en conclusiones, resultado del análisis y estudio que realizaría un **experto prudente y diligente**, encaminados a la búsqueda, obtención, conocimiento y evaluación de toda la información relevante disponible, de manera tal, que el precio que se determine, refleje los montos que razonablemente se recibirían por su venta.

**Clasificación de las inversiones:** Se agrupan en tres categorías.

- Inversiones negociables. (Títulos de deuda y participativos)
- Inversiones para mantener hasta el vencimiento.
- Inversiones disponibles para la venta. (Títulos de deuda y participativos)

Los títulos de deuda, son aquellos que otorgan al titular del respectivo valor, la calidad de acreedor del emisor y títulos participativos los que otorguen al titular la calidad de copropietario del emisor. Forman parte de los títulos participativos, los títulos mixtos provenientes de procesos de titularización que reconozcan de manera simultánea derechos de crédito y de participación. Los bonos convertibles en acciones se entienden como títulos de deuda, en tanto no se hayan convertido en acciones.

**Inversiones negociables:** Todo título que ha sido adquirido con el propósito principal de obtener utilidades por las fluctuaciones a corto plazo del precio. Forman parte de las inversiones negociables, las Inversiones efectuadas en los fondos de pensiones, de cesantía, de valores, de inversión, fondos comunes de inversión ordinarios y especiales.

**Inversiones para mantener hasta el vencimiento:** Se clasifican los títulos respecto de los cuales el inversionista tiene el propósito serio y la capacidad legal, contractual, financiera y operativa de mantenerlos hasta el vencimiento de su plazo de maduración o redención.

El propósito serio de mantener la inversión es la intención positiva e inequívoca de no enajenar el título, de tal manera que los derechos en él incorporados se entiendan en cabeza del inversionista.

**Inversiones disponibles para la venta:** Los títulos que no se clasifiquen como inversiones negociables o como inversiones para mantener hasta el vencimiento y respecto de los cuales el inversionista tiene el propósito serio y la capacidad legal, contractual, financiera y operativa de mantenerlos al menos durante un año.

**Proceso de valoración:** (ver cuadro sinóptico N° 7.10.)

### **Títulos de deuda negociables o disponibles para la venta.**

Procedimiento:

**a.** Casos en los que existen, para el día de la valoración, precios justos de intercambio determinados, se debe emplear el precio calculado.

**b.** Casos en los que no existen para el día de la valoración, precios justos de intercambio determinados y existen tasas de referencia y márgenes.

Cuando no exista el precio, el valor de mercado del respectivo título se debe estimar o aproximar mediante el cálculo de la sumatoria del valor presente de los flujos futuros por concepto de rendimientos y capital, de la siguiente forma:

**(i) Estimación de los flujos futuros de fondos por concepto de rendimientos y capital.** Los flujos futuros de los títulos de deuda deben corresponder a los montos que se espera recibir por los conceptos de capital y rendimientos pactados en cada título.

Los rendimientos se determinan de acuerdo a las siguientes reglas:

**1. Títulos de deuda a tasa fija.** Los rendimientos para cada fecha de pago son los que resulten de aplicar al principal la correspondiente tasa pactada en el título, o los pagos específicos contractualmente establecidos, según el caso.

**2. Títulos de deuda a tasa variable.** Los rendimientos para cada fecha de pago son los que resulten de aplicar al principal el valor del índice o indicador variable pactado, incrementado o disminuido en los puntos porcentuales fijos establecidos en las condiciones faciales del respectivo título, cuando sea del caso.

- Cuando en las condiciones de la emisión se hubiere establecido el empleo del valor del indicador de la fecha de inicio del período a remunerar, éste se debe utilizar para el cálculo del flujo próximo, y para los flujos posteriores, se debe utilizar el valor del indicador vigente a la fecha de valoración.

**Cuadro N° 7.10. Sinopsis proceso valoración títulos según clasificación**

Clase	Px J.I. (1)	TR y M (2)	TR (3)	Cálculo	Método (4)	
Negociables o disponibles para la venta.	<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="font-size: 3em; margin-right: 10px;">{</div> <div style="margin-right: 10px;">SI</div> <div style="border-bottom: 1px solid black; width: 100%;"></div> </div>			☑	VP[FFC]/TD	
		NO	SI	SI	☑	Rto, FD
			NO	Margen último o margen propio	☑	VC y MP o MPV.

**NO existe PxJ.I.**

Otros métodos, debido a la inexistencia de un valor o precio justo de intercambio que pueda ser establecido a través de cualquiera de las previsiones contempladas en los objetivos de la valoración.

**VALORES que NO es posible valorar según lo expuesto.**

Valorar en forma EXPONENCIAL a partir de la TIR, calculada con sujeción a lo previsto para Valores o títulos de deuda para mantener hasta el vencimiento, en cuyo caso el valor por el cual se encuentra registrada la inversión se debe tomar como el valor de compra.

Mantener hasta el vencimiento	Se valoran en forma exponencial a partir de la tasa interna de retorno calculada en el momento de la compra.
-------------------------------	--

<b>Especiales</b>	B. P. (5)	Actualización y capitalización seguir procedimiento Oficina Bonos Pensionales del Ministerio de Hacienda y Crédito Público.
	M/E (6)	Determinar el VP o valor de mercado en su moneda, según proceso para títulos de deuda negociables o disponibles para la venta o para mantener hasta su vencimiento, se actualiza por TRM
	TP (7)	Se valoran según unidad el día inmediatamente anterior al de la fecha de valoración, según índice de bursatilidad.
	ICE (8)	Se valoran por cotización reciente reportada por la bolsa durante los últimos (5) días, incluido el día de la valoración y con TRM.
	ICEP(9)	Se valoran como TP o ICE, en bolsa mayor transacción, durante los últimos (30) días comunes incluido el día de la valoración.
	ISRC(10)	Pueden registrarse por su valor de suscripción durante los cinco (5) años siguientes a su constitución.

(1): Precio justo de intercambio o de referencia.

(2): Tasa de referencia y margen.

(3): Tasa de referencia no Margen.

(4): VP = Valor presente, FFC= Flujos futuro de caja, TD= Tasa descuento, Rto= Rendimiento, FD= Factor de descuento, VC= Valor de compra, MP= -Margen propio, MPV= Margen propio venta.

(5): Bonos Pensionales

(6): Moneda extranjera, UVR u otra denominación.

(7): Títulos de participación emitidos y negociados en el Colombia.

(8): Inversiones que cotizan en el exterior.

(9): Inversiones que cotizan exterior y país.

(10): Inversiones de sociedades de reciente creación.

- Cuando en las condiciones de la emisión se hubiere establecido el empleo del valor del indicador de la fecha de vencimiento del período a remunerar, se debe utilizar para el cálculo de todos los flujos el valor del indicador vigente a la fecha de valoración.
- Para los títulos indexados al IPC, tales como los TES Clase B a tasa variable, los flujos futuros de fondos se determinan utilizando la variación anual del IPC conocida el día de la valoración y el porcentaje contractual acordado, de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$Rto_{ap} = VN \left[ \left( (1 + Var_a IPC) \times (1 + PCA) \right) - 1 \right]$$

Donde:

$Rto_{ap}$  = Rendimiento anual pesos

VN = Valor nominal del título

$Var_a IPC$  = Variación anual IPC (Última certificada por el DANE).

PCA = Porcentaje Contractual Acordado, es el componente de rendimiento real anual que reconoce el título.

**Ejemplo 7.7.** Determinar el rendimiento relativo de un título (TES), con tasa contractual del 6% ea, si la variación anual del IPC correspondiente al período de liquidación es del 5%.

$$Rto_{\%} = \left[ \left( (1,05) \times (1,06) \right) - 1 \right] = 11.3\%$$

$$Rto_{ap} = 100 \langle 0,113 \rangle = \$11.30$$

**3. Títulos con opción de prepagos.** Los rendimientos y las fechas de pago, para efectos de valoración, serán los que resulten de proyectar los flujos futuros del título, según metodología aprobada por la SFC.

**(ii) Determinación del factor de descuento.** Con el propósito de calcular el valor presente de los flujos futuros de fondos, se utiliza un factor de descuento calculado sobre la base de un año de 365 días.

El factor de descuento se compone de una tasa de referencia y un margen que refleja los diferentes riesgos no incorporados en dicha tasa, de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$FD = \left[ (1 + TR)(1 + M) \right]^{1/365}$$

Donde:

FD = Factor de descuento.

TR = Tasa de Referencia (efectiva anual) calculada para el día de la valoración.

M = Margen de la categoría del título respectivo calculada para el día de la valoración.

n = Número de días que hay entre la fecha de valoración y la del vencimiento del flujo calculados sobre la base de un año de 365 días.

**Ejemplo 7.8.** Determinar el factor de descuento de un valor, cuya tasa de referencia dada para el día de valoración (DTF) es del 6.5% ea, y el margen respectivo es del 2,5% si faltan 90 días para su vencimiento.

$$FD = [(1,065)(1,025)]^{90/365} \quad FD = 1.02185$$

**(iii) Cálculo del valor de mercado.** El valor de mercado está dado por la sumatoria del valor presente de los flujos futuros descontados a los respectivos factores de descuento.

c. Casos en los que no existen para el día de la valoración, precios justos de intercambio determinados ni márgenes, pero sí existen tasas de referencia.

Cuando no exista el precio a que hace referencia el literal a. anterior, ni el margen para la categoría en la cual se encuentre el valor o título a valorar, pero sí existe tasa de referencia para el mismo, el valor de mercado se debe estimar o aproximar mediante el procedimiento descrito en el literal anterior, teniendo en cuenta lo siguiente:

- El margen (M) a utilizar debe ser el último con el cual se valoró el título.
- Cuando a la fecha de compra no haya margen vigente para la categoría a la cual corresponde el valor o título, debe calcularse un margen propio, el cual resulta de despejar "MP" de la siguiente fórmula:

$$VC = \frac{F_1}{[(1 + TR_1)(1 + MP)]^{d_1/365}} + \frac{F_2}{[(1 + TR_2)(1 + MP)]^{d_2/365}} + \dots + \frac{F_n}{[(1 + TR_n)(1 + MP)]^{d_n/365}}$$

VC = Valor de compra del título.

F<sub>n</sub> = Flujo futuro para el periodo n.

TR<sub>n</sub> = Tasa de Referencia de que trata el literal b. de este numeral para cada flujo, en términos efectivos anuales, calculadas para el día de la valoración.

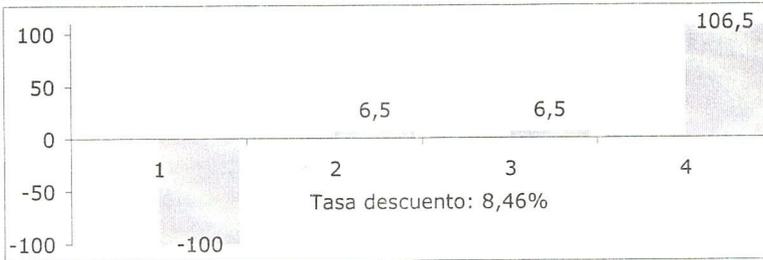
dk = Número de días que hay entre la fecha de valoración y la del vencimiento del flujo k, calculados sobre la base de un año de 365 días, donde k=1...n.

MP = Margen propio.

**Ejemplo 7.9.** Determinar el margen propio de un título tasa cupón del 6,5%, plazo a tres años y tasa de descuento del 7.5% ea. La negociación se realiza el mismo día de su emisión y se estima su venta en el 95%. El cuadro N° 7.11., registra los flujos respectivos. Para el cálculo del margen, se utiliza la función EXCEL -Buscar objetivo- al igualar el VP del flujo en 95 y cambiar el margen para el primer período, estructurados previamente los flujos. El resultado es un margen del 0.89% anual.

**Cuadro N° 7.11. Cálculo del Margen Propio (MP) del título referido en el ejemplo 7.9.**

n [años]	Flujo	Tasa Ref	Margen	F.dcto.	Vr.Presente
0	-100				-100,0
1	6,5	7,50%	<b>0,89%</b>	1,0846	6,0
2	6,5	7,50%	0,89%	1,0846	5,5
3	106,5	7,50%	0,89%	1,0846	83,5
<b>Tasa Cupon</b>	<b>6,5%</b>				<b>95,0</b>



Cada vez que se realice una compra o una venta definitiva considerada como de contado de un título que corresponda a una categoría que no tenga margen vigente, además de calcularse con base en la fórmula anterior un "MP" para cada una de las compras o ventas (en este caso VC será igual al valor de venta), debe actualizarse el margen de valoración para el conjunto de títulos de la misma categoría que queden en el portafolio. Para el efecto, el margen propio de valoración será el que resulte de la siguiente fórmula:

$$MPV = \frac{[(MP_r C \times C) + (MP_r V \times V) + (MDA \times SI)]}{(SI + C + V)}$$

MPV = Margen propio de valoración

MP<sub>r</sub>C = Margen propio promedio ponderado por el valor nominal de las compras del día de la valoración

C = Valor nominal de las compras del día de la valoración

MP<sub>r</sub>V = Margen propio promedio ponderado por el valor nominal de las ventas del día de la valoración

V = Valor nominal de las ventas del día de la valoración

MDA = Margen utilizado en la valoración del día anterior

SI = Valor nominal de los títulos de la misma categoría que se encuentren en el portafolio al inicio del día de la valoración, es decir, al cierre del día anterior

El margen propio de valoración (MPV) calculado según lo dispuesto en (ii), no podrá ser inferior al margen publicado para los valores o títulos que correspondan a la misma clase, grupo de tipo de tasa, grupo de moneda o unidad y grupo de días al vencimiento del grupo de calificación de menor riesgo inmediatamente anterior.

**Ejemplo 7.10.** Calcular el (MPV), de acuerdo a la cuantificación estimada de cada una de las variables requeridas: MPrC= 1.25%, C = \$2.500 millones, MPrV = 1.55%, V = \$ 2.800 millones, MDA = 1.45% y SI= \$ 1650 millones.

El margen propio de valoración, de acuerdo al valor de las variables empleadas en el modelo es de 1.42%.

**d.** Casos en los que no existen, para el día de la valoración, precios justos de intercambio: Se debe dar aplicación a lo previsto en el literal c., de los objetivos de la valoración de inversiones.

**e.** Aquellos títulos que no se puedan valorar según lo expuesto, se deben valorar en forma exponencial a partir de la tasa interna de retorno calculada con sujeción a lo previsto para Valores o títulos de deuda para mantener hasta el vencimiento, en cuyo caso el valor por el cual se encuentra registrada la inversión, se debe tomar como el valor de compra. Este procedimiento se debe mantener hasta tanto el valor o título pueda ser valorado, de acuerdo a los anteriores literales.

**Ejemplo 7.11.** Calcular la tasa de rendimiento de un título mediante el método exponencial o TIR, cuyo valor de compra es de \$100.000 y el valor actual es de \$101.911, si ha transcurrido un mes después de su adquisición.

$$TIR = \left( \frac{\text{Vr. actual}}{\text{Vr. compra}} \right)^{365/d} - 1 = \left( \frac{101.911}{100.000} \right)^{365/30} - 1 = 25.9\% \text{ ea.}$$

El título renta a una tasa del 25.90% efectiva anual.

### **Valores o títulos de deuda para mantener hasta el vencimiento:**

Los valores o títulos clasificados como inversiones para mantener hasta el vencimiento, se valoran en forma exponencial a partir de la tasa interna de retorno calculada en el momento de la compra.

Cuando en las condiciones de la emisión se hubiere establecido el empleo del valor del indicador de la fecha de inicio del período a remunerar, la tasa interna de retorno se debe recalcular cada vez que cambie el valor del indicador facial con el que se pague el flujo más próximo. En estos casos, el valor presente a la fecha de reprecio del indicador, excluidos los rendimientos exigibles pendientes de recaudo, se debe tomar como el valor de compra.

Cuando en las condiciones de la emisión se hubiere establecido el empleo del valor del indicador de la fecha de vencimiento del período a remunerar, la tasa interna de retorno se debe recalcular, cada vez que el valor del indicador facial cambie.

En el caso de los títulos que incorporen opción de prepagos, la tasa interna de retorno se debe recalcular cada vez que cambien los flujos futuros y las fechas de pago para efecto de valoración, de conformidad con lo dispuesto en el numeral 3, ítem (i), literal b, (títulos con opción prepago). En estos casos, el valor presente a la fecha de recálculo de los flujos futuros se debe tomar como valor de compra.

### **Casos especiales**

**a. Bonos pensionales:** Se debe seguir el siguiente procedimiento:

(i) Se debe actualizar y capitalizar el bono desde la fecha de emisión hasta la fecha de valoración.

(ii) El valor del bono actualizado y capitalizado a la fecha de valoración, se capitaliza por el período comprendido entre la fecha de valoración y la de redención del mismo, con base en la tasa real del título.

(iii) El valor de mercado es el que resulte de descontar a la tasa real de negociación, de acuerdo a las categorías previstas en el acápite (ii) del literal b (determinación del factor de descuento), el valor de que trata el inciso anterior (ii).

Para efectos de la actualización y capitalización, se debe seguir el procedimiento establecido por la Oficina de Bonos Pensionales del Ministerio de Hacienda y Crédito Público.

**b. Títulos denominados en moneda extranjera, en unidades de valor real UVR u otras unidades**

En primera instancia se determina el valor presente o el valor de mercado del respectivo valor o título en su moneda o unidad de denominación, utilizando el procedimiento establecido para los títulos de deuda negociables

o disponibles para la venta o para mantener hasta su vencimiento según el caso. Si el valor o título se encuentra denominado en una moneda distinta del dólar de los Estados Unidos de Norteamérica, el valor determinado de conformidad con el inciso anterior se convierte a dicha moneda con base en las tasas de conversión de divisas autorizadas mediante acto de contenido general expedido por la SFC.

El valor obtenido de conformidad con lo dispuesto en los incisos precedentes, se debe multiplicar por la tasa representativa del mercado (TRM) calculada el día de la valoración y certificada por la SFC o por el valor de la unidad vigente para el mismo día, según sea el caso.

**Valores o títulos participativos:** Las participaciones en carteras colectivas y en titularizaciones estructuradas a través de fondos o de patrimonios autónomos se valoran teniendo en cuenta el valor de la unidad calculado por la sociedad administradora el día inmediatamente anterior al de la fecha de valoración.

**Valores o títulos participativos emitidos y negociados en Colombia:** Los demás valores o títulos participativos se valoran de acuerdo con el índice de bursatilidad que mantengan en la fecha de valoración, según los cálculos efectuados o autorizados por la SFC.

**Alta bursatilidad:** Estas inversiones se valoran con base en el último precio promedio ponderado diario de negociación publicado por las bolsas de valores en las que se negocie. De no existir el precio calculado para el día de valoración, tales inversiones se valoran por el último valor registrado.

**Media bursatilidad:** Estas inversiones se valoran con base en el precio promedio determinado y publicado por las bolsas de valores en las que se negocie. Dicho promedio corresponde al precio promedio ponderado por la cantidad transada de los últimos cinco (5) días en los que haya habido negociaciones, dentro de un lapso igual al de la duración del período móvil que se emplee para el cálculo del índice de bursatilidad, e incluye el día de la valoración. De no existir negociaciones en por lo menos cinco (5) días dentro de un lapso igual al de la duración del período móvil que se emplee para el cálculo del índice de bursatilidad, tales inversiones se valoran por el último valor registrado.

Durante el período ex - dividendo, tales inversiones se deben valorar por el precio promedio ponderado diario de negociación más reciente, publicado por las bolsas de valores en las que se negocie, incluido el día de la valoración del respectivo valor o título.

Vencido dicho período, las inversiones se valoran por el precio promedio ponderado por la cantidad transada de los días en los que haya habido

negociaciones desde el inicio del período ex - dividendo, sin exceder de los cinco (5) días más recientes, dentro de un lapso igual al de la duración del período móvil que se emplee para el cálculo del índice de bursatilidad, incluyendo el día de la valoración.

En caso de que no se registren negociaciones desde el período ex - dividendo, la valoración se debe efectuar con sujeción a lo previsto en el inciso primero del presente literal

**Baja o mínima bursatilidad o sin ninguna cotización:** Estas inversiones se deben valorar por alguno de los siguientes procedimientos:

(i) El costo de adquisición se debe aumentar o disminuir en el porcentaje de participación que corresponda al inversionista sobre las variaciones patrimoniales subsecuentes a la adquisición de la inversión.

Para el efecto, las variaciones en el patrimonio del emisor se calculan con base en los últimos estados financieros certificados, los cuales en ningún caso pueden ser anteriores a seis (6) meses contados desde la fecha de la valoración. Cuando se conozcan estados financieros dictaminados más recientes, los mismos se deben utilizar para establecer la variación en mención.

(ii) Por el precio que determine un agente especializado en la valoración de activos mobiliarios. Son valores o precios justos de intercambio, para efectos de lo previsto en el literal c. del inciso anterior, los que determine, de acuerdo con lo establecido en la presente norma, un agente especializado en la valoración de activos mobiliarios o una entidad que administre una plataforma de suministro de información financiera, siempre y cuando las metodologías que se empleen para el efecto sean aprobadas de manera previa mediante normas de carácter general expedidas por la Superintendencia Financiera.

(iii) Por un método que refleje en forma adecuada el valor económico de la inversión, el cual debe ser previamente autorizado mediante normas de carácter general expedidas por la SFC.

### **Cambio de bursatilidad:**

(i) Cuando la inversión pase de baja o mínima bursatilidad o sin ninguna cotización a alta o media bursatilidad, se debe reversar la valoración o desvalorización respectiva y valorar la inversión de acuerdo con lo previsto en los literales a. y b. del presente numeral.

(ii) Cuando la inversión pase de alta o media a baja o mínima bursatilidad o sin ninguna cotización, se debe realizar contra ingreso por valoración la

ganancia o pérdida acumulada no realizada y valorar la inversión de acuerdo con lo previsto en el literal c. de este numeral, tomando como costo de adquisición el último precio publicado por la bolsa de valores para efectos de valoración. Las variaciones patrimoniales a las que se refiere el acápite (i) del citado literal, serán las subsecuentes a la fecha de cambio de bursatilidad.

**Inversiones que se cotizan en bolsas de valores del exterior:** Estas inversiones se valoran por la cotización más reciente reportada por la bolsa en la que se negocie, durante los últimos cinco (5) días, incluido el día de la valoración. De no existir cotización durante dicho período, se valoran por el promedio de las cotizaciones reportadas durante los últimos treinta (30) días comunes, incluido el día de la valoración.

En los eventos en los que el valor o título se negocie en varias bolsas, se toma el promedio de las respectivas cotizaciones, con sujeción a lo previsto en el inciso anterior.

El precio del respectivo valor o título se debe convertir a moneda legal, empleando para el efecto la tasa representativa del mercado (TRM) calculada el día de la valoración.

En los casos en que no se hayan presentado cotizaciones durante los últimos treinta (30) días comunes, se debe proceder de conformidad con las reglas previstas para las inversiones de baja o mínima bursatilidad o sin ninguna cotización.

**Parágrafo.** Las bolsas a que hace referencia el presente numeral, deben ser de aquellas internacionalmente reconocidas, de conformidad con lo previsto en la Circular Externa 2 de 2000, expedida por la SFC. En caso contrario, los valores o títulos deben ser valorados con sujeción a las reglas previstas para las inversiones de baja o mínima bursatilidad o sin ninguna cotización.

**Inversiones que se cotizan simultáneamente en bolsas de valores del país y en bolsas de valores del exterior:** Se valoran de conformidad con lo previsto para los títulos emitidos y negociados en Colombia o de las inversiones que se cotizan en bolsas de valores del exterior, teniendo en cuenta la bolsa donde se transe la mayor cantidad de los respectivos valores o títulos, durante los últimos treinta (30) días comunes incluido el día de la valoración.

**Inversiones en sociedades de reciente creación:** Las inversiones en aportes para la creación de nuevas sociedades pueden registrarse por su valor de suscripción durante los cinco (5) años siguientes a su constitución siempre que se cumplan los siguientes requisitos:

a. Que la sociedad receptora del aporte haya adoptado en sus estatutos estándares adecuados de gobierno corporativo. Para tal efecto, se entenderán como estándares adecuados de gobierno corporativo como mínimo los establecidos en los artículos 3 a 5 de la Resolución 275 de 2001 de la Superintendencia de Valores (hoy SFC).

b. Que la entidad vigilada que según su régimen legal pueda efectuar este tipo de inversiones, cuente con procedimientos formales de verificación o medición del cumplimiento de los estándares de gobierno adoptados por la sociedad receptora del aporte.

c. Que la entidad vigilada inversionista cuente con mecanismos internos de documentación del proceso de verificación de los estándares de gobierno.

Vencido el plazo de cinco (5) años establecido en el presente numeral tales aportes deben registrarse y valorarse de acuerdo con las reglas generales establecidas en el presente capítulo. Igual regla aplicará a las inversiones en aportes para la creación de nuevas sociedades que no cumplan los requisitos anteriores.

En general, el propósito de la metodología de valoración de títulos y portafolios a precios de mercado, es aplicar normas que cumplan estándares internacionales, que reflejen los precios de los valores transados en el mercado, con garantía de información de mejor calidad para la toma de decisiones, en busca de un desarrollo transparente del mercado y medición e impacto de los cambios de precio en los respectivos portafolios de inversión.

Hasta aquí, la reglamentación y lineamientos expedidos por la SFC en el tema de valoración de portafolio a precios de mercado. Para concluir el tema, y sin entrar a detallar el valor técnico de cada título, el cuadro N° 7.12., registra una simulación de un portafolio administrado por una sociedad de fondos de pensiones, durante los períodos  $t(0)$  y  $t(1)$  con el fin de medir el impacto que registra ante cambios en los precio del mercado. Para efectos, didácticos, se toma un índice de 100 como base de comparación y medición de los cambios respectivos.

En el panel A (alza de precios), la tasa promedio ponderada de rendimiento de los nuevos precios del mercado en  $t(1)$ , se ubica en 8.12% frente a un 6.63% del período anterior, cambio que indica que el portafolio registra ahora un valor del 98.63, esto es 1.37 puntos porcentuales menos al valor inicial.

En términos absolutos significa que si el portafolio inicial esta valorado en \$743 mil millones y bajo el supuesto de que se mantiene constante durante un año (*ceteris paribus*), el fondo perdería \$10.191 millones, un promedio por mes de \$844 millones. Si un inversionista-ahorrador registro un saldo de

\$ 200 millones en  $t(0)$ , un mes después  $t(1)$  tendría \$ 230 mil pesos menos. Caso contrario ocurre cuando los títulos de inversión que conforma el portafolio, registran mejores precios o tasas de interés que los del mercado, como se presenta en el panel B. El resultado en este segundo caso, es una valorización del fondo por efecto precio del mercado, al registrar utilidades como respuesta al comportamiento del mercado. Esto es una variación del 0.56% positiva con los valores respectivos adicionales según la secuencia de análisis.

**Cuadro N° 7.12. Impacto en el valor de portafolio por efecto en variación en los precios del mercado**

Alza precios mercado		t(0)	t(1)	t(1)	
	%	Rentabilidad	Px mercado	Vr Px mdo	
<b>A</b>	Titularización	2,78	6,25	7,00	2,76
	TRD	0,49	4,28	5,00	0,49
	TES	23,60	7,20	8,50	23,32
	Cuentas Bancarias	4,24	-	-	4,24
	Papeles comerciales	-	6,20	6,50	-
	Bonos	61,49	7,00	8,80	60,47
	CDT	7,40	5,80	6,50	7,35
	<b>TOTAL</b>	<b>100,00</b>	<b>6,63</b>	<b>8,12</b>	<b>98,63</b>
	Puntos porcentuales diferencia				<b>-1,37</b>
					\$ mm
Si el portafolio vale				<b>743.000</b>	
Valor pérdida anual				10.191	
Pérdida mensual relativa				0,11%	
Valor pérdida mensual				844	
Aporte en el fondo				200	
Valor pérdida mensual				0,23	

Baja precios mercado		t(0)	t(1)	t(1)	
	%	Rentabilidad	Px mercado	Vr Px mdo	
<b>B</b>	Titularización	4,06	6,45	6,70	4,05
	TRD	0,74	5,40	5,25	0,74
	TES	20,10	7,70	7,00	20,23
	Cuentas Bancarias	17,10	-	-	17,10
	Papeles comerciales	0,57	6,00	6,00	0,57
	Bonos	38,30	7,00	6,20	38,59
	CDT	19,13	6,80	6,00	19,27
	<b>TOTAL</b>	<b>100,00</b>	<b>5,87</b>	<b>5,27</b>	<b>100,56</b>
	Puntos porcentuales diferencia				<b>0,56</b>
					\$ mm
Si el portafolio vale				<b>540.000</b>	
Valor ganancia anual				3.002	
Rentabilidad mensual relativa				0,05%	
Valor utilidad mensual				250	
Aporte en el fondo				200	
Valor pérdida mensual				0,09	

Rentabilidad expresada en terminos efectivos anuales

Estos comportamientos no han sido ajenos a la realidad nacional, de manera tal que los administradores deben minimizar estos riesgos, por diversificación óptima de las carteras de inversión y permanente rotación de papeles, en busca de alcanzar en conjunto, mejores resultados financieros.

## **7.8. Desintermediación financiera o securitización**

La desintermediación es una opción o mecanismo de financiación directa entre ofertantes (ahorradores) y demandantes (inversionistas, empresarios, etc.) de dinero, que evita el tránsito de operaciones con los establecimientos de crédito y por lo tanto, obtener beneficios económicos por menores costos financieros.

El ahorrador está dispuesto a colocar sus recursos por esta vía, siempre que reciba una mejor remuneración por sus recursos, comparativamente con las ofertas existentes en el mercado en este tipo de operaciones, siempre y cuando se mantengan los márgenes de seguridad y coberturas de los riesgos inherentes al negocio. En igual sentido, actúa el empresario, que busca minimizar el costo financiero y en consecuencia ganar el margen de intermediación que cobra la banca en cumplimiento de su función. Por lo tanto, los costos de emisión y colocación, deben por supuesto ser muy inferiores al margen financiero y el diferencial, ser distribuido entre los dos actores; mayor renta y menor costo respectivamente, con opción de mejorar productividad por asignación directa de recursos y de otro lado, invitar a la banca a ser más eficiente en estos costos.

El atractivo de emisión y colocación de instrumentos de captación de recursos de los empresarios en el mercado, depende de los precios que se ofertan, dado que existe un portafolio amplio y competido por estos recursos, de manera tal que el éxito depende entre otros factores de la liquidez en la economía, la rentabilidad, plazos y riesgos probables mitigantes que puedan existir.

Como ventaja adicional a los ahorros que los empresarios lleguen a generar captando recursos directamente del mercado, sus proyectos e inversiones están libres de posibles efectos, como consecuencia de políticas monetarias que se canalizan a través de intermediarios financieros y que alteran tanto la disponibilidad de recursos como el costo del dinero reflejado en las tasa de interés.

La referencia puntual, es el índice de represión financiera conformada por los encajes, inversiones computables y el cuatro por mil o impuesto a las transacciones financieras, que en conjunto representaron el 4% sobre el costo a la intermediación financiera para el año 2,005 y que de acuerdo a la

historia a partir del año 1974, luego de alcanzar niveles superiores al 12% (1979), desciende hasta el 2,5% (98) y se estabiliza en el guarismo citado<sup>3</sup>.

El determinante final de acceso a recursos por esta vía, está representado por la gestión del empresario que se ve reflejado en el flujo futuro de caja que genere el negocio, la valorización del instrumento emitido y el retorno del título bien sea de renta fija o variable. Los instrumentos de captación de recursos que puede emitir el empresario, son de diferentes características de acuerdo a sus necesidades e intereses corporativos, que van desde ofrecer participación política en la administración que la da la tenencia de acciones comunes o la compensación económica por emisión de bonos, bonos obligatoriamente convertibles en acciones o acciones preferenciales con derecho a voz pero sin voto, por colocar dineros en un negocio determinado.

Respecto a las acciones comunes, el mercado mide su atractivo por las expectativas de valorización y por el nivel de dividendos que llegue a generar y que en todo caso es incierto; de ahí, que se trate de una opción de renta variable gravada con impuesto de renta por rendimientos financieros, en cabeza de la sociedad a la cual está adherida el contribuyente. En definitiva, la solidez y profundidad de un mercado de capitales, garantiza su dinámica y confianza del público inversionista. En el caso de los Bonos, la legislación permite tener garantes colaterales para emisiones tipo aval o garantía bancaria que respaldan las operaciones y generan seguridad al inversionista.

El mercado de capitales definido en términos amplitud, ingreso de nuevas empresas, índice de bursatilidad entre otros, aún es muy limitado en Colombia, de manera tal, que los procesos de democratización accionaria no son lo suficientes, para garantizar movilidad directa de recursos del mercado por esta vía.

En consecuencia, la otra opción que requiere procesos de profundidad, maduración y consolidación por parte del mediano empresariado, lo conforman los inversionistas institucionales referidos, cuyo objeto es el de invertir en las mejores opciones financieras ofrecidas en el mercado, sin afán ni deseo de tener control político sobre sociedades. Este es una opción importante al que pueden acceder los empresarios bien sea en forma individual o sindicada, a recursos de capital para fonderar sus operaciones.

## 7.9. Ejercicios propuestos

1. Porqué valor de descuento, se vendió un CDAT constituido el día 15 de septiembre por 29 días al 6% e.a., y se negoció el 1 de octubre del mismo año garantizando al comprador una rentabilidad del 6.5% anual vencida?

<sup>3</sup> SANDOVAL R. Carlos Alberto. "Acceso financiero - El papel de la política pública" Asobancaria. Bogotá, 2.006. Pág.3.

2. Un CDT por valor de \$ 2500 MM constituido el 1 de enero por un año, con una tasa de interés del 5% e.a. e intereses pagaderos s.v., se quiere vender el día de hoy (90 días después de su expedición). ¿Cuál debe ser el valor de venta si el inversionista quiere obtener una rentabilidad del 6% año vencido?
3. ¿Qué rentabilidad obtuvo un inversionista si compró un título a descuento por el 97.1269% de su valor de redención, si faltan 90 días para su vencimiento?
4. ¿En cuánto tiempo (número de días), un inversionista obtiene una rentabilidad del 10% e.a, si compró un título a descuento al 94.17% de su valor de redención?
5. Un título por \$ 200 millones con una tasa pactada de interés del 8% T.V. por un año, se quiere vender faltando 270 días para su vencimiento. ¿Cuál debe ser su precio de venta si la tasa de oportunidad del inversionista es de 4 puntos reales?
6. Un inversionista posee un BONO que fue expedido el 1 de enero por 3 años con una tasa de interés anual vencida del 8%, pagadera por SV. El día 3 de octubre de ese mismo año, recibió dos ofertas:
  - a) Comprarle el título al 95.2636% de su valor de redención.
  - b) Por un precio que le garantice al inversionista una renta del 9% T.V.  
¿Qué opción es más favorable para el tenedor del Bono?
7. Una Aceptación Bancaria, ¿en cuanto debe ser vendida hoy a la cual le faltan 6 meses para su vencimiento, si la tasa promedio del mercado para estos papeles es del 9% anual vencida?
8. Un Bono del banco AAA, con tasa de interés del DTF + 2.5 puntos y pago de intereses por semestre anticipado, fue expedido el 29 de octubre con vencimiento dos años más tarde, por valor de \$ 2.000 millones de pesos. Si un inversionista espera un rendimiento anual vencido del 7%, ¿en cuánto se debe vender si faltan 30 días al vencimiento, para garantizar la rentabilidad al inversionista?
9. Un Bono ordinario de la Corporación CCC, con tasa de interés del DTF + 1.5 puntos y modalidad S.A. fue expedido el 29 de agosto y plazo de dos años, por valor de \$ 1.200 millones de pesos. Si un inversionista espera un rendimiento anual vencido del 10%, ¿en cuanto debe vender el Bono faltando 60 días al vencimiento?
10. ¿Por qué valor de descuento se debe vender una aceptación bancaria [%], que le faltan 35 días para su vencimiento, si se quiere tener una rentabilidad del 9% e.a.?

11. ¿Por qué precio se debe vender un título cuya tasa de interés facial es del 6% t.v. expedido a 180 días, y al cual le faltan 12 días para su vencimiento si el inversionista quiere obtener una rentabilidad del 8% e.a.?
12. El 1º de marzo una acción se cotizó en \$418 y 45 días después en \$421. ¿Cuál fue la rentabilidad obtenida durante este lapso? (no hubo pago de dividendos).
13. Un CDT constituido hace 28 días por valor de \$245 MM, tasa de interés del 6% s.v., con pagos trimestrales vencidos y plazo de un año, se quiere vender. ¿Cuál es el precio de venta si se quiere garantizar al comprador una tasa del 8% e.a.?

## Bibliografía consultada

**BANCOMERCIO**, *Aceptaciones bancarias*. Ediciones bancarias y financieras. Bogotá, 1999.

**BOLSA DE BOGOTÁ**. "Manual de valores negociables en bolsa" publicación, Bogotá, 1991.

**FABOZZI, Frank J.** *Bond Markets, Analysis and strategies*. 2a Ed. Sloan School of Management MIT. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ. 1995.

**FABOZZI, Frank J. & MODIGLIANI, Franco.** *Mercados e Instituciones Financieras*. 2a Ed. Michael G. Ferri. M.G.H. 1995.

**GARCIA, Jaime.** *Matemáticas financieras con ecuaciones de diferencia finita*. Universidad Externado de Colombia. Bogotá, 1986

**MINISTERIO DE HACIENDA Y CRÉDITO PÚBLICO**: "Breve guía sobre bonos pensionales" Feb/99.

**SUPERINTENDENCIA FINANCIERA DE COLOMBIA**. Res. 200, 500/95. Circular externa 011, 033 y 041/02, CE 042/01, EOSF- Ley 725/03, Circular básica contable y financiera 100/95 y jurídica 007/96 con sus actualizaciones.

\_\_\_\_\_. Revista de la Superintendencia. Varios números.

**VELOSA GAITAN, Néstor Francisco y SANMIGUEL A, Héctor A.** *Manual de Matemáticas Financieras Aplicadas al Sector Financiero*. Asobancaria, 1990.

## Capítulo 8. Evaluación financiera

### 8.1. Proyectos de inversión

Los negocios presentan múltiples y variadas situaciones frente a las cuales se toman decisiones bajo ambientes de incertidumbre. Por lo tanto, es necesario recurrir al uso y aplicación de herramientas metodológicas que guíen hacia el mejor resultado financiero probable, soportado en una estructura sólida, representada en un proyecto de inversión.

**Definición de un proyecto de inversión:** conjunto de actividades programadas y planeadas técnicamente como oportunidad de negocio, mediante las cuales se busca alcanzar una rentabilidad atractiva a los inversionistas.

Todo proyecto debe superar la etapa de preinversión, que corresponde al proceso previo a la ejecución del proyecto o factibilidad, en la cual se realiza un estudio juicioso desde el punto de vista legal, mercado, técnico, financiero entre otros, según su naturaleza. En este proceso, se miden y evalúan posibles riesgos inherentes al desarrollo y funcionamiento. Evaluado y viabilizado el proyecto, (frente a otras alternativas y/o tasa de oportunidad) se procede con la inversión en montaje, diseños definitivos, terreno, obras civiles, maquinaria y equipo, contratos necesarios para alcanzar los objetivos trazados en el proyecto; luego viene la etapa de operación, validación y ajustes. Un proyecto conlleva una secuencia de decisiones, sobre acciones y hechos o eventos económicos, que ocurren a lo largo del tiempo.

**Evaluación financiera del proyecto:** consiste en comparar egresos e ingresos generados en el desarrollo del negocio en un momento dado del tiempo, mediante un ejercicio de proyecciones financieras que permitan estructurar flujos de caja libre. La decisión está en función del retorno obtenido frente a la tasa de oportunidad del inversionista.

**Flujo de caja:** resultado financiero neto entre ingresos y egresos periódicos que se esperan obtener de un proyecto, dentro de un horizonte previamente definido. El período cero (0) registra la inversión inicial requerida para emprender el proyecto y al final de cada periodo (anual generalmente) los flujos de fondos generados. Estos valores son de naturaleza contable obtenidos de los estados financieros proyectados y que reflejan la actividad y los hechos económicos ocurridos en todo el período. Al ser flujos de caja no de causación, hay que tener presente el manejo que se da a la depreciación y amortización de cargos diferidos.

El flujo de caja, es el producto final que se obtiene luego de un complejo estudio de estructuración de ingeniería financiera, que refleja todas las operaciones que demanda un proyecto. Incluye el análisis del

comportamiento del pasado reciente de la firma, los supuestos del negocio (internos y externos), riesgos a los cuales está expuesto entre otros.

**Clasificación de proyectos:** Las alternativas de inversión se pueden clasificar en dependientes, independientes y mutuamente excluyentes. Cuando un proyecto no se puede llevar a cabo sin que otro se realice son dependientes y se subdividen en complementarios, sustitutos y prerrequisito. Cuando dos o más proyectos se realizan sin que los resultados o decisiones con respecto a estos interfieran son independientes (si la realización de uno no afecta técnica ni económicamente la del otro) y cuando dentro de un grupo de alternativas se lleva a cabo una de ellas y este hecho hace que las otras alternativas no puedan realizarse por cuanto no se justifica bien sea porque suple la misma necesidad o comparte el mismo recurso, son mutuamente excluyentes.

**Tipos de indicadores de evaluación:** Estructurado el flujo de caja, se calculan los indicadores que midan el atractivo o rentabilidad, como quía para la toma de decisiones al respecto, ponderando retorno versus riesgos y sus factores mitigantes. Los indicadores clásicos reconocidos internacionalmente en el medio de las finanzas privadas y asociados a inversión-retorno son:

- ◆ Valor presente neto (VPN) o valor actual neto (VAN).
- ◆ Tasa interna de retorno (TIR).
- ◆ Valor uniforme equivalente (VUE).
- ◆ Relación Ingreso-Inversión (RII).
- ◆ Período de recuperación o de retorno de la inversión (PRI).

Cuando no es posible cuantificar beneficios económicos por la naturaleza misma del proyecto, es habitual optar por resultados que indiquen mínimo costo frente a alternativas comparables, o de costos de eficiencia, como el caso de decidir entre comprar o arrendar un bien mueble o inmueble, o seleccionar entre varias opciones una nueva infraestructura tecnológica que optimice procesos y genere economías de escala.

**Administración e impacto de los costos financieros generados en un proyecto de inversión:** Los intereses periódicos que se pagan por un préstamo, en proyectos apalancados de fuentes externas, un crédito bancario por ejemplo, implican una salida real de efectivo. ¿Cuál es el manejo financiero dado a este gasto en el flujo del proyecto? Como el flujo se descuenta a una determinada tasa, no es correcto deducir del flujo este concepto, dado que se castigaría doble vez el proyecto. Si eventualmente se han descontado los intereses para obtener la utilidad neta, es imperativo adicionarlos al flujo teniendo en cuenta el factor impositivo, adicionando sólo los intereses netos de impuestos. Es decir, si el valor de los intereses periódicos es de un millón de pesos y la tasa impositiva es del 35%, el valor

a incluir es de seiscientos cincuenta mil pesos por cada período donde se cause. Tenga en cuenta que la tasa de descuento utilizada esta afectada por el impuesto de renta.

## **8.2. Tasa de descuento, de oportunidad o costo de capital**

Tasa de oportunidad, tasa de rentabilidad mínima atractiva o interés mínimo atractivo, es la tasa a la cual un inversionista colocaría sus recursos, si decide no participar en el proyecto que evalúa. Es importante tener presente que el criterio principal de utilización de esta tasa, es el **nivel de riesgo** que se administra; es decir, que las alternativas deben registrar mismos niveles de riesgo, para que sean comparables. Significa esto que los proyectos, perforación de un pozo petrolero o compra de TES, registran en forma evidente diferentes riesgos; por lo tanto, tienen tasas diferentes de descuento. Conduce a un error descontar una inversión de papeles garantizados por un gobierno con una tasa que corresponda a un proyecto con alto riesgo de éxito, como este caso.

Estructurar una tasa de descuento, técnicamente implica tomar una tasa variable representativa del mercado de captación a plazo o libre de riesgo, se calcula los puntos en términos reales que van asociados al riesgo (incluir la tasa de inflación) y al retorno de otras oportunidad alternas de inversión.

La tasa libre de riesgo como indicativa global para Colombia, está referida a los TES (Títulos emitidos por la tesorería General de la Nación) susceptible de adicionarle unos puntos, según las condiciones de liquidez del mercado. La tasa de inflación garantiza mantener el valor del dinero por pérdida del poder adquisitivo de la moneda y la prima de riesgo que cuantifica los eventos probables de ocurrencia o asociados o propios del negocio en cuestión.

Cada caso es particular, por lo tanto, el banquero de inversión experto en ingeniería financiera, debe analizar cuidadosamente los riesgos inherentes al proyecto y definir estrategias mitigantes que permitan sortear y superar las situaciones adversas previsibles. Debe clasificar y cuantificar entre otros los riesgos de tasa de cambio (si registra algún vínculo comercial con el exterior), riesgo país (inversionista extranjero y local), operativo (propio del negocio), de contraparte o de incumplimiento, de liquidez.

Es prudente incluir riesgos que si bien no son inherentes a la estructura financiera, pueden golpear fuertemente y afectar el normal desempeño del negocio como los temas legales (medioambientales, uso-restricción de materias primas, etc.), la misma estabilidad de las normas y el componente tributario.

En consecuencia, la tasa de descuento debe reflejar el riesgo sistemático (global del mercado, económico, político, cambio en el precio de papeles

internacionales), no diversificable o inevitable y no el riesgo No sistemático o evitable mediante diversificación, coberturas, pólizas, etc.

**Cuadro N° 8.1. Matriz de costo de capital de unidades estratégicas de negocios. (Caso simulado).**

<b>RIESGO (%)</b>	<b>ALTO</b>	<b>II</b> Leasing habitacional (11+UVR) Redescuento FINAGRO* (+2.0)	<b>IV</b> Crédito consumo* (+16.3) Micro-crédito* (+12.5)
	<b>BAJO</b>	<b>I</b> Cartera Corporativa (+6) Op. TES/Repos (DTF)	<b>III</b> <b>Sistemas de Pago y recaudo. ATM (+18)*</b>
		<b>BAJO</b>	<b>ALTO</b>
		<b>RENTABILIDAD (%)</b>	

\*Costo de capital según unidad de negocio, medido en puntos sobre DTF (ea).

Si es una institución financiera quien evalúa un nuevo proyecto de inversión que soporte alguno de sus líneas de negocio, debe utilizar como tasa de descuento, la tasa de retorno propia de ese negocio y no el promedio ponderado de todos los negocios, por cuanto cada uno lleva implícito su propio riesgo. El cuadro N° 8.1., muestra una situación hipotética de tasas de retorno según negocio, clasificadas en cuatro posibles escenarios o perfiles financieros asociadas a rentabilidad y riesgo. Los valores estimados, son las tasas adecuadas para descontar los flujos esperados de caja. Si por ejemplo se evalúa un negocio de medios de pago, se descontarán los flujos con la tasa de renta del negocio del tercer cuadrante, según la metodología seleccionada para su evaluación.

El riesgo aplicable al calcular la tasa de descuento de un proyecto es el implícito en los flujos de caja; si el proyecto es apalancado, se ve reflejado en su flujo este costo, pero no se asocia la tasa del crédito con la tasa de descuento. Al tratarse de valorar una empresa o negocio, se aplica el costo promedio ponderado de capital, como se analiza en el capítulo 9.

**Nota:** Calcular una tasa de interés para liquidar intereses o para actualizar valores, como ocurre con las tasas referidas a DTF, inflación y prima de riesgo (puntos) se debe realizar el producto entre estas, tal como se presenta en la siguiente notación:

$$\prod_{td=1}^N (1 + i_{td}) = (1 + i_1)(1 + i_2) \dots (1 + i_N) - 1 ; \prod_{td=1}^N = \text{multiplicación}$$

Al final se resta la unidad y se expresa porcentualmente.

**$f_x$**  =VF.PLAN(1;{ $i_1; i_2; i_1 \dots i_N$ })-1  
 Función de EXCEL que convierte a factor o tasa (con o sin restar la unidad a la función), la combinación de tasa libre de riesgo, inflación y puntos por prima de riesgo o cualquier otra combinación de tasas, para obtener una única expresada en términos efectivos anuales.

Si DTF es 6,5% e.a., inflación 4.2% y spread 8%, entonces la tasa única es:

=VF.PLAN(1;{0,065;0.042;0,08})-1  
 = **19,85% e.a.**

### 8.3. La inflación y la tasa descuento

En una economía sin inflación, un inversionista está en condiciones de posponer consumo de hoy, siempre y cuando el importe futuro sea mayor en una determinada proporción. Para dar una referencia, por cada \$100 pesos que preste espera recibir al final de un año \$106, es decir una tasa de interés real del 6%. En una situación económica inflacionaria, con una variación anual del 5% del IPC, el inversionista desea mantener su condición financiera inicial, (tasa real del 6%); por lo tanto, espera recibir al final el año, \$111,30, equivalente a una tasa efectiva anual del 11.30%. (Ley de Fisher, la tasa nominal debe superar a la tasa real en economías inflacionarias).

De lo anterior se deduce la consistencia que debe existir entre la expresión de precios estructuradores de flujos de caja y tasa de descuento aplicada. Si se toma como referente precios corrientes la tasa de descuento debe contener el factor inflacionario y en presencia de precios constante la tasa aplicable es la real.

El cuadro N° 8.2., registra un flujo de fondos calculado a precios corrientes, con un horizonte de cinco años. Para evaluar su conveniencia financiera utiliza el método de VPN. El flujo descontado a tasa del 4.5% anual, arroja un resultado positivo de \$32.6 (viable financieramente).

Expresado el flujo a precios constantes del año (1), se encuentra equivalencia en los valores de los flujos netos; esto es, \$30 del flujo neto del último año en precios corrientes, equivale a \$24,1 en precios constantes. La sumatoria del flujo de caja a precios constantes equivale al VPN a precios corrientes según la tasa de descuento, por cuanto los valores están expresados a comienzos del año 1 o en el momento cero. Bajo estas condiciones la tasa real es del cero por ciento.

**Cuadro N° 8.2. Flujo de caja expresado a precios corrientes y constantes. Tasa real 0%**

precios corrientes							VPN
0	1	2	3	4	5		
Inversión	-100,0						32,6
Ingresos		30,0	100,0	100,0	130,0	121,0	
Egresos		20,0	80,0	75,0	60,0	91,0	
Flujo neto	<b>-100,0</b>	<b>10,0</b>	<b>20,0</b>	<b>25,0</b>	<b>70,0</b>	<b>30,0</b>	

precios constantes							VPN
0	1	2	3	4	5		
Inversión	-100,0						32,6
Ingresos		28,7	91,6	87,6	109,0	97,1	
Egresos		19,1	73,3	65,7	50,3	73,0	
Flujo neto	<b>-100,0</b>	<b>9,6</b>	<b>18,3</b>	<b>21,9</b>	<b>58,7</b>	<b>24,1</b>	

Inflación	1	2	3	4	5
	4,5%	4,5%	4,5%	4,5%	4,5%

En cuadro N° 8.3. registra flujos de caja con un nivel de ingresos y egresos que crecen al 8% y 6% anual respectivamente. Para descontar el flujo corriente, se aplica la tasa nominal anual (11,8%) que hace que el VPN sea igual a +\$200.

El flujo constante, se expresa a precios del año uno; por lo tanto, para calcular el VPN, se descuenta a tasa real del 7%, con la cual se obtiene el mismo VPN. Otra forma de calcularlo es mediante la diferencia de los valores presentes de ingresos e inversión.

**Cuadro N° 8.3. Flujos de caja a precios corrientes y constantes con tasa de interés real del 7%.**

precios corrientes							VPN
0	1	2	3	4	5		
Inversión	-1.000,0						200,0
Ingresos		650,0	702,0	758,2	818,8	884,3	
Egresos		375,9	398,4	422,4	447,7	474,6	
Flujo neto	<b>-1.000,0</b>	<b>274,1</b>	<b>303,6</b>	<b>335,8</b>	<b>371,1</b>	<b>409,8</b>	

precios constantes							VPN
0	1	2	3	4	5		
Inversión	-1.000,0						200,0
Ingresos		622,0	642,8	664,4	686,6	709,6	
Egresos		359,7	364,9	370,1	375,4	380,8	
Flujo neto	<b>-1.000,0</b>	<b>262,3</b>	<b>278,0</b>	<b>294,3</b>	<b>311,2</b>	<b>328,8</b>	

Inflación	1	2	3	4	5
	4,5%	4,5%	4,5%	4,5%	4,5%
Int. real	7,00%	7,00%	7,00%	7,00%	7,00%
Int. nominal	11,8%	11,8%	11,8%	11,8%	11,8%

En consecuencia, se identifican dos tasas de descuento: nominal y real. Cuál usar? El uso de cualquiera de estas tasas está en función de la definición de los flujos de caja proyectados, de manera tal que exista coherencia entre flujos estructurados a precios corrientes o constantes. Si los flujos están expresados en precios corrientes, la tasa debe estar expresada en términos nominales y a flujos constantes tasa de descuento real, como se advirtió previamente.

La connotación de la expresión de cifras a precios corrientes o constantes, es en apariencia simple; sin embargo, en un estado real de la naturaleza donde se desarrollan los diferentes tipos de negocios, es una tarea compleja. Se trata de un tema representado por los ajustes integrales por inflación de los activos no monetarios y de su impacto fiscal sobre los flujos, en los casos en los cuales la norma lo exige. Sobre el particular, Copeland (2004) comenta: "Para empresas que desarrollen su actividad en un entorno muy inflacionario, recomendamos encarecidamente que las valoraciones se realicen tanto en términos nominales como reales (moneda constante). Si los ajustes se hacen de manera correcta, el valor resultante ha de ser idéntico (el valor de los cash flow nominales descontados al tipo de interés nominal debe ser igual al valor correspondiente de los cash flow reales descontados al respectivo tipo de interés real). La aplicación de ambos métodos es el mejor sistema para asegurarse de haber realizado correctamente los ajustes derivados de los efectos de la inflación"<sup>1</sup>

Para economías emergentes, es conveniente emplear los dos métodos donde las tasas de inflación son de dos dígitos, como ocurría en Colombia, México y Venezuela en el año 99. Con índices de inflación como el registrado en Colombia y con objetivo en el corto plazo de llegar al 3%, es consistente estructurar modelos a precios corrientes, y considerar el efecto inflacionario en la tasa de descuento.

Una referencia sobre el particular la realiza el profesor Ignacio Vélez: "La mayor falla de la metodología de precios constantes es que las suposiciones o condiciones implícitas que tienen, distorsionan la realidad que deseamos representar por medio del modelo (el flujo de caja y los estados financieros son un modelo). Por lo tanto, la validación de este modelo con la realidad es imposible: La situación, es pues, muy simple: no es cierto que evaluar proyectos con precios constantes o pesos constantes sea equivalente a evaluarlo con precios nominales o corrientes. Las metodologías de precios y pesos constantes son sesgadas y sobrevalúan un proyecto. Estas metodologías simplifican en exceso la realidad y producen resultados indeseables. Estas metodologías (precios constantes y reales) son una simplificación inadecuada y exagerada de la realidad. La metodología correcta es la de precios corrientes; cualquier otro enfoque que no represente la realidad lo más cercano posible, se debe desechar en forma inmediata"<sup>2</sup>

Pese a que se expuso recientemente esta condición, es muy importante recordar que la estructura metodológica de una tasa que lleva implícita factor riesgo, factor inflación, tasa libre de riesgo, entre otros, es de la forma:

---

<sup>1</sup> COPELAND, Tom, KOLLER, Tim y MURRIN, Jack. *Valoración* Ed. DEUSTO. España 2.004. Pág.449.

<sup>2</sup> VELEZ, Ignacio. *Decisiones de inversión. Una aproximación al análisis de alternativas*. 4ª ed. CEJA. 2.004.

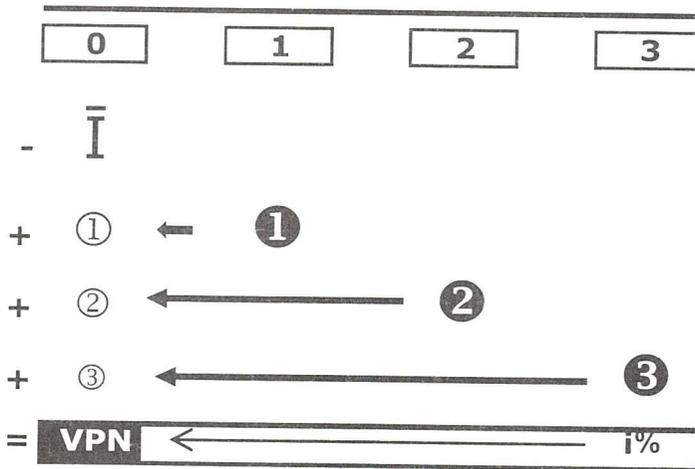
$$[(1+Ti)(1+Tlr)(1+Pr)]^{-1} = Tasa_i$$

Ti= Tasa de inflación, Tlr=Tasa libre de riesgo y Pr=Prima riesgos.

#### 8.4. Valor presente neto.

Es un método o enfoque que consiste en descontar en un punto del tiempo, flujos futuros de fondos generados por un proyecto, mediante la aplicación de una tasa de descuento "adecuada". Esta tasa, está en función de los rendimientos esperados y riesgos implícitos del negocio que asume el inversionista, al incursionar en el proyecto. De acuerdo a los resultados financieros de la evaluación, decide incursionar o no en el proyecto.

**Gráfica N° 8.1. Ilustración esquemática de descuento de flujos futuros base de cálculo del VPN.**



De acuerdo al registro gráfico N° 8.1., la metodología para obtener el Valor Presente Neto (VPN), a partir de una tasa  $i\%$  de descuento, consiste en expresar a precios del momento cero (0) los futuros flujos de fondos que genera el proyecto y al resultado obtenido (valor presente) restar la inversión inicial, de ahí su denominación neto. La gráfica presenta en un horizonte de tres años, una inversión inicial ( $\bar{I}$ ) y flujos futuros identificados con los números del 1 al 3 encerrados en círculos que al descontarlos al momento cero, reducen su tamaño, con la connotación de dimensión de un valor determinado en el año tres es menor en el momento cero o presente.

El VPN es una herramienta muy poderosa, de uso muy generalizado a nivel tanto nacional como internacional y dada su facilidad de interpretación los proyectos son evaluados con este método. Pese a tener algunas limitaciones

que serán expuestas en las siguientes páginas, el consultor financiero está en capacidad para optar por este método o elegir otra herramienta financiera, que permita tomar la opción más adecuada desde la óptica de las finanzas.

#### 8.4.1. Normalizado o de periodicidad regular

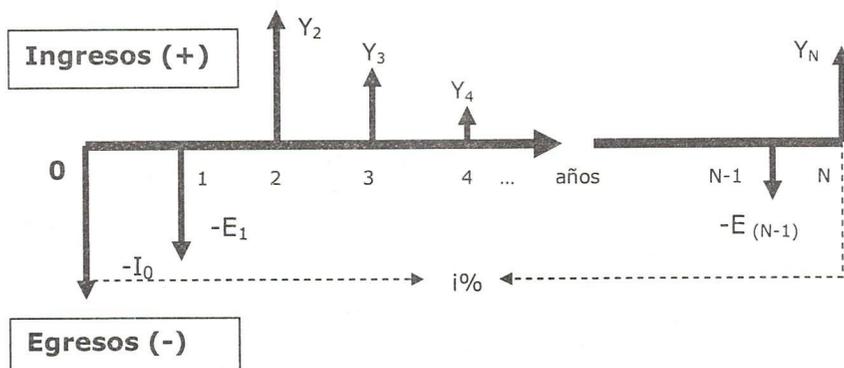
Corresponde a flujos de caja estructurados con igual periodicidad entre cada ingreso/desembolso de recursos. La periodicidad puede ser mensual, trimestral, semestral, anual entre otros. (Importante la uniformidad en el manejo de la variable tiempo).

Se define el valor presente o actualizado neto VPN, al valor que resulta de descontar flujos futuros de fondos (ingresos y/o egresos), con una tasa de oportunidad determinada previamente por el inversionista en un período cero (0), que representa el momento actual o presente. En otros términos, es la diferencia entre el valor actual de todos los ingresos en efectivo y el valor actual de todas las inversiones, gastos y costos generados en el proyecto, descontado a la tasa de oportunidad del inversionista en función de la naturaleza del proyecto, según nivel de riesgo<sup>3</sup>. Técnicamente se expresa como:

$$VPN_0 = -I_0 + \sum_{N=1}^n \frac{\text{Flujos} - \text{Futuros}_N}{(1+i)^N}$$

En todo caso los ingresos se registran con signo positivo y los egresos e inversión inicial son negativos, para efectos de aplicar las funciones de las hojas de cálculo EXCEL.

**Gráfica N° 8.2. Diagrama periódico regular de un flujo de caja**



<sup>3</sup>Los autores BODIE, Zvi, & MERTON, Robert. en su libro "Finanzas" PH. México 1999, Pág. 92. denominan a esta tasa, costo de oportunidad de capital o tasa de capitalización del mercado, que es la tasa que se obtendría en otra opción en caso de no invertir en el proyecto en evaluación.

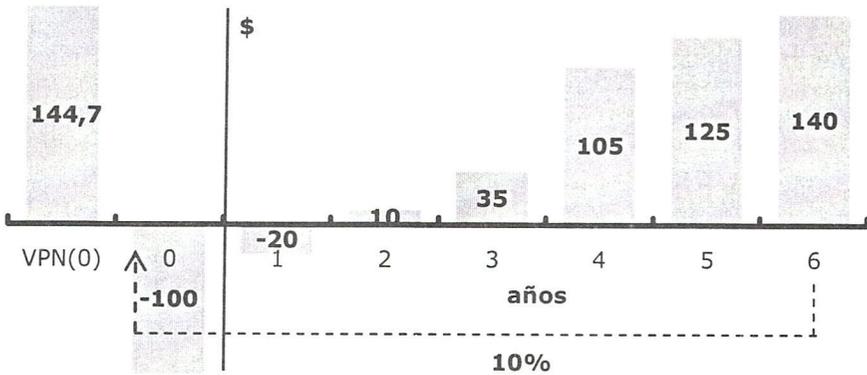
En la gráfica N° 8.2., se aprecia un flujo de caja, con ingresos y egresos periódicos en un lapso N, inversión inicial  $-I_0$  y una tasa de descuento de  $i\%$ .

Otra manera de calcular el valor presente neto, es por diferencia entre el VPE, valor presente de la inversión inicial y los egresos (gastos y costos) y el VPY, valor presente de ingresos.

$$VPN = VPY - VPE; \rightarrow VPN_0 = \sum_{N=1}^n \frac{FFY_N}{(1+i)^N} - \sum_{N=1}^n \frac{FFE_N}{(1+i)^N}$$

Donde, FFY y FFE son los flujos futuros de ingresos y de egresos respectivamente.

**Gráfica N° 8.3. Flujo de caja periódico y cálculo del VPN.**



La gráfica N° 8.3. materializa un proyecto con un horizonte de 6 años, flujos futuros netos periódicos y tasa de descuento del 10%. La evaluación a través de VPN es positiva, que implica que además de recuperar la inversión inicial, remunerar los recursos invertidos al 10%, genera \$144.7 unidades monetarias adicionales.

**Interpretación del resultado obtenido por VPN:** El VPN mide el valor marginal que genera o no un proyecto (Resultado positivo o negativo). Considera por lo tanto, las inversiones y/o recursos frescos que se inyecta al proyecto, el interés (tasa de descuento o costo de oportunidad del dinero de los inversionistas) que retorna el proyecto en un horizonte del tiempo. Un VPN positivo agrega valor a la firma, y uno negativo destruye valor. Si es cero el impacto es neutro, remunera el proyecto a la tasa exigida por el inversionista. La relación VPN – tasa de descuento es inversa, a mayor tasa, menor VPN y viceversa.

Un valor positivo o mayor a cero, significa que el proyecto devuelve al inversionista además de la inversión realizada y de los intereses generados a la tasa de descuento o de oportunidad, una suma adicional que corresponde al resultado del valor calculado del VPN.

Si el VPN es cero, sólo recupera la inversión más los intereses al costo de oportunidad o costo del dinero. Si el resultado es negativo implica que el proyecto no genera los suficientes recursos para cubrir al menos el valor invertido e intereses a tasa de descuento. Ver cuadro N° 8.4. Criterio de decisión.

**Cuadro N° 8.4. Criterio de decisión según resultado del VPN**

Resultado del VPN (0)	Decisión	Agrega Valor?
VPN > 0	Acepta la alternativa, implica que además de generar recursos a la tasa de oportunidad, se reportan rendimientos adicionales.	SI
VPN < 0	Alternativa no rentable.	NO
VPN = 0	Se recupera la inversión y se alcanza a tener una rentabilidad igual a la tasa de oportunidad. Punto de indiferencia.	NO. Indiferente

**NOTA:** Según la estructura del flujo de fondos, escoger la alternativa de mayor VPN positivo.

Con VPN positivo, el inversionista registra una situación financiera más conveniente que la que tenía antes de emprender el proyecto. Indica que además de rentar el proyecto a la tasa de descuento, genera recursos adicionales en el monto equivalente a precios de hoy del resultado obtenido.

**Cuadro N° 8.5. Distribución del valor presente neto positivo**



Un VPN positivo o mayor a cero (0), debe ser consistente con una TIR mayor al costo de capital de los recursos apalancados para incursionar en el proyecto.

El cuadro N° 8.5. esquematiza un VPN positivo en tres segmentos: La base referida a la devolución del capital necesario para incursionar en el proyecto que pertenece al inversionista, el costo financiero por utilizar los recursos de inversión y la renta marginal que genera mayor valor al inversionista por incursionar y tomar posición en un nuevo proyecto que lleva implícito un riesgo.

**Ejemplo N° 8.1.** Para mayor ilustración, sobre el efecto que genera en un proyecto el Valor presente neto positivo, se analiza el flujo de caja del cuadro N° 8.6. El flujo corresponde a una alícuota, que demanda una inversión inicial de \$1.000, y se espera genere anualmente recursos por \$ 350 durante los próximos cuatro años. La TIR del proyecto es del 15% efectiva anual. El inversionista, definió su tasa de oportunidad (descuento) en el 12%, que equivale a un VPN de \$63,9. De acuerdo a lo expuesto, este valor corresponde a la renta marginal que recibiría a precios de hoy, el inversionista por elegir esta alternativa.

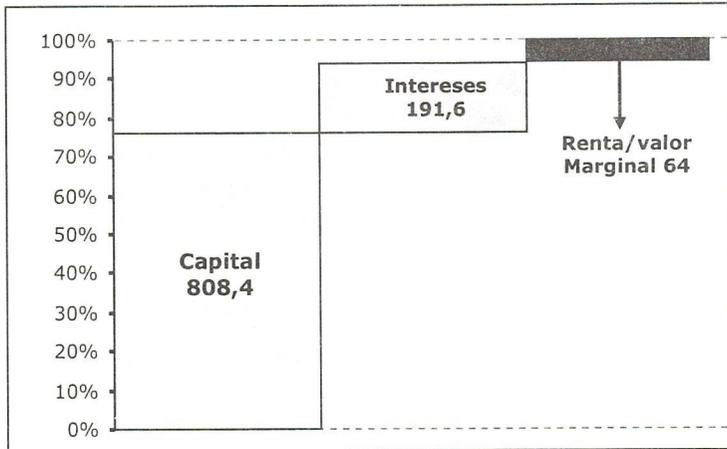
De los \$350 que genera anualmente el proyecto, se distribuyen de la siguiente forma: una parte para amortizar capital, otra porción a cubrir el costo financiero y el remanente como renta marginal, en cuantías de \$230,3, \$90 y \$30 respectivamente al final del primer año. De igual forma, se descompone la alícuota en los períodos restantes.

**Cuadro N° 8.6. Aproximación a la distribución del valor presente neto positivo del flujo de caja del proyecto A.**

n	Flujo de caja	Amortiza capital	Interés	Renta Marginal
0	-1.000			
1	350	230,3	90,0	30,0
2	350	254,3	72,0	24,0
3	350	281,9	51,2	17,1
4	350	313,7	27,4	9,1
<b>TIR</b>	<b>15,0%</b>			
<b>Tasa Dc</b>	<b>12,0%</b>			
<b>VPN(TIR)</b>	0,00			
<b>VPN(TD)</b>	<b>63,9</b>	-191,6		
<b>VP(TD)</b>		808,4	191,6	<b>63,9</b>
<b>VP(Amortiza Capital+interés)</b>				1.000,0

Ahora bien, el valor presente del flujo que amortiza capital es igual a \$808,4 y de los intereses de \$191,6 que sumados equivale al valor de la inversión inicial \$1,000, calculados a tasa de descuento del 12%. Por su parte, la renta marginal en los mismos términos es de \$63,9 valor que corresponde al VPN del flujo de caja del proyecto. Ver gráfica N° 8.4.

**Gráfica N° 8.4. Distribución relativa y valores absolutos del Proyecto A. Capital, interés y renta marginal**



**Cuadro N° 8.7. Análisis de sensibilidad VPN según tasa de descuento y VPN estimado**

Tasa Dcto.	VPN	VPN (1)
10%	110,3	116,3
11%	86,7	88,1
12%	<b>63,9</b>	62,4
13%	41,9	38,8
14%	20,6	16,9
15%	-	-3,4
16%	-19,9	-22,5
17%	-39,1	-40,4
18%	-57,8	-57,2
19%	-75,8	-73,2
20%	-93,3	-88,3
R2	0,9978	0,9907

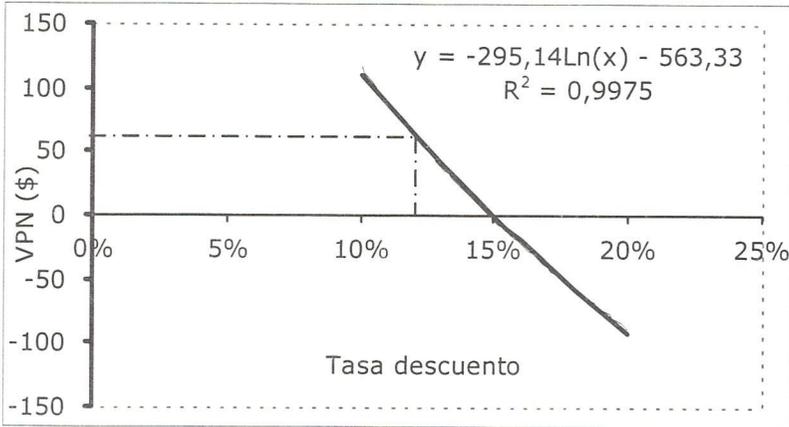
(1): Ajuste al modelo logarítmico.

$$VPN = -295,14(TD) - 563,33$$

De acuerdo a la tasa de descuento aplicada, el valor presente neto varía en forma inversa tasa - VPN. El valor de cero corresponde a la tasa de descuento igual a la TIR del flujo del proyecto. El coeficiente de correlación,

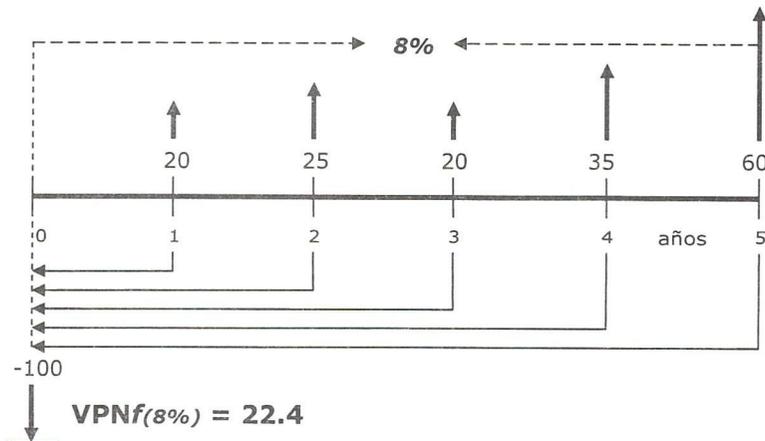
como ajuste a los datos, es más cercano a la unidad con descuento del flujo. Al aplicar la tendencia del modelo  $VPN = -295.14 \ln(x) - 563.33$ , los resultados del VPN difieren y el R2 se reduce a 0.9907. Ver cuadro N° 8.7 y gráfica N° 8.5.

**Gráfica N° 8.5. Modelo del VPN según tasa de descuento. Caso proyecto A.**



**Ejemplo N° 8.2.** La gráfica N° 8.6., muestra el flujo de caja generado por el proyecto que demanda una inversión inicial de \$100 unidades monetarias (um) en un horizonte de cinco años y una tasa de descuento del 8%. El VPN es de \$22.4 um, que significa que el proyecto genera caja suficiente para amortizar capital, remunerar al inversionista a la tasa de descuento y queda un excedente adicional de \$22,4.

**Gráfica N° 8.6. Diagrama de flujo con VPN según tasa de descuento**



El cuadro N° 8.8. registra el comportamiento del VPN del flujo de caja descontado a diferentes tasas. A medida que aumenta la tasa disminuye el VPN hasta ser negativo. Así mismo, se muestra el detalle de cada flujo descontado, cuya adición es el mismo VPN.

**Cuadro N° 8.8. Validación VPN vs flujos individuales descontados**

n	0	1	2	3	4	5
Flujo caja (\$)	-100	20	25	20	35	60
Tasa dcto (%)	8,0	10,0	12,0	14,0	16,0	18,0
VPN (\$)	<b>22,4</b>	<b>15,0</b>	<b>8,3</b>	<b>2,2</b>	<b>-3,5</b>	<b>-8,6</b>

VP (FFC al 8%)		18,5	21,4	15,9	25,7	40,8
VP acumulado	-100	-81,5	-60,0	-44,2	-18,4	<b>22,4</b>
VP (FFC al 10%)		18,2	20,7	15,0	23,9	37,3
VP acumulado	-100	-81,8	-61,2	-46,1	-22,2	<b>15,0</b>
VP (FFC al 12%)		17,9	19,9	14,2	22,2	34,0
VP acumulado	-100	-82,1	-62,2	-48,0	-25,7	<b>8,3</b>
VP (FFC al 14%)		17,5	19,2	13,5	20,7	31,2
VP acumulado	-100	-82,5	-63,2	-49,7	-29,0	<b>2,2</b>
VP (FFC al 16%)		17,2	18,6	12,8	19,3	28,6
VP acumulado	-100	-82,8	-64,2	-51,4	-32,0	<b>-3,5</b>
VP (FFC al 18%)		16,9	18,0	12,2	18,1	26,2
VP acumulado	-100	-83,1	-65,1	-52,9	-34,9	<b>-8,6</b>

Uso de la herramienta EXCEL  en el cálculo del Valor presente neto:

 =VNA(tasa;valor1,valor2...)

Tasa: corresponde a la tasa de descuento de los flujos de fondos.  
 Valor1,... serie de flujos futuros a descontar (rango de valores secuenciales)

En el caso ilustrado, el Valor presente neto se calculo con soporte en la función referida, de acuerdo al flujo y tasa de descuento dados. (Se asume que los valores están en la fila de A1 a A6 y una tasa del 8%)

**=VNA(0.08;A1:A6),**  
**= \$20.73 um.** (Este no es el valor correcto).

**NOTA:** Dado que la función VNA, genera el resultado un período antes (t-1) se puede optar por:

1. Calcular VPN sin inversión inicial y luego incluir la inversión que implica restarla al valor dado del flujo descontado de la siguiente forma:

**=VNA(0.08;A2:A6)-I<sub>0</sub>.** Esta expresión equivale a la fórmula:

$$VPN_0 = -I_0 + \sum_{N=1}^n \frac{\text{Flujos futuros}_N}{(1+i)^N}; \text{ entonces,}$$

$$VPN_0 = 122.4 - 100 = \$ 22.4$$

2. Actualizar el valor obtenido de la función así.  $VPN_{(t-1)}(1+i) = VPN_0$

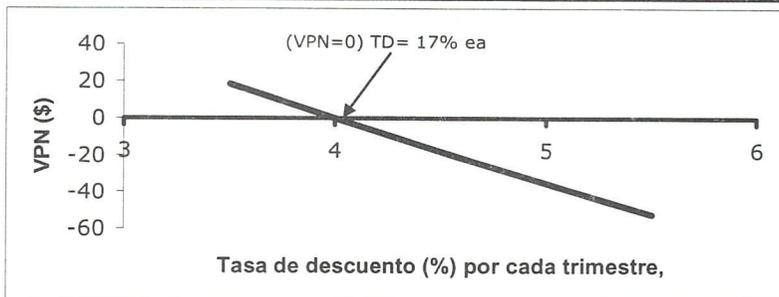
Por lo tanto,  $=VNA(0.08;A1:A6) \times (1+i) = 20.73 (1.08) = \$ 22.4 = VPN_0$

El valor presente neto correcto es \$22.4, acorde a los anteriores cálculos.

**Ejemplo N° 8.3.** Una inversión en un CDT, que reconoce una tasa de interés del 16% nominal anual trimestre vencido, durante un año (4% por cada período). Al aplicar diferentes tasas de descuento (cuadro N° 8.9.), se muestra que con tasas inferiores a la tasa facial del título, el VPN es positivo y mayores a esta, negativo.

**Cuadro N° 8.9. Simulación calculo VPN con EXCEL.**

n	0	1	2	3	4
Flujo caja (\$)	-1000	40	40	40	1040
Tasa dcto (%)	3,5	<b>4,0</b>	4,5	5,0	5,5
Tasa dcto EA (%)	14,8%	<b>17,0%</b>	19,3%	21,6%	23,9%
VPN (\$)	18,4	<b>-0,0</b>	-17,9	-35,5	-52,6



VPN (\$) *	17,7	0,0	-17,2	-33,8	-49,8
------------	------	-----	-------	-------	-------

VP (FFC al 3,5%)		38,6	37,3	36,1	906,3
VP acumulado	-1000	-961,4	-924,0	-887,9	<b>18,4</b>
VP (FFC al 4,0%)		38,5	37,0	35,6	889,0
VP acumulado	-1000	-961,5	-924,6	-889,0	<b>0,0</b>
VP (FFC al 4,5%)		38,3	36,6	35,1	872,1
VP acumulado	-1000	-961,7	-925,1	-890,0	<b>-17,9</b>
VP (FFC al 5,0%)		38,1	36,3	34,6	855,6
VP acumulado	-1000	-961,9	-925,6	-891,1	<b>-35,5</b>
VP (FFC al 5,5%)		37,9	35,9	34,1	839,5
VP acumulado	-1000	-962,1	-926,1	-892,1	<b>-52,6</b>

\*Función VNA en excel arroja VPN un período antes. ¡Ajustar!

Por equivalencia de tasas, el VPN es cero cuando la tasa es del 17% efectiva anual. Si el ahorrador quiere descontar este título en el mercado secundario y un inversionista ofrece el 14.75% efectivo anual (supuesto fuerte), el inversionista recuperaría su inversión y recibe \$18,4 adicionales a precios del momento cero. En otras palabras, obtendría una muy alta rentabilidad, que es mejor mediarla en términos de comisión del 1.84% (La compra se realizaría el mismo día de la emisión del título).

La rentabilidad del inversor se mantiene independiente del momento de la compra del título; sin embargo para el ahorrador cambia y decrece a medida que se acerca a la fecha de maduración del título como se aprecia en el cuadro N° 8.10.

**Cuadro N° 8.10. Simulación descuento CDT con tasa 14.75% e.a. en diferentes momentos del tiempo**

Inversor (Mdo 2ª)	0	01/01/2006	-1.018,4				
	1	01/04/2006	40,0	-1.014,0			
	2	01/07/2006	40,0	40,0	-1.009,5		
	3	01/10/2006	40,0	40,0	40,0	-1.004,8	
	4	01/01/2007	1.040,0	1.040,0	1.040,0	1.040,0	
	-H	<b>TIR</b>	<b>14,8%</b>	14,7%	14,6%	14,6%	

Ahorrador (Mdo 1ª)	0		-1.000,0	-1.000,0	-1.000,0	-1.000,0	-1.000,0
	1		↓	1.054,0	40,0	40,0	40
	2	(Comisión)		23,8%	1.049,5	40,0	40
	3				19,3%	1.044,8	40
	4					17,7%	1040
							<b>17,0%</b>

De acuerdo a la observación realizada previamente sobre el uso de la función VNA en hoja de EXCEL, el cuadro N° 8.9 muestra la diferencia del resultado del valor presente neto con aplicación directa de la fórmula. Con tasa del 14% anual tv, el valor calculado es de \$17,7 frente al real de \$18,4 que según la expresión y dimensión monetaria, es significativa en este nivel.

**Nota:** Frente a proyectos de inversión alternos, se selecciona el de más alto VPN, siempre que sean proyectos con montos de inversión inicial similar; si son muy diferentes, el criterio VPN no es concluyente ni definitivo, por cuanto al ser una medida relativa de la rentabilidad, pierde la noción de magnitud de la inversión.

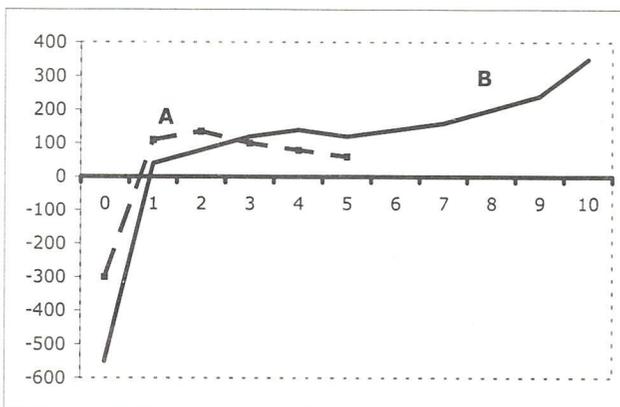
**Proyectos con vidas útiles diferentes:** Evaluar alternativas con horizontes diferentes y tomar una decisión, no es tarea fácil. El método utilizado en estos casos, iguala los horizontes, mediante la aplicación del mínimo común múltiplo (mcm) de las vidas útiles de los proyectos objeto de análisis. Surge sin embargo, un inconveniente relacionado con la amplitud del tiempo y el supuesto fuerte que conlleva replicar el comportamiento de los proyectos, hasta lograr la igualdad temporal.

Esta situación implica mantener las condiciones del entorno y del negocio en temas como el desempeño económico, tecnológico, dinámica del mercado, nuevos desarrollos, etc. de hecho impredecibles y que vulneran los supuestos y proyecciones a futuro. En consecuencia, se sugiere en la medida que sea posible contar con escenarios no mayores a diez años, con evaluación y ajuste periódico de las variables.

**Ejemplo N° 8.4.** El cuadro N° 8.11., presenta los proyectos A y B en horizontes de 5 y 10 años respectivamente. La tasa de descuento a aplicar es del 18% e.a. Se trata de seleccionar desde el punto de vista financiero que opción es más conveniente para el inversionista.

**Cuadro N° 8.11. Proyectos excluyentes con diferente horizonte**

n	A	B
0	-300	-550
1	110	40
2	135	80
3	100	120
4	80	140
5	60	120
6		140
7		160
8		200
9		240
10		350
TD(i)	18%	18%
VPN <sub>0</sub> (5)	18,5	
VPN <sub>0</sub> (10)	26,6	15,3



Al considerar que el proyecto A está definido a cinco años, el flujo debe duplicarse ( $mcm = 10$ ). En el momento cero el valor presente neto  $VPN_{(5)}$  del proyecto A es de \$18,5 y al final del quinto año, se tendría otra suma igual, que al descontarla a igual tasa (18% ea) equivale a precios del momento cero a \$8,10. Al adicionar estos dos valores presentes, se contabiliza un valor total de \$26,6. Esta última suma comparada con el  $VPN_{(10)}$  de \$15,3 del proyecto B, hace que la mejor alternativa sea A. Es necesario tener presente las condiciones que implican el uso de este método y la necesidad de considerar el elemento de innovación tecnológica en especial en proyectos con alto grado de dependencia de este recurso. Por lo tanto, el área de ingeniería debe dar su concepto frente a las condiciones técnicas, expectativas de nuevos avances e impacto en costos que genere.

**Evaluación y selección de proyectos por variación marginal de los flujos de caja:** Un método complementario idóneo para evaluar y seleccionar proyectos, se fundamenta en el cálculo del VPN incremental de los flujos de caja de cada alternativa. Este concepto se soporta, a partir de un ordenamiento en grado ascendente de los valores iniciales de inversión.

Se toma la alternativa que registra menor valor y se enfrenta a la que le sigue en valor, se restan los flujos y se procede a calcular el VPN. Si el resultado es VPN positivo, se somete a prueba esta opción enfrentada a la que sigue en orden y así sucesivamente.

El cuadro N° 8.12. registra tres proyectos A, B y C ordenados de menor a mayor volumen de inversión inicial y una tasa de descuento para el inversionista del 18%. Como primera medida, se calculó el VPN convencional, método que permitió identificar al proyecto C como mejor opción al presentar el mayor VPN comparativo (\$377,2). Ahora bien, al aplicar el valor incremental, se confirma la anterior decisión. Al realizar el ejercicio se llega al punto de enfrentar el proyecto C al B, con resultado positivo de \$88,3, que implica que es una mejor alternativa C. Al tomar el valor marginal obtenido y agregar el VPN del proyecto Base B, se obtiene el valor del VPN inicial de C, \$377,2.

**Cuadro No 8.12. Selección proyectos según VPN por aumento marginal en los flujos de caja**

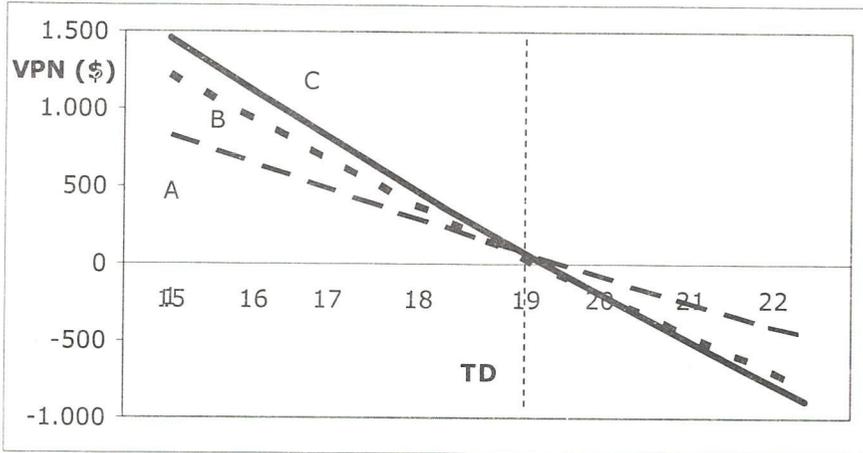
n	Proyecto			$\Delta$ inversión	
	A	B	C	[B-A]	[C-B]
0	-10000	-12000	-15000	-2000	-3000
1	4500	3500	6000	-1000	2500
2	3800	3200	3500	-600	300
3	4000	5200	5800	1200	600
4	1600	3500	4000	1900	500
5	1000	4700	5000	3700	300
<b>TD</b>	18,0%	18,0%	18,0%	18,0%	18,0%
<b>VPN</b>	239,6	288,8	<b>377,2</b>	49,3	<b>88,3</b>

Para ilustrar el comportamiento del VPN de los tres proyectos, frente a variaciones en la tasa de descuento, (Gráfica N° 8.7) se identifica al proyecto C como el de mejor resultado financiero al estar por encima de los dos restantes. Las tendencias son inversas entre tasa de descuento y VPN; a menor tasa, mayor VPN y viceversa. El VPN tiende a cero, cuando la tasa de descuento es del 19% e.a., tal como se aprecia en el cuadro N° 8.13 que muestra el resultado de sensibilidad del VPN de cada proyecto frente a variaciones en la tasa de descuento.

**Proyectos a perpetuidad:** Referidos a aquellos, que se estructuran sobre horizontes indefinidos o muy largos de operación y que demandan gastos permanentes, como ocurre con obras civiles tales como la construcción de un edificio, puente, centro vacacional, un embalse, entre otros. Es de esperarse que los desembolsos futuros sean crecientes, de tal manera que conforma

una serie variable, bien sea con aumentos de cuota fija o porcentual por periodo.

**Gráfica N° 8.7. Comportamiento VPN según tasa de descuento**



**Cuadro N° 8.13. Análisis de sensibilidad VPN caso proyectos según tasa de descuento.**

	A	B	C
15,0%	828,4	1.220,1	1.450,4
16,0%	625,7	897,5	1.079,0
17,0%	429,5	587,3	721,5
18,0%	239,6	288,8	377,2
19,0%	55,5	1,5	45,3
20,0%	-122,8	-275,1	-274,6
21,0%	-295,7	-541,7	-583,1
22,0%	-463,3	-798,6	-880,8

**Ejemplo 8.5.** Dentro de su programa de ampliación de su red de sucursales, una institución financiera contempla dos opciones para atender el mercado a través de un nuevo punto. Arrendar y adecuar un local, o construir su propia oficina. La dotación de equipos, muebles y enseres se estimó en \$ 95 millones independiente de la opción seleccionada (amortiza/deprecia en 5 años). Los gastos asociados independiente de la modalidad de tenencia del inmueble, conforma los gastos fijos de la oficina e incluye las reparaciones y mantenimientos locativos. (Evaluar sin contemplar impuestos).

La tasa de oportunidad tomada para evaluar los proyectos corresponde a aquella que la institución puede colocar en el giro ordinario del negocio, para

este caso la tasa de cartera destinada a la pequeña empresa establecida en el 21.39% e.a.

La alternativa A (arrendar oficina) implica un gasto mensual inicial por \$ 8 millones de pesos, ajustado anualmente por inflación (estimado en 4,2%). Se firma un contrato por un término de 8 años renovable automáticamente, de tal manera que se asume que el horizonte es a largo plazo. Dada esta información se calcula el valor presente de la inversión, con tasa de descuento igual a la de oportunidad y el crecimiento de la cuota según la variación del IPC (constante). El valor resultante a valor presente del canon a infinito es de \$611.3 millones (pesos a hoy), identificado con el subíndice (1) en el cuadro N° 8.14. al cual se hace referencia para el análisis.

### Cuadro N° 8.14. Condiciones y resultados alternativas sucursal financiera.

Cifras expresadas en miles de pesos

Opción		A	B	C
Tipo		Arrendar local	Construir <sup>a</sup> recursos propios	Leasing no habitacional
Horizonte (años)		8 renovables a infinito	Infinito	15 (propio) Infinito.
Inversión inicial (\$m)		Ninguna	650.000	Ninguna (crédito)
Condiciones financieras	Tasas (%)	21.39% e.a. <sup>b</sup>	21.39% e.a. <sup>b</sup>	12.7% e.a + Var UVR (4.2%)
	Canon/mes (\$m)	8.000	NA (11.196)(2) ó (8.352)(3)	9.541 (4)
	Incremento Anual	IPC	NA	Opción compra 10% (\$65.000 m) año 15
Evaluación VP Inversión (\$m)		611.300 (1)	650.000	548.841 (5)

<sup>a</sup>Incluye valor terreno.

<sup>b</sup> Costo oportunidad dinero colocado en cartera tipo micro-crédito.

NA = No aplica.

La segunda alternativa, adquirir/construir la oficina con disponibilidad total de recursos propios de capital; valor estimado de la inversión por \$650 millones. El comentario que merece esta opción es tener muy claro el negocio del establecimiento de crédito. Se trata de intermediación de recursos financieros no un negocio inmobiliario, de tal forma que se estimo cuanto le rentaría el valor de la inversión mediante una alícuota (incluye interés y recuperación de capital) mensualmente, por valor de \$11.2 millones, identificado con la nota (2). Para efectos comparativos se tomo un plazo igual al del crédito de la alternativa C (15 años), con opción de ser rotativo. Así mismo, se estableció otro parámetro de comparación, subíndice (3), que corresponde a un valor mensual que genera los \$ 650 millones

colocados a la tasa de oportunidad y con pagos crecientes a infinito, ajustados por la tasa de inflación (\$8,3 millones).

Por último, está la alternativa planteada de adquirir el inmueble mediante sistema de leasing no habitacional. Las condiciones del crédito están definidas para ser amortizado en pesos, tasa de interés efectivo anual del 17.43%, plazo de 15 años por instalamentos mensuales (suma fija) por valor de \$9,5 millones y opción de compra del 10% equivalente a \$65 millones a pagar en el año 15, fecha en la cual se convierte en activo fijo de propiedad de la institución financiera.

Calculado el canon, se descontó a tasa de oportunidad definida, que a valor presente es del orden de los \$548.8 millones de pesos. Este valor, implica ser la menor inversión de las alternativas planteadas, sin contemplar el hecho económico de activar el bien al final de los 15 años, con la respectiva valorización; por lo tanto, la recomendación desde el punto de vista financiero es optar por la alternativa C.

Detalles de cálculo con apoyo EXCEL  en la determinación del Valor presente:



#### Alternativa A:

$$=VF(\text{tasa};\text{nper};\text{pago})$$

$=VF(1.63\%;12;8.000) = 105.082$  Valor que corresponde al valor futuro de los pagos mensuales por concepto de arrendamiento.

Se calcula el valor presente necesario para garantizar flujo a perpetuidad que cubra el pago del arrendamiento.

$$VP = VF/(\text{tasa descuento}-\text{tasa inflación}) = 105.082/(21.39\%-4.2\%) = 611.300$$

#### Alternativa B:

Calculo de renta perpetua a partir de \$650 millones, con tasas de descuento y rendimiento definidos.

$$A = 650.000/(1.63\%-0.34\%) = 8.352.$$

$$=PAGO(\text{tasa};\text{nper};\text{va})$$

$$=PAGO(19.54\%/12;180;650.000) = 11.196$$

#### Alternativa C:

$$=PAGO(\text{tasa};\text{nper};\text{va}) = PAGO(16.18\%/12;180;644.165) = 9.541$$

La tasa aplicada corresponde a la tasa nominal anual mes vencida equivalente a la tasa efectiva del crédito. El valor presente se calculó con opción de compra del 10% (\$65 millones) descontados a la tasa del crédito a hoy (\$5.8 millones) que se descuenta a los \$650 millones.

Para concluir este segmento dedicado al VPN, el cuadro N° 8.15. presenta una guía de decisión y selección, según las características de los proyectos a evaluar.

### Cuadro N° 8.15. Guía y condiciones de selección proyectos según tipo y horizonte

Tipo de proyecto <sup>a</sup>	Horizonte proyecto	Condición financiera	Comentarios
Individual	Sin restricción	VPN > 0	Se sugiere máximo 10 años con proyecciones muy "finas".
Excluyentes	Igual	Mayor VPN (+)	VPN (-) se rechazan
Ahorro costos	Igual	Menor  VPN	Se debe seleccionar uno mcm. Si es menor a 10 años, ajustar proyectos.
Excluyentes	Distintas	Mayor VPN (+)	Considerar componente tecnológico.
Obra civil. <sup>b</sup> Edificio, presa	Indefinido	Menor VP ó mayor VPN	Buena estructura de la perpetuidad

<sup>a</sup>Contemplar al menos dos alternativas, excepto el primer tipo por supuesto. De igual manera, la estructura de la tasa de descuento es un tema crítico para su evaluación.

<sup>b</sup>Inversiones con ingresos aplica mayor VPN si son sólo desembolsos, menor VP.

**Punto de indiferencia en la selección de proyectos:** Para un conjunto de alternativas es probable que exista un punto de indiferencia en la selección comparativa de un par de proyectos. Su representación gráfica corresponde a la intersección de las curvas construidas a partir de la variación de la tasa de descuento y del comportamiento resultante del VPN, como se aprecia en el panel inferior del cuadro N° 8.16.

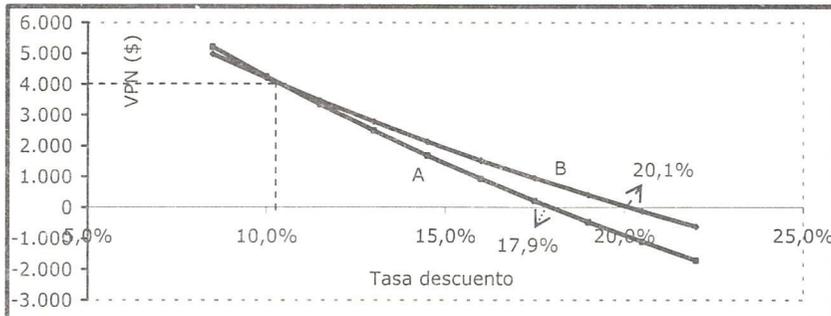
Al evaluar los proyectos A y B, se identifica según la tasa de descuento y respuesta del VPN, la zona a partir de la cual el proyecto genera valor a la firma o inversionista, donde es cero y donde es indiferente.

Las dos primeras columnas registran los flujos de caja y los resultados arrojados en la evaluación financiera a través del VPN y la TIR. El VPN es cero cuando el flujo A es descontado al 17,9% y cuando B se calcula al 20,1%. En consecuencia, los proyectos cambian su atractivo financiero en función de la tasa de descuento aplicada como se demuestra con el análisis de sensibilidad. El punto de indiferencia, se presenta en el momento en que los dos valores presentes netos son iguales, que ocurre con idéntica tasa de

descuento y que en este caso la tasa de descuento que iguala a cero la diferencia de los valores de los dos VPN, es del 10.39% como se registra gráficamente.

**Cuadro N° 8.16. Proyectos en punto de indiferencia y sensibilidad de la tasa de descuento**

n	PROYECTOS		Tasa Dscto	Variación VPN vs TD	
	A	B		A	B
0	-17500	-17500	22,0%	-1.715,0	-615,8
1	1000	10000	20,5%	-1.109,0	-126,3
2	6500	4500	19,0%	-469,9	390,4
3	10000	1000	17,5%	206,4	936,4
4	8000	6000	16,0%	922,0	1.514,1
5	4000	6500	14,5%	1.679,9	2.125,9
Tasa Dscto	<b>10,39%</b>	<b>10,39%</b>	13,0%	2.483,5	2.774,6
TIR	17,9%	20,1%	11,5%	3.336,2	3.463,3
VPN	3.998,6	3.998,6	10,0%	4.241,9	4.195,3
Diferencia en VPN [A-B]		0,0	8,5%	5.205,0	4.974,3



Para calcular esta tasa, el ejercicio matemático consiste en establecer una igualdad de los dos flujos y despejar la tasa de interés, situación que se plantea con apoyo de la hoja de cálculo en Excel.

A partir de la estructuración de los flujos, se formulan las operaciones como se presentan en el cuadro N° 8.16., con celdas para cada resultado que se quiera calcular (tasa de descuento, TIR, VPN, etc.) y se define una celda que contiene la diferencia de los dos valores presentes y se vincula la celda de la tasa de descuento del proyecto B a la del proyecto A.

Una vez realizada y ajustada esta rutina, se va al menú herramientas, se selecciona la opción "Buscar objetivo" y se definen las tres variables:

1. Definir la celda: Seleccionar la celda que contiene la diferencia de los dos valores presentes, ejemplo +AX25 (la celda origen debe estar

formulada con la operación de resta de las dos celdas que contienen los respectivos VPN).

2. Con el valor de: Colocar el valor numérico 0.
3. Para cambiar la celda: Referir la celda donde se ingresa el valor de la tasa de descuento para calcular el VPN (dato de entrada), +AY20, por ejemplo. De esta forma se obtiene el valor de la tasa que cumple la condición definida.

Con base en los análisis según supuestos y proyecciones del negocio, se establece un rango de probabilidad de ocurrencia de los índices (métodos) seleccionados, de ahí que el diseño, supuestos del negocio, resultados esperados y tasa de descuento dependen de esto.

**Relación o índice de  $VP_0$ :** ( $VP/Inversión$  inicial). Este método mide el retorno financiero que genera el proyecto al inversionista por cada peso invertido. De especial aplicación, cuando se evalúa proyectos con inversión inicial diferente, que es una limitante del método de VPN. El índice relaciona el valor presente de los flujos futuros de alternativas o proyectos, con el valor de la inversión inicial en el momento cero y de esta forma se obtiene el valor presente por peso invertido. Se elige el proyecto con el ratio más alto y por su facilidad de cálculo, se recomienda incluirlo en toda evaluación.

**Ejemplo 8.6.** Hallar el índice "VP/Inversión" de los proyectos planteados y proyectados en el caso referido en el cuadro N° 8.12.

Con base en los resultados inicialmente calculados, la rentabilidad relativa del proyecto C es la más atractiva 2,51% que significa que genera 2,51 pesos de VP, por cada cien pesos invertidos que confirma la opción viable, tal como se aprecia en el cuadro N° 8.17.

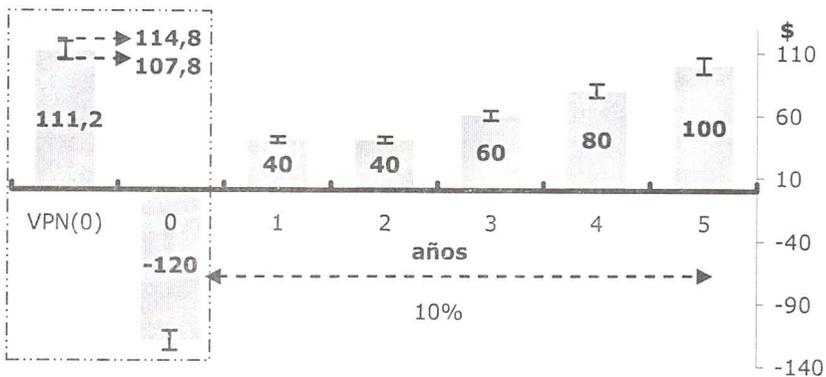
**Cuadro N° 8.17. Cálculo Índice VP/Inversión, según comportamiento de los flujos de los proyectos**

n	Proyecto			$\Delta$ inversión	
	A	B	C	[B-A]	[C-B]
0	-10000	-12000	-15000	-2000	-3000
1...5	...	...	...	...	...
<b>TD</b>	18,0%	18,0%	18,0%	18,0%	18,0%
<b>VPN</b>	239,6	288,8	<b>377,2</b>	49,3	<b>88,3</b>
<b>VP</b>	10.240	12.289	15.377	2.049	3.088
<b>R:VP/I</b>	1,024	1,024	<b>1,025</b>	1,025	<b>1,029</b>
<b>[%]</b>	2,40%	2,41%	2,51%	2,46%	2,94%

**Análisis de sensibilidad:** Además de los análisis de sensibilidad de flujos de caja que miden simultáneamente dos variables críticas de éxito de los proyectos y determinan su impacto en el resultado a través del modelo aplicado o índice de evaluación (TIR, VPN, etc.), las finanzas y la estadística brinda otras opciones. Una de estas, se relaciona con la variación que experimenta el VPN ante un cambio del 1% en la tasa de descuento, medida conocida como duración y que para su aplicación, se toma el caso representado en la gráfica N° 8.8. y a partir de allí se realizan los cálculos e interpretaciones.

Se trata de un proyecto evaluado en un horizonte a cinco años, con inversión inicial de \$ 120 y flujos positivos durante su vida útil. La tasa de valoración o descuento del proyecto se fijó en el 10% anual, que genera un VPN positivo que viabiliza financieramente el proyecto y calculado en \$111,2.

**Gráfica N° 8.8. Variabilidad resultados posibles con relación a los esperados**



Se quiere obtener un valor aproximado de medida del impacto en el valor presente neto, por cambio en la tasa de descuento de 100 puntos básicos, repartidos proporcionalmente a partir de la tasa de descuento inicial ( $Tdcto_0$ ). Con base en el flujo de caja de la gráfica N° 8.8, la tasa de descuento se hace variar en  $\pm 0.5\%$  (50 puntos básicos) y a partir de las nuevas tasas se calcula VPN (a y b) y se reemplazan en la fórmula siguiente, de tal manera que se obtiene los resultados:

$VPN_b = 114.8$ ,  $VPN_a = 107.8$ , con tasas del 9.5 % y 10.5% respectivamente.

Modelo a aplicar:

$$\frac{VPN_b - VPN_a}{VPN_0 (Tdcto_a - Tdcto_b)} = \text{Duración. (\%)}$$

Al reemplazar los valores se tiene:

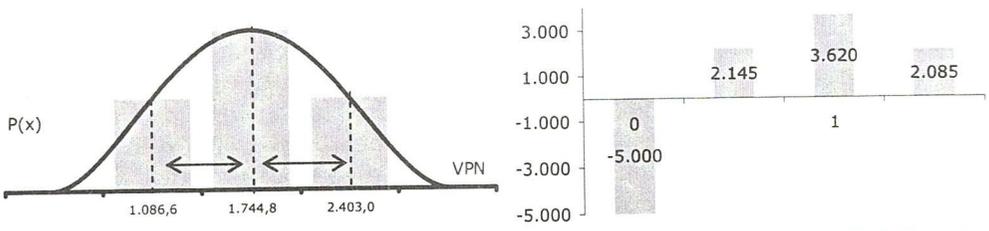
$$\frac{114.8 - 107.8}{11.2(0.105 - 0.095)} = 6.29 = D\%$$

El resultado final es una duración de 6.29%, guarismo que tiene la connotación de elasticidad; es decir, que por una variación en un rango del 1% respecto al valor calculado del VPN, este valor varía aproximadamente en el 6.29%. (Como se explica el capítulo de títulos, esta medida tiene limitaciones si se aumenta el grado de sensibilidad, ya que el resultado no refleja situaciones reales).

En el campo de la estadística, es de utilidad medir la probabilidad de obtener un rango de valor presente neto con base en proyectos estructurados con flujos de fondos periódicos e independientes entre estos. Significa, que no hay relación de causa entre uno y el otro y de esta forma enriquece el resultado generado por el método empleado, en este caso el VPN.

**Cuadro N° 8.18. Probabilidad de obtener un rango de VPN en proyectos con flujos independientes**

Períodos	0		1		2		3	
	Flujo	Flujo	Probabilidad	Flujo	Probabilidad	Flujo	Probabilidad	
	↓	2.500,0	0,10	3.250,0	0,15	2.450,0	0,20	
		3.000,0	0,20	3.350,0	0,30	2.550,0	0,10	
		2.000,0	0,25	3.450,0	0,25	1.750,0	0,30	
		1.500,0	0,30	4.250,0	0,20	1.850,0	0,25	
		2.300,0	0,15	4.150,0	0,10	2.350,0	0,15	
[\$]	<b>-5.000,0</b>	<b>2.145,0</b>	<b>1,00</b>	<b>3.620,0</b>	<b>1,00</b>	<b>2.085,0</b>	<b>1,00</b>	
DS [Flujos]			540,81		396,36		326,00	
NPV [\$]	<b>1.744,8</b>							
8%	-5.000,0	1.986,1		3.103,6		1.655,1		
DS [VPN]	<b>658,2</b>							
Probabilidad	VPN < 0	-2,65	0,40%					



Para abordar el tema, el cuadro N° 8.18 registra un proyecto a tres años con una inversión inicial de \$ 5,000 y cada año con cinco probabilidades de obtener un determinado valor (Definir la probabilidad de cada flujo es el reto,

ya que depende de la información disponible y de la metodología que aplique el estructurador de la operación financiera, que aquí se da por hecho).

Seguido se calcula la desviación estándar de cada flujo de acuerdo a la ecuación (1) identificada en el cuadro en el renglón DS[flujos] con valores de 540.8, en el primer período, 396.4 en el segundo y 326 en el tercero.

$$\sigma_n = \sqrt{\sum_{n=1}^N \left( F_n - \bar{F} \right)^2 p_n} \quad (1)$$

Posteriormente, se calcula el VPN del proyecto tomando como flujo de fondos, el valor promedio ponderado de probabilidades; en este caso, un valor de \$ 1.774.8 y finalmente se halla la desviación estándar de la distribución de probabilidades de los VPN apoyados en la ecuación (2).

$$\sigma = \sqrt{\sum_{n=1}^N \frac{6_n^2}{(1+i)^{2n}}} \quad (2)$$

El valor calculado de la DS[VPN] del valor esperado es de \$ 685.2, base para evaluar el riesgo del proyecto. Si la distribución de probabilidades se aproxima a una normal estándar, se puede calcular un rango o valor que determine la probabilidad de ocurrencia, que se encuentra bajo el área de la curva normal, como se aprecia en el cuadro N° 8.18. El valor medio está dado por el VPN calculado (\$ 1.744.8) con  $\pm$  una (1) desviación estándar (corresponde a un área del 68% que es la probabilidad de obtener un VPN entre \$1.086 y \$2.403).

Si se quiere conocer la probabilidad de obtener un VPN menor o igual a cero, se normaliza o estandariza con aplicación de la relación (3).

$$\mu = \frac{X - \text{VPN}}{\sigma} \quad (3)$$

Al reemplazar se tiene un valor de -2.65, que indica que el VPN=0 está esas veces hacia la izquierda de la curva normal. Con el uso de tablas de probabilidades, se determina que corresponde a una probabilidad del 0.4%; es decir, la probabilidad de que ocurra el evento (VPN $\leq$ 0), o lo que es lo mismo, existe esta probabilidad (0.4%) de que la TIR sea inferior a la tasa de descuento (8%). En igual sentido la probabilidad de que el VPN>0 es del 99.6%.

Concluyendo, esta medida de riesgo calculada para dos o más proyectos, apoya la toma de decisión dado que pueden existir proyectos con retornos

más altos (valor estimado de VPN mayor) pero con mayor dispersión (riesgo).

**Escala de inversión:** Al valorar proyectos mutuamente excluyentes, la decisión de inversión se toma sobre un valor relativo dado por la TIR, que comparativamente pierde la noción de magnitud de las inversiones, de tal manera que es necesario calcular los respectivos VPN y confirmar los resultados.

**Cuadro N° 8.19. Proyectos con diferencial de escala de inversión**

Alternativa	0	1	TIR	VPN	
A	-1.250,0	1.800,0	<b>44,0</b>	<b>357,1</b>	<input checked="" type="checkbox"/>
B	-5.600,0	7.000,0	25,0	<b>650,0</b>	
Tasa Dcto.			12,0		
R[B/A]	4,5			1,8	
Opción 1A (capital \$5600) y excedentes a Tasa Dcto.					
A	-1.250,0	1.800,0	44,0	357,1	
A'	-4.350,0	4.872,0	12,0	-	
Resultado	-5.600,0	6.672,0	19,1	<b>357,1</b>	<input checked="" type="checkbox"/>
Opción 1B (capital \$1250) y faltante a Tasa credito					
B	-5.600,0	7.000,0	25,0	650,0	
B'	-4.350,0	5.289,6	21,6	372,9	
Resultado	-1.250,0	1.710,4	36,8	<b>277,1</b>	<input checked="" type="checkbox"/>

El cuadro N° 8.19., presenta las alternativas de inversión A y B, que al medir su retorno sobre la inversión alcanzan el 44% y 25% año vencido respectivamente y VPN del orden de los \$357 y \$650. Estos resultados que se cruzan entre sí para efectos de toma de decisión, deja un vacío respecto a cual alternativa se debe seleccionar en principio.

Sin embargo, es necesario medir la magnitud de cada inversión y que de hecho, la relación entre la primera y la segunda es de 4,5 veces, situación que no hace comparables las alternativas directamente. Es necesario plantear en este caso dos posibilidades: La primera, denominada opción 1A, donde se asume que el inversionista dispone de un total de recursos de \$ 5.600, invierte en la alternativa A (\$1.250) y la porción restante a su tasa de oportunidad del 12%. En estas condiciones la situación en términos de retorno absoluto -pesos- es igual al planteamiento inicial por efecto de la tasa de oportunidad.

La segunda es optar por el proyecto B (opción 1B), bajo el supuesto de recursos de capital del orden de los \$1250 pero atraído por la alternativa B. El inversionista acude al mercado de crédito y obtiene la diferencia (\$4.350)

a tasa del 21.6% (supuesto) y emprende el proyecto que genera un resultado financiero neto medido por la rentabilidad, del 36.8% e ingreso neto de \$ 277.1. Con estas posiciones, se descartan las alternativas B y si bien, tiene los recursos totales o sólo el valor de la opción A, debe incursionar en el proyecto.

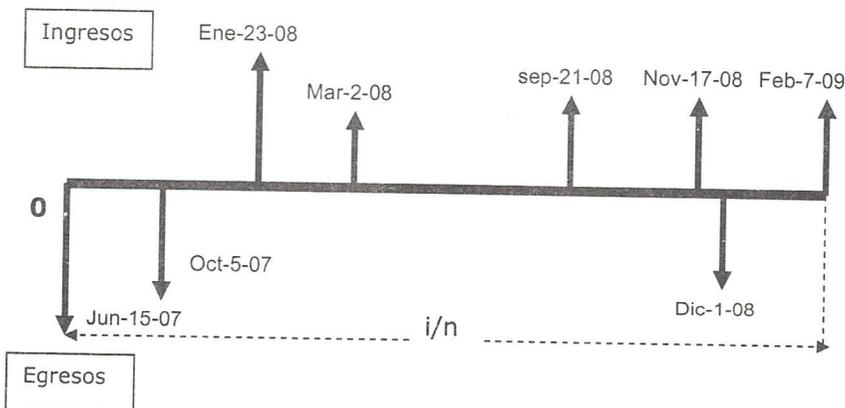
Adicional a estas consideraciones, el cálculo de índice  $VP/I_0$  nos conduce al mismo resultado con índices de 1.28 y 1.11 entre A y B respectivamente.

**8.4.2. No periódico.**

El Valor presente neto no periódico, tiene la connotación de ser un flujo futuro de caja, que no está estructurado con igual intervalo de ocurrencia en el tiempo entre uno y otro movimiento monetario, como si ocurre con el VPN descrito anteriormente, denominado normalizado. La gráfica N° 8.9 registra el flujo de caja que inicia su primer desembolso el día 15 de junio de 2.007, le sigue en segundo desembolso el 5 de octubre del mismo año, un primer ingreso el 23 de enero de 2008 y continúa con más ingresos y egresos, hasta el último flujo de caja el día 7 de febrero de 2,009.

La interpretación de los resultados y los análisis de los flujos aplica las mismas consideraciones hechas anteriormente, de manera tal que el proceso de evaluación es de carácter integral. Como se advierte enseguida, la(s) tasa (s) de descuento para este caso deben estar expresadas en términos anuales vencidos, para que la función empleada por la hoja de cálculo de Excel sea consistente.

**Gráfica N° 8.9. Diagrama de flujos de fondos no periódicos.**



Para efectos de calcular un flujo no periódico con apoyo de hoja electrónica, Excel utiliza la siguiente notación:

**VNA.NO.PER:** devuelve el valor neto actual para un flujo de caja que no es necesariamente periódico.

**Sintaxis: VNA.NO.PER (tasa; valores; fechas)**

**Tasa:** tasa efectiva anual del flujo. A diferencia del VNA normalizado que utiliza la tasa de descuento la equivalente por cada período del flujo, dado que tiene periodicidad regular.

**Valores:** serie de flujos de caja que corresponde a un calendario de pagos determinado por el argumento fechas. El primer pago es opcional y corresponde al costo o pago en que se incurre al principio de la inversión. Si el primer valor es un costo o un pago, debe ser un valor negativo. Todos los pagos sucesivos se descuentan basándose en un año de 365 días. La serie de valores debe incluir al menos un valor positivo y un valor negativo.

**Fechas:** calendario de fechas de pago que corresponde a los pagos del flujo de caja. La primera fecha de pago indica el principio del calendario de pagos. El resto de las fechas deben ser posteriores a ésta, pero pueden ocurrir en cualquier orden.

Observaciones: VNA.NO.PER se calcula de la siguiente manera:

$$\text{VNA NO PER} = \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{(1 + \text{tasa})^{(d_i - d_1)/365}}$$

Con:  $d_i$  = iésima o última fecha de pago,  $d_1$  = fecha de pago 0 y  $P_i$  = iésimo o último pago.

**Cuadro N° 8.20. Cálculo VPN no periódico en Excel**

Momento	Flujo de caja	Fecha
0	-1.000,0	15-Ene-07
1	10,0	23-Ago-07
2	90,0	18-Dic-07
3	-250,0	06-Ene-08
4	200,0	25-Abr-08
5	245,0	21-Nov-08
6	450,0	18-May-09
7	900,0	15-Sep-09
VPN.NO.PER	100,0	Valor (\$)
Tasa desc	18,0%	Efectiva anual.
TIR.NO.PER	22,73%	
VPN.NO.PER	-0,00	Con Dscto TIR.

La función TIR.NO.PER y VNA.NO.PER, están directamente relacionadas, por cuanto la tasa de retorno calculada por TIR.NO.PER es la tasa de interés que iguala a cero el VNA.NO.PER, como se aprecia en la sección inferior del cuadro N° 8.20., donde los flujos de caja futuros en momentos diferentes del tiempo y tasa de descuento del 22.73% e.a. (TIR NO.PER) iguala a cero (0) el VPN.

Con la tasa de descuento estimada del 18%, el resultado de la evaluación financiera es positiva +100 de VPN. En consecuencia, la alternativa es atractiva financieramente para el inversionista.

**Cuadro No 8.21. Cálculo VPN no periódico en Excel.**  
(Prueba con un periodo regular y con formulas no regular).

Momento	Flujo de caja	Fecha
0	-100,0	01-Ene-07
1	3,0	31-Mar-07
2	3,0	30-Jun-07
3	3,0	30-Sep-07
4	103,0	31-Dic-07
TIR	3,0%	Periodo trimestral
TIR	<b>12,55%</b>	Efectiva anual
TIR.NOPER	<b>12,59%</b>	
VNA	-0,00	Dscto a TIR
VNA.NOPER	0,00	Dscto TIR.NO.PER
VNA.NOPER	0,04	Dscto a TIR

Comparativamente entre los métodos de evaluación financiera de tasa interna de retorno y valor actual neto, en sus versiones periódica y no periódica, muestran una sutil diferencia en los resultados. Esta diferencia depende de la función empleada en Excel, como se aprecia en el cuadro N° 8.21., donde la TIR del flujo expresada en términos efectivos anuales, es del 12.55%, con clara evidencia de la tasa nominal del 12% anual TV.

Al emplear la tasa interna no periódica, al mismo flujo da por resultado el 12.59%, por diferencia de calendario (TIR.NO.PER. usa año de 365 días).

Obtenidas estas tasas, se calcula el VPN que confirma la relación existente entre tasa y valor presente según periodicidad. Al descontar el flujo bajo la modalidad no periódica, debe emplearse la tasa interna no periódica, de tal manera que iguale el flujo en pesos de hoy a cero, como se aprecia en los resultados del caso. Igual sucede con el VPN y TIR convencional. La diferencia en este caso es de \$0,04 por cada \$100, al no tomar la TIR respectiva.

## 8.5. Tasa interna de retorno, TIR.

Se entiende como tasa interna de retorno TIR de un proyecto o flujo de caja, la tasa ( $i$ ) que iguala a cero (0) los valores presentes de los flujos tanto de ingresos como los de gastos o egresos. Se expresa por la siguiente ecuación, donde la inversión inicial (con signo negativo) se representa por  $-I_0$  y FFC corresponde a los flujos futuros de caja netos.

$$-I_0 + \sum_{N=1}^n \frac{FFC_N}{(1+i)^N} = 0$$

Esta expresión guarda relación directa con VPN, por cuanto al evaluar un flujo de caja con tasa de descuento igual a TIR, su resultado es igual a cero (0).

**8.5.1. Convencional:** Corresponde a la tasa obtenida a partir de flujos de caja uniformes en los tiempos o eventos de ocurrencia entre uno y otros; esto es, igual periodicidad (mes, trimestre, semestre, años, etc.). Técnicamente se define como aquella que iguala el valor presente de los ingresos con el valor presente de los egresos, en un flujo de fondos determinado. O bien, la que hace igual a cero el Valor presente neto de un flujo de caja o de fondos. Su expresión está dada por:

$$\begin{aligned} VP(\text{ingresos}) - VP(\text{egresos}) &= 0, \text{ o} \\ VP(\text{ingresos}) &= VP(\text{egresos}) \end{aligned}$$

Esta expresión representa un flujo de fondos en función de la tasa de interés implícita ( $i$ ) que los descuenta a esa tasa y que a su vez los flujos están siendo reinvertidos a la misma tasa ( $i$ ) del proyecto.

Obtenida la TIR, se compara con la TREMA (Tasa de rentabilidad mínima atractiva), IMA (interés mínimo atractivo) o con el costo de capital del inversionista para conocer la conveniencia del proyecto.

### Cuadro N° 8.22. Criterio cuántico de decisión por evaluación a TIR.

Resultado de evaluación	Decisión	Agrega Valor?
TIR > TREMA	El flujo de caja es rentable.	SI
TIR < TREMA	Financieramente no es recomendable incursionar en el proyecto	NO
TIR = TREMA	Punto de indiferencia de invertir o no en el proyecto frente el parámetro	NO

**Interpretación de la TIR:** Para la interpretación de la TIR, es necesario tener en cuenta el tipo de flujo de caja del proyecto, que puede ser convencional o no convencional. Los flujos convencionales registran un solo cambio de signo y por lo tanto una sola TIR. Los flujos pueden iniciar con egresos y luego ingresos o lo contrario (ingresos y luego egresos. Ver cuadro N° 8.23). Los Flujos de caja no convencionales tienen más de un cambio de signo y el resultado puede ser de una, varias o no tener TIR.

**Cuadro N° 8.23. Cálculo TIR con cambio signo de los flujos**

n	Flujos de fondos	
	A	B
0	-4.000	4.000
1	2.400	-2.400
2	-3.600	3.600
3	5.800	-5.800
4	2.400	-2.400
<b>TIR</b>	20,14%	20,14%

Hecha la anterior aclaración, se pasa al cuadro N° 8.24 que presenta un flujo de caja, (el mismo utilizado para explicar VPN) con una inversión inicial en el período cero por valor de 100 unidades monetarias, un horizonte del proyecto a cinco años y con unos valores esperados (ingresos) al final de cada período.

**Cuadro N° 8.24. Cálculo de la TIR y del flujo de capital invertido**

n	Flujo de caja	Capital inicial	Rdto a TIR	Rec capital
0	-100			
1	20	100,0	14,7	5,3
2	25	94,7	14,0	11,0
3	20	83,7	12,3	7,7
4	35	76,1	11,2	23,8
5	60	<b>52,3</b>	7,7	<b>52,3</b>
<b>TIR</b>	<b>14,75%</b>			

Para efectos de calcular la TIR, con apoyo de Excel se definió el rango y se calculó.



=TIR (valores; estimar)

**Resultado:** 14.75% efectiva anual.

**Nota:** Al utilizar Excel NO olvide llenar todas las celdas con valores de los flujos, incluyendo ceros donde no genera valor, de lo contrario distorsiona el

resultado si es anual. Para flujos fraccionados por año, solo use celda donde se genera flujo, y se deja en blanco las demás.

El retorno del flujo en términos porcentuales es del 14.75% anual vencido. Recordar que la tasa que arroja Excel se expresa según la periodicidad de los flujos de fondos contemplados (mes, trimestre, semestre, año...) de tal manera que es necesario tener especial cuidado. En caso de ser una tasa nominal periódica, se expresa en efectiva anual para los análisis respectivos.

El VPN de este flujo descontado con TIR del 14.75% efectiva anual es igual a cero (0). Recuerde que el concepto de neto, implica sustraer el valor de la inversión inicial del flujo de caja, o lo que es lo mismo, calcular el VP del flujo de ingresos futuros (+100) y restar el VP de los egresos en este caso -100, con resultado cero. Comprobada la consistencia de la TIR, es necesario analizar su connotación financiera. La tasa del 14.75% no significa el retorno de las 100 unidades monetarias que aparentemente "permanecieron" invertidas durante los cinco años de vida del proyecto, por cuanto el flujo genera sumas de dinero al final de cada período, que contienen recuperación de capital y un rendimiento liquidado a la tasa interna de retorno TIR. Por lo tanto, al ser retirados los valores correspondientes en cada flujo de fondos periódicamente, se amortiza o recupera capital o se capitaliza los intereses si no hay caja en ese período y en consecuencia el monto del capital invertido varía en el proyecto.

Al retomar el cuadro N° 8.24. (Columna: Rdto. a TIR) al final del primer año, el valor se obtiene del producto entre la inversión inicial y la TIR ( $100 \times 14.75\%$ ) es decir 14.75 unidades monetarias, pesos. Como el flujo generado es de \$20, la diferencia (\$5,30) corresponde a recuperación de capital, que pasa a restar el capital inicial que en el período dos, es de \$94.7. La secuencia sigue hasta el final del proyecto, donde se recupera la totalidad de la inversión (\$52.3). En conclusión, la TIR o rentabilidad del proyecto, se obtiene a partir de mantener invertido \$100 en el primer año, \$94,7 en el segundo, \$83,7 en el tercero, etc.

**Cuadro N° 8.25. TIR y variación en el capital invertido.**

n	Flujo de caja	Capital inicial	Rdto a TIR	Rec capital
0	-100			
1	15	100,0	11,3	3,7
2	11	96,3	10,8	0,2
3	0	96,1	10,8	-
4	65	106,9	12,0	53,0
5	60	<b>53,9</b>	6,1	<b>53,9</b>
<b>TIR</b>	<b>11,25%</b>			

En el cuadro N° 8.25., se aprecian montos de capital más altos al aportado inicialmente y que permanecieron invertidos en el proyecto, por razones de generación de flujos bajos de caja al inicio; es mas, en el tercer período el proyecto no generó ingreso alguno, de manera tal que no hubo recuperación de capital en ese instante del tiempo, el proyecto demandó más recursos de capital y los últimos dos años recupera el 100%.

**Cuadro N° 8.26. Amortización del capital invertido en función de TIR.**

	n	Flujo de caja	Capital inicial	Rdto a TIR	Rec capital
<b>A</b>	0	-1.000	1.000,0		
	1	350	799,7	150,0	200,3
	2	350	569,4	120,0	230,3
	3	350	304,6	85,4	264,9
	4	350	0,0	45,7	304,6
	<b>TIR</b>	<b>15,00%</b>			<b>1.000,0</b>
<b>B</b>	0	-1.000	1.000		
	1	150	1.000	150	0
	2	150	1.000	150	0
	3	150	1.000	150	0
	4	1.150	-0	150	1.000
	<b>TIR</b>	<b>15,00%</b>			<b>1.000</b>

Fuente: COSS BU, Raúl. Op. Cit. pág. 72.

De acuerdo a los análisis de LEÓN, Oscar (1999), la tasa interna de retorno TIR se concibe como el rendimiento que generan los recursos económicos que permanecen invertidos durante la vida del proyecto<sup>4</sup>, o como la conceptualiza COSS BU, Raúl, "Es la tasa de interés que se gana sobre el saldo no recuperado de una inversión, de tal modo que el saldo final de la vida de la propuesta es cero"<sup>5</sup>.

En forma más evidente se muestra este concepto en el cuadro N° 8.26., que registra los proyectos A y B. El primer proyecto A, corresponde a una anualidad y B a un flujo con 4 años de período de gracia (sólo hay pago de interés) y al final se amortiza el total del principal.

Por su estructura financiera, el flujo A genera recursos suficientes de renta y recupera capital período a período frente a B, donde el flujo es justo para atender la renta que por si mismo genera y al final recupera el 100% del capital en el horizonte del proyecto (Comportamiento asimilable a un título cupón 15% anual).

<sup>4</sup> LEON G., Oscar. *Administración Financiera*. 3ª ed. Prensa Moderna. Colombia, 1999. Pág. 564.

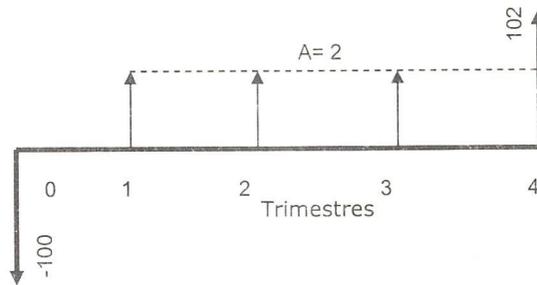
<sup>5</sup> COSS BU, Raúl. *Análisis y evaluación de proyectos de inversión*. 1ª ed., Limusa México 1981. Pág.71.

**Nota:** La TIR convencional como método de evaluación de proyectos en principio debe tomarse como una guía, **NO como una decisión absoluta**. Es prudente presentar rangos de valor de la TIR con base en análisis de sensibilidad de las variables críticas de éxito del negocio, dado que se trabaja con escenarios que pueden o no darse.

**Calculo de la TIR, a partir de flujos futuros conocidos:** A continuación, se presenta algunos casos particulares y su forma para determinar la TIR de un CDT, una liquidación de unidades UVR y en un fondo de cesantías.

- **Caso de certificado de depósito:** Calcular la TIR de un CDT a un año, con valor facial de 100 unidades monetarias (um) y pago de intereses fijos trimestre vencido por valor de 2 um.

**Gráfica N° 8.10. Diagrama de flujo CDT base cálculo TIR.**



Al tomar el valor liquidado al final del plazo, por su relación con el valor de la inversión inicial y con garantía de los pagos de interés periódicos, el cociente resultante con reinversión de la renta periódica (potencia del tiempo), permite calcular la tasa interna de retorno como figura en la siguiente expresión:

$$TIR_{ea} = \left[ \frac{102}{100} \right]^4 - 1 = 8.24\%$$

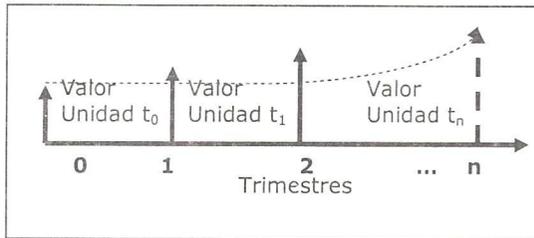
El resultado es una tasa de rentabilidad efectiva anual, que asume la reinversión de intereses a la misma tasa del título, equivalente al 8% nominal anual trimestre vencido.

- **Reexpresión monetaria en unidades de valor casos cuentas de ahorros liquidados en UVR y fondos de pensiones y cesantías:** Para poder efectuar los cálculos correspondientes a estos casos particulares, es necesario precisar que los fondos creados para estos fines, parten de la conversión de pesos en el momento de su creación, a unidades. Estas unidades bien pueden ser medidas de uso y aplicación generalizado definida por la autoridad monetaria y supervisión del ente de control como

ocurre con la UVR, o definida por el administrador de cada fondo en particular. Su finalidad es medir la valoración de la unidad que representa un capital y que define la norma y el reglamento propio de cada fondo.

Esto significa, como se muestra en flujo de fondos de la gráfica N° 8.11., que se mide el resultado o cambio financiero que logró el fondo entre el período (t<sub>1</sub>) y (t<sub>0</sub>), de forma tal que se puede ganar o perder dinero durante ese lapso.

**Gráfica N° 8.11. Esquema de flujo temporal valor de unidades base de cálculo de la TIR.**



Para ilustrar el tema, se quiere calcular la rentabilidad de una cuenta de ahorros en un fondo de cesantías, que registro saldos en unidades de valor del fondo en el último trimestre del año, señalados en el cuadro N° 8.27.

**Cuadro N° 8.27. Comportamiento ahorros fondo cesantías. Caso A.**

Fecha	Valor unidad	TIR	Valor \$	TIR	Valor unidades
Oct-01	9.768,8421		5.458.614		558,7780
Dic-31	10.081,7545	13,48%	5.633.462	13,48%	558,7780

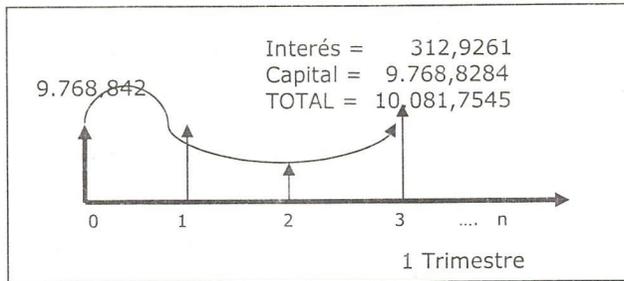
Como se aprecia en el cuadro anterior, con base en el valor de las unidades se obtiene la rentabilidad mediante la TIR expresada en términos efectivos anuales, de la siguiente forma:

$$TIR_{Dic31} = \left[ \frac{Vr. \text{ unidad}_{t_1}}{Vr. \text{ unidad}_{t_0}} \right]^{(365/n)} - 1$$

$$TIR_{Dic31} = \left[ \frac{10.081,7545}{9.768,8421} \right]^{(365/91)} - 1 = 13.48 \% \text{ ea}$$

La tasa del 13.48% efectiva anual es equivalente a 12.85% anual trimestre vencido. Para liquidar los intereses en unidades, se toma el valor de la unidad al comienzo del período y se halla el producto con la tasa nominal por cada trimestre, como se registra en la gráfica N° 8.12.

**Gráfica N° 8.12. Liquidación de intereses con base en unidades.**



Con referencia el valor de los intereses ganados en el trimestre en unidades, se puede determinar igualmente la respectiva TIR, y de esta forma se valida el anterior resultado.

$$i_{t1} = Vr. \text{unidad}_{t0} (\text{tasa periodica}) = 9.768,8421 \left( \frac{0.1285}{4.011} \right) = 312.9261$$

$$TIR_{t1} = \left\langle 1 + \frac{312.9261}{9.768,8421} \right\rangle^{4.011} - 1 = 13.48 \% \text{ ea}$$

Esta rentabilidad se conoce como rentabilidad bruta, es decir antes de cobrar comisión por administración del portafolio, la sociedad.

Como es probable tener situaciones de pérdida, se presenta a continuación un caso en el cual el valor de la unidad disminuye, que implica reportar una rentabilidad negativa. (Cuadro N° 8.28)

**Cuadro N° 8.28. Comportamiento ahorros fondo cesantías. Caso B.**

Fecha	Valor unidad	TIR	Valor \$	TIR	Valor unidades
Abr-01	13.606,2477		8.384.173		616,2002
Sep-30	12.969,9252	-9,11%	7.992.071	-9,11%	616,2002

$$TIR_{\text{sep30}} = \left[ \frac{12.969,9252}{13.606,2477} \right]^{(365/183)} - 1 = -9.11\% \text{ ea}$$

El procedimiento es igual y el resultado es una pérdida del 9.11% efectiva anual, según el caso expuesto. El lector tiene presente que la variación esta medida en un semestre pero se expresa la rentabilidad anualmente, con las consideraciones financieras del caso, que deben ser, muy claras.

**8.5.2. TIR no periódica:** Como su nombre lo indica, se trata de flujos de caja de periodicidad irregular. Esto es, dispersión de flujos en el tiempo, en respuesta a un proceso elaborado de programación financiera de

movimientos de caja dentro del horizonte N y que conceptual y operativamente guardan su esencia metodológica de cálculo y por ende su interpretación. Por su misma conformación o distribución en el tiempo, se torna dispendioso su cálculo directo o manual, de tal manera que es necesario el apoyo de una hoja electrónica o uso de calculadoras financieras.

Para efectos de calcular la tasa interna de retorno de un flujo no periódico con apoyo de hoja electrónica, Excel  cuenta con la función **TIR.NO.PER** que devuelve la tasa interna de retorno para un flujo de caja que reúne esta característica. La definición de las variables que permiten determinarla, se realiza de acuerdo a la siguiente sintaxis:

**TIR.NO.PER** (valores; fechas; estimar), donde:

**Valores:** corresponde a los flujos de caja asociados a un argumento fechas. Generalmente el primer valor corresponde a la inversión inicial, realizada para emprender el proyecto y debe registrarse como un valor negativo. Los pagos realizados según el calendario, son descontados tomando como base un año de 365 días. El flujo debe contener como mínimo un valor positivo y uno negativo.

**Fechas:** es un calendario de fechas de pago que corresponde a los pagos del flujo de caja. La primera fecha de pago indica el principio del calendario de pagos y las restantes fechas deben ser posteriores, pero pueden ocurrir en cualquier orden. Las fechas deben expresarse de acuerdo con la función FECHA o como resultados de otras fórmulas o funciones.

**Estimar:** por lo general no es necesario registrar este valor para el cálculo de TIR.NO.PER.; al omitirla, asume un 0,1 (10%).

La TIR.NO.PER está íntimamente relacionada con VNA.NO.PER, función del valor presente o actual neto. La tasa de retorno calculada por TIR.NO.PER es la tasa de interés que iguala a cero el Valor presente neto (VNA.NO.PER = 0), de acuerdo a la siguiente expresión.

$$0 = \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{(1 + \text{tasa})^{(d_i - d_1)/365}}$$

Con:

$d_i$  = iésima o última fecha de pago.

$d_1$  = fecha de pago 0.

$P_i$  = iésimo o último pago.

**Cuadro N° 8.29. Cálculo de TIR de un proyecto con flujo de fondos no periódico**

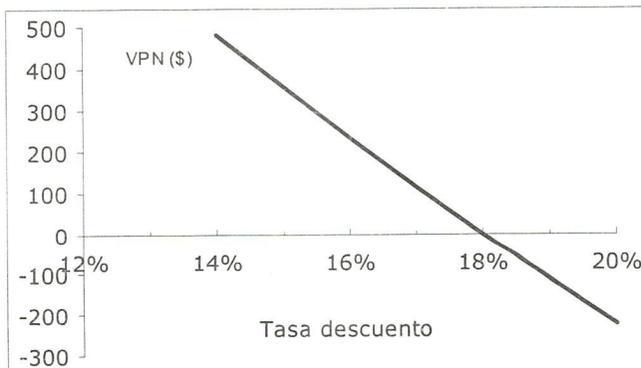
Momento	Flujo de caja	Fecha
0	-14.500,0	15-Jul-07
1	2.200,0	23-Ago-07
2	2.800,0	27-Dic-07
3	2.800,0	06-Ene-08
4	3.200,0	15-Ago-08
5	2.000,0	13-Dic-08
6	2.937,0	01-Jun-09
7	1.100,0	10-Nov-09
VPN.NO.PER	235,2	Valor (\$)
Tasa desc	<b>16,0%</b>	Efectiva anual.
TIR.NO.PER	18,00%	
VPN.NO.PER	-0,00	Con Dscto TIR.

Sensibilidad TD	VPN	Variación % VPN
20%	-225,5	
19%	-113,8	49,5%
18%	-	100,0%
17%	116,4	100,0%
16%	235,2	102,1%
15%	356,4	51,5%
14%	480,2	34,7%

Los cuadros N° 8.20 y 8.21 muestran flujos con esta condición, de ser no uniforme temporalmente, los cuales fueron la base para calcular VPN y TIR no periódico. Dada la estrecha vinculación que existe entre estas dos medidas de evaluación, se cumple la condición de igualar a cero el VPN con esta TIR, como se comento previamente y de esta manera queda demostrado.

**Gráfica N° 8.13. Sensibilidad VPN con cambios en tasa de descuento y cálculo de TIR no periódica cuadro 8.29.**



**Ejemplo N° 8.7.** Calcular la tasa interna de retorno para el proyecto definido en el cuadro No 8.29., diseñado para que reciba el último retorno el 10 de noviembre del año 09, e inicio de operaciones el día 15 de julio del 07. A partir del desembolso total de la inversión, se esperan recaudar fondos en diferentes momentos de ese tiempo.

La tasa interna de retorno del proyecto, asciende al 18% efectiva anual validada al descontar el flujo a esta misma tasa que iguala el VPN a cero. Realizada la sensibilidad del flujo ante variaciones en la tasa de descuento, se tiene que a partir del incremento de un punto porcentual de la tasa interna de retorno, el VPN es negativo (-\$113.8). Este resultado significa que a esa tasa (Referida como costo de oportunidad), el inversionista tendrá otra opción de invertir su dinero con similar riesgo que le genera retorno positivo. A medida que la tasa de descuento se localiza por debajo de la TIR, el proyecto genera VPN positivos que agregan valor según la tasa asociada al retorno.

En el cuadrante inferior, columna derecha del cuadro referido, luego de las sensibilidades, se presentan las variaciones porcentuales del VPN, que indica que un cambio en la tasa de descuento (del 20% al 19%) reduce la destrucción de valor en el cincuenta por ciento, llega cero y luego es positiva, como es de esperarse en un comportamiento inverso entre estas dos variables y tratado previamente. (Ver gráfica N° 8.13).

**8.5.3. TIR modificada [TIRM]:** por la discutida connotación financiera que genera el componente de reinversión a igual TIR de un flujo de fondos en el cálculo de esta tasa (TIR), existe una alternativa metodológica para corregir esta falencia, denominada tasa interna de retorno modificada (TIRM). Esta alternativa metodológica, es aplicable a cualquier serie de flujos de caja **periódicos**. TIRM considera el costo de la inversión y el interés obtenido por la reinversión del dinero. En consecuencia, la reinversión de los dineros que genera el flujo, puede ser mayor y/o menor a la tasa interna de retorno, inclusive dinámica a lo largo del tiempo. Su cálculo se apoya en funciones de hojas de cálculo EXCEL, con una limitante, el empleo de una tasa única de reinversión a partir de la siguiente sintaxis:

**TIRM** (valores; tasa financiamiento; tasa reinversión)

y definidos así sus componentes:

**Valores:** matriz o referencia a celdas que conforman un flujo de caja, de pagos (valores negativos) e ingresos (valores positivos) que se realizan en períodos regulares.

**Tasa financiamiento:** tasa de interés que se paga por el dinero utilizado en los flujos de caja.

**Tasa\_reinversión:** tasa de interés obtenida por los flujos de caja a medida que se reinvierten.

Si  $n$  es el número de flujos de caja en valores,  $tasaf$  es la tasa\_financiamiento y  $tasar$  es la tasa\_reinversión, la fórmula de TIRM se expresa como:

$$\left[ \frac{-VNA(tasar, \text{valores (positivos)}) \times (1 + tasar)^n}{VNA(tasaf, \text{valores (negativos)}) \times (1 + tasaf)} \right]^{\frac{1}{n-1}} - 1$$

**Ejemplo N° 8.8.** El programa de flujo de caja estructurado en el cuadro N° 8.30. presenta matricialmente el horizonte de los pagos futuros a cuatro años y una tasa interna de retorno del 11,79%.

**Cuadro N° 8.30. Efecto en el cálculo de TIRM de un proyecto con tasa de reinversión diferente a la de financiación**

n [Años]	Horizonte del proyecto [4 años]				Reinversion	Diferencia VF por Tasas
	0	1	2	3	4	
0	-24.000,0					
1	8.000,0	8.000,0			11.177,7	11.239,4
2	5.000,0		5.000,0		6.249,0	6.272,0
3	9.000,0			9.000,0	10.061,5	10.080,0
4	10.000,0				10.000,0	10.000,0
					<b>37.488,3</b>	<b>37.591,4</b>
TIR periodo	11,79%				11,79%	
Tasa Reinv	<b>12,00%</b>					
TIRM	11,87%					11,87%
Diferencia [TIRM-TIR]						0,08%
VPN [T Reinv]	-110,0				VPN [TIRM]	-41,2
						<b>103,2</b>

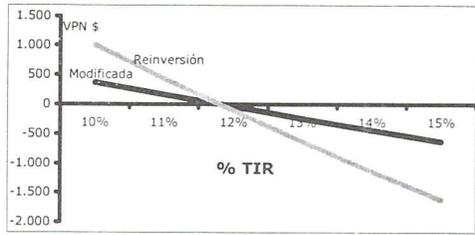
Sin embargo, el inversionista considera que su tasa de reinversión es diferente a la TIR del proyecto y quiere medir el grado de incidencia en el resultado financiero al considerar en su evaluación cambios en esta tasa. Para efectos de medir el impacto, se plantean y desarrollan dos alternativas: La primera, en forma directa con aplicación a la función de Excel y ajuste a la tasa de reinversión al 12% (para dar una cifra). En estas condiciones, la TIRM genera un resultado de 11.87%, superior por supuesto a la inicial (11.79%). El efecto se ve reflejado en este resultado e incide en forma directa sobre el VPN si se descuenta a esta tasa. La segunda alternativa, consiste en tomar cada flujo (horizontal en línea al tiempo) llevarlo a valor futuro a la TIR y así validar su consistencia. Luego se procede a replicar esta última operación, con la tasa de reinversión (12%) y de esta forma calcular de nuevo la TIR modificada (11.87%) por relación entre valor futuro a presente y expresión geométrica anual así:

$$TIRM = \left[ \frac{VF}{VP} \right]^{\frac{1}{t}} - 1 \times 100 = \left[ \frac{37.591.4}{24.000} \right]^{\frac{1}{4}} - 1 \times 100 = 11.87\%$$

La columna final (cuadro N° 8.30) registra el flujo de ingreso marginal generado –resultado al modificar la tasa de reinversión– y calculado al final del cuarto período cuyo valor es de \$103,2. La diferencia relativa entre la tasa interna del flujo convencional y flujo ajustado por reinversión, es de 0.08%. Como se advirtió anteriormente, las tasas pueden ser menores y si se requiere, dinámicas en el tiempo.

**Cuadro N° 8.31. Análisis de sensibilidad de la TIRM y del VPN con cambios en la tasa de reinversión**

T.Rein/Op	TIRM	VPN	
		[TIRM]	[TIR Reinvs]
10,00%	11,12%	364,4	996,9
11,00%	11,50%	160,5	433,4
<b>11,79%</b>	<b>11,79%</b>	<b>0,0</b>	<b>0,0</b>
12,00%	11,87%	-41,2	-110,0
13,00%	12,25%	-240,8	-634,0
14,00%	12,62%	-438,1	-1.139,6
15,00%	13,00%	-633,3	-1.627,6



T.Rein/Op = Tasa de reinversión oportunidad.

Al sensibilizar el VPN con cambios en la tasa de reinversión en un rango entre el 10% y 15%, (Cuadro N° 8.31.) se calcula cada TIRM respectiva a la tasa de reinversión y con base en estas dos tasas, se descuentan los flujos de caja para obtener el VPN. De este ejercicio, se destacan los siguientes puntos: 1) Existe una tasa única (TIR) del proyecto del 11.79% según estructura de fondos; por lo tanto, la tasa de oportunidad debe ser menor o al menos igual (punto de indiferencia) para decidir aceptar el proyecto. 2) Descontar el flujo con TIR, el resultado como es de esperarse es cero (0), proceso que afirma la consistencia metodológica. 3) A medida que disminuye la tasa de reinversión con respecto a la TIR "original" del proyecto, la TIRM también lo hace y el VPN aumenta. Esto es una mejora en el resultado financiero del proyecto (+364.4 a TIRM del 11.12%); si se descuenta el flujo con la TIR de reinversión, favorece aún más la viabilidad financiera. 4) Una disminución de 100 puntos básicos (pb) en la tasa de reinversión, responde en una reducción menos que proporcional (38 pb) en la TIRM y el VPN calculado con tasa de reinversión aumenta 2.7 veces más.

**Utilidad marginal de un proyecto apalancado 100%:** Un proyecto que demanda recursos iniciales por \$50,000 con pago de capital e intereses al finalizar los tres años de vida útil, registra un costo financiero del 11% efectivo anual. Se busca calcular que utilidad marginal genera el proyecto si los recursos generados periódicamente permanecen en el proyecto en

modalidad de alícuota y la dirección financiera logra reinvertir esos dineros al 12% efectivo anual. El cuadro N° 8.32., registra en la parte superior la tabla de liquidación y el diagrama de flujo respectivo. La reinversión de los recursos que permanecen en el proyecto igualan a 11.36% la nueva TIR.

Al final del tercer año el proyecto devuelve al proveedor de capital \$68.381.6, representa el valor futuro de la inversión inicial, con tasa de interés del 11% anual. Sin embargo, el área financiera logró obtener recursos marginales por la reinversión al 12%, que equivale en valores absolutos a \$ 660.9 calculados al final del tercer año. En consecuencia, la nueva tasa del proyecto, vía TIRM, del 11.36% confirmada de acuerdo a las estimaciones que se aprecian en la parte inferior cuadro N° 8.32.

**Cuadro N° 8.32. Cálculo de TIRM en un proyecto apalancado 100%**

Horizonte n [Años]	Flujo Proyecto	Plan de amortización			Saldo
		Cuota	Interes	Capital	
0	-50.000,0				
1	20.460,7	20.460,7	5.500,0	14.960,7	35.039,3
2	20.460,7	20.460,7	3.854,3	16.606,3	18.433,0
3	20.460,7	20.460,7	2.027,6	18.433,0	0,0
TIR	11,00%	<b>11,00%</b>			
Tasa finan	<b>11,00%</b>				
Tasa Reinver	12,00%				
TIRM	<b>11,36%</b>				
VPN [TIR]	0,00				
VPN [T Finan]	0,00				
VPN [T Reinv]	-857,0				

	Proyecto TIR Modificada	Diferencia Flujo y Cuota	Proyecto TIR Modificada
		-50.000,0	
	25.665,8	5.205,2	20.460,7
	22.915,9	2.455,3	20.460,7
	20.460,7	-	28.121,1
Sumas (t=3)	Valor futuro	69.042,4	7.660,5
TIRM [prueba] y TIR[Excedentes a TIRM]	<b>11,36%</b>		<b>11,36%</b>

Los resultados son:

1. TIR proveedor capital:

$$TIR = \left[ \frac{VF}{VP} \right]^{\frac{1}{t}} - 1 \times 100 = \left[ \frac{68.381.6}{50.000} \right]^{\frac{1}{3}} - 1 \times 100 = 11.0\% \text{ ea}$$

2. TIRM proyecto:

$$TIRM = \left[ \frac{VF}{VP} \right]^{\frac{1}{t}} - 1 \times 100 = \left[ \frac{69.042.4}{50.000} \right]^{\frac{1}{3}} - 1 \times 100 = 11.36\% \text{ ea}$$

3. Utilidad marginal (Umgl):

$$Umgl = VF_3(TIRM) - VF_3(TIR) = 69.042.1 - 68.381.6 = \$ 660.9$$

**Replanteamiento esquema amortización crédito, según flujo proyecto:** El proveedor de capital, debe estructurar planes de amortización de acuerdo al flujo de caja de los negocios de los usuarios del crédito. De esta forma, cumple cada una de las partes su objeto social; la empresa produce en función de la dinámica industrial y la institución financiera, recupera los recursos y mitiga riesgos generados en la operación. En el cuadro N° 8.33., se plantea esta situación, con un proyecto que requiere una inversión inicial por \$50.000 y devuelve recursos en los tres años siguientes de \$12.000, \$17.000 y \$35 mil pesos respectivamente.

Inicialmente la institución plantea pagos en alcúotas por valor anual de de \$20.106, liquidadas a una tasa de interés del 10% anual. Estas cuotas son impagables por los retornos del negocio, puesto que los dos primeros años no genera suficiente caja para atender el compromiso financiero planteado y el último año ingresa los mayores retornos, como se aprecia en la última columna del cuadro referido.

**Cuadro N° 8.33. Cálculo de TIRM en un proyecto apalancado 100% pagable y no pagable.**

Horizonte n [Años]	Flujo Proyecto	Plan de amortización			Saldo	Proyecto TIR Modificada	Diferencia Flujo y Cuota	
		Cuota	Interes	Capital				
0	-50.000,0					-50.000,0		
1	12.000,0	20.105,7	5.000,0	15.105,7	34.894,3	↓ 69.092,8	-8.105,7	
2	17.000,0	20.105,7	3.489,4	16.616,3	18.277,9		-3.105,7	
3	35.000,0	20.105,7	1.827,8	18.277,9	0,0		14.894,3	
TIR	11,19%	10,00%						
Tasa finan	10,00%							
Tasa Reinv.	12,00%							
TIRM	11,38%						11,38%	
VPN [TIR]	0,00							
VPN [T Finan]	1.254,7							
VPN [T Reinv]	-821,1							
0		Plan de amortización viable pagar con proyecto						
1		11.500,0	5.000,0	6.500,0	43.500,0		500,0	
2		16.850,0	4.350,0	12.500,0	31.000,0		150,0	
3		34.100,0	3.100,0	31.000,0	-		900,0	
TIR	10,00%							

Los recursos del proyecto se generan de dos maneras: primero por el retorno mismo del proyecto que es del 11.19% frente a un costo financiero del 10% más la tasa de reinversión del 12%; en conjunto, corresponde a la TIRM del 11.38%. El nuevo esquema de amortización por consiguiente responde a los ingresos del negocio como se aprecia en la parte inferior del cuadro N° 8.33. Los recursos que libera periódicamente son del orden de los \$500, \$150 y \$900 respectivamente en los años 1 a 3. Por su parte, conserva la esencia

financiera al ser flujos equivalentes al planteado inicialmente por el proveedor del crédito.

**8.5.4. Falacia de la reinversión:** Evaluar un proyecto mediante el método de valor presente neto (VPN), implica que los flujos futuros de fondos se valoran o descuentan financieramente con la tasa de oportunidad estimada por el inversionista, que es susceptible de ser ajustada a lo largo del tiempo. Para este propósito se conforman factores de descuento dinámicos en el horizonte y de esta forma corregir esta posible distorsión, de tener una tasa única (constante) en el proyecto.

Al emplear el método de evaluación por TIR, éste asume directamente el mismo comportamiento del retorno; esto es, que los flujos futuros de caja que permanecen invertidos, se reinvierten a la misma TIR que genera el proyecto. Esta condición financiera es criticada, porque no necesariamente es cierto que la reinversión conserve la misma tasa del proyecto. Es posible, que la tasa sea mayor o menor y en cualquier caso cambia el resultado y la decisión. Esta característica de las tasas de interés internas, como método de evaluación financiera, se conoce como la falacia de la reinversión. De forma similar ocurre en el cálculo de la tasa de interés efectiva, que asume reinversión a igual tasa para calcular la tasa equivalente a partir de una tasa de interés nominal, como se aclaró en su momento.

Si un proyecto devuelve recursos al inversionista, es porque no los requiere para garantizar los flujos futuros presupuestados; de manera tal, que de fondo se debe evaluar son las inversiones que demanda el proyecto con el fin de no sobrestimar este rubro.

Para ilustrar esta situación, el cuadro Nº 8.34 refleja el flujo de caja de una inversión de 100 unidades monetarias (um) en un CDT estructurado a un año y pagos de interés liquidados al 16% anual trimestre vencido, equivalente al 16.99% efectivo anual (se asume la reinversión de los intereses a la misma tasa facial del título), concepto que conlleva la connotación de la reinversión (falacia).

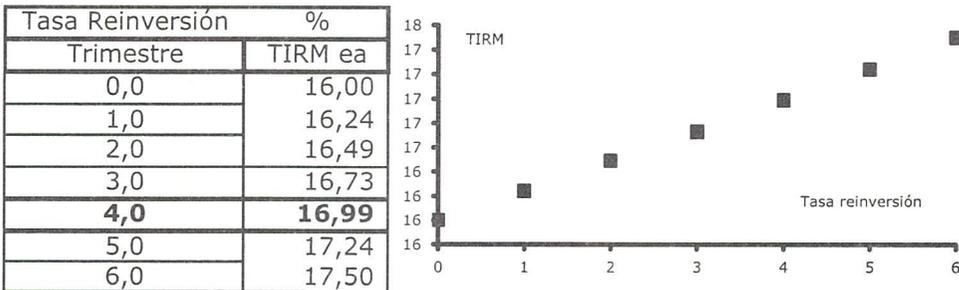
Como puede deducir el lector al analizar el cuadro en comentario, cada flujo periódico de 4 unidades monetarias se reinvierten hasta el final del año, de manera que se obtiene el acumulado de 116,99 um, base de cálculo de la tasa interna de retorno del flujo o tasa efectiva anual, en este caso. Seguido se procede a modificar la tasa de reinversión que puede ser mayor o menor e inclusive dinámica en el tiempo. En este caso particular, se registró una tasa de reinversión mayor (4.5% por cada período trimestral), de manera tal que el nuevo resultado financiero arroja una TIRM del 17,11%, como se demuestra tanto por tasa como por los resultados periódicos de los flujos directamente.

**Cuadro N° 8.34. Cálculo de TIRM para un CDT a un año ante cambios en la tasa de reinversión y su impacto económico**

n [Trimestres]	Flujo	Un año [4 trimestres]				Reinversion Fin t=4	[Reinv vs TIR]		
		1	2	3	4		Mayor	Menor	
0	-100,0								
1	4,00	4,00			4,50	4,56	0,07	-0,06	
2	4,00		4,00		4,33	4,37	0,04	-0,04	
3	4,00			4,00	4,16	4,18	0,02	-0,02	
4	104,00				104,00	104,00	-		
TIR periodo	4,0%	Sumas en t=4 = VF <sub>4</sub>				<b>116,99</b>	<b>117,11</b>	<b>0,13</b>	<b>-0,13</b>
TIR tv	16,0%								
TIR ea	16,99%	-----> 16,99%							
Tasa Reinvp	<b>4,50%</b>							4,5%	3,5%
TIRM (per)	4,03%								
TIRM tv	16,11%								
TIRM ea	17,11%	-----> 17,11%							

De acuerdo a la tasa de reinversión aplicada según las expectativas del inversionista y oportunidades alternas o del mismo negocio, el resultado de la TIRM cambia. En el cuadro N° 8.35., se muestra la sensibilización de la TIRM ante cambios en la tasa de reinversión a partir de 0% hasta el 6% respectivamente.

**Cuadro N° 8.35. Respuesta de la TIRM ante cambios en la tasa de reinversión [caso cuadro N° 8.34]**



En ausencia de tasa de reinversión o tasa cero (0), la tasa resultante al final de año, corresponde al valor acumulado, que puede ser interpretada como efectiva anual. Al no considerar el costo del dinero a través del tiempo, significa que no es relevante el momento del pago de los rendimientos, argumento financiero no válido. Con reinversión del 4% por cada período, se obtiene la tasa efectiva anual (16.99%) que es la misma tasa inicial que estructura el flujo. A partir de este punto, la tasa resultante o TIRM aumenta por efecto de reinversión a mayor tasa. A partir de las TIRM, por equivalencia financiera, se calculan las tasas periódicas.

**8.5.5. Casos especiales de carencia o múltiples TIR:** Debido a la naturaleza y particularidad de los resultados esperados en un plan de negocios, no todo flujo de caja es normalizado. Los flujos tienen la condición en sentido metodológico de ser normalizados, cuando parten de una inversión inicial (signo negativo) y los flujos de fondos futuros son positivos durante el horizonte del proyecto.

La evaluación de un proyecto con flujos futuros de caja no normalizado, advierte la presencia de múltiples tasas de retorno o ausencia de estas y que es conveniente considerar entre otras, las siguientes argumentaciones y precisiones: "... el perfil típico de la inversión productiva o curva de valor presente neto, es una función monomial con pendiente negativa y con un intercepto en  $y$  positivo. En otras palabras, puesto que los factores de descuento más altos reducen el valor presente neto, hasta donde la tasa interna de retorno es igual a la de descuento y  $VPN=0$ , el valor presente neto varía inversamente con el factor de descuento. Sin embargo, la curva del valor presente neto no necesariamente tiene una pendiente negativa. En efecto, bajo ciertas condiciones, la curva ya no es una función monomial sino polinomial"<sup>6</sup>. (Subrayado fuera de texto).

El ejemplo clásico y representativo de flujos con múltiples tasas de retorno, fue expuesto por Lorie, James & Savage, Leonard (1955). Se trata de proyectos aplicables a industrias de explotación de bienes primarios tales como petroleras, explotación de minas, silvicultura entre otras, que pueden llegar a generar nuevas inversiones asociadas y que requieren desembolsos en costos de adecuación terrenos, descontaminación, probables demandas, etc. El caso particular fue desarrollado en torno a la industria de hidrocarburos, en una operación de reemplazo de una bomba de extracción de crudo en funcionamiento, por una de mayor eficiencia, medida por su capacidad de succión -barriles/hora- por unidad de tiempo.

El planeamiento de la inversión, parte de ejecutar el primer desembolso en el momento  $t_0$  como inversión inicial (compra de la bomba), generación de flujos futuros de caja representados en ingresos incrementales monetarios netos y al final un desembolso a título de costos por agotamiento de reservas del pozo petrolero, no previstas tan rápidamente.

Como se aprecia, el flujo dividido en tres momentos del tiempo genera cambio de signo en secuencia: negativo, positivo, negativo, situación que llega a representar más de una tasa interna de retorno.

Lorie & Sabage (ibid) proponen solución, basados en el comportamiento de la tasa de descuento; esto es, que a medida que tienda a cero o se incremente en forma importante, el VPN en estas dos circunstancias converge también a

---

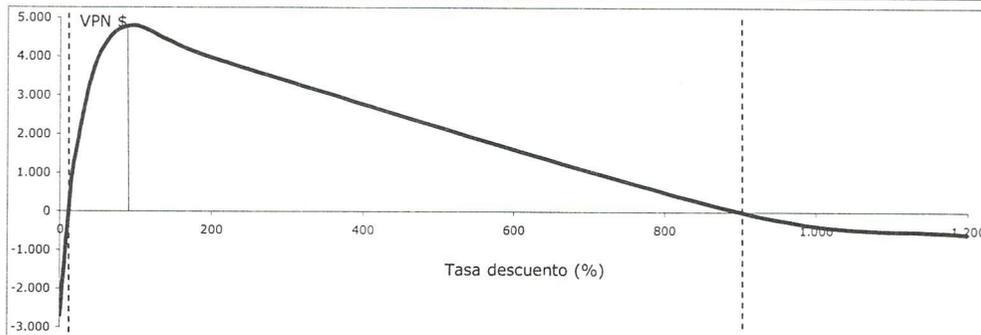
<sup>6</sup> PHILIPPATOS, George. *Fundamentos de administración Financiera. Texto y casos*. MGH. México 1979. Pág. 135.

cero. Otra forma de analizarlo, es por medio del valor presente que tiende a igualar el valor de la inversión inicial, cuando la tasa de descuento es alta y cuando es baja el flujo de ingresos, como lo registra la curva del VPN en el cuadro N° 8.36. Al seguir la estructura registrada en este cuadro, el proyecto A representa la bomba de petróleo, con la secuencia de cambios de signo, de forma tal que al calcular la TIR del proyecto, el sistema arroja dos resultados: 11.1% y 900% con VPN igual a cero.

**Cuadro N° 8.36. Evaluación proyectos con más de una TIR.**

Proycto	Tasa Dcto	Horizonte			TIR	VPN		
		Inv inicial	1	2		(TIR)	5%	20%
A	→	-2.700	30.000	-30.000	11,1%	-0	-1.339	1.467
	11%	-2.700	27.000	-24.300		-0		
	900%	-2.700	3.000	-300		0		
B	→	-1.800	6.000	-6.000	NA	NA	-1.528	-967
	1%	-1.800	5.941	-5.882		-1.741		
	10000%	-1.800	59	-1		-1.741		

TIR (%)	-	11,1	20,0	50,0	100,0	200,0	900,0	1.200,0
VPN[r] \$	-2.700,0	0,0	1.466,7	3.966,7	4.800,0	3.966,7	0,0	-569,8



De acuerdo a estos resultados, tasas de descuento mayores a 900% y menores a 11,1% generan valores presentes netos (VPN) negativos y dentro de este rango, positivos. Si descuenta el flujo de fondos a una tasa del 100%, maximiza el valor presente neto en \$4800. En consecuencia, los resultados no son concluyentes, al generar dos tasas de retorno que cumplen la condición financiera de igualar a cero el VPN. En el caso del proyecto B, que registra igual comportamiento de signos, no hay solución a través de este método. En consecuencia, el criterio de tasa interna de retorno no genera consistencia y lo mejor es utilizar otro método que sea robusto. De otro lado, es conveniente analizar el proyecto en conjunto con el generador de la nueva opción y considerar los saldos periódicos incrementales para un mejor análisis.

En todo caso, los límites en términos de VPN de un proyecto con tasas de descuento entre cero e infinito, va de máximo la sumatoria algebraica de

todos los flujos inclusive la inversión inicial y mínimo el valor de la inversión inicial (negativo).

### **Consideraciones generales sobre la TIR como método para evaluar:**

Algunas de las principales connotaciones financieras relacionadas con el uso de la TIR, necesarias para su aplicación y evaluación en proyectos de inversión son:

- a) Su interpretación depende de la estructura del flujo de caja.
- b) Supone implícitamente que los beneficios se reinvierten a la misma tasa, situación que no necesariamente es cierta (Falacia de la reinversión).
- c) Es un promedio relativo que no entrega información sobre la magnitud del proyecto.
- d) Puede contener varias tasas internas, en flujos que cambian de signo.
- e) Posibilidad de que existan proyectos para los cuales no existe TIR.
- f) Es importante considerar la magnitud de la inversión inicial de los proyectos que se comparan y se requiere reevaluar los resultados.
- g) Favorece proyectos de bajo valor inicial.
- h) Tasas altas implica alto retorno y caso contrario ocurre para bajas.
- i) La TIR es una medida técnica del proyecto, no del inversionista.
- j) Resultados contradictorios al emplear TIR y VPN se generan por la estructura técnica matemática, implícita en la evaluación financiera.
- k) Para un inversionista no familiarizado con las finanzas se hace difícil su interpretación.

**Ventaja:** No requiere cálculo de tasa de descuento.

**Criterio de selección de método: TIR o VPN?** Por regla general, la evaluación financiera de proyectos de inversión con aplicación de los métodos de VPN o TIR, conducen a la selección y toma de decisión del mismo proyecto. En este sentido, es prudente realizar los cálculos de estos dos métodos de evaluación para efectos de análisis y comparación. Sin embargo, de acuerdo a la distribución de los ingresos a lo largo del horizonte, esta condición puede que no se cumpla, como ocurre en el caso que se presenta en el cuadro N° 8.37.

Se observa dos alternativas excluyentes A y B, con inversión inicial en cualquier caso de \$10.000 y flujos futuros de ingresos en un horizonte de cinco años.

El proyecto A, a diferencia de B (distribución relativamente homogénea de ingresos), registra un alto retorno al final de su vida útil. De hecho, durante los dos primeros años no genera ingreso alguno, condición que financieramente tiene alto impacto en el retorno por el componente de tasa

implícita en la acumulación de intereses, que genera distorsión entre estos dos métodos<sup>7</sup>.

**Cuadro N° 8. 37. Proyectos A y B con evaluación VPN y TIR.**

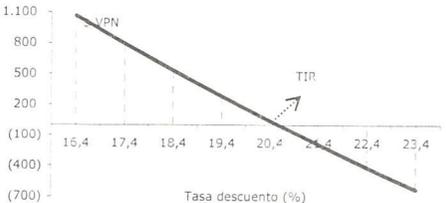
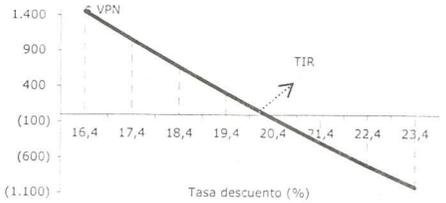
DESCRIPCION CUENTA		0	1	2	3	4	5
Flujo de caja [\$]		-10.000	-	-	3.850	8.200	9.720
Evaluación							
TIR [%]		20,25					
TIRM [%]		20,11					
VPN (TIR %)		0					
<b>A</b>	VPN (Fija período o) [\$]	301					
	VPN (Factor descuento) [\$]	332					
	R:Ingresos/Inversión (Fija)	1,030					
	R:Ingresos/Inversión (Factor)	1,033					

Flujo de caja [\$]		-10.000	3.000	3.200	3.000	3.500	4.950
Evaluación							
TIR [%]		20,57					
TIRM [%]		20,07					
VPN (TIR %)		-					
<b>B</b>	VPN (Fija período o) [\$]	281					
	VPN (Factor descuento) [\$]	308					
	R:Ingresos/Inversión (Fija)	1,028					
	R:Ingresos/Inversión (Factor)	1,031					

Tasa de descuento/Reinversión		19,4%	19,1%	19,6%	19,1%	19,6%	19,4%
Factor descuento Flujos caja			1,191	1,424	1,695	2,027	2,420
<b>C</b>	IPC	4,3%	4,0%	4,0%	3,7%	3,5%	3,5%
	DTF	6,0%	6,0%	6,0%	6,3%	6,0%	6,3%
	Prima riesgo	8,0%	8,0%	8,5%	8,0%	9,0%	8,5%



La evaluación con TIR implica que los fondos se acumulan al ritmo de la misma tasa de reinversión que genera el proyecto. En este caso las alternativas A y B lo hacen al 20.25% y 20.57% respectivamente. Por su parte, el VPN con tasa de descuento fija del período cero del 19.4%, genera un saldo positivo de \$301 y \$281 en este mismo orden. Para tomar una decisión, los dos métodos están encontrados. Si se elige TIR la mejor opción es B si es VPN A.

Para solucionar este inconveniente, es prudente emplear la TIR modificada para mitigar la reinversión inicial a igual tasa (TIR). La tasa de reinversión, también considerada como fija de descuento, se estructuró con base en el producto de las variables inflación, DTF y prima de riesgo del negocio, que fue aplicada previamente para calcular el VPN a tasa de descuento fija (19.4%). El resultado de la TIRM, conduce a seleccionar A puesto que su resultado es 20.11%, guarismo mayor a la alternativa B que registró 20.07%. La diferencia es mínima pero los decimales cuentan financieramente. Igual sucede con el VPN calculado a partir del factor de

<sup>7</sup> VAN HORNE, james. *Administración Financiera*. Prentice Hall. 9ª ed. México 1992. Pág. 154.

descuento, puesto que A (\$332) es mayor a B (\$208). De esta manera queda confirmado y este nuevo resultado dirime el conflicto previo de elección.

Con una tasa de descuento del **19.58%**, el VPN (\$237), TIRM (20.14%) y la relación ingreso inversión (1.024) son iguales en las dos situaciones. Por lo tanto, ante este nuevo escenario con mayor TIR en el proyecto B (20.57%) y VPN actualizado con factor de descuento mayor en A (\$332) que en B (\$308), se acude a la última relación ingreso inversión con factor de descuento. Este valor es de 1.033 vs 1.031 a favor de A.

**Selección de proyectos no repetibles con racionamiento de capital:** si dos o más proyectos atienden necesidades diferentes pero comparten el mismo recurso de capital limitado, forman conjuntos de proyectos mutuamente excluyentes con restricción del capital, de tal manera que se busca maximizar el beneficio al emplear todos los recursos disponibles.

**Ejemplo 8.9.** Un inversionista tiene cuatro alternativas de inversión en proyectos de carácter independientes, no repetibles y disponibilidad de \$2000 de capital para incursionar en ellos. ¿Cuáles proyectos debe escoger para optimizar su utilidad?

Como se muestra a continuación, la aplicación de VPN y TIR lleva a resultados diferentes con una evaluación individual; sin embargo, como se debe agotar el presupuesto, es necesario agruparlos, evaluar y tomar la decisión como se presenta en el cuadro N° 8.38.

**Cuadro N° 8.38. Selección de proyectos con restricción presupuestal.**

Alternativas	0	1	2	VPN	TIR
A	-200	160	180	94	<b>43,0%</b>
B	-1.000	600	760	174	22,2%
C	-800	500	500	68	16,3%
D	-1.200	800	800	<b>188</b>	21,5%
Tasa dcto				10,0%	
<b>Selección</b>					
A+B+C	-2.000	1.260	1.440	<b>336</b>	<b>22,0%</b>
C+D	-2.000	1.300	1.300	256	19,4%

Se forman conjuntos de proyectos que agoten la disponibilidad de dinero y se escoge el de mayor VPN.

Ordenamiento: Según VPN: D,B,A,C  
Según TIR: A,B,D,C

Selección: Según VPN: D,A

Según TIR: A,B,C

En consecuencia, se recomienda invertir en el conjunto de proyectos ABC con resultado en valor presente neto de \$336 y TIR de 22.0%.

Al retomar los conceptos expuestos y situaciones probables generadas en torno a este tema, más que oportuno agregar estas consideraciones: "...será deseable una inversión para la cual, el balance en valor presente de los beneficios brutos y del costo es positivo. Para tal inversión, existe una tasa de descuento mayor que  $i$  para la cual el valor presente es cero: es la tasa interna de rendimiento promedio de la inversión (TIR), es decir, que los ingresos permitirán balancear exactamente los reembolsos de un préstamo  $I$  a la tasa  $r$ .

$$\text{Notando: } V(x) = \sum_t \frac{B_{(t)}}{(1+x)^t}$$

La TIR es la solución  $r$  de la ecuación  $V(x)=I$ .

Hay casos en donde los beneficios vuelven a ser negativos después de la fase de arranque, lo cual hace posible que esta ecuación tenga más de una raíz y entonces encontrar una raíz mayor que  $i$  no implica un valor presente positivo. Este criterio puede llevar también a falsas conclusiones cuando se trata de comparar dos proyectos; el proyecto A puede tener una TIR de 30% y el B una TIR de 15% pero esto no impide que a la tasa vigente  $i$ ,  $(V_B - I_B)$  sea el doble de  $(V_A - I_A)$  lo cual es lo único importante mientras el capital cueste menos del 15%. Además, comparando con el valor presente, la TIR tiende a inflar el interés de proyectos con vida corta, con pequeñas inversiones, o con beneficios concentrados en los primeros años<sup>8</sup>.

**8.6. Valor uniforme equivalente VUE.**

Para un flujo futuro de caja determinado, conformado por ingresos, egresos o valores netos, de horizonte  $N$  y tasa(s) de interés  $i_{(N)}$  se denomina valor uniforme equivalente -VUE-, a la alícuota o anualidad obtenida, que sustituye o hace equivalente al flujo de fondos dado inicialmente, estructurado según las condiciones del flujo, a partir de un valor presente o futuro o del comportamiento esperado de ingresos y/o egresos en crecimientos geométricos o aritméticos.

El VUE, se interpreta como el valor equivalente a un flujo irregular de montos y plazos, que registra un valor único que puede representar un costo o ingreso neto promedio, de acuerdo al costo de oportunidad del dinero. Al ser una anualidad, incluye la recuperación del capital y el componente financiero

<sup>8</sup> Albouy, Yves. *Análisis de costos marginales y diseño de tarifas de electricidad y agua*. BID. EUA 1983. Pág. 205.

generado por el flujo. De esta forma, se emplea como parámetro de comparación frente a otras alternativas de selección o proyectos. Según la naturaleza del proyecto, se elige el de menor costo o más alto ingreso.

En su forma básica, se emplea para calcular tarifas de alquiler de equipos.

**Ejemplo 8.10.** Una empresa dedicada a la actividad de arrendar equipos, compra un tractor por valor de \$120 millones, la vida útil de 5 años y valor de salvamento de cero pesos. Si el costo de oportunidad del dinero es del 22% ea, Cuál es el valor mínimo del arriendo del equipo por día de 8 horas?

Con apoyo de la función de Excel (=PAGO...), tasa de interés nominal anual día vencido del 19.89%, liquidada en año de 360 días, se obtiene una tarifa de \$105.241 sin incluir gastos de mano de obra, combustibles, etc.

Es apropiado el uso de esta metodología en proyectos o alternativas con horizontes diferentes, por lo tanto hay que estandarizar los tiempos aplicando el m.c.m. (mínimo común múltiplo) de las vidas de los proyectos a evaluar. Si es muy amplio el tiempo, los resultados no se van a ajustar a la realidad. En el caso de comparar dos proyectos con horizontes de 5 y 6 años respectivamente, el m.c.m. es de 30 años. Este lapso es muy extenso para poder asumir comportamientos futuros, en las mismas condiciones establecidas en el proyecto inicial, que limita su practicidad.

En forma general, la fórmula matemática que permite calcular una anualidad con base en un flujo periódico, una inversión inicial y un valor residual es de la forma:

$$A = -I_0 \left\langle \frac{i}{1 - (1 + i)^{-N}} \right\rangle + \left\langle \sum_{N=1}^n \frac{F_N}{(1 + i)^N} \right\rangle \left( \frac{i}{1 - (1 + i)^{-N}} \right) + VS \left\langle \frac{1}{(1 + i)^N - 1} \right\rangle$$

Donde:

A = Anualidad.

$I_0$  = inversión inicial.

F = Flujos netos de caja.

VS = Valor residual o de salvamento.

N = Vida útil (horizonte) del proyecto.

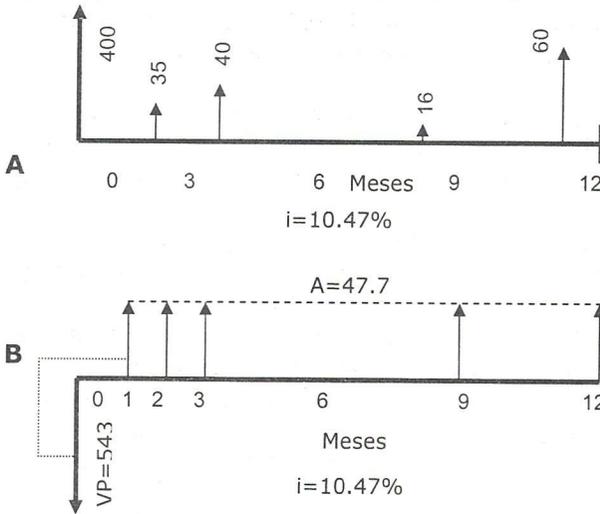
i = Tasa de descuento.

Si los flujos son iguales a lo largo de N, la ecuación se reduce a:

$$A = F - \left\langle (I_0 - VS) \left( \frac{i}{1 - (1 + i)^{-N}} \right) + VS(i) \right\rangle$$

**Ejemplo N° 8.11.** Expresar la siguiente serie de pagos en un valor uniforme equivalente mensual, con tasa de interés del 10.47% efectiva anual. El primer desembolso se realiza el día de hoy por valor de \$400, siguen \$35, \$40, \$16 y \$60 al final de los meses 2, 4, 8 y 11 respectivamente tal como se aprecia en la gráfica N° 8.14. Panel A.

**Gráfica N° 8.14. Diagrama de flujos equivalente (VUE).**



El diagrama B, representa el VUE, por un monto de \$47,7. Para efectos del cálculo respectivo, se llevan todos los flujos al momento cero con la tasa equivalente del 10% anual mes vencida. El valor presente respectivo es de \$543, base para determinar el valor de la anualidad (uso EXCEL función PAGO).

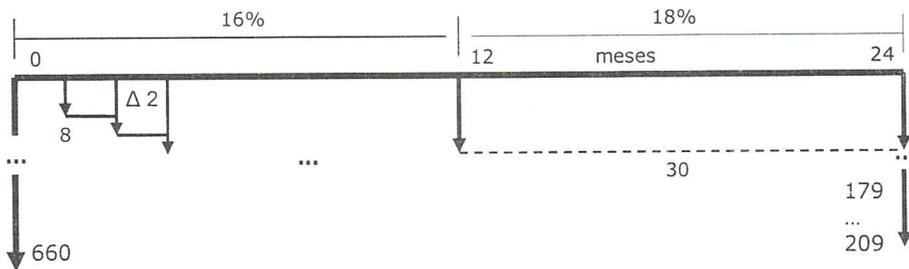
En casos más complejos con crecimientos de pagos o ingresos de tipo geométrico y/o matemático se diseña una hoja de cálculo con la información periodo a periodo, se definen los flujos netos (ingresos menos egresos) luego se descuenta con la función VNA y a partir de este valor, se calcula la anualidad (función PAGO). También se puede hacer uso de las fórmulas matemáticas definidas en el capítulo N° 4.

**Caso con aplicación de más de una tasa de interés durante el horizonte del proyecto:** Convertir flujos de caja en VUE, con diferentes tasas de descuento durante la vida del proyecto, implica definir ecuaciones de valor o de identidad a partir de un valor equivalente, generalmente un valor presente.

**Ejemplo N° 8.12.** Determinar el Valor uniforme equivalente que debe presupuestar mensualmente el director de proyectos en tema de gastos

operacionales, si la programación actual demanda recursos iniciales por \$660 (millones de pesos) y a partir del primer mes se registran desembolsos periódicos. El primero de ellos, por valor de \$ 8 MM con incrementos cada mes de \$2 MM hasta el final del primer año; de allí en adelante se mantiene constante por un año más, donde finalizan los gastos de este proyecto. El último pago a realizar, adicional a la suma periódica, está definido por un valor de \$179 MM de ese momento. La tasa de interés que rige para el primer y segundo año respectivamente es del 16% y 18% efectivo anual. La gráfica N° 8.15., refleja el comportamiento de los desembolsos.

**Gráfica N° 8.15. Diagrama de flujos equivalente (VUE). Ejemplo 8.12.**



El valor presente del flujo proyectado es de \$ 1.272,8 MM, que se obtiene con apoyo de hoja de Excel de la siguiente manera:

$$= \text{VNA}(i_1; \text{flujo primer año}) + \text{VNA}(i_2; \text{Flujo segundo año}) / (1+i_1)^{12} + I_0$$

$$= 1.272.8$$

Al equilibrar el diagrama por diferencia de tasa, se tiene:

$$1272.8 = A \left\langle \frac{1 - \left(1 + \frac{0.16}{12}\right)^{-12}}{\frac{0.16}{12}} \right\rangle + A \left\langle \frac{1 - \left(1 + \frac{0.18}{12}\right)^{-12}}{\frac{0.18}{12}} \right\rangle \left( \frac{1}{\left(1 + \frac{0.16}{12}\right)^{12}} \right)$$

$$1.272.8 = A(11.02161) + A(10.90751) * (0.853045)$$

$$1.272.8 = A(20.3262)$$

$$\mathbf{A = 62.62}$$

El valor uniforme equivalente mensual resultante es igual a \$62,6 MM por lapso de dos años. Para determinar la tasa única implícita en los flujos del proyecto se aplica la función:

$$\mathbf{=TASA (nper;pago;va)}$$

= TASA(24;62.62;-1.272.8) = 1.37% por cada mes vencido, que anualizada corresponde al 16.49% anual m.v. y expresada en término efectivo anual, es del 17.80%.

**Aplicación del VUE. Alternativas con diferentes vidas útiles:** Cuando se quiere escoger entre varias alternativas que cumplen la misma función, satisfacen la misma necesidad o resuelven el mismo problema, en tema de costos, la selección está orientada a escoger el de menor valor y en el caso de ingresos netos, se busca maximizarlos.

La comparación se puede hacer de dos formas, que llevan a la misma decisión:

**Opción 1:** Calcular el valor presente de los costos totales contemplados, en un horizonte uniforme (m.c.m.) de los proyectos para que sean comparables, y seleccionar la alternativa de mínimo valor presente de dichos costos.

**Opción 2:** Aplicar el valor uniforme equivalente (VUE): Se determina el VUE para cada alternativa, teniendo en cuenta la vida útil de cada una y los costos de inversión, operación y mantenimiento y valor de salvamento (con signo contrario). Se escoge la alternativa de mínimo VUE. Si son flujos netos de ingresos, su función objetivo es maximizarlos.

### 8.7. Relación ingreso-inversión (RII)

Este método consiste básicamente en relacionar el valor presente de los flujos futuros de caja FFC (ingresos/egresos) con el de la inversión inicial ( $I_0$ ), de manera que se comparan flujos de efectivo en el mismo momento del tiempo, con validez financiera.

La relación sencillamente se obtiene mediante cociente entre flujos a valor presente y la inversión inicial en valor absoluto, de la siguiente manera:

$$RII = \frac{VP(FFC)}{|-I_0|}$$

**Regla de decisión RII:** Un proyecto de inversión analizado con este método, se justifica si la relación ingreso-inversión con tasa de descuento ( $i\%$ ) es mayor que 1. En el método de decisión por cálculo de VPN, un proyecto se acepta cuando el VPN es mayor que cero, lo cual implica que los beneficios son mayores que los costos, por lo tanto la RII será mayor que uno.

Con la TIR, se acepta un proyecto si ésta es mayor que la tasa de descuento, situación que implica que el VPN es mayor que cero y a su vez la relación

Ingresos/Inversión será mayor que uno. Esto significa que el proyecto recreado en el cuadro N° 8.39., se justifica con tasas inferiores a la TIR, donde el índice es mayor la unidad, favorable en la medida que sea menor la tasa de descuento.

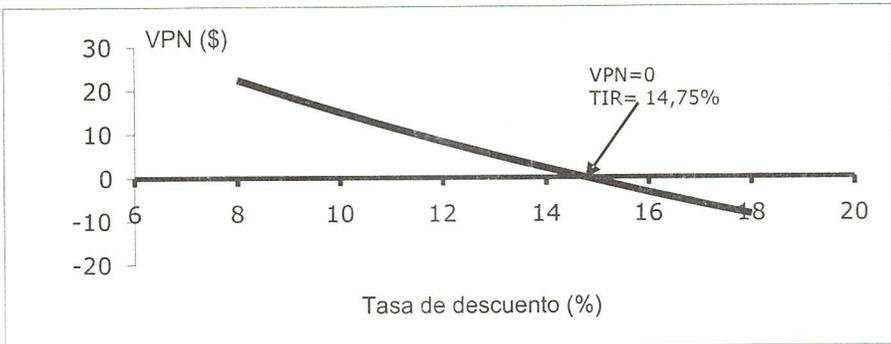
Cuando RII es igual a uno, se configura un punto de indiferencia entre el proyecto y la alternativa a costo de oportunidad; si es menor que uno, se debe rechazar el proyecto.

En resumen se establece las siguientes situaciones de decisión:

- RII > 1, VPFFC > VPI<sub>0</sub> ⇒ Aceptar el proyecto**
- RII < 1, VPFFC < VPI<sub>0</sub> ⇒ Rechazar el proyecto**
- RII = 1, VPFFC = VPI<sub>0</sub> ⇒ Indiferencia entre invertir en el proyecto o a la tasa de oportunidad.**

**Cuadro N° 8.39. Resultado numérico y grafico del cálculo del VPN según tasa de descuento e índice Ingreso/Inversión.**

n	0	1	2	3	4	5
Flujo caja (\$)	-100	20	25	20	35	60
Tasa descto (%)	8,0	10,0	12,0	14,0	16,0	18,0
VPN (\$)	22,4	15,0	8,3	2,2	-3,5	-8,6



Relación:Ing/Inv	1,224	1,150	1,083	1,022	0,965	0,914
------------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

### 8.8. Periodo de recuperación de la inversión (PRI):

Mide en unidad de tiempo (número de meses, años...) el lapso que dura un proyecto en recuperar el valor de la inversión realizado, de acuerdo a los flujos de fondos generados. Su método se basa en calcular en que momento los ingresos recibidos igualan o cubren los gastos realizados más la inversión inicial.

El cálculo de este indicador, depende de la configuración de los flujos, si son o no uniformes. En el caso de que exista uniformidad, simplemente es calcular el cociente entre el valor absoluto de la inversión inicial y la anualidad. Para una inversión de 1.000 unidades monetarias e ingreso periódico de 250 anuales, el período de recuperación es de cuatro años. Si los flujos no son uniformes, por ejemplo 50, 200, 150, 300, 300, ... 200, el valor acumulado que igual al valor de la inversión inicial, se alcanza al quinto año.

Una limitante financiera del uso de este indicador, es no tener en cuenta el costo del dinero a través del tiempo. Esta condición implicaría, que dos proyectos con flujos diferentes pero igual PRI darían la misma opción de selección, sin considerar que uno de estos registre los mayores ingresos al comienzo y el segundo lo haga al final. El hecho de que retorne el dinero pronto o no, es relevante en la medida en que la opción no es la optima financieramente y requiere que genere nueva oportunidad de negocio y pueda ser reinvertido. Al inversionista no le debe preocupar recuperar la inversión pronto, debe estar atento es a que rente lo esperado. Hace difícil también su aplicación en proyectos que registran valor de salvamento por su período de realización.

Como primera aproximación o tamizado de proyectos, resulta interesante siempre y cuando genere flujos uniformes y en igual horizonte. De otro lado, al calcular el inverso del PRI, la tasa resultante tiende a aproximarse a la tasa de rendimiento del proyecto en casos en los cuales el horizonte logre duplicar al PRI, sean proyectos de alto nivel de riesgo que generan alto retorno. Al ilustrar esta situación, un proyecto de \$1000 a 10 años e ingreso anual uniforme de \$ 350 genera un  $PRI = 2.86$  y una tasa  $(1/2.86)$  del 35% anual. Al calcular la TIR, esta es del 33%.

El uso de PRI actualizado, es otra opción al calcula a precios del momento cero de los flujos futuros de caja, hasta el punto donde equilibra la inversión; sin embargo, mantiene la limitación de no valorar los ingresos que se originan después de haber recuperado dicho importe.

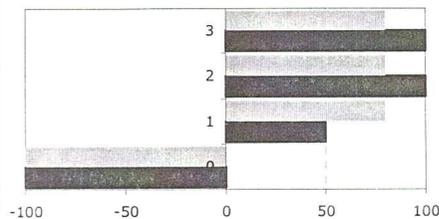
## 8.9. Ejemplos.

1. Existen 2 alternativas para fortalecer el portafolio de inversión por cuantía de \$100 millones c/u y un horizonte de 3 años:

- a) Al final del primer año recibir \$50 y en c/u de los dos restantes \$100.
- b) Al final de cada año \$80.

Si la tasa de rentabilidad mínima atractiva (TREMA) es del 15% e.a. Cuál alternativa se debe seleccionar? Que tasa de descuento iguala los VPN de los dos proyectos?

n	PROYECTOS	
	A	B
0	-100	-100
1	50	80
2	100	80
3	100	80
<b>TD</b>	15,0%	15,0%
<b>VPN</b>	<b>84,8</b>	<b>82,7</b>



$$VPN_A = -100 + \frac{50}{(1 + 0.15)^1} + \frac{100}{(1 + 0.15)^2} + \frac{100}{(1 + 0.15)^3}$$

$$VPN_{[A]} = 84.8$$

$$VPN_B = -100 + \frac{80}{(1 + 0.15)^1} + \frac{80}{(1 + 0.15)^2} + \frac{80}{(1 + 0.15)^3}$$

$$VPN_{[B]} = 82.7$$

Las dos alternativas son viables financieramente, sin embargo, A representa la mayor rentabilidad sobre la inversión y la tasa de descuento que iguala las dos alternativas es del 21.53%. (Con Excel utilice menú herramientas – buscar objetivo).

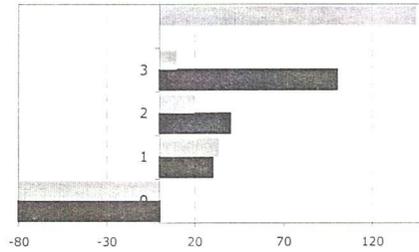
2. Dos alternativas de inversión A y B con horizonte a 3 y 4 años respectivamente, se quieren evaluar y tomar la mejor decisión financieramente. Para tal efecto, el inversionista ha destinado \$ 80 unidades monetarias (um) de inversión inicial, y espera flujos de caja futuros como se aprecia en el cuadro N° 8.40. El costo de oportunidad se ha estimado en el 25% anual.

Al calcular el VPN de las alternativas, se tiene que **B** es mayor que **A** en \$ 3,7 um; sin embargo, por la condición de estar estructurados en horizontes diferentes no es acertada esta primera decisión y se sugiere emplear el método de CUE –costo uniforme equivalente-, determinado el m.c.m. entre las 2 alternativas que es de 12 años.

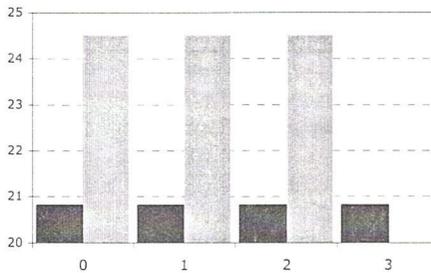
Realizados los respectivos cálculos financieros, se presentan en el resumen en el cuadro N° 8.41., siguiente.

**Cuadro N° 8.40. Ejemplo 2 Evaluación de los proyectos A y B.**

n	PROYECTOS	
	A	B
0	-80	-80
1	30	34
2	40	20
3	100	10
4		145
<b>TD</b>	25,0%	25,0%
<b>VPN</b>	20,8	<b>24,5</b>



n	PROYECTOS	
	A	B
0	20,8	24,5
3-4	20,8	24,5
6-8	20,8	24,5
9-12	20,8	
<b>T. Dcto</b>	25,0%	25,0%
<b>VP</b>	<b>39,7</b>	38,7
<b>VUE</b>	<b>10,66</b>	10,38



**Cuadro N° 8.41. Ejemplo 2. Resumen de los resultados.**

	V.P.N.		V.P.		V.U.E.	
Alternativa [A]	20.8		<b>39.7</b>	<input checked="" type="checkbox"/>	<b>10.66</b>	<input checked="" type="checkbox"/>
Alternativa [B]	<b>24.5</b>	<input checked="" type="checkbox"/>	38.7		10.38	

En consecuencia, se sugiere la alternativa A de mayor VUE. Los valores que igualan los dos proyectos son: Tasa de descuento del 34.7%, Valor presente de \$34.2 um y VUE \$12.21 um.

**8.10. Ejercicios para desarrollar:**

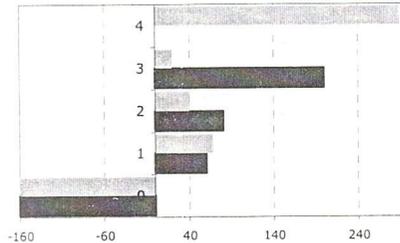
1. Calcular las TIR respectivas del ejercicio (2), para los valores resultantes de aplicar el VUE.

2. Usted como administrador de portafolio, tiene las siguientes alternativas para invertir \$ 100 millones (mm), en un plazo de un año: a) Constituir un CDT que le renta el 28% T.V. b) Recibir al final del primer semestre \$ 45 mm, al 9 mes \$25 y al final del año \$ 85 mm. c) Recibir al finalizar el mes 12 \$ 138 mm.

Si su tasa de oportunidad es del 11.0% e.a, que opción seleccionaría y cual sería la utilidad reportada.

3. Evalúe los siguientes proyectos de inversión:

n	PROYECTOS	
	A	B
0	-160	-160
1	60	68
2	80	40
3	200	20
4		290
<b>TD</b>	15,0%	15,0%
<b>VPN</b>		



4. De las siguientes alternativas de inversión, ¿cuál produce el mejor resultado financiero? ¿Qué metodología aplica? Explicar resultados.

- a) CDT, que al final del año genera 24 centavos por cada peso invertido.
- b) Una aceptación bancaria que se compra por el 93% de su valor, faltando 10 días para su vencimiento.
- c) Un título constituido a 2 años al final de los cuales recibe un único pago doblado de su inversión inicial.

5. ¿Cuál es el valor del índice de precios al consumidor para un año en el cual la tasa de mercado fue del 8% T.V. si se obtuvo una tasa anual real del 4% de rendimiento del dinero?

6. Un proyecto de inversión contempla las siguientes fuentes de financiación:

- a) El 38.1% del total de recursos otorgados por el Banco AA al 26% e.a.
  - b) El 28.6% de la Financiera BBB al 1.5% por cada mes vencido.
  - c) La Corporación XY presta los recursos faltantes al 22% M.V.
- ¿Cuál es la tasa mínima de retorno que se debe aceptar para invertir en el proyecto?

## Bibliografía consultada

**ALBOUY, Yves.** "Análisis de costos marginales y diseño de tarifas de electricidad y agua" BID. EUA 1983.

**BODIE, Zvi y MERTON, Robert.** *Finanzas*. Prentice Hall. México 1999.

**COPELAND, Tom, KOLLER, Tim y MURRIN, Jack.** *Valoración. Medición y gestión de valor*. Deusto. España, 2004.

**COSS BU, Raúl.** *Evaluación Financiera de Proyectos de Inversión*. ed. Limusa. México, 1.983

**GARCIA, Mendoza, Alberto.** *Evaluación de proyectos de inversión*. MGH México, 1998.

**LEON G., Oscar.** *Administración Financiera*. 3ª ed. Prensa Moderna. Colombia, 1999.

**PHILIPPATOS, George:** *Fundamentos de Administración Financiera. Textos y casos*. MGH. México, 1979.

**SAPAG Chain, Nassir y SAPAG Chain, Reinaldo.** *Preparación y evaluación de proyectos*. 3ª Ed. MGH. Bogotá, 1998.

**THUESEN , G.T. & FABRYCKY.** *Engineering economy*. PHI, 1.993.

**VAN HORNE, James.** *Administración Financiera*. Prentice Hall, 2ª Ed. México, 1993.

**VÉLEZ Pareja, Ignacio.** *Decisiones de inversión enfocado a la valoración de empresas*. 4ª edición. CEJA, 2004. (disponible en línea <http://www.poligran.edu.co/decisiones>).

## Capítulo 9. Valoración de empresas

### 9.1. Creación y generación de valor

El objetivo principal de toda organización se centra en la creación de valor a través de su dinámica interna en una expectativa de largo plazo. Este proceso es generado por la transformación de insumos y uso de recursos en un producto final, que supla las necesidades del mercado, previo su identificación y estudio. En ésta dirección, la firma interactúa con consumidores, trabajadores, accionistas, proveedores (materias primas, de equipos, servicios, etc.), canales de comercialización, instituciones financieras, la sociedad, el Estado, entre otros. Este conjunto de relaciones, se materializan en hechos económicos, que se representan en los estados financieros. El ente económico crea valor a partir de decisiones jerárquicas y de gobernabilidad interdisciplinaria, en cada uno de sus órdenes estructurales.

La creación relativa de valor de la firma está representada en el cambio que experimenta el ente económico entre dos momentos del tiempo, medida por el resultado de su valoración en términos de flujos de caja libre. En consecuencia, el valor de una empresa se fundamenta en la capacidad para generar flujos futuros de caja positivos de manera recurrente y creciente, acordes al valor de los recursos comprometidos en la inversión de capital y en presencia de niveles de riesgo, administrados estratégicamente. "Maximizar el valor es obtener el mayor incremento en el valor de la compañía entre dos períodos de tiempo, buscando optimizar los conductores de valor en el entorno de riesgo"<sup>1</sup>.

Toda actividad empresarial requiere el concurso sinérgico de cuatro grandes responsabilidades clásicas: mercadeo, producción, finanzas y administración para alcanzar los objetivos estratégicos corporativos; de su armónica interacción, van a depender los resultados. (Gráfica N° 9.1.)

Cada área de responsabilidad, cumple entre otros objetivos los siguientes:

- **Mercadeo:** satisfacer las necesidades de los consumidores previamente identificadas, mediante la oferta de medios con valor creados para tal fin.
- **Producción:** alcanzar el producto final en condiciones de cantidades y calidades óptimas con eficiencia, eficacia, mínimo costo y en forma oportuna.
- **Administración:** proveer recursos y medios necesarios para que el ente económico cumpla su objeto social en condiciones de oportunidad, orientados por criterios de calidad y economía y en un clima

---

<sup>1</sup> LATINVESTCO. Banca de inversion. "Estructura de capital y valor de su negocio". Foro: en dónde están los recursos financieros, La República. Bogotá, marzo 2007. [www.latinvestco.com](http://www.latinvestco.com). Pág. 16.

organizacional adecuado para el mejor desempeño y productividad del equipo de trabajo.

- **Finanzas:** Maximizar la riqueza de los propietarios, que implica, **maximizar el valor de la empresa.**

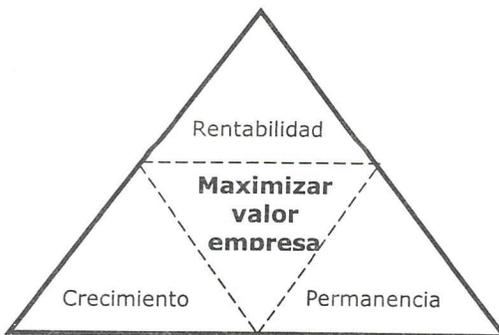
**Gráfica N° 9.1. Interrelación áreas funcionales organizacionales.**  
(Ambiente interno)



El ente económico, debe orientar sus esfuerzos al logro de los objetivos estratégicos en el mediano y largo plazo de crecimiento, permanencia y rentabilidad (ver gráfica N° 9.2), a través de:

- **Generación de ingresos.**
- **Eficiencia en el uso de recursos.**
- **Gestión de costos.**

**Gráfica N° 9.2. Objetivo central firma y factores determinantes**



Una adecuada organización interna, permite enfrentar y lograr la supervivencia ante un entorno competitivo, donde las leyes del mercado y el marco regulatorio son factores determinantes de los resultados del negocio.

El objetivo financiero último para la firma se alcanza al lograr maximizar su valor. Se crea valor cuando la rentabilidad del capital invertido es mayor al costo de oportunidad del capital. Con la caja que genera, cubre los compromisos que requiere operacionalmente y asume la carga financiera a proveedores externos de capital y demás originados en el giro normal de los negocios, en cumplimiento del objeto social para el cual fue creado el ente económico. Cubiertas estas obligaciones, el remanente debe distribuirse entre reservas y retribución a los inversionistas a título de dividendos.

**Gráfica N° 9.3. Dinámica en la toma de decisiones del gestor financiero**



En este orden de ideas, las **decisiones financieras corporativas**, deben responder a políticas orientadas a atender necesidades de recursos y que se clasifican en tres categorías: decisiones de inversión, de financiación y de reparto de dividendos (ver gráfica N° 9.3). Cada decisión implica gestión relacionada con:

#### **La inversión:**

1. Volumen de activos.
2. Plazo de ventas.
3. Cantidad de inventarios.
4. Crecimiento de la empresa.
  - Expectativas de crecimiento (economía, sector).
  - Reinversión del flujo de caja libre (FCL).
  - Rentabilidad.

5. Combinación de activos fijos y corrientes.
6. Activos fijos: compra vs. arrendamiento.

Lineamiento: La rentabilidad debe ser mayor que la tasa mínima de retorno esperada por el inversionista y esa tasa mínima debe reflejar el riesgo del negocio.

**La financiación:**

1. Estructura financiera: Proporción entre pasivos y patrimonio que utiliza la empresa para financiar sus activos.
2. Costo de capital: Costo promedio ponderado de las diferentes fuentes que la empresa utiliza para financiar sus activos.

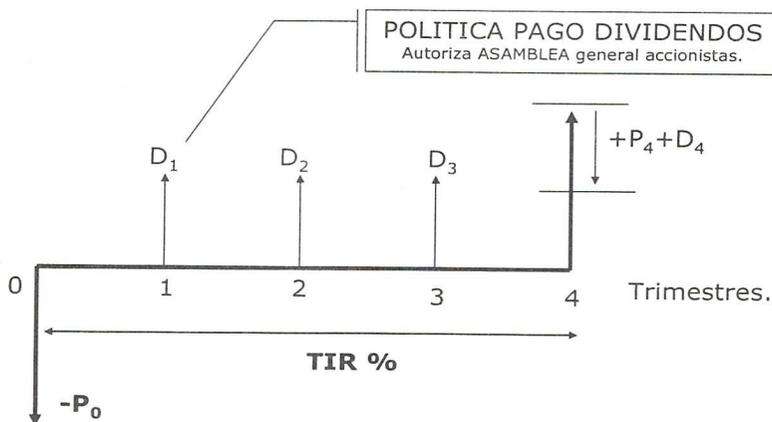
Lineamiento: Contar con una estructura óptima de capital (deuda/Patrimonio) que permita minimizar el valor del costo promedio ponderado de capital y el análisis y selección de las fuentes de recursos más apropiadas.

**El reparto de utilidades, vía dividendos, acciones...**

Rentabilidad mínima que deben ganar los activos de la empresa o el patrimonio de los propietarios, de acuerdo a la tasa mínima requerida de retorno (TMRR) definida.

Lineamiento: Medir el flujo de caja luego de realizar las inversiones nuevas en activos (CAPEX) y en el cambio en el fondo de maniobra y definir montos y forma de pago.

**Gráfica N° 9.4. Diagrama de flujo de fondos por dividendos. Renta variable**



La gráfica N° 9.4., registra un diagrama de pagos periódicos por dividendos generados por una acción y cuyo precio final en bolsa, registra variaciones, de manera tal que la rentabilidad medida por la TIR del flujo, cambia según la condiciones de la cotización de la acción al final del período.

Para ver reflejado el efecto financiero de un inversionista, ante cambios en el precio de mercado, el cuadro N° 9.1 muestra los flujos de fondos generados durante un año, con pagos trimestrales de dividendos de \$3 por cada \$100 pesos invertidos. Si el precio final de la acción permanece constante, (\$100) la rentabilidad efectiva anual es del 12,55% (Si y sólo sí, reinvierte los dividendos a igual tasa periódica). Si el precio final se incrementa un 10%, es decir +\$10, la TIR casi se duplica 23%; por el contrario si se reduce al final el precio en el 5% (\$5) la rentabilidad es del 7.32% ea. Este comportamiento, demuestra alta sensibilidad al precio de mercado.

**Cuadro N° 9.1. Rentabilidad anual en títulos de renta variable.  
(acciones)**

n	Flujo	Precio P4 Bolsa		
		+	=	-
0	-P(0)	-100	-100	-100
1	D1	3	3	3
2	D2	3	3	3
3	D3	3	3	3
4	+P(4) + D4	113	103	98
	P(4)	110	100	95
	TIR % (N)	21,24	12,00	7,13
	TIR % (ea)	22,99	12,55	7,32

**Flujo de caja:** está asociado a un indicador dinámico de generación de valor, producto de la explotación económica de un conjunto de activos. Por lo tanto, se puede llegar a afirmar que una empresa genera valor, al registrar a largo plazo óptimos niveles de flujo de caja, con una rentabilidad implícita mayor que el costo de capital. Los flujos de caja son óptimos, cuando genera recursos suficientes destinados a: 1) Reponer el capital de trabajo (KT) y los activos fijos (AF); 2) Cubrir el servicio de la deuda (intereses y amortización del capital) y c) Repartir utilidades acordes al retorno esperado según nivel de riesgo del negocio y que corresponde a las decisiones centrales del área financiera ya definidas.

**Flujo de caja libre (FCL):** en esencia los flujos futuros de caja libre, corresponden a valores monetarios generados por la firma en forma periódica, una vez atendidos todos los compromisos contractuales propios

del negocio. Para mejor comprensión, los flujos de caja libre se dividen en operacionales (FCLO), que considera la esencia del negocio, y que antes de descontar los requerimientos de nuevas inversiones en activos fijos y en recursos de capital de trabajo neto operativo, se denomina flujo de caja bruto, como se aprecia en el cuadro N° 9.2. Si al flujo de caja libre operacional (FCLO) se adiciona los aportes de capital de socios y proveedores externos considerando los compromisos de estos derivados, se obtiene el Flujo de caja disponible (cuadro N° 9.2.).

**Cuadro N° 9.2. Estructura de un flujo de caja libre disponible de la firma (precios corrientes).**

Variables		Horizonte (periodos)		
OPERACIONAL	+ Ingresos operacionales - Gastos operación. <b>= Resultado antes intereses e impuestos (EBIT)<sup>a</sup></b> + Depreciaciones. + Amortizaciones de cargos diferidos. + Provisiones. + Otras causaciones no generan caja. <b>= Resultado antes intereses, impuestos depreciaciones y amortizaciones (EBITDA)<sup>b</sup></b> - Impuestos aplicados (Renta). <b>= Flujo de caja bruto.</b> - Variación capital de trabajo neto operativo. <b>= Efectivo generado en la operación.</b> - Inversión activos fijos (CAPEX) <sup>c</sup> .	\$		
	<b>= Flujo de caja libre operacional [FCLO<sub>1...n</sub>]</b>			
	FINANCIERO		+ Aportes de socios. + Recursos frescos por endeudamiento externo. - Amortización capital endeudamiento financiero. - Pagos intereses deuda financiera.	
			<b>= Flujo de caja disponible [FCD<sub>1...n</sub>]</b>	
			(0, 1 2 3 ... n)	
ACCIONISTA	$= VP_0 = \sum_{t=1}^n \frac{[FCLO_t]}{(1+i)^t} + \frac{VR_{n+1}}{(1+i)^{n+1}} - D_0$			

<sup>a</sup>Earnings before interest and taxes. (Utilidades antes de intereses e impuestos).

<sup>b</sup>Earnings before interest, taxes, depreciations and amortizations. (Utilidades antes de intereses, impuestos, depreciaciones y amortizaciones).

<sup>c</sup>Capital expenditure.

La denominación FCLO hace referencia a los recursos que quedan disponibles para atender los compromisos con los proveedores de capital (Obligaciones financieras y socios). A los primeros se les honra con el pago cumplido del servicio de la deuda (capital e intereses) y a los socios les queda disponible el monto restante, para que decidan como distribuyen los recursos entre capitalización y reparto de utilidades.

En consecuencia el **valor de la empresa** está en función **del valor presente de los futuros flujos de caja libre, operativo más el valor residual y otros ajustes menos el valor presente de la deuda**, propios de cada negocio en particular. Estos flujos son valorados con base en la tasa de descuento apropiada y calculada para el ente económico en el momento cero, en función de los riesgos del negocio y de las expectativas del inversionista. El flujo de efectivo operacional, está calculado después de financiar todas las inversiones necesarias sin exponer el funcionamiento de la firma.

Entre más alta sea la cantidad monetaria de flujo de caja disponible para los accionistas (FCD) respecto a la inversión de capital, mayor será el valor recibido por sus socios según decisión de la asamblea y por lo tanto mayor el rendimiento de su inversión.

La estructura de un FCL periódico está definida por:

$$\begin{aligned} \text{FCB} &= \text{EBIT} + \text{Ds} - \text{Tx} \\ \text{FCLO} &= \text{FCB} - \Delta \text{KTNO} - \text{Inv. AF (Capex)}. \\ \text{FCLO} &= \text{EBIT} + \text{Ds} - \text{Tx} - \Delta \text{KTNO} - \text{Inv AF (Capex)}. \end{aligned}$$

Donde: FCB es el flujo de caja bruto, EBIT, utilidades antes de intereses e impuestos, Ds es el gasto por depreciación, amortizaciones, diferidos, otras partidas contables de causación pero no de desembolso en efectivo, Tx son los impuestos aplicados,  $\Delta$  KTNO es la variación del capital de trabajo neto operativo que está representado por el neto entre las cuentas por cobrar más los inventarios menos las cuentas por pagar a proveedores de bienes y servicios y  $\Delta$  Inv. AF (Capex = Reinversiones de capital), representa las nuevas inversiones en activos fijos operacionales que requiere la empresa para su normal funcionamiento, acorde a las necesidades del mercado y al nivel de tecnología requerido. La diferencia entre el FCLO y el FCB determina la porción del flujo de caja apropiado por la empresa, con el fin de reponer el capital de trabajo y realizar nuevas inversiones en activos fijos.

El FCLO calculado de la firma, es la base utilizada para valorar y descontar dichos flujos a la WACC, tasa que presupone que el valor presente compensa las participaciones de deuda y capital respectivamente.

**Valor residual:** O valor Terminal. "Es el valor del cash flow esperado por la empresa después del período explícito de la proyección. ... Al efectuar una valoración es fundamental una estimación de alta calidad acerca del valor residual, ya que éste a veces representa un elevado porcentaje del valor total de la empresa"<sup>2</sup> Su valor se determina por el cociente entre el FCLO de el último período del valor proyectado  $FCLO_{(n=10)}$  actualizado al período siguiente once (11), si la proyección es a diez años y la diferencia entre la tasa de descuento (i) o costo promedio ponderado de capital CPPC y la tasa de crecimiento promedio geométrica por periodo esperada de los flujos futuros a perpetuidad normalizados (g).

$$\text{Valor residual}_n = \frac{FCLO_n}{i - g}$$

Calculado este valor en el período final (n=11 si es el caso), se actualiza con la tasa de descuento respectiva, para sumar al valor presente de los flujos periódicos, que conforman el valor de la empresa.

$$\text{Valor residual}_0 = \frac{VR_n}{(1 + i)^n}$$

**Generadores de valor:** Constituyen una opción para el cálculo del valor residual de una compañía. "Se denomina de esta manera porque las variables de entrada (crecimiento, ROIC y CPPC) son los generadores clave de valor... Esta fórmula se obtiene mediante la proyección a perpetuidad de los cash flow, descontándolos al tipo CPPC, con los siguientes supuestos:

- La empresa obtiene unos márgenes constantes, la rotación de capital es constantes y de ese modo obtiene una rentabilidad constante sobre el capital invertido existente.
- Las ventas y el RAIDI (Resultado antes de intereses y después de impuestos) de la empresa crecen a tasa constante y cada año la empresa invierte en su negocio el mismo porcentaje de cash flow bruto.
- La empresa obtiene una rentabilidad constante en todas sus nuevas inversiones"<sup>3</sup>. En consecuencia, la fórmula de generadores de valor queda:

$$\text{Valor residual} = \frac{RAIDI_{(n+1)} \left(1 - \frac{g}{ROIC_I}\right)}{(CPPC - g)} = \frac{RAIDI_{(n+1)}}{(CPPC - g)} \times \left(1 - \frac{g}{ROIC_I}\right)$$

<sup>2</sup> COPELAN, Tom, KOLLER, Tim & MURRIN, Jack. *Valoración -Medición y gestión de valor-*. Ed DEUSTO. España. 2004. Pág. 329.

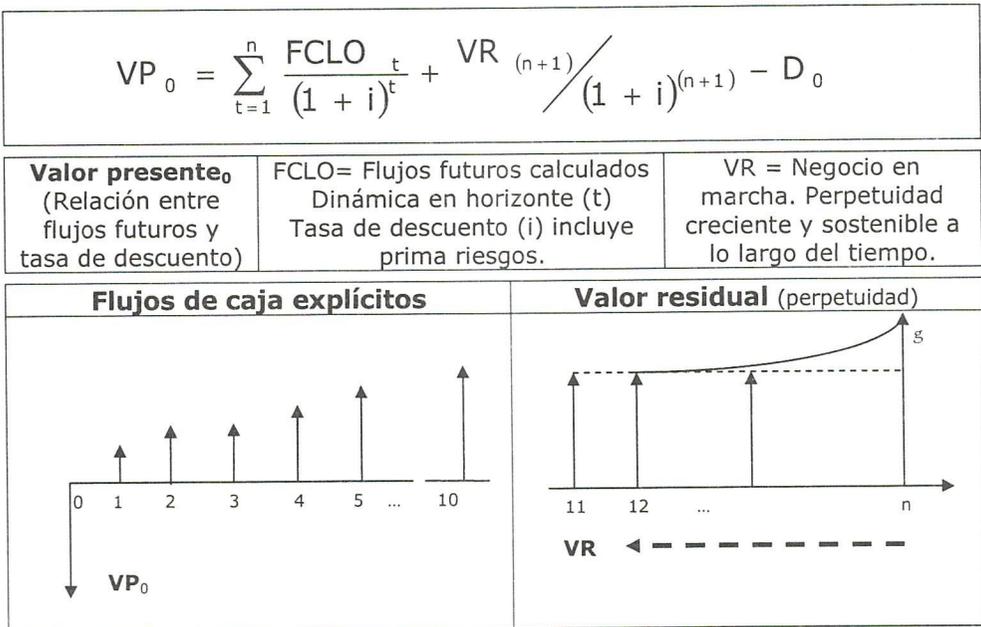
<sup>3</sup> *ibíd.* Pág. 331.

Dónde:  $RAIDI_{t+1}$  es el nivel normalizado del Resultado antes de intereses y después de impuestos del primer año siguiente al del período explícito de proyección,  $g$  la tasa de crecimiento esperada a perpetuidad de  $RAIDI_t$ ,  $ROIC_t$  la tasa de rentabilidad esperada de las nuevas inversiones y  $CPPC$  el Costo promedio ponderado del capital.

El último factor explícito del valor residual, corresponde al ajuste de la perpetuidad.

El FCLO estima el valor total de mercado de la firma que corresponde a la suma del valor de mercado de la deuda financiera y el valor de mercado del patrimonio.

**Cuadro N° 9.3. Descripción componentes del  $VP_0$ .**



**Valor de la firma:** El mercado reconoce el valor de una empresa, por la capacidad que tenga de generar niveles de flujos futuros de caja esperados, de manera creciente y sostenida a largo plazo. Técnicamente, está definido por el valor presente de los flujos futuros de caja libre, adicionado al valor residual (VR) y ajustes, según tasa de descuento o de oportunidad del inversionista, como se aprecia en el cuadro N° 9.3. En consecuencia, valorar una empresa significa "aproximarse a un rango de valor dentro del cual, existe la mayor probabilidad de que se encuentre el valor de una empresa en marcha"<sup>4</sup> en el momento de la valoración.

<sup>4</sup> SERRANO, Javier. "Consideraciones críticas en valoración de empresas" Academia. Revista Latinoamérica de Administración. No 024. México 2000. Pág. 51.

**Ejemplo N° 9.1.** Calcular el valor actual de una empresa que genera un flujo de caja libre proyectado para los próximos cinco (5) años, como se aprecia en el cuadro N° 9.4. Inicia el año uno con \$120 unidades monetarias (um) y finaliza el quinto con \$174 um y el valor residual calculado en el año seis, es de \$182. El costo de oportunidad del inversionista es del 18% anual y la tasa de crecimiento (g) del flujo de caja libre a perpetuidad se calculó en 9.73% que corresponde a la tasa promedio geométrica anual de dichos flujos. El valor estimado del  $FCL_{n=6}$  es la base para calcular el valor residual.

El valor presente de los flujos de caja descontados al 18% anual equivalen a \$ 441,6 um, el valor residual (VR) de \$2.201.84 descontado a igual tasa es de \$815.63, para un valor total de la empresa de \$1.257.23. La contribución relativa de flujos futuros y valor residual es de 35% para los primeros y la porción restante (65%) corresponde al valor residual respectivamente. Por la distribución relativa del resultado del valor presente de la perpetuidad, implica que la recuperación de la inversión es en un horizonte de largo plazo.

**Cuadro N° 9.4. Valor empresa método FCL.**

Periodos	0	1	2	3	4	5	VR6 ...
FCL [\$]	→	120	135	142	156	174	<b>182</b>
Factor descuento		1,1800	1,3924	1,6430	1,9388	2,2878	2,6996
1	101,69						<b>2.201,84</b>
2	96,95						
3	86,43						
4	80,46						
5	76,06						
VP(0)	<b>441,60</b>						
VP(VR)	<b>815,63</b>	←					
Valor Total	<b>1.257,23</b>						

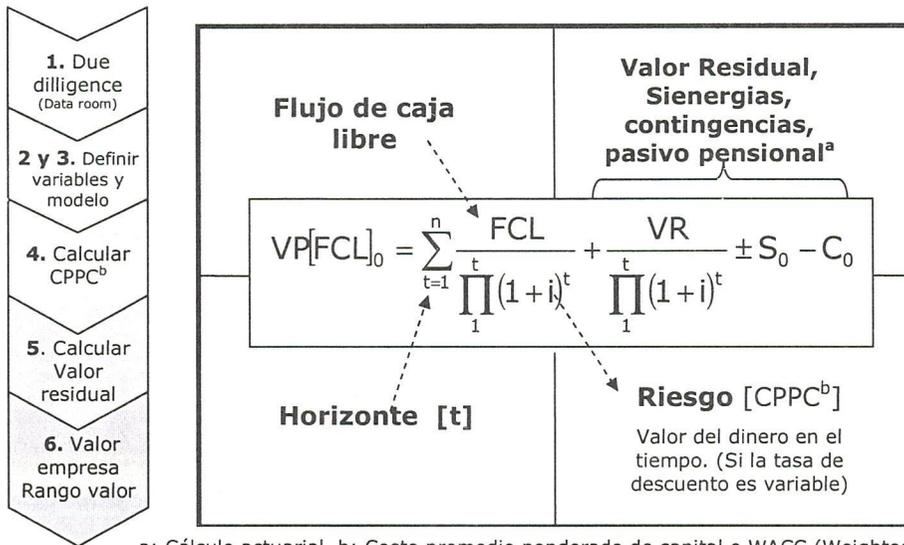
Si se quiere determinar el valor de mercado del patrimonio que pertenece a los accionistas, hay que sustraer al valor de la firma, el valor de mercado de la deuda de la empresa ( $D_0$ ). Si posee pasivo pensional, se debe restar su valor presente con base en su cálculo actuarial.

$$VP_0 = \sum_{t=1}^n \frac{FCLO_t}{(1+i)^t} + \frac{VR_{(n+1)}}{(1+i)^{(n+1)}} - D_0$$

**Factores que influyen en el valor de la empresa:** La generación de utilidades es una condición necesaria pero como objetivo financiero no es suficiente; es indispensable que las utilidades periódicas, con relación a los activos utilizados para su generación, tengan una correspondencia en términos de rentabilidad, apropiada. La rentabilidad a su vez, debe tener dentro de sus características, facilidad para que se conviertan en flujo de caja. Si una empresa crece rentablemente, genera valor.

**Pasos técnicos a seguir en un proceso de valoración:** Como primera medida, se debe definir el objetivo y propósito que se busca alcanzar con el proceso de valoración. Esto es, determinar si se trata de una venta total o parte de la empresa, una fusión o escindir una unidad de negocio entre otros propósitos. Conocer quiénes son los usuarios de la información, el método de valoración, la naturaleza del negocio y comprador potencial, si genera o no sinergias y si existen contingencias u otros aspectos que incidan en el valor y sea necesario considerar. Identificados los objetivos, se inicia con los siguientes procesos genéricos: (ver cuadro N° 9.5.)

**Cuadro N° 9.5. Componentes en la valoración de empresas**



a: Cálculo actuarial, b: Costo promedio ponderado de capital o WACC (Weighted average cost of capital).

- 1. Análisis de la información histórica:** Marco económico, legal, dinámica de la industria y del negocio. ("Due diligence" o debida diligencia). Este trabajo, es fundamental para entender muy bien el funcionamiento e interacción organización-mercado, identificar grados de vulnerabilidad, exposición a riesgos y factores mitigantes, contingencias. Su posición estratégica en factores internos y externos, esto es, debilidades oportunidades, fortalezas y amenazas (DOFA).
- 2. Definición de las variables:** Macroeconómicas, sectoriales y propias del negocio.
- 3. Desarrollo del modelo de proyección e ingeniería financiera:** Estados financieros básicos, Flujo de caja libre, indicadores financieros.
- 4. Estimar el costo de capital o tasa de descuento.**

## 5. Calcular el flujo de caja libre, valor residual y sinergias

## 6. Determinar el rango de valor, sensibilidades y simulaciones. Análisis e interpretación de resultados

Realizado el proceso de modelación financiera general, se obtiene los cuatro grandes componentes variables determinantes de valor, que corresponden a los flujos de caja periódicos, horizonte de proyección financiera, tasa de descuento según nivel de riesgo y valor residual con sinergias y valor contingencias de existir, elementos que en conjunto, permiten calcular un rango de valor de la empresa.

### 9.2. Valoración de la empresa

El Flujo de caja libre, se enfoca en cinco variables creadoras de valor<sup>5</sup>.

1. Crecimiento en el proceso de generación de ingresos por ventas.
2. Adecuado margen operativo.
3. Inversión adicional en capital de trabajo (variación).
4. Inversión adicional en activos fijos (Variación).
5. Cargas tributarias.
6. Costo de oportunidad ajustado por el nivel de riesgo (tasa de descuento).

Significa que el valor que genera el ente económico, está en función de las decisiones que toma el cuerpo directivo para lograr una adecuada remuneración a los factores de producción utilizados. Su análisis parte del resultado de sus operaciones medido por la utilidad, como base para determinar cómo se generan, en qué están representadas y si se convierten en efectivo para distribuir las entre sus accionistas. La secuencia para la toma de decisiones, está centrada en éstos tres aspectos como se presenta en el cuadro N° 9.6.

Los efectos generados en la causación por conceptos tales como amortización, depreciación, cargos diferidos, provisiones, se deben contemplar en la estructura del flujo de caja, por cuanto forman parte de la generación interna de recursos, que representa un impacto tributario. El resultado queda estructurado en consecuencia, por los fondos disponibles para entregar a los dueños del capital (deuda y patrimonio), al tratarse de flujos de caja libre disponibles para distribuir y cubrir compromisos financieros.

---

<sup>5</sup> ALCOCER, Gabriela. *Seminario Financiamiento Corporativo*. U. de los Andes. Bogotá. Pág. 74

**Cuadro N° 9.6. Creación de valor y disponible para los accionistas**

<b>Estado de Resultados</b>	<b>Fuentes y Usos / Flujo caja</b>	<b>Presupuesto efectivo</b>
↓	↓	↓
Volumen utilidades	¿Qué se hizo con las utilidades?	<b>Las utilidades se convertirán en disponible para repartirlas?.</b>

El valor a entregar a cada fuente de recursos (interés y/o dividendos) está representado por el costo de capital derivado directamente de la estructura financiera que registra la empresa en un momento dado, así:

**Costo de capital = Costo deuda financiera + costo aportes capital accionistas (patrimonio)**

La deuda financiera (créditos, emisión de papeles, etc.) es una fuente de recursos de vinculación contractual, donde el acreedor recibe sus pagos, independiente del resultado financiero obtenido por la empresa y con prioridad de pagos antes que los accionistas. Por su parte, los accionistas reciben remuneración de su capital, siempre y cuando quede flujo de recursos disponibles, una vez cancelados los compromisos internos y externos generados en el giro normal de los negocios.

Dadas estas consideraciones de riesgo que asume los proveedores de recursos financieros y por la relación directa riesgo - rentabilidad, el costo de este factor según fuente está asociada de la siguiente manera:

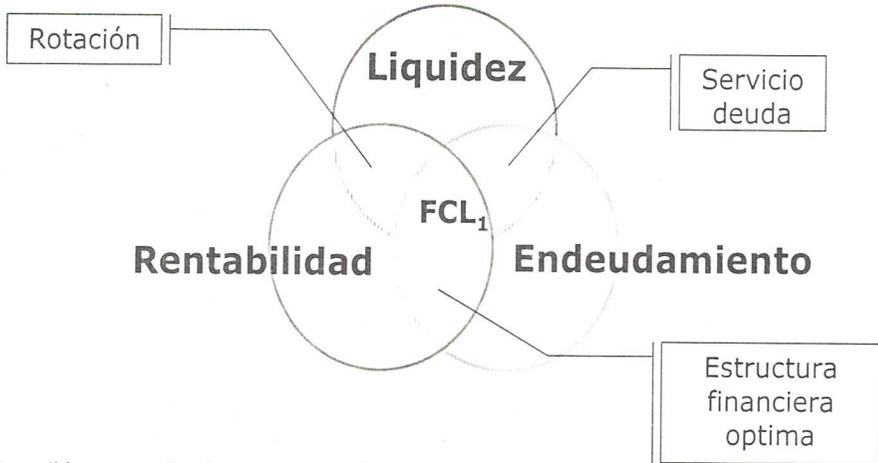
$$(K_e > K_d > R_f)$$

Con  $K_e$  costo del patrimonio,  $K_d$  tasa de la deuda y  $R_f$  tasa libre de riesgo. De acuerdo al peso porcentual de cada fuente, se establece el costo promedio ponderado de capital (CPPC), que debe responder a la relación:

$$(K_e > \text{CPPC} > K_d)$$

La interacción entre las condiciones financieras de liquidez, rentabilidad y nivel de endeudamiento del ente económico, como resultado de las decisiones gerenciales, se reflejan en el valor final de la empresa. De hecho, cada relación genera una posición y condición financiera que es necesario optimizar, y el conjunto entre las tres produce se llega al FCL como se aprecia en el gráfica N° 9.5.

**Gráfica N° 9.5. Relación liquidez, rentabilidad y endeudamiento**



<sup>1</sup>Flujo disponible para atender compromisos beneficiarios empresa: Acreedores (K+i) y socios (Dividendos).

**9.2.1. Construcción de los flujos de caja libre**

En un mercado perfecto, sin impuestos, bajo los supuestos de Modigliani y Miller (1958, 59 y 63), el valor total de la firma es independiente de su estructura de financiamiento (patrimonio y deuda), por consiguiente, la suma del flujo de caja de la deuda (FCDs) y el del accionista (FCA), es igual al flujo de caja libre operativo (FCLO). Para que la igualdad coincida, se asume que el flujo de caja disponible (FCLD) se reparte en su totalidad a los accionistas, es decir  $FCLD = FCA$ .

$$FCLO = FCDs + FCA$$

En presencia de impuestos, se genera un valor adicional o ahorros en impuestos explicado por los desembolsos que realiza la firma para atender el costo financiero (intereses) por la deuda contratada. En estas condiciones reales, la estructura afecta el valor de la firma, por lo tanto:

$$Vcd = Vsd + VAI = Pce + Ds$$

Donde Vcd es el valor de la firma con deuda, Vsd es el valor sin deuda, VAI es el valor de los ahorros en impuestos, Pce es el valor del patrimonio y Ds es el valor de la deuda. De igual manera, se pueden asociar flujos de caja a cada uno de estos elementos, así:

$$FCLO + AI = FCDs + FCA.$$

Donde AI es el ahorro en impuestos. A partir de estos conceptos básicos se derivan los flujos de caja que permiten calcular el valor de la firma.

**Flujo de caja de capital FCC:** las fuentes de financiación de una firma están concentradas en los proveedores de deuda y/o accionistas; por consiguiente, es a ellos a quien se debe remunerar por aportar el capital. A los primeros, honrando las deudas y cumpliendo el plan de amortización, y a los accionistas mediante remuneración en la forma y frecuencia que decida la asamblea en el caso de sociedades anónimas. Estos pagos se registran en el estado de resultados (intereses) y en el flujo de caja, en el rubro de reparto de dividendos. Estos hechos económicos, implican movimientos de dinero efectivo.

$$FCC = FCDs + FCA.$$

**Flujo de caja de la deuda FCDs:** su estructura temporal refleja los momentos en los cuales se generan desembolsos a través de un sistema de amortización que refleja la programación de los desembolsos o pagos que debe realizar la firma, de acuerdo a lo pactado en términos de plazos, forma y tasa o puede tomar la figura de un valor presente neto en el momento cero (0) de la valoración de la firma.

**Flujo de caja del accionista FCA:** conformado por unos aportes iniciales en efectivo y los flujos futuros de dividendos. Por lo tanto, la estructura del flujo de caja de capital FCC, está conformado por la adición del FCDs y FCA, de manera tal que:

$$FCLO = FCDs + FCA - AI$$

### 9.2.2. Tasa de descuento

Para comparar flujos futuros de fondos (ingresos, egresos) generados a lo largo de un horizonte o vida útil de una inversión, proyecto, etc., es necesario aplicar una tasa de descuento o de oportunidad. Esta tasa en los casos en los cuales no sea uniforme a lo largo del tiempo, forma un factor de descuento, para poder traer a valor actual o presente los flujos futuros de caja. De esa forma se valora, compara y toma decisiones de inversión. La tasa expresa y cuantifica el nivel de riesgo de un negocio, por el grado de incertidumbre de los flujos futuros de caja.

**9.2.2.1. Estructura de capital:** una empresa puede apalancar sus activos mediante uso de recursos provenientes de fuentes originadas en deuda y/o en capital accionario. La deuda corresponde a una financiación estructurada mediante un plan de amortización de forma convencional, conformado por un desembolso inicial, un plazo, una modalidad de pago y una tasa determinada. Por su parte, el capital accionario no responde a un plan de pago y su renta es variable e incierta. "Como el valor de una empresa está

determinado por el costo promedio ponderado de los recursos de capital accionario y de deuda que usa una empresa, para maximizar dicho valor, el objetivo del empresario debe ser obtener el costo promedio ponderado de sus recursos financieros más bajo posible<sup>6</sup>.

El costo del capital accionario, corresponde a una tasa que representa un costo de oportunidad para los empresarios que deciden invertir recursos en una actividad particular frente a otras alternas de igual riesgo y que refleja el rendimiento esperado. Convencionalmente, la metodología empleada para determinar el costo del capital total, es mediante el uso de ponderadores entre el costo del capital propio y el costo de deuda que registre la empresa en diferentes momentos del tiempo. El cálculo de estas dos fuentes de recursos, es el Costo Promedio Ponderado del Capital, que se expresa como:

$$CPPC = \alpha k_e + (1 - \alpha)k_d ; \text{ donde:}$$

CPPC: Costo promedio ponderado del Capital.

ke: Costo del Capital Propio o patrimonial.

kd: Costo del Capital originado por deuda.

$\alpha$ : Participación del capital propio en el total del capital.

Otra forma de expresar la anterior ecuación, con las dos fuentes principales, patrimonio [E] y deuda [D] e incluyendo los impuestos ( $T_x$ ), es:

$$CPPC = k_e \left[ \frac{E}{E + D} \right] + k_d (1 - T_x) \left[ \frac{D}{E + D} \right]$$

El cuadro N° 9.7., muestra los métodos para calcular la tasa de descuento, de acuerdo al tipo de mercado entre eficiente y uno emergente como es el caso colombiano. Los supuestos para el cálculo de WACC y CAPM en un mercado eficiente son: No hay costos transaccionales, ni asimetrías de información entre agentes, se accede a prestar o pedir prestado a la tasa libre de riesgo y existen condiciones de equilibrio parcial donde el ahorro (S) es igual a la inversión (I)<sup>7</sup>. Para aplicar el WACC a mercados emergentes es necesario ajustar riesgos e incluir los costos de intermediación ajustados a un mundo real con impuestos. "...para estimar la tasa de descuento en mercados emergentes imperfectos, como es el caso colombiano, se recurra a referentes internacionales que luego se ajustan incluyendo el riesgo país".<sup>8</sup>

<sup>6</sup> VARGAS, Bernardo. "Estructura de capital. De la incompreensión de las firmas a las firmas incomprendidas" Gerencia financiera. Experiencias y oportunidades de la banca de inversión. Tm & Ediciones Uniandes, Bogotá, 2001. Pág. 289.

<sup>7</sup> VILLAREAL, Julio, CÓRDOBA, María y ROA, Diego. "Valoración de activos: la importancia de la tasa de descuento" *Revista Economía Colombiana*, CGR N° 318 mayo 2.007. Pág. 75 y ss.

<sup>8</sup> *Ibíd.* Pág. 84.

**Cuadro N° 9.7. Tasa de descuento, de oportunidad, CPPC o WACC, ajustada por riesgo (Mercados eficientes).**

<b>ESTRUCTURA DE CAPITAL (Financiación a largo plazo)</b>		
Fuente	DEUDA ( <b>D</b> ). Externo.	PATRIMONIO ( <b>E</b> ). Interno.
<b>Costo</b>	Después de impuestos a la renta (corporativos) por incurrir en un costo financiero. Ahorro impuestos. <b><math>K_d(1-T_x)</math></b> Escudo fiscal. (Tax shield).	Capital propio: $K_e$ . CAPM (Capital asset pricing model - W. Sharpe 64). <b><math>K_e = R_f + \beta_L(R_m - R_f)</math></b>
<b>CPPC o WACC</b>	$\frac{D}{D + E} K_d(1 - T_x) + \frac{E}{D + E} K_e$	
<b>Variable s</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Tasa(s) de credito(s).</li> <li>◆ Tasa impositiva.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ Tasa libre de riesgo (<math>R_f</math>)</li> <li>◆ Prima de mercado<sup>a</sup> [<math>E(R_m) - R_f</math>]</li> <li>◆ Riesgo sistemático (<math>\beta_L</math>). Beta accionistas o apalancada<sup>a</sup>.</li> <li>◆ Retorno promedio esperado mercado (<math>R_m</math>)</li> </ul>
<b>Mercados emergente s (Ajustes)</b>	<b>Riesgo país (<math>R_{país}</math>)</b>	
	<b>Costos de intermediación (spread) = SI.</b>	
	$K_{de} = K_d + R_{país}$ $K_d = R_f + SI$ $K_{de}^b = R_f + SI + R_{país}.$	$K_e = K_d(1 - T_x) + \beta_e (R_m - R_f).$ <p>La <math>R_f</math> se ajusta por la intermediación financiera y el escudo fiscal. <math>\Rightarrow</math></p> $K_{e_e} = (K_d + R_{país})(1 - T_x) + \beta_e [(R_m - R_f) + R_{país}].$ $K_{e_e} = (K_d(1 - T_x) + \beta_e [(R_m - R_f) + R_{país}]) + R_{país}(1 - T_x)$ $\beta_e (R_{país})$ $\mathbf{K_{e_e} = [K_d(1 - T_x) + \beta_e (R_m - R_f)] + R_{país}.$

a: Diferencia entre valor esperado del rendimiento del mercado y tasa libre de riesgo.

b: Técnicamente es el producto entre la unidad y cada variable:  $(1 + R_f)(1 + SI)(1 + R_{país})$

**Efecto de los impuestos en el costo de la deuda:** los impuestos corporativos ejercen un importante impacto en los resultados financieros de una empresa. Al ser deducibles reducen la base gravable, sobre la cual se aplica la tasa impositiva. En consecuencia, una tasa de interés por un crédito contratado al 15% ea, y tasa de impuestos del 38%, se reduce al 9.3%, como se aprecia en el cuadro N° 9.8. Implica suprimir el efecto impositivo, de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$\mathbf{Tasa\ crediticia = K_d(1 - T_x) = 15\% (1 - 38\%) = 9.3\%}$$

<sup>9</sup>  $\beta_L = 1 + (1 - T_x)(D/K)\beta_U$  con  $\beta_U =$  Beta no apalancada.

**Cuadro N° 9.8. Costo de deuda después de impuestos**

Valor deuda (c)		40.000	-
+ UAITx		50.000	50.000
- Intereses	15,0%	6.000	-
= UATx		44.000	50.000
- Impuestos (Tx)	38,0%	16.720	19.000
<b>= Resultado neto</b>		<b>27.280</b>	<b>31.000</b>
Diferencia resultado neto (a)			3.720
Costo deuda despues Tx (b) = (a)/( c )			9,3%

Aunque el costo del capital está en función de las fuerzas del mercado de dinero, (oferta y demanda) y del riesgo de la empresa, su cálculo no es tarea fácil para el analista. En vista de esta situación, se presenta una serie de pasos recomendados para determinar la tasa respectiva:

1. Factores determinantes del costo del capital: Estos factores, se pueden clasificar en cuatro grandes categorías: Las condiciones económicas, la situación del mercado, las condiciones financieras y operativas de la empresa, y el monto de financiación requerido para realizar nuevas inversiones. Respecto a **las condiciones económicas**, éste factor determina la demanda y la oferta de capital, así como el nivel esperado de inflación y se ve reflejado en la tasa de interés libre de riesgo (Emisiones hechas por el Estado, tipo TES). **Situación del mercado:** relacionado con el nivel de riesgo del negocio y sustentada en la teoría de portafolio que relaciona riesgo y rentabilidad. Este valor se cuantifica mediante la prima de riesgo, que es mayor a medida que aumenta el nivel de riesgo y viceversa. **Condiciones financieras y operativas de la empresa:** El nivel de riesgo medido por la probabilidad de obtener menores rendimientos futuros frente a los esperados, depende de las decisiones tomadas por la alta gerencia, clasificado en riesgo económico, o variación del rendimiento de los activos por efecto de decisiones de inversión y riesgo financiero, calculado por la variación en los rendimientos obtenidos por los accionistas, producto de las decisiones de financiación por esta vía. Al incrementarse estos riesgos, aumenta el rendimiento esperado, que se refleja en el costo de capital de la empresa. **Volumen de financiación:** Frente a requerimientos de recursos frescos del mercado, el costo del capital de la empresa cambia, debido a los costos en que se incurre por la emisión de acuerdo al volumen de endeudamiento, los proveedores de capital tasarán un mayor riesgo que incrementa el costo del capital.

2. Supuestos del modelo de costo de capital: Primero, **el riesgo económico no varía**. Debido a la dificultad de calcular qué porción de la variación del coste del capital se explica por efecto del riesgo económico, se asume que cualquier inversión realizada, no afecta sustancialmente este riesgo.

Segundo: **La estructura de capital no varía:** Cuando la razón de endeudamiento (cociente entre deuda a medio-largo plazo y recursos propios) se incrementa, aumenta la probabilidad de tener situaciones de dificultad para cumplir con el servicio de la deuda, situación que implica un incremento del riesgo financiero y por esa vía, la tasa de rendimiento requerida por los inversionistas, según fuente de recursos de la empresa.

Como el costo de capital es función de su estructura, la ponderación utilizada en su cálculo será válida siempre y cuando ésta se conserve. Si la relación es 45% - 55% de recursos propios y ajenos respectivamente, se asume constante hasta el final de las proyecciones, sin relevancia del hecho en que cambie, ya que se espera que en promedio se mantenga. Tercero: **Política de dividendos constante.** Crecimiento constante a largo plazo, soportado por la capacidad de generar beneficios y no de un aumento de la proporción de distribución de utilidades en forma de dividendos. Para tener un margen de maniobra, se debe calcular un rango de valor del coste del capital, dada el grado de incertidumbre que se maneja.

3. Tipos de fuentes financieras. De corto plazo: Proveedores, acreedores varios, prestaciones sociales, impuestos por pagar entre otros, producto de las operaciones corrientes y que responden a su dinámica interna, no deben ser considerados en el costo de capital. Importantes los recursos financieros indispensables de inversión y de capital de trabajo que demande las nuevas inversiones. Estos recursos de mediano y largo plazo, forman parte del cálculo del costo promedio ponderado; deudas y acciones.

4. Cálculo del costo de cada fuente de recursos financieros: Al seguir esta secuencia, se llega al cálculo del costo promedio ponderado de capital de la empresa: a) Determinar el costo particular de cada fuente. b) Cuantificar la participación relativa de cada fuente y;

5. Calcular el costo promedio ponderado de capital.<sup>10</sup>

**Nota:** Pese a estas consideraciones, técnicamente es recomendable que al estructurar el CPPC, se reconozca su dinámica anual, en particular si existe vinculación con indicadores macroeconómicos como la inflación, DTF, riesgos de país, etc.

**9.2.2.2. Costo del capital propio ( $k_e$ ):** Los modelos de flujo de dividendos descontado y el modelo de formación de precios de activos de capital o CAPM (Capital Asset Pricing Model), se utilizan para calcular  $K_e$ .

**9.2.2.2.1. Modelo de Flujo de Dividendos:** Definido, por la relación existente entre flujos futuros de dividendos y el precio actual de la acción de

---

<sup>10</sup> Mascareñas, Juan. "El costo de capital" Universidad Complutense de Madrid. España, 2001.

la empresa en el mercado de valores. Por lo tanto, el costo de capital se expresa por el cociente entre dividendos actuales y el precio de la acción, afectado por la tasa de crecimiento de los dividendos, de la siguiente forma:

$$P_0 = \sum_{t=1}^n \frac{D^t}{(1 + k_e)^t}$$

Donde:

$P_0$ = Precio de la acción de la compañía en  $t_0$ , equivalente a su VP.

$D^t$ = Flujo futuro de dividendos.

$k_e$ = Costo del Capital propio de la empresa.

Si los flujos futuros de dividendos crecen a una tasa esperada periódica constante ( $g$ ), con base en la anterior ecuación, el costo del capital propio está determinado por:

$$k_e = \frac{D^0}{P_0} + g$$

La  $D^0$  representa el dividendo por acción pagado por la empresa a sus accionistas y  $P_0$  es el precio pagado por la acción. Si el precio de compra de la acción es de \$1.000, el valor de los dividendos a pagar de \$ 120 y se espera a futuro un crecimiento constante anual del 5%, el costo de capital propio es del 17% anual.

**Costo de la deuda ( $k_d$ ):** Corresponde a la tasa promedio ponderada de interés de los préstamos destinados a atender las necesidades de la empresa para poder cumplir su objeto social.

**Costo promedio ponderado de capital (CPPC):** Para efectos ilustrativos, el cuadro N° 9.9., registra el cálculo del CPPC de una empresa que está fondeada con recursos de deuda y de capital en un monto total de \$ 820 millones de pesos distribuidos en capital accionario el 42.7% y la porción restante en deuda financiera con el sector bancario más bonos. El valor del CPPC, ponderando los respectivos costos individuales es del 28.3% anual. En términos generales, el CPPC es igual a la sumatoria total de los productos derivados de la ponderación de cada fuente y su costo financiero, como se muestra en la siguiente fórmula:

$$CPPC_i = \sum_{j=1}^n (W_j i_j)$$

Donde,  $W_j$  corresponde al peso relativo de las fuentes  $j$  desde 1 hasta  $n$  e  $i_j$  es el costo financiero (después de impuestos) anual desde  $j$  igual a 1 hasta  $n$ . Como se aprecia, los costos financieros de cada fuente de recursos

hipotéticos, están expresadas en términos relativos descontando el efecto de la tasa impositiva.

**Cuadro N° 9.9. Cálculo del costo promedio ponderado de capital.**

			[millones]	
	\$	%	<b>COSTO [%]</b>	
			Despues Tx	Ponderado
Banco A	150	18,3	20,0	3,7
Banco B	180	22,0	22,0	4,8
Bonos	140	17,1	21,0	3,6
Acciones	350	42,7	38,0	16,2
<b>TOTAL</b>	<b>820</b>	<b>100,0</b>	<b>→</b>	<b>28,3</b>

Tx = Impuestos. Aplica Tx para deuda únicamente.

Una vez calculada la tasa de descuento (CPPC) de acuerdo al esquema planteado, se definen los factores de descuento correspondientes a cada período. Luego se determina el valor presente de los FCL como se muestra en el cuadro N° 9.10. El valor de los flujos que incluye el valor residual, es de \$4.878,2 millones, una vez se resta el valor presente de la deuda financiera por \$470 millones, se obtiene el valor patrimonial.

**Cuadro N° 9.10. Valor Empresa, con tasa de descuento CPPC.**

[ \$ millones]			
<b>Años</b>	<b>FCL</b>	<b>FD</b>	<b>VP[FCL]</b>
1	1.200	0,7795	935,4
2	1.320	0,6076	802,0
3	1.250	0,4736	592,0
4	1.380	0,3691	509,4
5	1.400	0,2877	402,8
6	1.425	0,2243	319,6
7	1.480	0,1748	258,7
8	1.520	0,1363	207,1
9	1.595	0,1062	169,4
10	1.650	0,0828	136,6
VR	6.585	0,0828	545,2
Valor Presente FCL Empresa			4.878,2
Valor presente deuda			470,0
<b>Valor Patrimonial</b>			<b>→ 4.408,2</b>

Con estos ponderadores y los valores anteriormente establecidos, el costo promedio ponderado del capital (i) se ubica en un corredor o banda como se

indica en el cuadro N° 9.11., útil para determinar el rango de valor de la empresa.

**Cuadro N° 9.11. Esquema global del CPPC.**

		← <b>COSTO (%)</b> →	
	%	Mínimo	Máximo
Capital propio ( $K_e$ )	$\alpha$	TO+X	TO+Y
Capital en préstamo ( $K_d$ )	$(1 - \alpha)$	DTF+X	DTF+Y
<b>TOTAL CAPITAL</b>	<b>100</b>		

TO= Tasa oportunidad del inversionista. Las letras X y Y corresponden al spread.

**Ejemplo N° 9.2.** Calcular el CPPC de tres fuentes crediticias, destinadas a apalancar una ampliación de planta de la empresa ABC. Para tal efecto, el cuadro N° 9.12 registra las características de plazo, monto y tasa.

**Cuadro N° 9.12. Determinación costo promedio ponderado de capital**

Crédito	Plazo (años)	Valor (\$)	(%)	Tasa (%)
A	1	400	20	28
B	5	1000	50	26
C	8	600	30	24
Total		2.000	100	<b>25.8</b>

**Cuadro N° 9.13. CPPC y CPC. Determinación de flujos para su cálculo**

CPPC	n	\$	%	Tasa %
<b>A</b>	1	100	33,33	30,0
<b>B</b>	5	100	33,33	30,0
<b>C</b>	8	100	33,33	20,0
<b>TOTAL</b>		300	100,00	26,67

CPC				
Año	A	B	C	Flujo neto
<b>0</b>	<b>-100</b>	<b>-100</b>	<b>-100</b>	<b>-300</b>
1	130,00	41,06	-	171,06
2		41,06	-	41,06
3		41,06	-	41,06
4		41,06	-	41,06
5		41,06	-	41,06
6			-	-
7			-	-
8			429,98	429,98
<b>TIR</b>	<b>30,0%</b>	<b>30,0%</b>	<b>20,0%</b>	<b>23,34%</b>

El costo promedio ponderado de capital, es del 25,8%. Sin embargo; el resultado puede ser subestimado o sobreestimado al no considerar los plazos de las fuentes de recursos contratadas, como se deduce del ejemplo N° 9.3.

**Ejemplo N° 9.3.** Determinar las diferencias del costo de capital utilizando el CPPC y CPC (costo promedio de capital) respectivamente, con base en los supuestos del cuadro N° 9.13., con una distribución relativa igual entre las tres fuentes consideradas A, B y C.

El costo promedio ponderado de capital es de 26,7% frente a un CPC calculado de 23.34% anual, que representa una diferencia importante de 3.4 puntos porcentuales. Este margen diferencial, se explica por la forma como se determinan las tasas, de tal manera que es necesario evaluar cada caso en particular, sugiriendo tomar el CPC pero considerando ajustar la falacia de la reinversión que se deriva del cálculo de la TIR.

Frente a variaciones en las tasas de los créditos, el costo promedio de capital registra cambios, como se aprecia en el cuadro N° 9.14., donde la diferencia puntual entre tasas es significativa como sucede con las tasas II y III. Dado que las participaciones son iguales el CPPC no cambia (23.33%); sin embargo, al calcular el CPC la diferencia es significativa (4,74 puntos), y al determinar el factor de descuento va a registrar un gran impacto sobre el resultado en términos de valor presente.

**Cuadro N° 9.14. Análisis de sensibilidad del CPPC y CPC por cambios en las tasas de interés de los créditos**

	n	\$	%	Tasa %		
				I	II	III
<b>A</b>	1	100	33,33	30,0	20,0	20,0
<b>B</b>	5	100	33,33	30,0	30,0	20,0
<b>C</b>	8	100	33,33	20,0	20,0	30,0
<b>TOTAL</b>		300	100,00			
CPPC			→	26,67	23,33	23,33
CPC			→	23,34	22,40	27,14

De otro lado, la forma de amortizar el crédito también influye en el resultado. Si el crédito C, se cancela por alícuotas, el CPC es de 25.22%, como se aprecia en el cuadro N° 9.15. De esta forma, se tendrán al final tantas tasas, como posibles sistemas de amortización existan.

NB: Para obviar esta amplia gama de alternativas, se sugiere calcular el valor de la deuda al momento cero de valoración, para descontarla del respectivo flujo de caja.

**Cuadro N° 9.15. Análisis de sensibilidad del CPC por cambios en la estructura de amortización de los créditos**

**CPC**

Año	A	B	C	Flujo neto
0	-100	-100	-100	-300
1	\$ 130,00	41,06	26,06	197,12
2		41,06	26,06	67,12
3		41,06	26,06	67,12
4		41,06	26,06	67,12
5		41,06	26,06	67,12
6			26,06	26,06
7			26,06	26,06
8			26,06	26,06
<b>TIR</b>	30,0%	30,0%	20,0%	<b>25,22%</b>

Aunque considera el factor tiempo, también lleva implícita la tasa de reinversión que es necesario considerar para efectos de tener una "estimación más fina", como se advirtió en párrafos anteriores.

**Relación intereses - impuestos:** El pago de intereses disminuye el valor absoluto de los impuestos, por reducción de la base gravable. Por lo tanto, el CPC es menor al calculado previamente como se registra en el cuadro N° 9.16., referente al caso inicial (cuadro N° 9.13.), con tasa impositiva del 38%.

Así mismo, si se descuenta directamente el ahorro en impuestos (AI) al CPPC o al CPC y se recalcula el flujo, la TIR, los resultados difieren. Al tomar el CPC mediante TIR, el costo es de 16.16% anual, de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$CPC_{dT_x} = TIR_{t=0}^n [FC_t - AI_t]$$

**Cuadro N° 9.16. Cálculo del CPC después de impuestos**  
(Ahorro en impuestos)

Año	A	B	C	Flujo neto
0				-300
1	11,40	11,40	-	148,26
2		10,14	-	30,92
3		8,50	-	32,56
4		6,37	-	34,69
5		3,60	-	37,46
6			-	-
7			-	-
8				125,39
<b>TIR</b>				<b>16,16%</b>

Ahora bien, si se acude al CPPC<sub>dTx</sub> (después de impuestos) el valor con las tasas iniciales por fuente de financiación (grupo I), son de 16.54% (con CPPC del 26.67%) y del 14.47% (CPC del 23.34%), al aplicar la siguiente expresión:

$$\text{CPPC}_{dTx} = \text{CPPC}[1 - Tx]$$

**Cuadro N° 9.17. Cálculo del CPC después de impuestos**

Año	Prestamo	Interes	Pago	Flujo ATx	Ahorro Tx	Flujo DTx
0	100,0			-100,0		-100,00
1		28,0	100,0	128,0	10,64	117,36
<b>Tasa</b>				<b>28,00%</b>		<b>17,36%</b>

Si se trata de un solo período (un año por ejemplo), no hay diferencia en el resultado del CPPC y CPC, dado que al aplicar TIR o descontar directamente al costo de capital la tasa impositiva, el resultado es el mismo como se aprecia en el cuadro N° 9.17.

**9.2.2.2.2. Modelo del Precio del Capital en Activos (CAPM):** El  $K_e$  según rama de actividad económica donde se ubica una industria, viene dada por la tasa libre de riesgo más una prima asociada al riesgo particular de la actividad y respecto al riesgo promedio del mercado; por lo tanto:

$$K_{ei} = R_f + RS_i$$

Donde:

$K_{ei}$ : Costo capital propio para una empresa del sector  $i$ .

$R_f$ : Tasa libre de riesgo. (Papeles emitidos por el Gobierno tipo TES)

$RS_i$ : Prima por el riesgo del sector  $i$ .

La prima de riesgo del sector  $i$  ( $RS_i$ ) se determina por el producto entre la prima de riesgo promedio del mercado de renta variable o accionario ( $P$ ) y el coeficiente de riesgo ( $\beta$ ) de la inversión en ese sector. La variable beta ( $\beta$ ) expresa la variabilidad de la rentabilidad de la empresa respecto a la rentabilidad promedio del mercado (relación riesgo propio de la empresa con riesgo medio de mercado). A mayor  $\beta$ , mayor es el riesgo de la empresa, respecto al mercado y viceversa. De acuerdo al resultado del valor que tome la variable ( $\beta$ ) el  $K_e$  es equivalente a:

$\beta = 0$  tasa libre de riesgo.

$\beta = 1$  riesgo del mercado

$\beta > 1$  Empresa más riesgosa que el mercado.

$\beta < 1$  Empresa con menor riesgo que el mercado, según la ecuación:

$$RS_i = P^* \beta_i$$

La prima de riesgo promedio en el mercado accionario, es igual a la diferencia entre el rendimiento promedio de este mercado para un período de tiempo y la tasa libre de riesgo en igual período.

$$P = R_m - R_f$$

P: Prima de riesgo promedio del mercado accionario.

R<sub>m</sub>: Rendimiento promedio del mercado de valores.

El coeficiente ( $\beta$ ) refleja la volatilidad de los retornos de una empresa o activo financiero. Indica, cuánto varía el rendimiento del activo en cuestión, en función a las variaciones que arroja el conjunto del mercado al cual pertenece el activo o firma. De acuerdo a la escala definida, si  $\beta$  es mayor a uno, los activos son "agresivos", porque responden en forma más que proporcional a los cambios del mercado tanto positiva como negativamente, condición de un mayor riesgo sistemático. Si  $\beta$  es menor a uno, los activos varían menos que el mercado (menos riesgo sistemático). En consecuencia, la expresión ampliada del modelo CAPM para calcular el costo de capital de la empresa es de la forma:

$$k_{ei} = R_f + (R_m - R_f)\beta_i$$

Expresión base para calcular la renta que demanda el mercado acorde al nivel del riesgo sistemático del activo del ente económico. Como se espera, estas ecuaciones específicas por cada fuente de capital (patrimonio y deuda financiera) generan correspondencia al desarrollar su equivalencia en términos de estas dos fuentes de la forma:

$$\text{Patrimonio: } k_e = R_f + [R_m - R_f] \beta_e$$

$$\text{Deuda: } k_d(1 - t_x) = R_f + [R_m - R_f] \beta_d$$

Una empresa con un costo financiero antes de impuestos de deudas equivalente a la tasa libre de riesgo, la beta ( $\beta_d$ ) de esta fuente de recursos es igual a:<sup>11</sup>

$$R_f(1 - t_x) = R_f + [R_m - R_f] \beta_d \Rightarrow \beta_d = \frac{-R_f t_x}{[R_m - R_f]}$$

<sup>11</sup> MASCAREÑAS, Juan. "La beta apalancada" Universidad Complutense de Madrid. ver diciembre 2002. Págs. 4 a 6.

Si la tasa de interés libre de riesgo es del 8%, la tasa impositiva del 38%, y la prima de riesgo ( $R_m - R_f$ ) del 6%, la beta de la deuda tendrá un valor de  $-0,5067$ . Esto implica que un resultado negativo ( $-\beta_d$ ), se presenta cuando una empresa reconozca una tasa de interés igual o próxima a la tasa nominal libre de riesgo, explicada por la limitada proporción que representa la deuda en la estructura de capital y su impacto no afecta en los resultados en los que figura la beta de la deuda.

**Ejemplo N° 9.4.** Tasa libre de riesgo ( $R_f$ ) igual al 8%, una rentabilidad del mercado esperada  $R_m$  del 14% y una pendiente ( $\beta$ ) de la empresa estimada de 1.8, el costo del capital propio de la empresa es de:

$$K_e = 8\% + 1.8 (14\% - 8\%) = 18.8\%$$

**Ejemplo N° 9.5.** Evaluar en cuál de los proyectos A y B, debe incursionar la empresa XYZ, si está considerando como tasa mínima atractiva de retorno un 20 % en proyectos de riesgo similar y riesgo operacional ( $\beta$ ) igual a 1. La tasa libre de riesgo ( $R_f$ ) corresponde al 8% y la prima de riesgo se estimó en el 12%. Los retornos esperados de cada proyecto medido por su TIR es del 25% y 21% para A y B respectivamente, como se puede apreciar en el cuadro N° 9.18. Sin embargo, los riesgos operacionales no son los mismos y se debe analizar las alternativas para tomar una decisión al respecto.

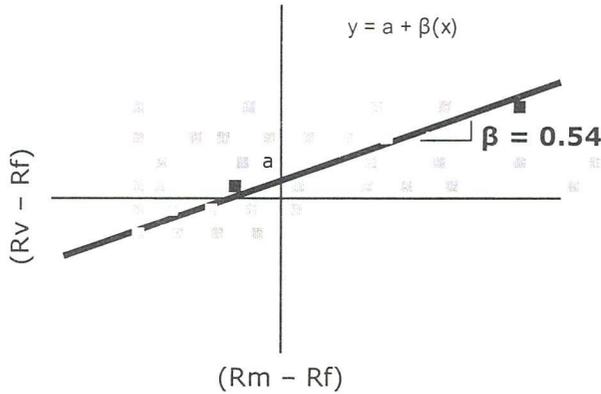
Para solucionar el tema, la empresa debe asignar un riesgo operacional particular a cada proyecto asociado al de la empresa ( $\beta=1$ ) y que para efectos del caso se asumen betas de  $\beta_A=1.6$  y  $\beta_B=0.9$ . El resultado esperado calculado por cada alternativa es 27.2% (rechaza) y 18.8% que se acepta al ser menor a la TIR del proyecto B.

**Cuadro N° 9.18. Selección de proyectos CAPM.**

Proyectos	$E(R_e) = R_f + (R_m - R_f)\beta_i$		$E(R_e) = 8\% + (12\%)1 = 20\%$	
	TIR (%)	$\beta$	Resultado	Decisión
<b>A</b>	25.0	1.6	27.2	<input type="checkbox"/>
<b>B</b>	21.0	0.9	18.8	<input checked="" type="checkbox"/>

La estructura matemática del CAPM corresponde al modelo de regresión lineal simple, de la forma  $y=a+b(x)$ , donde "a" es una constante o intercepto en este caso la tasa libre de riesgo, "b" es la pendiente de la línea recta modelada o beta del mercado, conocido como riesgo sistemático, (x) es la prima de riesgo medida por la diferencia entre ( $R_m$ ) que es el rendimiento del mercado y la tasa libre de riesgo ( $R_f$ ) y "y" como el rendimiento esperado del valor o proyecto a evaluar.

**Gráfica N° 9.6. Coeficiente  $\beta$  de un valor**



Al graficar los excesos de rentabilidad de un valor/proyecto sobre la tasa libre de riesgo (eje ordenadas) y en el eje de las abscisas el exceso de la rentabilidad del mercado sobre  $R_f$ , se aprecia la relación en número de veces que existe entre estas diferencias y cuyo cociente es la pendiente de la forma:

$$\beta_j = \frac{(K_e - R_f)}{(R_m - R_f)}$$

Esta relación expresa que el rendimiento de un valor es el resultado de la tasa libre de riesgo y un factor multiplicador de riesgo presente, por realizar inversiones en dicho valor ( $R_m - R_f$ ). Este último cálculo, se convierte en el valor esperado de la rentabilidad, correspondiente al costo patrimonial.

El factor beta del valor simulado en la gráfica N° 9.6. de 0,54, significa que por un incremento (disminución) del 1% en la rentabilidad del mercado, la respuesta del valor particular es del 0,54%. Esto es, un comportamiento inelástico dado que la respuesta es menos que proporcional.

La estimación de las betas según activos a valorar, lo registran las bolsas de valores o se puede acudir a indicadores financieros. Entre las razones financieras, está el rendimiento sobre la inversión (ROI) o sobre el patrimonio (ROE) y a partir de estos, se estructura la función de regresión con información agregada del conjunto de la industria objeto de análisis o de su grupo de referencia. A través del modelo CAPM, se puede utilizar la beta como instrumento básico del cálculo del coste de oportunidad del capital de un activo.<sup>12</sup>

<sup>12</sup> VÉLEZ PAREJA, Ignacio. *Decisiones de inversión, enfocado a la valoración de empresas*. 2001 Bogotá. Politécnico Gran Colombiano. Pág. 10 y ss.

### 9.2.3. Valor de sinergias y/o de contingencias

El valor de la empresa cambia en presencia de sinergias y/o contingencias, propias de un negocio en marcha y en proceso de valoración. En el caso de sinergias identificables por el vendedor frente a un perfil determinado de potencial comprador, existen cuando el negocio en venta le reporta un valor marginal propio por la naturaleza del negocio en cuestión al valor calculado de la empresa, que puede que no exista para otro vendedor. Es el caso por ejemplo de la venta de un banco hipotecario, cuyo comprador es una compañía de seguros, quien además de adquirir el negocio financiero, incluye un negocio implícito importante para la compañía de seguros. El valor agregado está representado por las primas correspondientes a los seguros tanto reales (incendio, sustracción, etc.) de los bienes inmuebles objeto de financiación y de los seguros de personas (vida) por créditos que se desprenden de este producto o de créditos de consumo. En consecuencia, este generador de valor como negocio integral, debe ser estimado y añadido al valor final de la empresa en proceso de venta.

En presencia de contingencias, se deben estimar sus probabilidades de ocurrencia y cuantificarlas monetariamente para ser descontadas del valor de la empresa, por cuanto es un evento probable que recae en cabeza del ente económico. Corresponde por lo general a procesos jurídicos, litigios o demandas con alto grado de complejidad y de montos considerables.

### 9.3. Modelo de valoración

El valor de una empresa, está en función de su capacidad generadora de flujos futuros de caja –largo plazo- en forma creciente y sostenida, resultado de una gestión, en cumplimiento de su objeto social. El reflejo, es su retorno financiero, producto del uso eficiente de recursos, de forma tal que remunere los factores de producción según su costo de oportunidad.

**Aproximación metodológica del proceso de valoración: El caso de un Banco.** A grandes rasgos, un proceso de valoración debe incluir análisis dinámicos del pasado reciente y de las expectativas a futuro del entorno macroeconómico, de la industria y de la entidad objeto de evaluación así como de los lineamientos y requerimientos del ente regulador. En este orden de ideas, las fuentes principales de información la conforman las entidades gubernamentales tales como el Departamento Nacional de planeación DNP, Departamento Administrativo Nacional de Estadística DANE, Banco de la República, Superintendencia financiera, Ministerio de Hacienda. Organismos internacionales como el Banco Mundial, FMI, CEPAL, BID entre otros. Así mismo agremiaciones como Asobancaria y Anif. Estos proveedores de información, son la base para elaborar los modelos y supuestos de

proyección, que determina el probable desempeño en conjunto con el direccionamiento estratégico de la entidad a valorar.

## **1. Diagnostico de la situación actual**

### **1.1. Análisis externo**

- 1.1.1. Estadígrafos macroeconómicos.
- 1.1.2. Sistema financiero Colombiano.
- 1.1.3. Sistema Bancario.
- 1.1.4. Análisis estructural de la Industria Bancaria Colombiana.

### **1.2. Análisis interno**

- 1.2.1. Comercial.
- 1.2.2. Administrativo.
- 1.2.3. Financiero

Análisis dinámico del BANCO frente a su Peer Group (Grupo de referencia), con énfasis en riesgos, solvencia, eficiencia, estructura de costos y márgenes financieros, mezcla de captación de recursos del mercado.

## **2. Diseño y estructuración del modelo de proyección financiera (Ingeniería Financiera).**

- 2.1. Serie histórica de los estados financieros básicos.
- 2.2. Definir el Horizonte de proyección.
- 2.3. Definir los supuestos macroeconómicos.
- 2.4. Diseño y definición de los supuestos de gestión.
- 2.5. Diseño de módulos:
  - 2.5.1. Esencia del negocio. CORE Business (Captaciones/Colocaciones y determinar su orientación).
  - 2.5.2. Activos: Productivos, fijos y depreciación.
  - 2.5.3. Inversiones en tecnología.
  - 2.5.4. Contingencias: Pasivos laborales, demandas, otras.
- 2.6. Definición de la tasa de oportunidad.
- 2.7. Política de dividendos.
- 2.8. Parámetros y lineamientos propios del negocio por norma (encajes, adecuación patrimonial, provisiones de cartera, riesgos...)
- 2.9. Estructura de proyección de los estados financieros.
  - 2.9.1. Balance General. (Definición de las cuentas nivelatorias).
  - 2.9.2. Estado de pérdidas y ganancias.
  - 2.9.3. Flujo de caja libre.
  - 2.9.4. Indicadores financieros.

## **3. Valor de la empresa**

- 3.1. Valor presente del flujo de caja libre.
- 3.2. Valor presente del valor residual.
- 3.3. Ajustes al valor de la empresa.

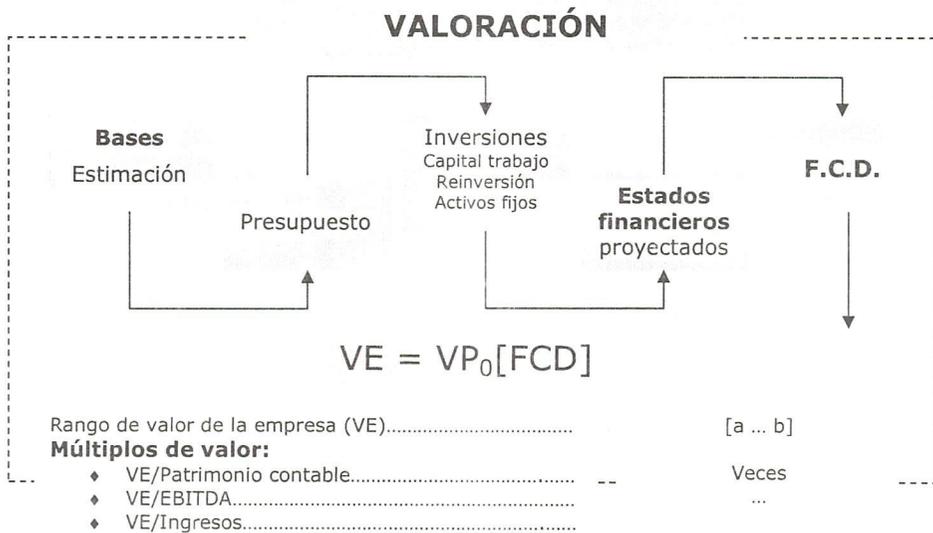
- 3.4. Veces el valor de la empresa vs. Patrimonio actual.
- 3.5. Análisis de sensibilidad del valor de la empresa frente a cambios en la tasa de descuento.
- 3.6. Rango de valor sugerido para la venta.

En la gráfica No 9.7., se aprecia el esquema general del modelo de proyección, descrito, que conduce a la obtención de un rango de precio de la Institución a valorar.

Como herramientas básicas de planeación financiera para adelantar este proceso se cuenta:

- La estructuración de las bases presupuestales.
- La modelación de la esencia y dinámica de los negocios.
- La proyección de estados financieros.
- El presupuesto de caja.
- Definición del flujo de caja libre y demás elementos que generan y/o descuentan valor.
- Valoración de la empresa.

**Gráfica N° 9.7. Diagrama de proceso de valoración de un negocio en marcha**



A través de estos mecanismos, el estructurador financiero cuenta con la información para el control, sensibilización y medición del impacto en los resultados del ente económico. Contrasta la historia, el presente y las expectativas futuras, en busca de resultados congruentes con el desempeño

económico y sectorial lo más real posible. En este sentido, se conjuga los objetivos corporativos controlables en un entorno cambiante.

#### 9.4. Simulación de un caso

Los planteamientos expuestos conducen a establecer un procedimiento, que consiste en proyectar en detalle, cada una de las cuentas de los estados financieros básicos, a partir de estimaciones de las variables macroeconómicas y del negocio y que incidan directamente, representadas en los diferentes presupuestos. De la dinámica e interacción del negocio, se estructuran los estados financieros en su orden estados de resultados, flujos de caja, balances, estados de cambios en la situación financiera y en la situación patrimonial.

Para desarrollar éste tema, se toma como base inicial los procesos de estimación del negocio del caso de la Compañía La Sonrisa S.A., aquí se denomina **ABC SA**, de naturaleza industrial, que presenta León, Oscar (1999)<sup>13</sup>. Para efectos de ilustración, se redefinen los volúmenes de las operaciones para hacerla más real, se proyecta a 10 años, se modela y realizan los ajustes del caso. Como el interés es la valoración, se aplica la metodología para estructurar y calcular el FCL y el flujo de dividendos. De igual forma se establece el valor inicial de los aportes económicos que deben realizar los socios y de los demás supuestos de arranque, dado que se trata de una empresa que inicia operaciones y de esta manera conocer la situación financiera proyectada en el horizonte definido, de acuerdo a la siguiente información:

- Ventas esperadas iniciales de 35.000 unidades anuales a razón de \$16.500 la unidad, con política de crédito a 60 días.
- Costos unitarios distribuidos en \$4.000 de materias primas y \$ 2.000 por concepto de mano de obra directa. (No incluye prestaciones sociales).
- El factor prestacional se estimó en el 50 % de los salarios a pagar, de las cuales el 80% se pagan en efectivo durante el año de causación y la porción restante el año siguiente.
- El valor de inversión inicial en maquinaria y equipos asciende a \$ 340 millones de pesos que se depreciará por el método de línea recta en un plazo de 10 años.
- Costos indirectos de fabricación anuales según rubro estimados así (cifras expresadas en millones de pesos): Mano de obra indirecta: \$ 21.6, Arrendamientos: \$14.4 mantenimiento: \$8.0 y Otros: \$4.5.
- Gastos anuales de administración y ventas por valor de \$ 84.6 millones.
- Para efectos de apalancar las operaciones, el Banco BBA, otorga un préstamo por valor de \$ 240 millones de pesos al 16% anual TV con plazo de tres años y abonos a capital iguales al final de cada año.

<sup>13</sup> LEÓN, G. Oscar. *Administración Financiera*. Fundamentos y aplicaciones. 3ª Edición 1999. Prensa moderna Impresores SA. Cali Colombia. Págs. 479 y ss.

- Tasa impositiva del 38.5%.
- La tasa de oportunidad (TO) de los socios del 29.91%. ( $K_e$ )
- Los proveedores de materia prima otorgan un plazo de 45 días para el pago.
- El nivel de efectivo deseado como mínimo equivalente a una décima parte del valor de los gastos de administración y ventas, salarios (sin prestaciones), arrendamientos, mantenimiento y demás costos fijos.
- Los niveles de inversión en activos corrientes iniciales se estiman en:

Cuentas por cobrar: 2 meses de ventas

Materia prima: 2 meses de producción

Producto en proceso: 15 días de ventas, expresado en unidades equivalentes.

Producto terminado: 75 días de ventas

Para poder calcular el valor del aporte inicial de los accionistas, se estima el valor de la inversión a realizar en activos y por diferencia con el valor del crédito, se establece el valor inicial como aporte en efectivo, para poder operar el negocio.

Con base en los supuestos considerados, las inversiones en activos están representadas por las cuentas de Efectivo (Caja y Bancos), cuentas por cobrar, inventarios de materia prima, producto en proceso y producto terminado y maquinaria y equipos. Para estimar los valores de estas categorías de activos se calculan primero los costos unitarios, por lo tanto se parte por la estructura del presupuesto de producción.

El número de unidades a producir en el año uno, están en función tanto del volumen de ventas esperado, como de inventarios que se defina disponer; en consecuencia, se acude al juego de inventarios en unidades, así:

**Inventario inicial + Unidades a producir - Inventario final = Unidades a vender**

Dónde:

**Unidades a producir = Unidades a vender - Inventario inicial + Inventario final**

Al elaborar el doble juego de inventarios, se llega a inventarios de producto en proceso y producto terminado así:

**Unidades a vender - Inventario inicial producto en proceso - Inventario inicial producto terminado + Inventario final producto en proceso + Inventario final producto terminado = Unidades a producir**

Dado que inicia operaciones, la empresa no cuenta con inventarios iniciales, sólo se calculan los finales, con base en índices de rotación, de acuerdo a los lineamientos definidos; por lo tanto, si el producto terminado requiere un inventario de 75 días de venta, la rotación corresponde a:

$$\text{Días inventario producto terminado} = 360/\text{rotación esperada} = 75$$

$$\text{Rotación esperada} = 360/75 = 4.8 \text{ veces}$$

Índice de rotación del inventario de producto terminado (PT) es igual a:

$$\text{Rotación PT} = \text{Costo de ventas}/\text{Inventario promedio P.T.}$$

En unidades = **Unidades vendidas/Unidades inventario promedio**

Dónde:

$$\text{Unidades inventario promedio} = \text{Unidades vendidas}/\text{Rotación de producto terminado}$$

$$\text{Inventario Final PT} = \text{Unidades a vender}/\text{Rotación deseada} = 35.000/4,8 \\ = 7.292 \text{ unidades}$$

Y el inventario de producto en proceso se expresa como:

$$\text{Inventario Final Producto en proceso} = \text{Unidades a vender}/\text{Rotación deseada} \\ = 35.000/x.$$

La rotación deseada corresponde a:

$$\text{Días inventario producto en proceso} = 15 = 360/\text{rotación esperada}$$

Por reemplazo,

$$\text{Rotación esperada} = 360/15 = 24 \text{ veces}$$

El valor calculado del inventario final, por lo tanto es:

$$\text{Inventario final producto en proceso} = \text{Unidades a vender}/\text{Rotación deseada} \\ = 35.000/24 = 1.458 \text{ unidades}$$

Con los valores de inventarios finales, se elabora el presupuesto definitivo de unidades a producir de la siguiente manera:

Unidades a vender	35.000
- Inventario inicial producto en proceso	0
- Inventario inicial producto terminado	0
+ Inventario final producto en proceso	1.458
+ Inventario final producto terminado	7.292
= Unidades a producir	43.750

La estructura del presupuesto de costo de producción, queda:

(\$ 000)		
Materia prima	43.750 x \$4	\$ 175.000
Mano de obra directa	43.750 x \$2	87.500
Mano de obra indirecta	\$21.600	21.600
Prestaciones sociales	\$109.100 x 50%	54.550
Arrendamientos	\$14.400	14.400
Mantenimiento	\$8.000	8.000
Otros	\$4.500	4.500
<b>TOTAL COSTOS EN EFECTIVO</b>		<b>365.550</b>
Depreciación	\$340.000 x 10%	34.000
<b>TOTAL COSTOS DE PRODUCCION</b>		<b>399.550</b>

De acuerdo a los resultados del presupuesto de costos de producción anterior, los costos unitarios quedan:

$$\begin{aligned} \text{Costo unitario total} &= 399.550 / 43.750 = \$ 9.133 \\ \text{Costo unitario en efectivo} &= 365.550 / 43.750 = \$ 8.355 \end{aligned}$$

Las inversiones del activo corriente, deben ser consideradas al tomar como referencia el costo en efectivo y no total, por cuanto se incluye el valor de la depreciación, contemplada en la compra de maquinaria y equipos.

Calculados el número de unidades de producto en proceso y terminado, se obtiene al multiplicarlos con el costo unitario en efectivo, el valor de las inversiones respectivas, así:

$$\begin{aligned} \text{Productos en proceso: } & 1.458 \times \$ 8.355 = \$ 12.185 \\ \text{Productos terminado: } & 7.292 \times \$ 8.355 = \$ 60.925 \end{aligned}$$

En el caso de los inventarios de materia prima se emplean los índices de rotación.

$$\text{Días inventario materia Prima} = 60 = 360/\text{rotación esperada}$$

Dónde,

$$\text{Rotación esperada} = 360/60 = 6 \text{ veces}$$

**Rotación esperada = Costo materia prima/Inventario final esperado**

Con un costo total de materia prima a consumir de \$175.000, el inventario final es de:

$$\text{Inventario final materia prima} = 175.000/6 = \$29.167$$

Para el cálculo de las **Cuentas por Cobrar** se hace uso de los índices de rotación, de acuerdo a la relación:

$$\text{Días de cuentas por cobrar (CxC)} = 360/\text{rotación esperada.}$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} \text{Rotación esperada} &= 360/60 = 6 \text{ veces.} \\ \text{Rotación esperada} &= \text{ventas a crédito/CxC finales} \end{aligned}$$

Con un volumen de ingresos por ventas de \$ 577.5 millones (35.000 x \$16,5) a crédito, el valor de las cuentas por cobrar finales son de:

$$\text{(C x C) finales} = 577.5/6 = \$96,25 \text{ millones}$$

Dado que el valor calculado de las cuentas por cobrar finales, no refleja el verdadero valor que deben invertir los socios, por cuanto la utilidad contenida en estas se genera a través de la operación y no en el momento de la inversión inicial. En consecuencia, para financiar la cartera, los socios deben desembolsar sólo su costo, de acuerdo al número de unidades representada en la cartera y multiplicada por el costo unitario en efectivo. El valor neto de esta inversión correspondiente equivale a:

$$\text{Unidades en CxC} = \text{CxC finales/precio de venta} = 96,25/16,5 = 5.833 \text{ unidades}$$

$$\text{Inversión en CxC} = 5.833 \times \$8.355 = \$48.740 \text{ (miles)}$$

Otra forma de calcular el valor de la inversión en CxC, es determinar la participación relativa del costo en efectivo respecto al precio de venta, para luego aplicarlo al valor de la cartera de la siguiente forma:

$$\text{(8,355/16,500)} = 50,64\% \times \$96.250 = \$ 48.740 \text{ (miles)}$$

La Inversión en Efectivo mínimo, estimado para el primer año es de \$ 22.0 millones de pesos, que implica que es el deseado mas no tiene que cumplirse, por cuanto si hay excedentes de liquidez se prefiere invertirlos en papeles que generen una renta no operacional. Este tipo de operaciones

financieras, se realiza a título especulativo, a corto plazo y de fácil realización en caso de requerir liquidez la empresa.

El cálculo del volumen de **Financiación de Proveedores** se realiza con la aplicación nuevamente de índices de rotación, de la siguiente forma:

$$\text{Días de cuentas por pagar} = 45 = 360/\text{rotación esperada}$$

Al despejar se tiene:

$$\text{Rotación esperada} = 360/45 = 8 \text{ veces}$$

$$\text{Rotación esperada} = \text{Compras a crédito}/\text{CxP finales}$$

$$\text{CxP finales} = \text{Compras a crédito}/8$$

El valor de las compras a crédito, se determina mediante el juego de inventario de materia prima:

$$\text{Inventario inicial de materia prima} + \text{Compras} - \text{Inventario final de materia prima} = \text{Consumo de materia prima}$$

Dónde:

(\$ 000)	
Consumo de materia prima	175.000
- Inventario inicial de materia prima	0
+ Inventario final de materia prima	29.167
= Compras	204.167
<b>CUENTAS POR PAGAR FINALES</b>	<b>25.521</b>

**Cuadro N° 9. 19. Estimación del valor inicial de aportes de capital para los inversionistas**

(miles de pesos)	
<b>Inversión en activos</b>	
Caja	22.060
Inversiones temporales	-
Cuentas por Cobrar	48.740
Inventario m.p.	29.167
Inventario p.p.	12.185
Inventario p.t.	60.925
Maquinaria	340.000
<b>TOTAL</b>	<b>513.077</b>
<b>Financiación disponible</b>	
Proveedores	25.521
Prestamo bancario	240.000
<b>TOTAL</b>	<b>265.521</b>
<b>Aporte requerido de socios</b>	
Inversión activos	513.077
Menos financiación	265.521
<b>TOTAL</b>	<b>247.556</b>

**Cálculo de la Inversión Inicial:** Obtenidos los valores de inversión en activos y con el valor de la financiación, se determina el monto de los aportes requeridos por parte de los inversionistas, como se muestra en el cuadro N° 9. 19

Calculados los aportes, se pasa a la **proyección del Estado de Resultados** con base en la información presupuestada y a partir de allí, se determina el costo de ventas de la siguiente manera:

(miles de pesos)

<b>COSTO DE VENTAS</b>	
Inventario inicial productos en proceso	0
(+) Costos de producción.	399.550
(-) Inventario final productos en proceso.	X
= Costo de los productos terminados.	X
(+) Inventario inicial productos terminados.	0
(-) Inventario final productos terminados.	X
<b>= TOTAL COSTO DE VENTAS</b>	<b>X</b>

Los inventarios finales de producto en proceso y producto terminado, se calculan incluyendo el valor de la depreciación respectiva; por lo tanto, se calculan con base en el costo total, para obtener el costo de ventas. (Cifras expresadas en miles de pesos).

**Inventario final producto en proceso = 1.458 x \$9.133 = \$ 13.318.**

**Inventario final producto terminado = 7.292 x \$9.133 = \$ 66.592.**

En consecuencia el costo de ventas es de \$ 306.2 millones de pesos, de acuerdo al siguiente cálculo:

(miles de pesos)

<b>COSTO DE VENTAS</b>	
Inventario inicial productos en proceso	0
(+) Costos de producción.	399.550
(-) Inventario final productos en proceso.	13.318
= Costo de los productos terminados.	386.232
(+) Inventario inicial productos terminados.	0
(-) Inventario final productos terminados.	66.592
<b>= TOTAL COSTO DE VENTAS</b>	<b>319.640</b>

**Cuadro N° 9.20. Estado de Resultados proyectado año 1 y punto de equilibrio (PE\*)**

COMPAÑÍA ABC S.A.

Del 1 de enero al 31 diciembre del año 1

(miles de pesos)

Operación con nivel de ventas de 35,000 unidades.		PE*	
Ventas	35,000 x 16,5	577.500	342.900
costo de ventas			
+ II prod. Proceso		-	-
+ Costo producción		399.550	275.141
- IF prod. Proceso	1,458 x 9,133	13.318	9.171
= Costo prod. Terminados		386.232	265.970
+ II prod. Terminado		-	-
- IF producto terminado	7,292 x 9,133	66.592	45.857
TOTAL Costo ventas		319.640	220.113
<b>Resultado bruto</b>		257.860	122.788
Gastos Admon y ventas		84.600	84.600
Resultado operativo		173.260	38.188
Intereses prestamo bco		38.400	38.400
Intereses recibidos inv. Temp	Inv. Tp x DTF	213	213
RATx		135.073	-
Impuestos	RATx 38,5%	52.003	-
<b>Resultado neto</b>		83.070	-

RATx: Resultado antes de impuestos. Inv. Temp: Inversiones temporales.

El punto de equilibrio del primer año, se obtiene con un nivel de unidades vendidas del orden de las 20.783, con un resultado antes de impuestos y neto es cero, como se aprecia en el cuadro N° 9.20. Para calcular este nivel, se aplicó la herramienta Excel, opción función "buscar objetivo".

**Proyección Flujo de Efectivo:** Corresponde al saldo final que le queda al ente económico luego de realizar todas las operaciones en efectivo durante el período (año), saldo que pasa a conformar la cuenta respectiva en el balance general de la compañía en efectivo. Ver cuadro N° 9.21.

Las partidas relacionadas con movimientos físicos de dinero en efectivo, se pueden agrupar en operaciones que implican ingreso o egreso de este medio monetario respectivamente, de acuerdo a los siguientes hechos económicos:

**Ingresos:**

- Recaudos de cartera por venta de bienes y servicios.
- Inversión por parte de los socios accionistas (Financiación propia).
- Recursos de Crédito entidades Financieras (Deuda).
- Otros ingresos de tipo no operacional, generados en este caso por concepto de intereses de inversiones temporales promedio anual.

**Egresos:**

- Pagos a los proveedores de materias primas e insumos.
- Sueldos más la carga prestacional respectiva.
- Costos indirectos de producción o carga fabril, como arrendamientos, mantenimientos.
- Gastos de administración y ventas.
- Valor de los intereses generados en la contratación de deuda.
- Inversiones temporales o permanentes según flujo de caja.
- Impuestos.
- Amortización a capital por deuda.
- Inversiones realizadas en activos fijos u otros.
- Pagos de dividendos a los socios.
- Otros egresos.

Los ingresos por ventas de contado (Cantidad por precio) se obtienen de acuerdo al resultado de las ventas totales netas (de descuentos y devoluciones) y las cuentas por cobrar finales, de la forma siguiente:

(miles de pesos)	
<b>INGRESOS POR VENTAS EN EFECTIVO (t)</b>	
Cuentas por cobrar, iniciales	0
(+) Ventas a crédito	577.500
(-) Cuentas por cobrar finales	96.250
= Ingresos por ventas de contado (efectivo)	<b>481.250</b>

Los pagos a proveedores por concepto de adquisición de materias primas se obtienen al desagregar las cuentas por pagar, donde las compras corresponden al valor del consumo de materias primas menos los inventarios iniciales más el inventario final de estas, que es igual a \$ 204.2 millones. A este resultado, se sustrae el cociente entre las compras de materias primas y la rotación (8), cuyo monto es igual a \$25.5 millones, para un valor final de pago a proveedores de \$178.6 millones como se muestra a continuación:

(miles de pesos)	
<b>CUENTAS POR PAGAR</b>	
Cuentas por pagar, iniciales	0
(+) Compras a crédito	204.167
(-) Cuentas por pagar finales	25.521
= Pagos a proveedores (Materias primas/insumos)	<b>178.646</b>

**Cuadro N° 9.21. Estado de flujo de efectivo proyectado**  
**COMPAÑÍA ABC S.A.**

Del 1 de enero al 31 diciembre del año 1

(miles de pesos)

<b>Estado de flujo de efectivo.</b>	<b>1</b>
<b>INGRESOS</b>	
Ventas de contado	481.250
Recaudo de cartera	
Aportes de socios	247.556
Prestamos bancarios	240.000
Otros ingresos	213
Total ingresos	969.018
<b>EGRESOS</b>	
<b>Inversiones temporales</b>	5.000
Pagos materias primas	178.646
Pago CxP proveedores	
sueldos y salarios.	109.100
Prestaciones sociales	43.640
Arrendamiento	14.400
Mantenimiento	8.000
Otros costos indirectos.	4.500
Gastos de Admon & Ventas	84.600
Compra maquinaria	340.000
Amortización prestamo bco	80.000
Intereses prestamo	38.400
Pago de impuestos	
<b>Reparto de dividendos</b>	8.307
Total egresos	914.593
Deficit/superavit efectivo	54.426
+ Efectivo inicial	-
Efectivo final.	54.426
Diferencia con mínimo	32.366

El valor de los salarios incluye mano de obra tanto directa como indirecta, y los demás gastos presupuestados (arrendamiento, mantenimiento y otros) son pagos realizados en efectivo.

Por su parte, las prestaciones sociales (\$43.6 millones) son canceladas el 80% en efectivo durante el período, y la porción restante se convierte en un pasivo laboral. La depreciación al ser una cuenta valuativa, que no compromete caja, no lo afecta. Los gastos de administración y ventas, intereses pagados (tasa del 16% TV), la amortización a capital (una tercera parte) son desembolsos realizados en efectivo, los cuales se registran claramente.

Debido a que contablemente los impuestos se causan al final del período una vez determinado el resultado neto, no afectan el efectivo, se causan y registran como un pasivo. Las gestiones de inversión, se relacionan con la

compra de maquinaria, por valor de \$ 340 millones y en materia de dividendos, el balance positivo de caja permite distribuir dividendos por valor de \$ 8.3 millones de pesos el primer año.

La diferencia entre ingresos y egresos del negocio, arrojan un saldo que puede ser déficit o superávit de efectivo, y que en el primer caso hay que cubrir con alguna de las alternativas de financiación; en caso contrario se presenta un superávit, como en esta compañía por valor de \$54.4 millones, que se constituye en saldo final de la cuenta caja al Balance General y que pasa como dinámica del flujo de caja a conformar el saldo inicial en el período siguiente (t+1), como se aprecia en el cuadro N° 9.22., en el balance general.

El proceso de modelación determina la caja que permite o no realizar inversiones temporales en busca de mantener el nivel requerido. A su vez, es viable optimizar los recursos líquidos, mediante este mecanismo especulativo, con la restricción de no limitar los recursos del fondo de maniobra que requiere el ente económico para cumplir su objeto social.

### Cuadro N° 9.22. Balance General proyectado

COMPAÑÍA ABC S.A.

A 31 diciembre del año 1.

(miles de pesos)

	0	1
<b>ACTIVOS</b>		
Efectivo	21.380	48.359
Inversiones temporales		40.000
Cuentas por cobrar	47.833	96.250
Materias primas	29.167	29.167
Producto en proceso	11.958	12.758
Producto terminado	59.792	63.792
Maquinaria	240.000	240.000
Depreciación acumulada		24.000
PPE neto	240.000	216.000
<b>TOTAL ACTIVOS</b>	<b>410.130</b>	<b>506.326</b>
<b>PASIVOS</b>		
Proveedores	25.521	25.521
Prestamo bancario	144.000	96.000
Impuestos por pagar		54.678
Prestaciones sociales		10.910
<b>TOTAL PASIVOS</b>	<b>169.521</b>	<b>187.109</b>
<b>PATRIMONIO</b>		
Capital	240.609	240.609
Reservas	0	-
Resultado del ejercicio	0	87.342
Utilidades retenidas	0	(8.734)
<b>TOTAL PATRIMONIO</b>	<b>240.609</b>	<b>319.217</b>
<b>TOTAL PASIVOS + PATRIMONIO</b>	<b>410.130</b>	<b>506.326</b>

Generalmente en situaciones de **Superávit permanente**, la Alta dirección puede optar por tomar decisiones respecto a sus excedentes de recursos en actividades tales como:

- Realizar inversiones permanentes.
- Repartir utilidades.
- Destinar recursos en inversiones estratégicas del negocio.
- Prepagar obligaciones financieras.
- Aumentar el nivel de efectivo mínimo, sin perder oportunidades financieras.
- Optimizar económicamente los niveles de inventario.
- Ampliar plazos de crédito.
- Aumentar la capacidad de operación.
- Implementar políticas de compras de contado con descuento.
- Concertar políticas de descuentos en cuentas por pagar.
- Renovar tecnología, etc.

Una vez estructurado el modelo de proyección como punto inicial o período cero y para el registro de operaciones del primer año, se proyectan los estados financieros en un horizonte de diez años. De su análisis detallado, se encuentran los cambios en los supuestos del comportamiento esperado de las variables como la inflación, la tasa de interés DTF, crecimientos de la producción, indicadores de rotación de materias primas, de producto terminado y en proceso, de cartera de pago de proveedores entre otros.

Así mismo, quedan indexados los precios unitarios de venta de los productos manufacturados, costos de mano de obra directa, materia prima directa y carga fabril, gastos de administración y ventas. En materia de distribución de dividendos, el primer año se distribuye un 10% del resultado anual neto (utilidad), con dinámica para los siguientes años de acuerdo al flujo disponible de recursos y a las necesidades de inversión en planta y equipos. Estos conceptos se ven reflejados en la estructura del flujo de caja libre, que contempla la variación anual del capital de trabajo neto operativo y la inversión en capital de trabajo (CAPEX).

El negocio genera un buen flujo de caja y los inversionistas reciben dividendos que representan importantes retornos financieros. (Ver cuadro N° 9.27.)

La tasa de descuento estimada en el 20% (WACC) o costo promedio ponderado de capital, se calculó con base en la ponderación del costo de la deuda y de capital como se muestra en el cuadro N° 9.23. En el caso de la deuda, se contempla el escudo fiscal y en el patrimonio se asume un riesgo no apalancado ( $\beta_U$ ) de 1.40 y tasa libre de riesgo del 10%.

El cuadro N° 9.24, muestra los supuestos macroeconómicos utilizados en la proyección, los crecimientos de la producción esperados que deben responder al comportamiento sectorial y en particular al grupo de referencia al cual pertenece la industria. Luego se presentan los supuestos del negocio para cumplir su operación normal.

A partir del cuadro N° 9.25 y hasta el N° 9.32, se presentan las proyecciones de los estados financieros básicos, crecimientos y participaciones de la compañía ABC. Los cuadros siguientes (N° 33 a 37), presentan en orden los indicadores financieros, los flujos futuros de dividendos calculados y apropiados para los inversionistas, base para medir la rentabilidad por tasa interna de retorno (TIR) y con VPN y el valor de la firma calculada por dos métodos de presentación. La suma de estos dos conceptos (Dividendos más valor neto dueños del negocio) totalizan el valor de la empresa al momento cero, como se aprecia en el cuadro N° 9.35.

**Cuadro N° 9.23. Cálculo Costo promedio ponderado de capital, WACC o Tasa de descuento**

ESTRUCTURA TASA DE DESCUENTO	
WACC = $K_d(1-T_x)\alpha_1 + K_e(1-\alpha_1)$	
DEUDA (Financiera) $K_d(1-T_x) \alpha_1$	PATRIMONIO (Acciones) $K_e(1-\alpha_1)$
$K_d = 16\%$ $T_x = 38.5\%$ $\alpha_1 = D/(E+D) = 240/(247.6+240) = 240/487.6 = 49.22\%$	$(1-\alpha_1) = (1-49.22\%) = 50.78\%$ $K_e = R_f + [E(R_m) - R_f]\beta_L + R_{país}$ $R_f = 10\%*$ $[E(R_m) - R_f] = \text{Prima riesgo} = 7.17\%*$ $R_{país} = 6.76\%*$ $\beta_L = [1 + (1-T_x)(D/E)\beta_U]$ $\beta_U = 1.40$ $\beta_L = [1 + (0.615)(0.969)1.4] = 1.834$
$K_d = 16\%(1-38.5\%)49.22\%$	$K_e = (10\% + 7.17\% \times 1.834 + 6.76\%)50.78\%$
<b>4.84%</b>	<b>15.19%</b>
<b>WAAC = 20.0%</b>	

\*CRUZ, Sergio, VILLAREAL, Julio y ROSILLO, Jorge. *Finanzas Corporativas*. Ed. Thomson Bogotá, Pág. 362.  $\beta_U = 1.40$ , supuesto.

De acuerdo a los resultados financieros, los dueños del capital realizan una inversión inicial de \$247,6 millones de pesos, suma que en el desarrollo del negocio, retorna en flujo de dividendos descontados a valor presente de \$449.7 millones; es decir, un valor presente neto de \$ 202.2 millones, cifra que equivale a 0.82 veces su base, el patrimonio del momento cero (en este caso la inversión). Al calcular la TIR del flujo de dividendos, arroja un retorno del 41.35%, en una dinámica empresarial modelada de manera que cumpla su objeto social, invierta en reposición de activos y remunere a los accionistas. La tasa de descuento del inversionista ( $K_e$ ), está calculada en el 29.91% de acuerdo al cuadro N° 9.23.

Los flujos futuros de fondos del negocio en marcha, descontados al WACC calculado (20%) representan al momento cero, un valor presente de \$ 618,7 millones y el valor residual (perpetuidad) de \$339.3 millones, para un valor presente neto de \$718 millones, una vez descontado el valor de la deuda según balance de \$ 240 millones en el mismo momento del tiempo.

En consecuencia, el valor presente neto de la firma asciende a \$920.2 millones, por adición de dividendos y negocio al momento cero, de acuerdo a los cálculos resumidos en el cuadro N° 9.35. El valor total, está conformado por un 64.4% de los flujos futuros de caja y la porción restante (35.6%) por el valor presente neto de la perpetuidad o valor residual.

El valor presente neto VPN de la empresa, representa 3.72 veces el valor del patrimonio contable inicial. Este resultado, es equivalente a decir que si los inversionistas aportaron un peso inicialmente y con una expectativa de negocio como el planteado, un potencial comprador podrá tomar el control total de la empresa, si ofrece y paga \$3.72 por cada peso invertido inicialmente.

El cuadro N° 9.36., presenta un análisis de sensibilidad del valor presente neto VPN del negocio, con variación de la tasa de descuento o de oportunidad del inversionista (aportes de capital) y del negocio como un todo. En este orden de ideas, si las tasas de descuento disminuyen, el precio aumenta y viceversa. En el punto 29.9% ( $K_e$ ) y 20% (WACC) el VPN es de \$ 920,2 millones, como se afirmó previamente.

Si las tasas de descuento varían  $\pm 2$  puntos porcentuales con base en las tasas tomadas como punto de referencia inicial, el rango de valor de la compañía se ubica entre \$990,3 y \$ 867,6 millones de pesos.

El cuadro N° 9.37 muestra algunos múltiplos de valor de la firma referidas a las variables base patrimonio contable, Ebitda, ingresos o ventas y resultado neto, ajustados al momento de la valoración.

Estos indicadores, son susceptibles de comparación con procesos similares de negociación de empresas que pertenecen al mismo grupo de referencia o peer group, de tal manera que dada su naturaleza de ser indicativas, puedan reflejar algún grado de consistencia de los resultados, análisis que debe ser realizado con una visión comparativa muy crítica.

Cuadro N° 9.24. Supuestos macro y del negocio. Compañía ABC SA. Años 1 a 10

Variables/AÑOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IPC (Factor)	1,06	1,06	1,06	1,06	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05	1,05
DTF [% ea] Promedio	8,5%	8,5%	8,5%	8,5%	8,0%	8,0%	8,0%	8,0%	8,0%	8,0%
Crecimiento producción (%)	10,0%	10,0%	12,0%	11,0%	9,0%	10,0%	10,0%	10,0%	6,0%	5,0%
Tasa mín retorno requerida (%)	20%	20%	20%	20%	20%	20%	20%	20%	20%	20%
Cantidad unidades a vender	35,000	38,500	43,120	47,863	52,171	57,388	63,127	68,177	72,268	75,881
Precio unitario \$ 000	16,5	17,5	18,5	19,7	20,6	21,7	22,7	23,9	25,1	26,3
MOD [u] \$ 000	2	2,1	2,2	2,4	2,5	2,6	2,8	2,9	3,0	3,2
MPD [u] \$ 000	4	4,2	4,5	4,8	5,0	5,3	5,5	5,8	6,1	6,4
% Pago prestaciones en periodo	50,0%	50,0%	50,0%	50,0%	50,0%	50,0%	50,0%	50,0%	50,0%	50,0%
Factor prestacional	80,0%	80,0%	80,0%	80,0%	80,0%	80,0%	80,0%	80,0%	80,0%	80,0%
Reservas [%]	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%	10,0%
Reparto dividendos [%]	10,0%	60,0%	60,0%	60,0%	30,0%	30,0%	30,0%	90,0%	90,0%	90,0%
MOI \$ 000	21,600	22,896	24,270	25,726	27,012	28,363	29,781	31,270	32,834	34,475
Arrendo \$ 000	14,400	15,264	16,180	17,151	18,008	18,909	19,854	20,847	21,889	22,983
Mantenimiento \$ 000	8,000	8,480	8,989	9,528	10,005	10,505	11,030	11,581	12,161	12,769
Otros \$ 000	4,500	4,770	5,056	5,360	5,628	5,909	6,204	6,515	6,840	7,182
Gastos Admon & Ventas. \$ 000	84,600	98,644	117,110	137,791	157,702	182,146	210,379	238,569	265,528	292,744
Maquinaria y equipo \$ 000	340,000	340,000	340,000	340,000	340,000	340,000	340,000	340,000	340,000	340,000
Depreciación años	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Valor depreciación \$ 000	34,000	34,000	34,000	34,000	34,000	34,000	34,000	34,000	34,000	34,000
Prestamo/salido \$ 000	240,000	160,000	80,000	80,000	80,000	80,000	80,000	80,000	80,000	80,000
Tasa Interés (% nominal TV)	16,00%	16,00%	16,00%	16,00%	16,00%	16,00%	16,00%	16,00%	16,00%	16,00%
Abono capital \$ 000	80,000	80,000	80,000	80,000	80,000	80,000	80,000	80,000	80,000	80,000
Valor interés \$ 000	38,400	25,600	12,800	12,800	12,800	12,800	12,800	12,800	12,800	12,800
Tasa Oportunidad % LP [A/(1-g)]	38,5%	38,5%	38,5%	38,5%	38,5%	38,5%	38,5%	38,5%	38,5%	38,5%
Proveedores (Días) para pago	27,2%	27,2%	27,2%	27,2%	27,2%	27,2%	27,2%	27,2%	27,2%	27,2%
Efectivo mínimo \$ 000	22,060	23,466	27,205	31,169	35,168	39,723	45,519	51,085	55,962	61,715

(\$ miles)

**Cuadro N° 9.25. Continuación supuestos del negocio Compañía ABC SA.  
Años 1 a 10**

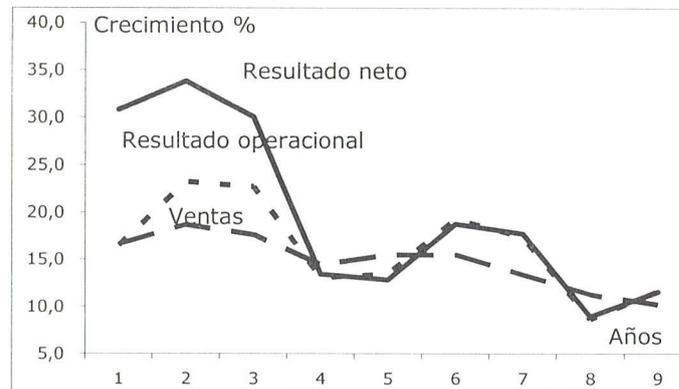
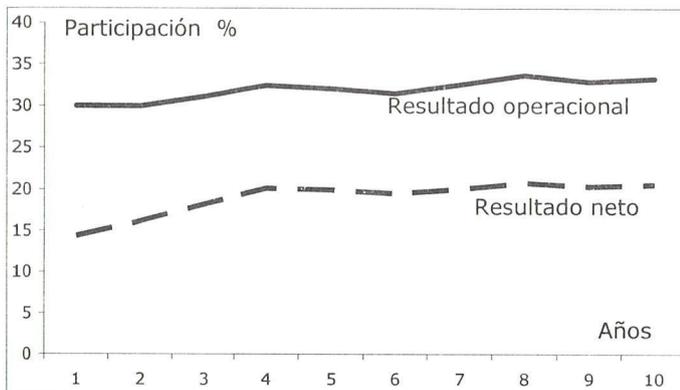
(\$ miles)

<b>Variables/ANOS</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b>Niveles de inversión</b>										
CxC mes ventas	2	2,1	2,2	2	2	2,5	2,5	2,1	2	2
MPD [mes producción]	2	1,8	2,1	2	2	2,3	2,3	2	2	2,3
Productos-proceso días ventas unidades	15	18	18	20	20	16	16	14	14	15
Prod. Terminado: días ventas	75	77	80	75	75	72	72	76	72	74
Rotación PT[veces]	4,80	4,68	4,50	4,80	4,80	5,00	5,00	4,74	5,00	4,86
Rotación PP[veces]	24,00	20,00	20,00	18,00	18,00	22,50	22,50	25,71	25,71	24,00
<b>Presupuesto de producción:</b>										
Unidades a vender	35.000	38.500	43.120	47.863	52.171	57.388	63.127	68.177	72.268	75.881
- II prod. en proceso	0	1.458	1.925	2.156	2.659	2.898	2.551	2.806	2.651	2.810
- II prod. Terminado	0	7.292	8.235	9.582	9.972	10.869	11.478	12.625	14.393	14.454
+ IF prod. en proceso	1.458	1.925	2.156	2.659	2.898	2.551	2.806	2.651	2.810	3.162
+ IF prod. Terminado	7.292	8.235	9.582	9.972	10.869	11.478	12.625	14.393	14.454	15.598
= Unidades a producir	43.750	39.910	44.699	48.756	53.308	57.649	64.530	69.790	72.487	77.376
<b>Presupuesto de costo de producción: \$ 000</b>										
Materia prima.	175.000	169.217	200.893	232.275	266.659	302.794	355.881	404.137	440.743	493.995
MOD	87.500	84.609	100.446	116.137	133.330	151.397	177.940	202.069	220.372	246.997
MOI	21.600	22.896	24.270	25.726	27.012	28.363	29.781	31.270	32.834	34.475
Prestaciones sociales	54.550	53.752	62.358	70.932	80.171	89.880	103.861	116.669	126.603	140.736
Arrendamiento	14.400	15.264	16.180	17.151	18.008	18.909	19.854	20.847	21.889	22.983
Manenimiento	8.000	8.480	8.989	9.528	10.005	10.505	11.030	11.581	12.161	12.769
Otros	4.500	4.770	5.056	5.360	5.628	5.909	6.204	6.515	6.840	7.182
<b>TOTAL COSTOS EFECTIVO</b>	<b>365.550</b>	<b>358.988</b>	<b>418.192</b>	<b>477.108</b>	<b>540.812</b>	<b>607.755</b>	<b>704.551</b>	<b>793.088</b>	<b>861.441</b>	<b>959.138</b>
Depreciación. \$000	34.000	34.000	34.000	34.000	34.000	34.000	34.000	34.000	34.000	34.000
<b>TOTAL COSTOS PRODUCCIÓN</b>	<b>399.550</b>	<b>392.988</b>	<b>452.192</b>	<b>511.108</b>	<b>594.812</b>	<b>681.755</b>	<b>778.551</b>	<b>867.088</b>	<b>970.441</b>	<b>1.068.138</b>
Costo unitario	9,133	9,85	10,12	10,48	11,16	11,83	12,07	12,42	13,39	13,80
Costo unitario en efectivo	8,355	9,00	9,36	9,79	10,15	10,54	10,92	11,36	11,88	12,40
<b>Inversión en inventarios</b>										
Productos en proceso	12.185	17.315	20.171	26.021	29.404	26.889	30.633	30.129	33.399	39.192
Productos terminados.	60.925	74.071	89.650	97.578	110.267	121.001	137.847	163.559	171.766	193.345
Rotación inventario [veces]	6,00	6,67	5,71	6,00	6,00	5,22	5,22	6,00	6,00	5,22
IF mp	29.167	25.383	35.156	38.712	44.443	58.035	68.210	67.356	73.457	94.682
<b>Inversión en CxC</b>										
Rotación (veces)	6,00	5,71	5,45	6,00	6,00	4,80	4,80	5,71	6,00	6,00
CxC finales..	96.250	117.839	146.560	156.766	179.419	259.036	299.186	284.993	302.093	333.057
Unidades en CxC	5.833	6.738	7.905	7.977	8.695	11.956	13.151	11.931	12.045	12.647
Inversión en CxC	48.740	60.604	73.961	78.063	88.213	126.043	143.591	135.582	143.138	156.767
<b>Financiación proveedores</b>										
Rotación	8,00	8,00	9,00	9,00	10,29	10,29	10,29	12,00	12,00	12,00
<b>Juego de inventarios:</b>										
+Consumo de m.p.	175.000	169.217	200.893	232.275	266.659	302.794	355.881	404.137	440.743	493.995
- II m.p.	-	29.167	25.383	35.156	38.712	44.443	58.035	68.210	67.356	73.457
+IF m.p.	29.167	25.383	35.156	38.712	44.443	58.035	68.210	67.356	73.457	94.682
= Compras	204.167	165.433	210.667	235.831	272.390	316.386	366.056	403.283	446.844	515.220
Cuentas por pagar proveedores	25.521	20.679	23.407	26.203	26.482	30.760	35.589	33.607	37.237	42.935

**Cuadro N° 9.26. Estado de resultados proyectado- Compañía ABC SA.  
Período 1 de enero a 31 de diciembre de los años 1 a 10**

(\$ miles)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ventas	577.500	673.365	799.419	940.596	1.076.512	1.243.372	1.436.095	1.628.531	1.812.555	1.998.342
costo de ventas										
+ II prod. Proceso	-	13.318	18.955	21.811	27.875	32.340	30.163	33.850	32.941	37.625
+ Costo producción	399.550	392.988	452.192	511.108	594.812	681.755	778.551	867.088	970.441	1.068.138
- IF prod. Proceso	13.318	18.955	21.811	27.875	32.340	30.163	33.850	32.941	37.625	43.646
= Costo prod. Terminados	386.232	387.351	449.336	505.044	590.347	683.933	774.864	867.998	965.756	1.062.117
+ II prod. Terminado	-	66.592	81.087	96.938	104.532	121.277	135.734	152.325	178.821	193.500
- IF producto terminado	66.592	81.087	96.938	104.532	121.277	135.734	152.325	178.821	193.500	215.318
TOTAL Costo ventas	319.640	372.856	433.485	497.450	573.602	669.475	758.273	841.502	951.077	1.040.299
<b>Resultado bruto</b>	<b>257.860</b>	<b>300.509</b>	<b>365.934</b>	<b>443.146</b>	<b>502.911</b>	<b>573.897</b>	<b>677.822</b>	<b>787.029</b>	<b>861.478</b>	<b>958.043</b>
Gastos Admon y ventas	84.600	98.644	117.110	137.791	157.702	182.146	210.379	238.569	265.528	292.744
Resultado operativo	173.260	201.865	248.825	305.355	345.208	391.751	467.443	548.460	595.951	665.299
Intereses prestamo bco	38.400	25.600	12.800	-	-	-	-	-	-	-
Intereses recibidos inv. Temp	213	425	425	2.125	3.600	1.800	-	2.000	4.000	4.000
RATx	135.073	176.690	236.450	307.480	348.808	393.551	467.443	550.460	599.951	669.299
Impuestos	52.003	68.026	91.033	118.380	134.291	151.517	179.966	211.927	230.981	257.680
<b>Resultado neto</b>	<b>83.070</b>	<b>108.665</b>	<b>145.417</b>	<b>189.100</b>	<b>214.517</b>	<b>242.034</b>	<b>287.477</b>	<b>338.533</b>	<b>368.970</b>	<b>411.619</b>



**Cuadro N° 9.27. Estado de flujo de efectivo proyectado- Compañía ABC SA.**  
**Periodo 1 de enero a 31 de diciembre de los años 1 a 10**

(\$ miles)

Estado de flujo de efectivo.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>INGRESOS</b>										
Ventas de contado	481.250	555.526	652.859	783.830	897.094	984.336	1.136.908	1.343.538	1.510.463	1.665.285
Recaudo de cartera		96.250	117.839	146.560	156.766	179.419	259.036	299.186	284.993	302.093
Aportes de socios	247.556									
Prestamos bancarios	240.000	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Otros ingresos	213	425	425	2.125	3.600	1.800	-	2.000	4.000	4.000
<b>Total ingresos</b>	<b>969.018</b>	<b>652.201</b>	<b>771.123</b>	<b>932.515</b>	<b>1.057.460</b>	<b>1.165.555</b>	<b>1.395.944</b>	<b>1.644.725</b>	<b>1.799.456</b>	<b>1.971.378</b>
<b>EGRESOS</b>										
<b>Inversiones temporales</b>	<b>5.000</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>40.000</b>	<b>-</b>	<b>(45.000)</b>	<b>-</b>	<b>50.000</b>	<b>-</b>	<b>-</b>
Pagos materias primas	178.646	144.754	187.259	209.627	245.907	285.626	330.467	369.676	409.607	472.285
Pago CxP proveedores		25.521	20.679	23.407	26.203	26.482	30.760	35.589	33.607	37.237
sueldos y salarios.	109.100	107.505	124.716	141.863	160.342	179.760	207.721	233.339	253.205	281.472
Prestaciones sociales	43.640	53.912	60.637	69.217	78.323	87.938	101.064	114.108	124.616	137.910
Arrendamiento	14.400	15.264	16.180	17.151	18.008	18.909	19.854	20.847	21.889	22.983
Mantenimiento	8.000	8.480	8.989	9.528	10.005	10.505	11.030	11.581	12.161	12.769
Otros costos indirectos.	4.500	4.770	5.056	5.360	5.628	5.909	6.204	6.515	6.840	7.182
Gastos de Admon & Ventas	84.600	98.644	117.110	137.791	157.702	182.146	210.379	238.569	265.528	292.744
Compra maquinaria	340.000	-	-	-	200.000	200.000	-	-	350.000	-
Amortización prestamo bco	80.000	80.000	80.000	-	-	-	-	-	-	-
Intereses prestamo	38.400	25.600	12.800	-	-	-	-	-	-	-
Pago de impuestos		52.003	68.026	91.033	118.380	134.291	151.517	179.966	211.927	230.981
<b>Reparto de dividendos</b>	<b>8.307</b>	<b>65.199</b>	<b>87.250</b>	<b>113.460</b>	<b>64.355</b>	<b>72.610</b>	<b>258.730</b>	<b>304.679</b>	<b>258.279</b>	<b>370.457</b>
<b>Total egresos</b>	<b>914.593</b>	<b>681.651</b>	<b>788.702</b>	<b>858.438</b>	<b>1.084.853</b>	<b>1.159.176</b>	<b>1.327.726</b>	<b>1.564.868</b>	<b>1.947.658</b>	<b>1.866.020</b>
Deficit/superavit efectivo	54.426	(29.449)	(17.579)	74.078	(27.393)	6.379	68.218	79.856	(148.203)	105.357
+ Efectivo inicial	-	54.426	24.976	7.397	81.475	54.082	60.461	128.679	208.535	60.332
Efectivo final.	54.426	24.976	7.397	81.475	54.082	60.461	128.679	208.535	60.332	165.690
Diferencia con mínimo	32.366	1.510	(19.808)	50.306	18.913	20.738	83.160	157.450	4.370	103.975

**Cuadro N° 9.28. Balance General proyectado- Compañía ABC SA.  
Período a 31 de diciembre de los años 1 a 10**

(\$ miles)

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>ACTIVOS</b>											
Efectivo	22.060	54.426	24.976	7.397	81.475	54.082	60.461	128.679	208.535	60.332	165.690
Inversiones temporales		5.000	5.000	5.000	45.000	45.000	-	-	50.000	50.000	50.000
Cuentas por cobrar	48.740	96.250	117.839	146.560	156.766	179.419	259.036	299.186	284.993	302.093	333.057
Materias primas	29.167	29.167	25.383	35.156	38.712	44.443	58.035	68.210	67.356	73.457	94.682
Producto en proceso	12.185	13.318	18.955	21.811	27.875	32.340	30.163	33.850	32.941	37.625	43.646
Producto terminado	60.925	66.592	81.087	96.938	104.532	121.277	135.734	152.325	178.821	193.500	215.318
Maquinaria	340.000	340.000	340.000	340.000	340.000	540.000	740.000	740.000	740.000	1.090.000	1.090.000
Depreciación acumulada		34.000	68.000	102.000	136.000	190.000	264.000	338.000	412.000	521.000	630.000
PPE neto	340.000	306.000	272.000	238.000	204.000	350.000	476.000	402.000	328.000	569.000	460.000
<b>TOTAL ACTIVOS</b>	<b>513.077</b>	<b>570.752</b>	<b>545.240</b>	<b>550.863</b>	<b>658.360</b>	<b>826.561</b>	<b>1.019.429</b>	<b>1.084.251</b>	<b>1.150.645</b>	<b>1.286.007</b>	<b>1.362.393</b>
<b>PASIVOS</b>											
Proveedores	25.521	25.521	20.679	23.407	26.203	26.482	30.760	35.589	33.607	37.237	42.935
Prestamo bancario	240.000	160.000	80.000	-	-	-	-	-	-	-	-
Impuestos por pagar		52.003	68.026	91.033	118.380	134.291	151.517	179.966	211.927	230.981	257.680
Prestaciones sociales		10.910	10.750	12.472	14.186	16.034	17.976	20.772	23.334	25.321	28.147
<b>TOTAL PASIVOS</b>	<b>265.521</b>	<b>248.434</b>	<b>179.455</b>	<b>126.912</b>	<b>158.769</b>	<b>176.808</b>	<b>200.253</b>	<b>236.326</b>	<b>268.868</b>	<b>293.539</b>	<b>328.762</b>
<b>PATRIMONIO</b>											
Capital	247.556	247.556	247.556	247.556	247.556	247.556	247.556	247.556	247.556	247.556	247.556
Reservas	0	-	8.307	19.173	33.715	52.625	74.077	98.280	127.028	160.881	197.778
Resultado del ejercicio	0	83.070	108.665	145.417	189.100	214.517	242.034	287.477	338.533	368.970	411.619
Utilidades retenidas	0	(8.307)	1.257	11.805	29.220	135.055	255.510	214.611	168.661	215.062	176.678
<b>TOTAL PATRIMONIO</b>	<b>247.556</b>	<b>322.318</b>	<b>365.784</b>	<b>423.951</b>	<b>499.591</b>	<b>649.753</b>	<b>819.177</b>	<b>847.924</b>	<b>881.778</b>	<b>992.469</b>	<b>1.033.630</b>
<b>TOTAL PASIVOS + PATRIMONIO</b>	<b>513.077</b>	<b>570.752</b>	<b>545.240</b>	<b>550.863</b>	<b>658.360</b>	<b>826.561</b>	<b>1.019.429</b>	<b>1.084.251</b>	<b>1.150.645</b>	<b>1.286.007</b>	<b>1.362.393</b>

**Cuadro N° 9.29. Estado de cambios en la situación financiera proyectado- Compañía ABC SA.  
Años 1 a 10**

(\$ miles)

<b>ESTADO DE CAMBIOS EN LA SITUACIÓN FINANCIERA</b>	<b>2/1</b>	<b>3/2</b>	<b>4/3</b>	<b>5/4</b>	<b>6/5</b>	<b>7/6</b>	<b>8/7</b>	<b>9/8</b>	<b>10/9</b>
<b>Los recursos financieros fueron provistos por</b>									
<b>RECURSOS GENERADOS POR OPERACIONES ORDINARIAS [RGOO]</b>									
Resultado neto del ejercicio	108.665	145.417	189.100	214.517	242.034	287.477	338.533	368.970	411.619
MAS: partidas que no afectan el capital de trabajo. Cargos a partidas que no implican desembolso de efectivo]									
Depreciación PPE	34.000	34.000	34.000	54.000	74.000	74.000	74.000	109.000	109.000
Amortizaciones	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Provisiones	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>TOTAL [GIR]</b>	<b>142.665</b>	<b>179.417</b>	<b>223.100</b>	<b>268.517</b>	<b>316.034</b>	<b>361.477</b>	<b>412.533</b>	<b>477.970</b>	<b>520.619</b>
<b>OTRAS FUENTES DE RECURSOS [No generados por la operación]</b>									
Efectivo	29.449	17.579	-	27.393	-	-	-	148.203	-
Inversiones temporales	-	-	-	-	45.000	-	-	-	-
Cuentas por cobrar	-	-	-	-	-	-	14.193	-	-
Materias primas	3.784	-	-	-	-	-	854	-	-
Producto en proceso	-	-	-	-	2.177	-	909	-	-
Producto terminado	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Maquinaria	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Proveedores	-	2.728	2.796	279	4.277	4.829	-	3.630	5.698
Tx y gravámenes	16.023	23.007	27.347	15.912	17.226	28.449	31.961	19.054	26.699
Aumento capital social	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Prestaciones sociales	-	1.721	1.715	1.848	1.942	2.796	2.562	1.987	2.827
<b>TOTAL DE RECURSOS PROVISTOS</b>	<b>191.921</b>	<b>224.453</b>	<b>254.957</b>	<b>313.949</b>	<b>386.656</b>	<b>397.551</b>	<b>463.013</b>	<b>650.843</b>	<b>555.843</b>
<b>RECURSOS FINANCIEROS FUEROS UTILIZADOS PARA:</b>									
Efectivo	-	-	74.078	-	6.379	68.218	79.856	-	105.357
Inversiones temporales	-	-	40.000	-	-	-	50.000	-	-
Cuentas por cobrar	21.589	28.721	10.206	22.653	79.617	40.151	-	17.100	30.964
Materias primas	-	9.774	3.556	5.731	13.592	10.175	-	6.101	21.225
Producto en proceso	5.637	2.856	6.064	4.465	-	3.687	-	4.684	6.021
Producto terminado	14.495	15.852	7.593	16.745	14.457	16.591	26.495	14.679	21.818
Maquinaria	-	-	-	200.000	200.000	-	-	350.000	-
Proveedores	4.842	-	-	-	-	-	1.982	-	-
Prestamo bancario	80.000	80.000	-	-	-	-	-	-	-
Distribución utilidades [DIVIDENDOS]	65.199	87.250	113.460	64.355	72.610	258.730	304.679	258.279	370.457
Prestaciones sociales	160	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>TOTAL USOS DE FONDOS</b>	<b>191.921</b>	<b>224.453</b>	<b>254.957</b>	<b>313.949</b>	<b>386.656</b>	<b>397.551</b>	<b>463.013</b>	<b>650.843</b>	<b>555.843</b>

463

Néstor Francisco Velosa Galván

**Cuadro N° 9.30. Estructura vertical y horizontal del estado de resultados proyectado- Compañía ABC. Período del 1 de enero al 31 de diciembre de los años 1 a 10**

Estructura vertical	[%]									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ventas	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0	100,0
costo de ventas										
+ II prod. Proceso	-	2,0	2,4	2,3	2,6	2,6	2,1	2,1	1,8	1,9
+ Costo producción	69,2	58,4	56,6	54,3	55,3	54,8	54,2	53,2	53,5	53,5
- IF prod. Proceso	2,3	2,8	2,7	3,0	3,0	2,4	2,4	2,0	2,1	2,2
= Costo prod. Terminados	66,9	57,5	56,2	53,7	54,8	55,0	54,0	53,3	53,3	53,1
+ II prod. Terminado	-	9,9	10,1	10,3	9,7	9,8	9,5	9,4	9,9	9,7
- IF producto terminado	11,5	12,0	12,1	11,1	11,3	10,9	10,6	11,0	10,7	10,8
TOTAL Costo ventas	55,3	55,4	54,2	52,9	53,3	53,8	52,8	51,7	52,5	52,1
Resultado bruto	44,7	44,6	45,8	47,1	46,7	46,2	47,2	48,3	47,5	47,9
Gastos Admon y ventas	14,6	14,6	14,6	14,6	14,6	14,6	14,6	14,6	14,6	14,6
Resultado operativo	30,0	30,0	31,1	32,5	32,1	31,5	32,5	33,7	32,9	33,3
Intereses prestamo bco	6,6	3,8	1,6	-	-	-	-	-	-	-
Intereses recibidos inv. Temp	0,0	0,1	0,1	0,2	0,3	0,1	-	0,1	0,2	0,2
RATx	23,4	26,2	29,6	32,7	32,4	31,7	32,5	33,8	33,1	33,5
Impuestos	9,0	10,1	11,4	12,6	12,5	12,2	12,5	13,0	12,7	12,9
<b>Resultado neto</b>	<b>14,4</b>	<b>16,1</b>	<b>18,2</b>	<b>20,1</b>	<b>19,9</b>	<b>19,5</b>	<b>20,0</b>	<b>20,8</b>	<b>20,4</b>	<b>20,6</b>

Estructura horizontal	2/1	3/2	4/3	5/4	6/5	7/6	8/7	9/8	10/9
Ventas	16,6	18,7	17,7	14,5	15,5	15,5	13,4	11,3	10,3
costo de ventas									
+ II prod. Proceso	-	42,3	15,1	27,8	16,0	(6,7)	12,2	(2,7)	14,2
+ Costo producción	(1,6)	15,1	13,0	16,4	14,6	14,2	11,4	11,9	10,1
- IF prod. Proceso	42,3	15,1	27,8	16,0	(6,7)	12,2	(2,7)	14,2	16,0
= Costo prod. Terminados	0,3	16,0	12,4	16,9	15,9	13,3	12,0	11,3	10,0
+ II prod. Terminado	-	21,8	19,5	7,8	16,0	11,9	12,2	17,4	8,2
- IF producto terminado	21,8	19,5	7,8	16,0	11,9	12,2	17,4	8,2	11,3
TOTAL Costo ventas	16,6	16,3	14,8	15,3	16,7	13,3	11,0	13,0	9,4
Resultado bruto	16,5	21,8	21,1	13,5	14,1	18,1	16,1	9,5	11,2
Gastos Admon y ventas	16,6	18,7	17,7	14,5	15,5	15,5	13,4	11,3	10,3
Resultado operativo	16,5	23,3	22,7	13,1	13,5	19,3	17,3	8,7	11,6
Intereses prestamo bco	(33,3)	(50,0)	(100,0)	-	-	-	-	-	-
Intereses recibidos inv. Temp	100,0	-	400,0	69,4	(50,0)	(100,0)	-	100,0	-
RATx	30,8	33,8	30,0	13,4	12,8	18,8	17,8	9,0	11,6
Impuestos	30,8	33,8	30,0	13,4	12,8	18,8	17,8	9,0	11,6
<b>Resultado neto</b>	<b>30,8</b>	<b>33,8</b>	<b>30,0</b>	<b>13,4</b>	<b>12,8</b>	<b>18,8</b>	<b>17,8</b>	<b>9,0</b>	<b>11,6</b>

**Cuadro N° 9.31. Estructura vertical del Balance General proyectado- Compañía ABC SA.**  
**Período a 31 de diciembre de los años 1 a 10**

[%]

**Estructura vertical del Balance General**

<b>ACTIVOS</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
Efectivo	9,5	4,6	1,3	12,4	6,5	5,9	11,9	18,1	4,7	12,2
Inversiones temporales	0,9	0,9	0,9	6,8	5,4	-	-	4,3	3,9	3,7
Cuentas por cobrar	16,9	21,6	26,6	23,8	21,7	25,4	27,6	24,8	23,5	24,4
Materias primas	5,1	4,7	6,4	5,9	5,4	5,7	6,3	5,9	5,7	6,9
Producto en proceso	2,3	3,5	4,0	4,2	3,9	3,0	3,1	2,9	2,9	3,2
Producto terminado	11,7	14,9	17,6	15,9	14,7	13,3	14,0	15,5	15,0	15,8
Maquinaria	59,6	62,4	61,7	51,6	65,3	72,6	68,2	64,3	84,8	80,0
Depreciación acumulada	6,0	12,5	18,5	20,7	23,0	25,9	31,2	35,8	40,5	46,2
PPE neto	53,6	49,9	43,2	31,0	42,3	46,7	37,1	28,5	44,2	33,8
<b>TOTAL ACTIVOS</b>	<b>100,0</b>									
<b>PASIVOS</b>										
Proveedores	4,5	3,8	4,2	4,0	3,2	3,0	3,3	2,9	2,9	3,2
Prestamo bancario	28,0	14,7	-	-	-	-	-	-	-	-
Impuestos por pagar	9,1	12,5	16,5	18,0	16,2	14,9	16,6	18,4	18,0	18,9
Prestaciones sociales	1,9	2,0	2,3	2,2	1,9	1,8	1,9	2,0	2,0	2,1
<b>TOTAL PASIVOS</b>	<b>43,5</b>	<b>32,9</b>	<b>23,0</b>	<b>24,1</b>	<b>21,4</b>	<b>19,6</b>	<b>21,8</b>	<b>23,4</b>	<b>22,8</b>	<b>24,1</b>
<b>PATRIMONIO</b>										
Capital	43,4	45,4	44,9	37,6	30,0	24,3	22,8	21,5	19,2	18,2
Reservas	-	1,5	3,5	5,1	6,4	7,3	9,1	11,0	12,5	14,5
Resultado del ejercicio	14,6	19,9	26,4	28,7	26,0	23,7	26,5	29,4	28,7	30,2
Utilidades retenidas	(1,5)	0,2	2,1	4,4	16,3	25,1	19,8	14,7	16,7	13,0
<b>TOTAL PATRIMONIO</b>	<b>56,5</b>	<b>67,1</b>	<b>77,0</b>	<b>75,9</b>	<b>78,6</b>	<b>80,4</b>	<b>78,2</b>	<b>76,6</b>	<b>77,2</b>	<b>75,9</b>
<b>TOTAL PASIVOS + PATRIMONIO</b>	<b>100,0</b>									

**Cuadro N° 9.32. Estructura horizontal del Balance General proyectado- Compañía ABC SA.**  
**Período a 31 de diciembre de los años 1 a 10**

[%]

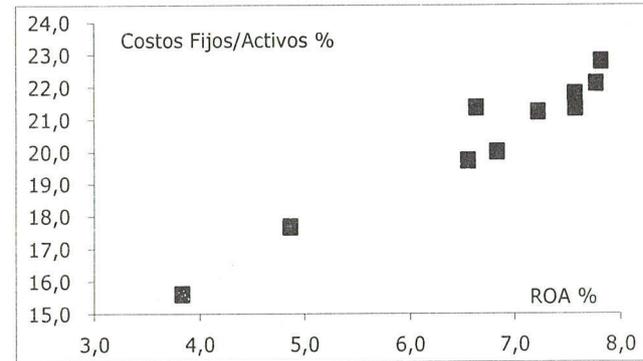
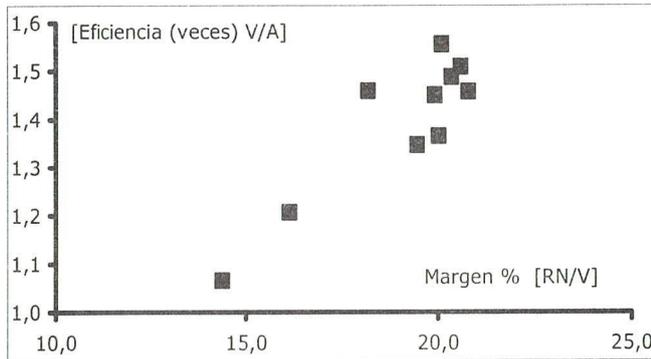
**Estructura horizontal del Balance General**

<b>ACTIVOS</b>	<b>2/1</b>	<b>3/2</b>	<b>4/3</b>	<b>5/4</b>	<b>6/5</b>	<b>7/6</b>	<b>8/7</b>	<b>9/10</b>	<b>10/9</b>
Efectivo	-54,1	-70,4	1001,5	-33,6	11,8	112,8	62,1	-71,1	174,6
Inversiones temporales	0,0	0,0	800,0	0,0	-100,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Cuentas por cobrar	22,4	24,4	7,0	14,5	44,4	15,5	-4,7	6,0	10,3
Materias primas	-13,0	38,5	10,1	14,8	30,6	17,5	-1,3	9,1	28,9
Producto en proceso	42,3	15,1	27,8	16,0	-6,7	12,2	-2,7	14,2	16,0
Producto terminado	21,8	19,5	7,8	16,0	11,9	12,2	17,4	8,2	11,3
Maquinaria	0,0	0,0	0,0	58,8	37,0	0,0	0,0	47,3	0,0
Depreciación acumulada	100,0	50,0	33,3	39,7	38,9	28,0	21,9	26,5	20,9
PPE neto	-11,1	-12,5	-14,3	71,6	36,0	-15,5	-18,4	73,5	-19,2
<b>TOTAL ACTIVOS</b>	<b>-4,5</b>	<b>1,0</b>	<b>19,5</b>	<b>25,5</b>	<b>23,3</b>	<b>6,4</b>	<b>6,1</b>	<b>11,8</b>	<b>5,9</b>
<b>PASIVOS</b>									
Proveedores	-19,0	13,2	11,9	1,1	16,2	15,7	-5,6	10,8	15,3
Prestamo bancario	(50,0)	(100,0)	-	-	-	-	-	-	-
Impuestos por pagar	30,8	33,8	30,0	13,4	12,8	18,8	17,8	9,0	11,6
Prestaciones sociales	-1,5	16,0	13,7	13,0	12,1	15,6	12,3	8,5	11,2
<b>TOTAL PASIVOS</b>	<b>-27,8</b>	<b>-29,3</b>	<b>25,1</b>	<b>11,4</b>	<b>13,3</b>	<b>18,0</b>	<b>13,8</b>	<b>9,2</b>	<b>12,0</b>
<b>PATRIMONIO</b>									
Capital	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Reservas	-	130,8	75,8	56,1	40,8	32,7	29,3	26,7	22,9
Resultado del ejercicio	30,8	33,8	30,0	13,4	12,8	18,8	17,8	9,0	11,6
Utilidades retenidas	(115,1)	839,2	147,5	362,2	89,2	(16,0)	(21,4)	27,5	(17,8)
<b>TOTAL PATRIMONIO</b>	<b>13,5</b>	<b>15,9</b>	<b>17,8</b>	<b>30,1</b>	<b>26,1</b>	<b>3,5</b>	<b>4,0</b>	<b>12,6</b>	<b>4,1</b>
<b>TOTAL PASIVOS + PATRIMONIO</b>	<b>-4,5</b>	<b>1,0</b>	<b>19,5</b>	<b>25,5</b>	<b>23,3</b>	<b>6,4</b>	<b>6,1</b>	<b>11,8</b>	<b>5,9</b>

**Cuadro N° 9.33. Indicadores financieros sobre proyecciones- Compañía ABC SA.  
Años 1 a 10**

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Análisis de rentabilidad</b>											
Renta operativa del activo	[UAI/A]	32,0	36,2	45,4	50,5	46,5	42,4	44,4	49,1	48,9	50,2
Costo prom. Pon Deuda	[I]	16,0	16,0	16,0	16,0	16,0	16,0	16,0	16,0	16,0	16,0
Renta Pat. Antes Tx	[UAI/K-soc]	47,4	51,4	59,9	66,6	60,7	53,6	56,1	63,6	64,0	66,1
Costo de Patrimonio	ke	29,9	29,9	29,9	29,9	29,9	29,9	29,9	29,9	29,9	29,9
Costo promedio ponderado C	CPPC o WACC	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0	20,0
<b>Rentabilidad K (RN/K)=ROE</b>	%	29,2	31,6	36,8	41,0	37,3	33,0	34,5	39,1	39,4	40,6
Margen (Res Neto/Ventas)	%	14,4	16,1	18,2	20,1	19,9	19,5	20,0	20,8	20,4	20,6
Eficiencia (Ventas/Activo prom)	Veces	1,1	1,2	1,5	1,6	1,4	1,3	1,4	1,5	1,5	1,5
Palanca (Activo/Capital)	Veces	1,9	1,6	1,4	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3	1,3
<b>Indicadores liquidez</b>											
Liquidez [prueba acida]	Veces	0,5	0,2	0,0	0,4	0,2	0,5	0,7	0,8	0,2	0,4
Endeudamiento [Deuda/AT]	%	29,5	14,3	-	-	-	-	-	-	-	-
Variación K/TNO	\$ 000	54.310	42.779	54.474	24.623	49.315	101.212	65.775	12.520	38.934	74.330
<b>Dinámica costos</b>											
Margen (RN/A) = ROA	%	3,8	4,9	6,6	7,8	7,2	6,6	6,8	7,6	7,6	7,8
Eficiencia (CF/A)	%	15,6	17,7	21,4	22,8	21,2	19,7	20,0	21,3	21,8	22,1

**Gráfica N° 9.8. Indicadores financieros. Compañía ABC SA. Años 1 a 10  
Du Pont – Dinámica de costos**



**Cuadro N° 9.34. VPN del valor de la empresa: Flujo de dividendos inversionista y de caja libre  
Compañía ABC SA.  
Años 1 a 10**

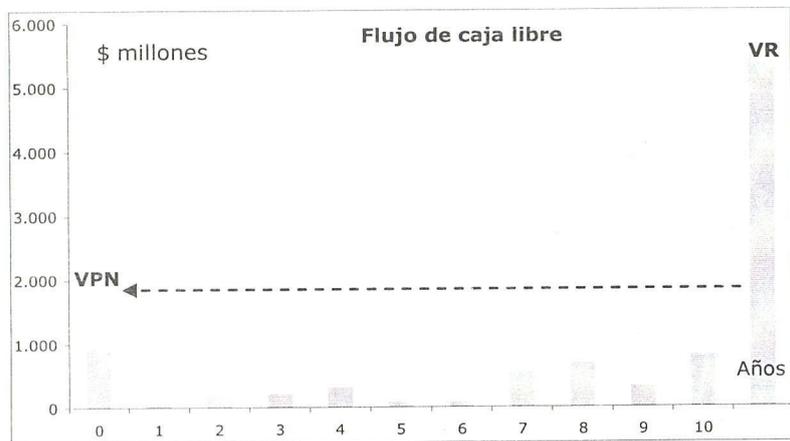
												\$ miles	
<b>Valoración del negocio</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>VR</b>	
Flujo fondos inversionista [Div]	(247.556)	8.307	65.199	87.250	113.460	64.355	72.610	258.730	304.679	258.279	370.457	<b>2.881.666</b>	
Crecimiento dividendos N [g]	12,71%												
Dif. puntos perpetuidad	14,49%												
TIR inversionista	41,35%												
VP. FF fondos inv. TD(Ke)	(247.556)	6.394	38.633	39.796	39.836	17.393	15.106	41.433	37.558	24.508	27.059		162.022
<b>VPN inversionista</b>	<b>202.182</b>												36,0%
Nº veces adicionales inv.inicial	<b>0,82</b>												
<b>Flujo de caja libre</b>													
	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>VR</b>	
Resultado neto		83.070	108.665	145.417	189.100	214.517	242.034	287.477	338.533	368.970	411.619	<b>2.520.944</b>	
+Depreciaciones		34.000	34.000	34.000	34.000	54.000	74.000	74.000	74.000	109.000	109.000		
+Intereses		38.400	25.600	12.800	-	-	-	-	-	-	-		
=Flujo de caja bruto		155.470	168.265	192.217	223.100	268.517	316.034	361.477	412.533	477.970	520.619		
- Rendimiento Inv. Temporales		213	425	425	2.125	3.600	1.800	-	2.000	4.000	4.000		
- Aumento KTNO		54.310	42.779	54.474	24.623	49.315	101.212	65.775	12.520	38.934	74.330		
- Aumento AF reposición.		-	-	-	-	200.000	200.000	-	-	350.000	-		
= <b>FLUJO DE CAJA LIBRE</b>		<b>100.947</b>	<b>125.061</b>	<b>137.317</b>	<b>196.352</b>	<b>15.603</b>	<b>13.022</b>	<b>295.703</b>	<b>398.013</b>	<b>85.036</b>	<b>442.289</b>		
VP FCL	618.762	84.123	86.848	79.466	94.691	6.270	4.361	82.525	92.565	16.480	71.432		<b>339.289</b>
VP Valor residual	339.289										20,3%		
<b>VP (o) [FCL + VR]</b>	<b>958.051</b>												
- Valor deuda	<b>240.000</b>												
<b>Valor neto dueños negocio</b>	<b>718.051</b>												
<b>Nº de veces el patrimonio</b>	<b>2,90</b>												
<b>Flujo de caja libre (Operacional)</b>													
	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>VR</b>	
RAII (EBIT)		173.260	201.865	248.825	305.355	345.208	391.751	467.443	548.460	595.951	665.299	<b>2.520.944</b>	
+GIR (Depreciación)		34.000	34.000	34.000	34.000	54.000	74.000	74.000	74.000	109.000	109.000		
=EBITDA		207.260	235.865	282.825	339.355	399.208	465.751	541.443	622.460	704.951	774.299		
-Tx		52.003	68.026	91.033	118.380	134.291	151.517	179.966	211.927	230.981	257.680		
-CAPEX (INV DE CAPITAL)		-	-	-	-	200.000	200.000	-	-	350.000	-		
-INV CAPITAL DE TRABAJO (KTNO)		54.310	42.779	54.474	24.623	49.315	101.212	65.775	12.520	38.934	74.330		
= <b>FLUJO CAJA LIBRE (Operacional)</b>		<b>100.947</b>	<b>125.061</b>	<b>137.317</b>	<b>196.352</b>	<b>15.603</b>	<b>13.022</b>	<b>295.703</b>	<b>398.013</b>	<b>85.036</b>	<b>442.289</b>		
VP FCL	618.762	84.123	86.848	79.466	94.691	6.270	4.361	82.525	92.565	16.480	71.432		<b>339.289</b>
VP Valor residual	339.289										20,3%		
<b>VP (o) [FCL + VR]</b>	<b>958.051</b>												
- Valor deuda	<b>240.000</b>												
<b>Valor neto dueños negocio</b>	<b>718.051</b>												
<b>Nº de veces el patrimonio</b>	<b>2,90</b>												

El primer cuadro corresponde al VPN del flujo de dividendos y el segundo y tercero al FCL de la firma. Estos dos últimos corresponde a los métodos para llegar al igual resultado, de tal manera que el valor de los dividendos y el FCL (por cualquiera de los métodos) sumados es igual al valor total de la firma.

**Cuadro N° 9.35. Cálculo del Valor de la empresa - Compañía ABC SA.  
Años 1 a 10**

	\$ millones			
	<b>Vr. empresa</b>	<b>Io</b>	<b>FFCL</b>	<b>VR</b>
VPN Dividendos (I)	202,2	(247,6)	287,7	162,0
Participación (%)	22,0		64,0	36,0
VPN FCL (II)	718,1	(240,0)	618,8	339,3
Participación (%)	78,0		64,6	35,4
VPN TOTAL (I+II)	<b>920,2</b>	<b>(487,6)</b>	<b>906,5</b>	<b>501,3</b>
Participación (%)	100,0		64,4	35,6

**Gráfica N° 9.9. Comportamiento de los Flujos futuros de caja, valor residual y valor presente neto de la firma. Compañía ABC SA. Años 1 a 10**



**Cuadro N° 9.36. Análisis de sensibilidad del VPN (\$ millones) de la Firma  
Compañía ABC SA.**

(Cambios en WACC vs cambios en Ke)

	Ke %					
	24	26	28	29,9	32	34
<b>16</b>	1.195,0	1.099,2	1.018,3	952,5	891,1	841,0
<b>18</b>	1.147,7	1.062,5	990,3	931,4	876,4	831,3
<b>20</b>	1.117,9	1.040,2	974,2	<b>920,2</b>	869,6	828,2
<b>22</b>	1.098,8	1.026,6	965,2	914,9	867,6	828,8
<b>24</b>	1.086,6	1.018,7	960,9	913,4	868,7	831,9

WACC %

**Cuadro N° 9.37. Múltiplos de valor a valor presente neto  
(N° de veces)  
Compañía ABC SA.**

<b>Múltiplos de valor</b>	
Valor/Patrimonio contable	3,72
Valor/Ebitda	5,33
Valor/Ingresos	1,91
Valor/Resultado Neto	13,29

## Bibliografía consultada

**BODIE, Zvi y MERTON, Robert** *Finanzas*. Prentice Hall. México 1999.

**CÁRDENAS, Jorge Hernán. & GUTIERREZ, María Lorena.** (coordinadores) *Gerencia Financiera. Experiencias y oportunidades de la banca de inversión*. Ediciones Uniandinas. Tercer Mundo. Bogotá, 2001.

**COPELAND, Tom, KOLLER, Tim y MURRIN, Jack.** "Valoración. Medición y gestión de valor" Deusto. España, 2004.

**CRUZ, J. Sergio, VILLAREAL, Julio y ROSILLO, Jorge.** *Finanzas Corporativas. Teoría y práctica*. Ed. Thomson Bogotá, sin fecha.

**FERNANDEZ, Pablo.** *Valoración de empresas*. Gestión 2000, Barcelona España. 2001.

**LEON G., Oscar.** *Administración Financiera*. 3ª ed. Prensa Moderna. Colombia, 1999.

**MASCAREÑAS, Juan.** *Fusiones y adquisiciones de empresas* McGraw Hill, España 2.005.

\_\_\_\_\_ *El costo de capital*. Universidad Complutense de Madrid. España, 2001

\_\_\_\_\_ . *La beta apalancada* Universidad Complutense de Madrid. ver diciembre 2002.

**RAPPAPORT, Alfred.** "La creación de valor para el accionista. Una guía para inversores y directivos". Ed. DEUSTO, España 2.006.

**SERRANO, Javier.** "Consideraciones críticas en valoración de empresas" Academia. *Revista Latinoamérica de Administración*. No 024. México 2000

**TRUJILLO, D. María A, et Al.** *Fundamentos de finanzas corporativas*. Colección Lecciones. Facultad de administración. Ed. Universidad del Rosario. 2006.

**VÉLEZ PAREJA, Ignacio.** *Decisiones de inversión, Enfocado a la valoración de empresas*. 4ª ed., CEJA, 2004. (disponible en línea en <http://www.poligran.edu.co/decisiones>).

**VILLAREAL, Julio, CÓRDOBA, María y ROA, Diego.** "Valoración de activos: la importancia de la tasa de descuento" *Revista Economía Colombiana*, CGR N° 318 mayo 2.007

## TERCERA PARTE

### Capítulo 10. Modelación financiera en productos del Sistema Financiero Colombiano

En este capítulo se presentan algunos casos seleccionados, de utilidad para el lector. A través de estos, se registran operaciones que requieren del uso de herramientas financieras presentadas en el texto. Los casos que se pueden desarrollar son innumerables, pero se exponen dos pares de estos, para invitar a los estudiosos del tema a que profundice y en la medida de sus necesidades, den aplicación a su trabajo profesional.

Las metodologías de aproximación propuestas son:

- Costeo de productos bancarios, como medida de rentabilidad.
- Financiación y estructuración de proyectos.
- El negocio de las sociedades administradoras de fondos de pensiones.
- Optimización de un portafolio sintético.

**10.1. Bancos:** modelos de rentabilidad, según mezcla de recursos de captación y colocación.

Para abordar el tema, se presenta en primer lugar una matriz genérica de productos bancarios, clasificada en cuatro categorías: Inversión, financiación, sistemas de pago y servicios financieros (cuadro N° 10.1). El analista financiero, debe enriquecer esta primera etapa, con información que permita determinar el nivel de contribución relativa de cada uno, a la mezcla del negocio. Es necesario contemplar las operaciones tanto activas y pasivas y seleccionar las más representativas por segmento, según naturaleza jurídica y tamaño de empresa por nivel de activos o ventas.

Definido el portafolio de productos bancarios, se seleccionan las sucursales tipo (Número de empleados, volúmenes de operación y tipos de procedimientos) donde se realiza el trabajo de campo, referido al levantamiento de la información de costos<sup>1</sup> directos e indirectos, proceso que debe incluir la dirección general. Definidos los procesos por producto, se elaboran los diagramas de flujo, se toman los tiempos y se determina el volumen de las operaciones asociadas a cada producto a costear.

Metodológicamente, se determinan los tiempos estándar, normal y elegido, acorde al marco conceptual de costos (directos e indirectos) generados tanto

<sup>1</sup> "Para fines empresariales, la palabra costo es un término general que indica un valor de cuantía-medida (se expresa en términos monetarios) que se entrega o entregará con un propósito (tiene dos aspectos: La entrega del valor debe tener como propósito la adquisición o creación de un recurso económico -fondos, personas y bienes físicos-. Y la medición del costo en sí ha de cumplir un propósito.) en la creación o adquisición de recursos económicos tangibles e intangibles". Felaban - Bank Administration Institute. "Costos bancarios para planificación y control" USA 1983. Págs. 19 y 20.

en la sucursal como en la dirección general. La adición de estos dos tipos de costos, forman los costos totales asociados a cada producto en particular.

**Costo directo:** Valor de la mano de obra (tiempo-hombre) que interviene directamente en un producto específico.

**Costo indirecto:** Valor del tiempo-hombre que no interviene directamente en un producto, los gastos operativos y no operativos para el desarrollo normal de la operación bancaria (Administrativos, impuestos, servicios públicos, seguros, utilices, papelería entre otros).

**Cuadro N° 10.1. Matriz genérica de productos bancarios**

<b>Inversión</b> (Captación)	<b>Financiación</b> (Colocación)	<b>Sistemas o medios de pago</b>	<b>Servicios financieros.</b>
Productos fuente de recursos del mercado para fondeo de operaciones crediticias.	Operaciones de préstamo de dinero a terceros (crédito), para apalancar desarrollo de actividades económicas.	Medio para atender compromisos de los clientes con sus proveedores y/o para recaudar cartera sin acudir a financiación.	Productos no expuestos a convertirse en activo de riesgo para el Banco.
Cuenta corriente CDT. Depósitos ahorro. CDAT.	Sobregiro. Credito consumo Credito rotativo. Tarjeta crédito. Redescuento. Cartas de crédito. Giros financiados. Créditos empresa ... Avales /Garantías (contingencias)	Cuenta Nacional Sistema recaudo. Giros Cajeros ATM Transferencia fondos. (Internet, ACH...) Remesas. Aceptaciones Bancarias. L/C sin financiación. Cobranzas Pago nómina. ...	Estados de cuenta. Compra venta M/E Compra venta títulos. Custodia valores. Agilizador. Reintegros. Venta cheques de viajero ...

Para determinar el volumen promedio por operación, se toma una serie histórica por segmento, producto y proceso para los productos tanto activos como pasivos representativos de la operación bancaria total, como se presenta en los cuadros N° 10.2 y N° 10.3.

Ilustrados estos conceptos, se toman los valores calculados de costos clasificados para cada segmento de A hasta n y total Banco. (Cuadro N°

10.4). Luego se estructura el estado de resultados por cada producto, en este caso se simula la cuenta corriente, se define la tasa activa del 21% anual y con un encaje del 13% y un disponible del 87%. De esta forma se determina la respectiva rentabilidad, como se aprecia en el cuadro N° 10.5.

**Cuadro N° 10.2. Portafolio de productos activos bancarios por segmento**

(\$ millones)

Segmento	Producto	Volumen promedio	(%)	(%)
<b>A</b>	Sobregiro	1.800	7.6	
	Crédito de consumo	1.250	5.2	
	Fomento	1.450	6.1	
	Vivienda	6.800	28.6	
	Empresarial.	12.500	52.5	
	<b>SUBTOTAL</b>	<b>23.800</b>	100.0	13.8
<b>B</b>	...	...		
<b>c</b>				
...	...	...		
<b>TOTAL</b>	Sobregiro	11.800	6.8	
	Crédito de consumo	16.250	9.5	
	Fomento	14.450	8.4	
	Vivienda	46.800	27.2	
	Empresarial.	82.500	48.1	
	<b>GRANTOTAL</b>	<b>171.800</b>	100.0	100

**Cuadro N° 10.3. Portafolio de productos pasivos bancarios por segmento**

(\$ millones)

Segmento	Producto	Volumen promedio	(%)	(%)
<b>A</b>	Cuenta corriente	14.220	41.7	
	CDT	15.600	45.8	
	Depósitos de ahorro	1.450	4.2	
	CDAT	2.800	8.3	
	<b>SUB TOTAL.</b>	<b>34.070</b>	100.0	15.4
	<b>B</b>	...	...	
<b>c</b>				
...	...	...		
<b>TOTAL</b>	Cuenta corriente	88.560	40.0	
	CDT	92.988	42.0	
	Depósitos de ahorro	17.712	8.0	
	CDAT	22.140	10.0	
	<b>GRAN TOTAL.</b>	<b>221.400</b>	100.0	100

Cuadro N° 10.4. Estructura de costos anuales por productos pasivos según segmento

Seg- mento	Mezcla	(%)	Valor (\$ mm)	N°	Promedio (\$ m)	Dirección General		Sucursal		Costos totales
						D	I	D	I	
						(\$ miles)				
<b>A</b>	Cta Cte	41.7	14.220	1.700	8.365	5.5	323.2	58.5	104.5	491.7
	CDT	45.8	15.600	208	75.000	1.2	150.2	62.2	52.8	266.4
	D. ahorro	4.2	1.450	290	5.000	0.4	19.5	8.2	14.6	42.7
	CDAT	8.3	2.800	70	40.000	1.2	235.2	84.2	85.7	406.3
	<b>TOTAL</b>	100.0	<b>34.070</b>	<b>2.268</b>	<b>15.022</b>	<b>8.3</b>	<b>728.1</b>	<b>213.1</b>	<b>257.6</b>	<b>1207.1</b>
<b>B</b>										...
<b>c</b>										...
..										...
<b>TOTAL</b>	Cta Cte	40.0	88.560	130.500	678	2.3	44.0	24.9	33.5	104.7
	CDT	42.0	92.988	26.850	3.463	0.8	92.8	62.8	32.4	188.8
	D. ahorro	8.0	17.712	41.675	425	0.9	10.5	7.8	6.2	25.4
	CDAT	10.0	22.140	5.826	3.800	1.4	120.7	90.4	43.8	256.3
	<b>TOTAL</b>	100.0	<b>221.400</b>	<b>204.851</b>	<b>1.080</b>	<b>5.4</b>	<b>268.0</b>	<b>185.9</b>	<b>115.9</b>	<b>575.2</b>

Costos: D = directo, I = Indirecto.

**Cuadro N° 10.5. Estado de resultados. Producto pasivo colocado en mezcla de productos según segmento. Caso cuenta corriente**

(\$ miles)

Segmentos	A		B	...	TOTAL BANCO	
	Volumen (\$ m)	(%)	...	...	Volumen (\$ m)	(%)
<b>Pasivo</b> (Cuenta corriente)	<b>8.365</b>	<b>100.0</b>			<b>678.0</b>	<b>100.0</b>
<b>Activo</b> (Disponible 87%)	<b>7.277</b>	<b>87.0</b>			<b>590.0</b>	<b>87.0</b>
<b>MFB</b> (Tasa 21%)	<b>1.528</b>	<b>18.3</b>			<b>153.4</b>	<b>22.6</b>
<b>COSTOS</b>						
<b>Sucursal:</b>						
Directos	58.5	0.7			24.9	3.7
Indirectos	104.5	1.3			33.5	4.9
<u>Subtotal</u>	<b>163.0</b>	<b>2.0</b>		...	<b>58.4</b>	<b>8.6</b>
<b>Dirección General</b>						
Directos	5.5	0.1			2.3	0.3
Indirectos	323.2	3.8			44.0	6.5
<u>Subtotal</u>	<b>328.7</b>	<b>3.9</b>			<b>46.3</b>	<b>6.8</b>
<b>TOTAL</b>	<b>491.7</b>	<b>5.9</b>			<b>104.7</b>	<b>15.4</b>
<b>Otros ingresos netos</b> <sup>a</sup>	<b>520.2</b>	<b>6.2</b>			<b>62.0</b>	<b>9.1</b>
<b>Resultado neto</b>	<b>1.556.7</b>	<b>18.6</b>			<b>110.7</b>	<b>16.3</b>
<b>Costos colocación</b> <sup>b</sup>	<b>401.5</b>	<b>4.8</b>			<b>56.8</b>	<b>8.4</b>
<b>Resultado total</b>	<b>1.155.2</b>	<b>13.8</b>			<b>53.9</b>	<b>7.9</b>
<b>Rentabilidad (%)</b>	<b>13.8</b>			...	<b>7.9</b>	

a: Venta chequeras, cuota manejo...

b: Mezcla productos activos según segmento.

c: Tasa promedio banco del 26%.

Calculados los costos tanto directos como indirectos por sucursal y dirección general, estos pasan a alimentar la base matricial para armar el estado de resultados. Se determina la utilidad o pérdida neta de la operación, se adicionan los costos de colocación en la mezcla definida por el banco, que incluye además otros ingresos que genere la operación de cuenta corriente. Para el caso simulado, se concluye que el producto en cuestión genera una rentabilidad anual del 13.8% por el segmento A y el total banco del 3.6%, análisis que se amplía con los demás productos y segmentos, para la toma de decisiones.

### **Punto de equilibrio por producto de captación según mezcla de colocación**

Con base en el cuadro N° 10.5, se calcula el punto de equilibrio de la cuenta corriente, mediante el cociente entre los costos fijos y el margen financiero, (ver fórmula 1) para el producto cuenta corriente. Al tomar como referencia exclusivamente los costos fijos por concepto de captación y colocación según mezcla y el ingreso por margen de intermediación financiera (sin incluir otros ingresos netos) el nivel mínimo promedio anual de captación de depósitos por cuenta corriente es de \$ 4.881.0 miles de pesos en el segmento A, sin tener en cuenta los ingresos marginales netos derivados de este producto y de \$ 714 miles promedio anual del banco como un todo.

$$PE = \frac{\text{Costos Fijos}}{\text{Margen financiero}} \quad (1) \quad PE = \frac{893.2}{0.183} = \$4.881.0$$

## **10.2. Corporación Financiera: Project Finance**

**Proyecto:** Transporte terrestre nacional de crudo sistema carro cisterna, con contratos de operación a cinco años.

### **Elementos básicos del project finance:**

- ◆ Unidad independiente para el desarrollo del proyecto, activos independientes de los socios promotores.
- ◆ Garantías admisibles para el prestamista, conformado por flujos futuros de caja, constituidos en un patrimonio autónomo y administrado por una sociedad fiduciaria.
- ◆ Alto grado de apalancamiento financiero y por ende alto grado de estructuración del proyecto.
- ◆ Importantes acuerdos contractuales y adecuada administración de riesgos como factores críticos de éxito relevantes.
- ◆ Riguroso proceso de gestión y control de los escenarios y resultados del proyecto con oportuna y acertada toma de decisiones, para evitar impactos elevados sobre los flujos de caja.

**Las partes que intervienen y staff de asesores son:**

- **Participantes directos:** Promotores, prestamistas (nacionales e internacionales), entidades gubernamentales, outsourcing (contable y mantenimiento), proveedores, sociedad fiduciaria, clientes, compañías de seguros,...
- **Participantes indirectos estratégicos:** Asesor en ingeniería Financiera & Banca de inversión y agencia Legal.

En forma general el proyecto se estructura en tres etapas globales (ver cuadro N° 10.6). La primera denominada de preinversión en la cual se identifica, selecciona, formula y evalúa el proyecto, con base en los estudios de mercado, técnico y financiero y se define una estructura adecuada de administración que garantice su normal operación como lo sugiere la secuencia mostrada en la gráfica N° 10.1.

**Cuadro N° 10.6. Etapas Project Finance**

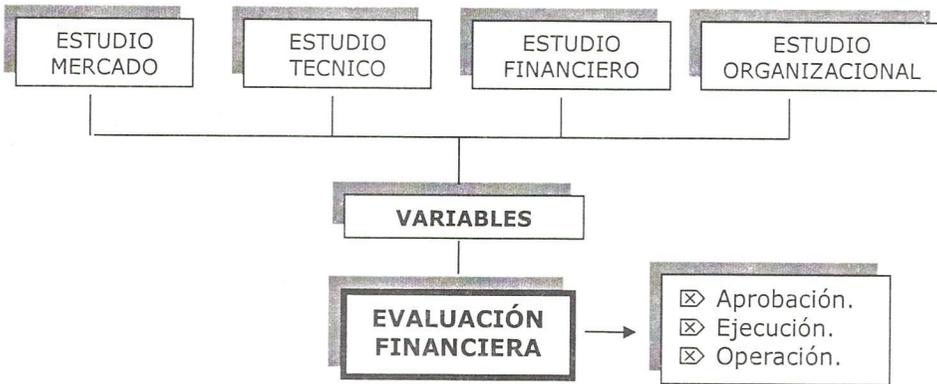
I. PRE INVERSIÓN	II. INVERSIÓN	III. OPERACIÓN.
Identificación ↓ Selección ↓ Formulación ↓ Evaluación.	<p align="center"><b>Estructuración.</b></p> <p align="center"><b>CONTRATOS</b></p> <p align="center">Bancarios del interior y exterior. De garantía.</p> <p align="center"><b>- DE TRANSPORTE -</b></p> <p><b>Contratos de outsourcing:</b> Mantenimiento. Seguros. Suministro combustibles y aditamentos. Administrativo, Contable y financiero.</p> <p align="center"><b>Recursos inversionistas [\$]</b></p>	<p align="center"><b>ADMINISTRACIÓN</b></p> <p align="center">                       Planear,                      Hacer (operación)                      Verificar (control) y                      Actuar                      (evaluar/retroalimentar).                 </p> <p align="center">   <b>FCD<sup>a</sup></b> </p>

<sup>a</sup> Flujo de caja disponible para el inversionista.

La segunda etapa que se adelanta en forma simultánea a la primera, contiene los elementos esenciales que garantizan el proyecto, en particular los contratos de transporte de crudo, base de la operación del negocio. Un

requerimiento esencial, es el análisis de rigor de los riesgos asociados para determinar los factores de cobertura y mitigantes de los mismos. En esta etapa de deben perfeccionar los contratos crediticios tanto del interior como exterior, así como los de mantenimiento y outsourcing administrativo.

**Gráfica N° 10.1. Esquema del proceso y estudios de preinversión.**



Producto de la evaluación financiera, se determina el aporte inicial que debe proveer los socios, en este caso simulado se estimó en \$ 864 millones de pesos, destinados a atender elementos básicos de operación y el fondo de maniobra.

La tercera etapa es la puesta en marcha, operación y administración una vez entran en vigencia los contratos y realizadas las obras que demanda el proyecto. Para efectos de gestión, se sugiere aplicar el modelo PHVA (Planear, hacer, verificar y actuar) con soporte de planeación financiera y con estructura de flujo de caja disponible, base de seguimiento del negocio como herramienta de evaluación financiera.

Para una visión global del negocio, la gráfica N° 10.2., representa en forma esquemática la estructura de operación. Se identifican los procesos e interacción entre estructurador, accionistas promotores, banca nacional e internacional, proveedores y agentes institucionales.

Como la fuente de recursos es primordial, requiere un apalancamiento mediante una operación financiera de arrendamiento tipo cross border leasing<sup>2</sup>, de acuerdo a las siguientes características y sobre las cuales está desarrollada la modelación financiera del proyecto:

<sup>2</sup> Los equipos ingresan al país como importación temporal por arrendamiento donde el arrendador es la compañía de leasing; por lo tanto, el responsable de la importación es el mismo cliente que va a tomar en arriendo los equipos. Los equipos importados deben corresponder a ciertas posiciones arancelarias autorizadas por el Ministerio de Comercio Exterior y la Dirección de impuestos y Aduanas Nacionales. Los plazos de la importación van de 18 meses como mínimo, a un máximo de 60.



El negocio está estructurado por número de vehículos que cubren cinco rutas, que transportan 8.400 galones cada uno. Con base en esta unidad de medida, se calculan los costos directos de operación.

**Cuadro N° 10.7. Supuestos macroeconómicos y del negocio**

SUPUESTOS MACROECONOMICOS	AÑOS completos					
	0	1	2	3	4	5
Variación: IPC		5,0%	4,8%	4,5%	4,5%	4,5%
Salario mínimo mensual legal vigente [\$]	433.260	459.256	486.811	516.020	546.981	579.800
Variación (%) anual SMLMV		6,0%	6,0%	6,0%	6,0%	6,0%
Variación (%) anual flete por Gl		11,0%	11,0%	11,0%	10,0%	10,0%
D.T.F. [% ea] Promedio año.		7,0%	7,0%	7,0%	7,0%	7,0%
Puntos % s/DTF.		3,0%	3,0%	3,0%	3,0%	3,0%
LIBOR [%]		5,8%	5,8%	5,8%	5,8%	5,8%
Spreads/libor [%]		1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%
Devaluación [%]		5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%
Tasa cambio [T.R.M. \$/usd]fin año.	1.980,00	2.079,00	2.182,95	2.292,10	2.406,70	2.527,04
Tasa cambio [T.R.M. \$/usd]prom/año		2.029,50	2.130,98	2.237,52	2.349,40	2.466,87
Prima por riesgo país [%]		5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%
Prima por negocio [%]		14,0%	14,0%	14,0%	14,0%	14,0%
Tasa oportunidad inversionistas		25,7%	25,4%	25,1%	25,1%	25,1%
Comisión fiduciaria [%]		1,2%	1,2%	1,2%	1,2%	1,2%
Tasa impositiva [%]		38,5%	38,5%	38,5%	38,5%	38,5%
I.V.A. (%) importación	16,0%	16,0%	16,0%	16,0%	16,0%	16,0%
Variación precio ACPM [%]		12,0%	12,0%	12,0%	12,0%	12,0%
Costo gerencia [% s/inversion total]		2,5%	2,5%	2,5%	2,5%	2,5%

SUPUESTOS DEL NEGOCIO. Op	0	1	2	3	4	5
No tractomulas totales	50	50	50	50	50	50
Capacidad transporte unitario. (gl)	8.400	8.400	8.400	8.400	8.400	8.400
Ruta 1 (No tractomulas)	15	15	15	15	15	15
Ruta 2	10	10	10	10	10	10
Ruta 3	5	5	5	5	5	5
Ruta 4	12	12	12	12	12	12
Ruta 5	8	8	8	8	8	8
Ruta 1 (No viajes año c/u)	72	72	72	72	72	72
Ruta 2	65	65	65	65	65	65
Ruta 3	60	60	60	60	60	60
Ruta 4	80	80	80	80	80	80
Ruta 5	76	76	76	76	76	76
Ruta 1 (Flete \$ por gl)	604	604	670	744	818	900
Ruta 2	728	728	808	897	987	1.085
Ruta 3	660	660	733	813	895	984
Ruta 4	550	550	611	678	745	820
Ruta 5	770	770	855	949	1.044	1.148
Ruta 1 (Distancia Km: ida y vuelta)	950	950	950	950	950	950
Ruta 2	1.050	1.050	1.050	1.050	1.050	1.050
Ruta 3	750	750	750	750	750	750
Ruta 4	900	900	900	900	900	900
Ruta 5	1.120	1.120	1.120	1.120	1.120	1.120
Ruta 1 (Valor \$ miles peajes ida y vuelta) c/u	495	520	545	569	595	622
Ruta 2	526	552	579	605	632	660
Ruta 3	451	474	496	519	542	566
Ruta 4	515	541	566	592	619	646
Ruta 5	542	569	597	624	652	681
Combustible [ACPM] por Km \$ (7 km/GL)	630	706	790	885	991	1.110
Valor matrícula \$ miles / una vez	270	270	0	0	0	0
Valor afiliación \$ miles / una vez	480	480	0	0	0	0
Seguro obligatorio \$ miles/año	645	677	710	742	775	810
Prima seguro todo riesgo (% s/vr)	5,5%	5,5%	5,5%	5,5%	5,5%	5,5%
Prima seguro RCE \$ miles/año	330	347	363	379	397	414
Seguro hidrocarburo \$ miles/año	462	485	508	531	555	580
Derechos rev tecnica+Gases \$miles/año	165	173	182	190	198	207
Registro carga \$ miles/año	46	48	51	53	55	58
GPS \$ M c/tractomula	160	168	176	184	192	201
Costo mantenimiento Km \$ miles	18	19	20	21	22	23
Costo llantas \$ millones/año c/u.	38	39	41	43	45	47
Impuesto rodamiento \$ miles/ año	1.190	1.250	1.309	1.368	1.430	1.494

## Cuadro N° 10.8. Gastos e inversiones

GASTOS DE PERSONAL[CONDUCTORES]		0	1	2	3	4	5	
No de conductores		50	50	50	50	50	50	
Reemplazos		3	3	3	3	3	3	
No de smlmv		1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	
Salario básico por conductor \$/mes		649.890	688.883	730.216	774.029	820.471	869.699	
Subsidio de alimentación \$/mes		77.000	81.620	86.517	91.708	97.211	103.043	
Valor dotación (\$/3/año per capita)		180.000	189.000	198.072	206.985	216.300	226.033	
% recargo nocturno y horas extras		15,0%	15,0%	15,0%	15,0%	15,0%	15,0%	
Carga prestacional [SS/parafiscales...]		0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	
GASTOS DE PERSONAL[ADMINISTRACIÓN]		Nº	Nº smmlv	1	2	3	4	5
Gerente Proyecto	1	15	15	15	15	15	15	15
Supervisor HSE	1	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5
Director Operaciones	1	6	6	6	6	6	6	6
Coordinador Seguridad y seguimiento	1	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
Auxiliares	3	2	2	2	2	2	2	2
Director mantenimiento	1	12	12	12	12	12	12	12
Coordinador llantas	1	6	6	6	6	6	6	6
Mecanicos I.	2	3	3	3	3	3	3	3
Mecanicos II.	7	2	2	2	2	2	2	2
Electricistas	2	2	2	2	2	2	2	2
Latonero Pintor	2	3	3	3	3	3	3	3
Auxiliares	4	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25
Servicio montallantas	4	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25
Director Administrativo	1	5	5	5	5	5	5	5
Auxiliares sistemas	1	2	2	2	2	2	2	2
Director gestión humana	1	6	6	6	6	6	6	6
Auxiliar administrativo	1	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8
GASTOS ADMINISTRATIVOS								
Servicios públicos (agua, luz, tel fijo) \$m/mes		3.500	3.675	3.851	4.025	4.206	4.395	
Red comunicaciones (celular, radio) \$ m/mes		2.250	2.363	2.476	2.587	2.704	2.825	
Papelera \$ m/mes		650	683	715	747	781	816	
Imp locales(ind y Cio, CC.) \$ m/año		6.000	6.300	6.602	6.900	7.210	7.534	
Arrendamientos \$ m/mes		6.500	6.825	7.153	7.474	7.811	8.162	
Otros \$ m/mes		700	735	770	805	841	879	
Imprevistos % anual		5,0%	5,0%	5,0%	7,0%	9,0%	9,0%	
INVERSIONES VEHICULOS								
Valor CIF USD \$	50	80.000	0	0	0	0	0	0
Valor \$ millones pesos colombia C/U		158,4	0	0	0	0	0	0
Valor remolque \$ millones pesos col.	50	85,9	0	0	0	0	0	0
Vr total inversión veh. M usd \$ miles		4.000	0	0	0	0	0	0
vr Total inversión veh M \$ millones		7.920	0	0	0	0	0	0
Vr total inversión Remolques \$ millones		4.293	0	0	0	0	0	0
INVERSIONES INMUEBLES/EQUIPOS								
Oficinas \$ millones	1	35	0	0	0	0	0	0
Muebles \$ millones	1	15	0	0	0	0	0	0
Sala conductores \$ millones	1	10	0	0	0	0	0	0
Cafeteria \$ millones	1	12	0	0	0	0	0	0
Patio \$ millones	1	14	0	0	0	0	0	0
Vehiculos camionetas \$ millones	2	60	0	0	0	0	0	0
Computadores \$ millones	15	2,5	0	0	0	3,2	0	
Herramientas \$ millones	1	140	0	0	0	80	0	

## Cuadro N° 10.9. Sistema de amortización créditos

CROSS BORDER LEASING	0	1	2	3	4	5
<b>MONTO TOTAL CREDITO USD \$ MILES</b>	<b>4.640</b>	3.830,9	2.966,2	2.042,3	1.055,0	-
Amortización capital		809,1	864,6	923,9	987,3	1.055,0
Pago de intereses		318,2	262,7	203,4	140,1	72,4
Alicuota		1.127,4	1.127,4	1.127,4	1.127,4	1.127,4
Plazo		5	5	5	5	6
Cuota \$ millones pesos Colombia	7.920	2.288	2.402	2.522	2.649	2.781
CREDITO DOMESTICO	0	1	2	3	4	5
<b>MONTO TOTAL CREDITO \$ MILLONES</b>	<b>4.293</b>	4.292,5	3.370,4	2.354,2	1.234,3	-
Amortización capital		-	922,1	1.016,2	1.120,0	1.234,3
Pago de intereses		438,3	438,3	344,1	240,4	126,0
Alicuota		438,3	1.360,3	1.360,3	1.360,3	1.360,3
Plazo		1	4	4	4	4

**Cuadro N° 10.10. Estimación de ingresos, resultado neto e inversiones iniciales**

(\$ millones)

<b>INGRESOS POR RUTA \$MM</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
Ruta 1		5.477	6.080	6.748	7.423	8.166
Ruta 2		3.975	4.412	4.897	5.387	5.926
Ruta 3		1.663	1.846	2.049	2.254	2.480
Ruta 4		4.435	4.923	5.465	6.011	6.612
Ruta 5		3.933	4.365	4.845	5.330	5.863
<b>INGRESOS TOTALES \$MM</b>		<b>19.483</b>	<b>21.626</b>	<b>24.005</b>	<b>26.406</b>	<b>29.046</b>

<b>ESTADO DE RESULTADOS \$MM</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>Ingresos</b>		<b>19.483</b>	<b>21.626</b>	<b>24.005</b>	<b>26.406</b>	<b>29.046</b>
Costos operacionales						
Personal [Conductores]		504	534	566	600	636
Subsidio alimentación		52	55	58	62	66
Dotaciones		10	10	11	11	12
Personal Factor prestacional		302	320	340	360	382
Personal [Mantenimiento]		518	549	582	617	654
Subsidio alimentación		52	55	58	62	65
Dotaciones		5	6	6	6	7
Personal Factor prestacional		311	329	349	370	392
Combustibles		2.454	2.749	3.079	3.448	3.862
Llantas		1.969	2.063	2.156	2.253	2.355
Mantenimiento y Reparaciones		6.474	6.785	7.090	7.409	7.742
Seguros		821	828	835	842	850
Peajes		1.927	2.020	2.111	2.206	2.305
GPS		8	9	9	10	10
Otros		46	9	10	10	11
Imprevistos		773	816	1.208	1.644	1.741
<b>Subtotal costos de operación.</b>		<b>16.227</b>	<b>17.138</b>	<b>18.468</b>	<b>19.911</b>	<b>21.089</b>
Costos Administración						
Personal		82	86	92	97	103
Factor prestacional		49	52	55	58	62
Servicios públicos (agua, luz, tel fijo)		44	46	48	50	53
Red comunicaciones (celular, radio \$ m/mes)		28	30	31	32	34
Papelería		8	9	9	9	10
Imp locales (ind y Cio, CC.)		6	7	7	7	8
Arrendamientos		82	86	90	94	98
Otros		0	0	0	0	0
Imprevistos		15	16	23	31	33
<b>Subtotal costos de administración</b>		<b>314</b>	<b>331</b>	<b>355</b>	<b>380</b>	<b>400</b>
<b>RESULTADO OPERACIONAL</b>		<b>2.942</b>	<b>4.157</b>	<b>5.182</b>	<b>6.115</b>	<b>7.557</b>
Depreciaciones (Vehículos + PC)		36,5	36,5	36,5	40	40
Depreciaciones (Trailer)		858,5	858,5	858,5	858,5	858,5
Amortizaciones/diferidos		45,2	45,2	45,2	61,2	61,2
<b>Res. despues Depr y amortiza...</b>		<b>2.002</b>	<b>3.217</b>	<b>4.242</b>	<b>5.155</b>	<b>6.597</b>
Costos financieros CBL	7.920	2.288	2.402	2.522	2.649	2.781
Costos financieros credito domestico	4.293	438,3	438,3	344,1	240,4	126,0
Gastos FIDUCIARIA		116,9	246,7	273,8	302,5	332,7
<b>Resultado antes de impuestos</b>		<b>(841)</b>	<b>130</b>	<b>1.102</b>	<b>1.964</b>	<b>3.358</b>
Impuestos		-	50	424	756	1.293
<b>Resultado neto</b>		<b>(841)</b>	<b>80</b>	<b>677</b>	<b>1.208</b>	<b>2.065</b>

	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>INVERSIONES INMUEBLES/EQUIPOS</b>						
Oficinas	-35					
Muebles	-15					
Sala conductores	-10					
Cafeteria	-12					
Patio	-14					
Vehiculos camionetas	-120					
Computadores	-37,5				-48	
Herramientas	-140				-80	
Capital de trabajo	<b>-500</b>					
Valor de salvamento trailers (%)		1				43

### Cuadro N° 10.11. Flujo de caja, estado de resultados, balance general y evaluación financiera

\$( millones)

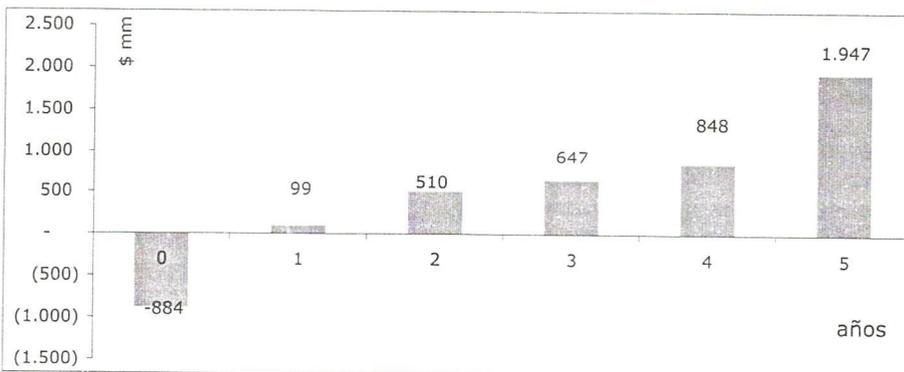
FLUJO DE CAJA	0	1	2	3	4	5
<b>FUENTES</b>						
Capital propio inversionistas	883,5					
Financiación interna	4.292,5					
Ingresos operacionales		19.483,0	21.626,2	24.005,1	26.405,6	29.046,1
Rendimiento Patrimonio autónomo						
Otros						
<b>TOTAL FUENTES</b>	<b>5.176,0</b>	<b>19.483,0</b>	<b>21.626,2</b>	<b>24.005,1</b>	<b>26.405,6</b>	<b>29.046,1</b>
<b>USOS</b>						
Costos operacionales		16.226,8	17.138,0	18.468,2	19.910,7	21.089,4
Costos administrativos		314,3	331,0	354,7	380,0	399,7
Costos Financieros		2.843,1	3.087,3	3.140,4	3.191,4	3.239,8
Pago principal		-	922,1	1.016,2	1.120,0	1.234,3
Activos fijos operacionales	4.292,5					
Activos fijos administrativos	383,5	-	-	-	128,0	-
Impuestos		-	49,9	424,1	756,0	1.292,6
<b>Reparto excedentes inversionistas</b>		<b>98,8</b>	<b>510,0</b>	<b>647,1</b>	<b>847,8</b>	<b>1.904,0</b>
Otros						
<b>TOTAL USOS</b>	<b>4.676,0</b>	<b>19.483,0</b>	<b>22.038,3</b>	<b>24.050,7</b>	<b>26.333,9</b>	<b>29.159,8</b>
FUENTES MENOS USOS	500,0	-	(412,1)	(45,6)	71,7	(113,7)
Caja inicial	-	500,0	500,0	87,9	42,3	114,0
Caja final	500,0	500,0	87,9	42,3	114,0	0,3
<b>ESTADO DE RESULTADOS</b>						
Ingresos operacionales		19.483,0	21.626,2	24.005,1	26.405,6	29.046,1
Costos operacionales		16.226,8	17.138,0	18.468,2	19.910,7	21.089,4
Gastos administrativos		314,3	331,0	354,7	380,0	399,7
Resultado operacional		2.942,0	4.157,1	5.182,1	6.114,9	7.557,0
Depreciaciones		895,0	895,0	895,0	898,5	898,5
Amortizaciones diferidos		45,2	45,2	45,2	61,2	61,2
Resultado bruto		2.001,8	3.216,9	4.241,9	5.155,2	6.597,3
Costos financieros (Canon+int.+c.fiducia)		2.843,1	3.087,3	3.140,4	3.191,4	3.239,8
Resultado antes de impuestos		(841,4)	129,7	1.101,6	1.963,7	3.357,5
Impuestos		-	49,9	424,1	756,0	1.292,6
<b>Resultado neto</b>		<b>(841,4)</b>	<b>79,7</b>	<b>677,5</b>	<b>1.207,7</b>	<b>2.064,9</b>
<b>Balance General</b>						
<b>ACTIVOS</b>						
Activo corriente						
Caja	500,0	500,0	87,9	42,3	114,0	0,3
Activos fijos						
Vehiculos	120,0	120,0	120,0	120,0	120,0	120,0
Remolques	4.292,5	4.292,5	4.292,5	4.292,5	4.292,5	4.292,5
Equipo oficina PC	37,5	37,5	37,5	37,5	85,5	85,5
Depreciación acumulada	-	895,0	1.790,0	2.685,0	3.583,5	4.482,0
PPE Neto	4.450,0	3.555,0	2.660,0	1.765,0	914,5	16,0
Activos diferidos	226,0	180,8	135,6	90,4	109,2	48,0
Instalacion + Herramientas+ ...	226,0	226,0	226,0	226,0	306,0	306,0
Amortización diferidos		45,2	90,4	135,6	196,8	258,0
<b>TOTAL ACTIVOS</b>	<b>5.176,0</b>	<b>4.235,8</b>	<b>2.883,5</b>	<b>1.897,7</b>	<b>1.137,7</b>	<b>64,3</b>
<b>PASIVOS</b>						
Corrientes						
Largo plazo	4.292,5	4.292,5	3.370,4	2.354,2	1.234,3	-
<b>TOTAL PASIVOS</b>	<b>4.292,5</b>	<b>4.292,5</b>	<b>3.370,4</b>	<b>2.354,2</b>	<b>1.234,3</b>	<b>-</b>
<b>PATRIMONIO</b>						
Pagado	883,5	883,5	883,5	883,5	883,5	883,5
Utilidades ejercicio		(841)	80	677	1.208	2.065
Utilidades retenidas		(98,8)	(1.450,2)	(2.017,5)	(2.187,8)	(2.884,1)
<b>TOTAL PATRIMONIO</b>	<b>883,5</b>	<b>(56,7)</b>	<b>(486,9)</b>	<b>(456,5)</b>	<b>(96,6)</b>	<b>64,3</b>
<b>TOTAL PATRIMONIO + PATRIMONIO</b>	<b>5.176,0</b>	<b>4.235,8</b>	<b>2.883,5</b>	<b>1.897,7</b>	<b>1.137,7</b>	<b>64,3</b>
<b>FLUJO CAJA DEL INVERSIONISTA \$ MM</b>	<b>(884)</b>	<b>98,8</b>	<b>510,0</b>	<b>647,1</b>	<b>847,8</b>	<b>1.946,9</b>
<b>TIR [%]</b>	<b>51,2%</b>					
<b>VPN \$MILLONES</b>	<b>832</b>	<b>79</b>	<b>324</b>	<b>331</b>	<b>346</b>	<b>636</b>

De igual forma, se estiman los costos laborales de operación y de administración así como las inversiones requeridas para funcionar adecuadamente (ver cuadro N° 10.8.). Se proyecta el sistema de amortización de los créditos contratados para adquirir los vehículos y sus respectivos remolques, de acuerdo a las condiciones financieras determinadas tipo leasing y crédito bancario interno. Cuadro N° 10.9.

Posteriormente, se estiman los ingresos operacionales, derivados de la movilización de crudo por ruta y tasado por el precio respectivo del galón transportado. Estos ingresos crecen a una tasa anual del 10.5%, al pasar de \$19.483 a \$ 29.046 millones del primero al quinto año, como se registra en el cuadro N° 10.10. Sobre estos ingresos brutos se descuenta los costos de operación y administración. Se consideran los valores de las partidas valuativas que no afectan caja (depreciaciones, amortizaciones diferidos). De los flujos se deduce la carga financiera del crédito doméstico, canon de arrendamiento y gastos de comisión de administración del patrimonio autónomo que cobra la sociedad fiduciaria así como la carga impositiva y de esta manera llegar al resultado neto contable del negocio.

Estos resultados permiten estructurar el estado de origen y aplicación de fondos, el flujo de caja o efectivo que produce el negocio y los estados financieros de balance y de resultados. Es de resaltar en el estado de caja, el valor de los excedentes a distribuir entre los inversionistas que inicia con \$ 99 millones y pasa al quinto a \$ 1.947 millones. Este flujo es la base para calcular el atractivo financiero del negocio, con una inversión inicial de \$ 884 millones. El proyecto se evaluó con TIR y el VPN, con resultado positivo en ambos caos al arrojar una tasa interna de retorno del 51,2% y un valor presente neto por valor de \$ 832 millones. Los flujos se descontaron con una tasa de oportunidad promedio del 25.3%, obtenida del producto entre tasa de inflación, riesgo país y riesgo propio del negocio. (Ver cuadro N° 10.11 y gráfica 10.3).

**Gráfica N° 10.3. Flujo de caja libre inversionista proyecto**



### **10.3. Sociedades administradoras de Fondos de pensiones y cesantías (SAFPC)**

Modelo de SAFPC El caso de un fondo de pensiones:

A partir de la construcción del modelo financiero, se proyectan las operaciones de un fondo de pensiones administrado por una sociedad constituida para tal fin, en un horizonte de un año. Para mejor comprensión, se registran las operaciones mes a mes de todos los movimientos financieros, tanto para la sociedad como para el patrimonio autónomo. El modelo se construye a partir de los aportes de tres afiliados con diferentes niveles de IBC (ingreso base de cotización). A cada aporte como ahorro individual, se calcula la rentabilidad, y se hace seguimiento al comportamiento financiero durante este plazo en detalle.

Las bases iniciales de estructuración del negocio simulado, se aprecian en el cuadro N° 10.12., donde se definen y estiman las variables de tipo macroeconómico que inciden en el negocio. Entre otras registradas, se encuentran el valor del SMLMV (salario mínimo legal mensual vigente), la tasa de inflación, tasas de interés DTF y TCC, valor de la UVR, índice general de la bolsa de valores de Colombia, con valores aproximados en algunos casos a la realidad del momento, otros son de carácter aleatorio.

Las variables del negocio, están definidas de acuerdo a la normatividad expedida por la autoridad competente. Se establece el valor porcentual de los aportes que se destinan a cada rubro como son los ahorros, comisión de administración, seguro, fondo de solidaridad y fondo de garantía de pensión mínima, así como la rentabilidad mínima exigida por la Superintendencia Financiera para el fondo. Respecto a los tres afiliados asalariados según lo expuesto, cada uno parte de un saldo inicial más las cotizaciones que realice durante el año de simulación. El afiliado de mayor nivel de ingreso, realiza aportes en el fondo voluntario para poder acceder al beneficio tributario originado en los términos de ley y que se desprende de esta operación financiera.

Se registran los movimientos de los tres afiliados consolidados mes a mes de manera tal que inician con un saldo en el primer mes por valor de \$ 3.6 millones de pesos y por los movimientos de este primer período (incluido el ahorro voluntario) finaliza con \$4.8 millones de pesos brutos (antes de descontar costos e incluir rendimientos financieros). Con los aportes mensuales, se acumula al final del mes doce, un volumen de ahorros brutos por valor de \$18.2 millones como se aprecia en el cuadro N° 10.12.

Con las transacciones que genera cada aporte afiliado por mes, se liquidan los costos de seguro, el valor de la comisión, los aportes respectivos a Fondo de solidaridad pensional (FSP) y fondo de garantía de pensión mínima

(FGPM), como se registra en el cuadro N° 10.13. En la gráfica N° 10.4., se muestra la evolución en el nivel de participación que registra cada afiliado del primer al doceavo mes. Gana un punto de participación relativa en el ahorro total el afiliado uno, ocho punto cinco el tres (Ahorros voluntarios) y pierde 9.5 puntos el dos. Esta última situación, se explica por la dinámica y condición inicial del ahorro de cada afiliado frente al aumento en conjunto que creció en un 13.3% frente a 8% del afiliado dos; razón que hizo perder participación relativa, frente a los dos restantes que crecieron el 16.2% y 14.4% (uno y tres) respectivamente.

La Ley 100/93 y Ley 797/03 (con sus ampliaciones y modificaciones), estipulan que los aportes directos asociados al sueldo del trabajador se distribuyen en proporción 25% y 75% entre trabajador y empleador respectivamente. En el cuadro N° 10.14., se muestra los aportes de nómina a cargo de cada uno y consolidado. En el cuadro N° 10.15 se presenta el movimiento de cada cuenta por afiliado, distribuidos en aportes, rendimientos y costo de comisión y seguros, que pasa de un monto de recursos de \$3,6 millones de pesos a comienzos del año a \$19.0 millones al 31 de diciembre.

El portafolio administrado por la sociedad producto de los ahorros pensionales, se distribuyó en cuatro clases de inversiones de renta fija a tasa variable. Se mantiene constante la composición durante el año y se liquidan intereses a las tasas según los supuestos y expresadas en términos equivalentes por modalidad y periodicidad. Con base en las tasas y valor del portafolio, se determina la rentabilidad bruta y neta; luego, se calcula la TIR a cada flujo de fondos, para luego valorar el fondo en unidades, tal como se muestra en el cuadro N° 10.16

Respecto al Balance General del Patrimonio autónomo, su activo se incrementa en un año en \$ 14,2 millones de pesos producto del ahorro de sus afiliados y los movimientos del estado de resultados corresponden a los intereses generados por las inversiones de portafolio a favor de dichos afiliados, que acumuló en el año \$0.9 millones de pesos (Ver cuadro N° 10.17).

El resultado neto de la Sociedad Administradora es de \$ 410 mil pesos durante el primer año de operaciones. Se garantiza un índice de solvencia de 40 veces la relación del valor total de las cuentas de ahorro pensional del fondo respecto al capital social de la sociedad administradora, tal como se muestra en el cuadro N° 10.18. En forma complementaria, se presentan los extractos de cada afiliado con los movimientos diarios durante el primer trimestre del año producto del ahorro obligatorio y se calcula la rentabilidad tanto bruta como neta individual, en detalle en los cuadros N° 10.19 a 10.22. Este último muestra la validación del cálculo de la rentabilidad bruta y neta por afiliado mediante uso de la TIR no periódica.

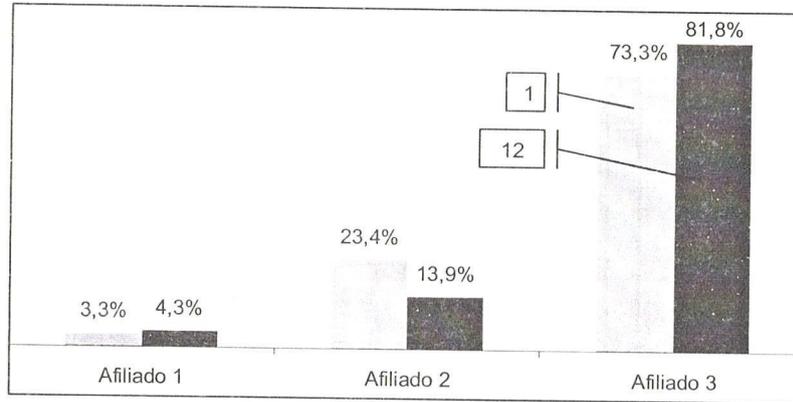
## Cuadro N° 10.12. SAFPC. Variables macro y del negocio y supuestos de proyección

Variables macro		Unidades	BASE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Salario mínimo/ mes legal vigente	pesos [\$]		432.000	432.000	432.000	432.000	432.000	432.000	432.000	432.000	432.000	432.000	432.000	432.000	432.000
Tasa de inflación: (Var. % IPC)	[%]		5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%
DTF(TA)	[%]		6,5%	6,5%	6,5%	6,5%	6,5%	6,5%	6,5%	6,5%	6,5%	6,5%	6,5%	6,5%	6,5%
DTF(EA)	[%]		6,8%	6,8%	6,8%	6,8%	6,8%	6,8%	6,8%	6,8%	6,8%	6,8%	6,8%	6,8%	6,8%
Puntos s/IPC	[%]		3,0%	3,0%	3,0%	3,0%	3,0%	3,0%	3,0%	3,0%	3,0%	3,0%	3,0%	3,0%	3,0%
DTF pensional [EA]	[IPC+3]		8,2%	8,2%	8,2%	8,2%	8,2%	8,2%	8,2%	8,2%	8,2%	8,2%	8,2%	8,2%	8,2%
TBS [EA]	[%]		7,2%	7,2%	7,2%	7,2%	7,2%	7,2%	7,2%	7,2%	7,2%	7,2%	7,2%	7,2%	7,2%
Valor cierre UVR	unidades		110,00	116,60	122,43	128,55	134,98	141,73	148,81	156,26	164,07	172,27	180,88	189,93	199,43
Variación anual UVR	[%]		4,8%	6,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%
TCC [EA]	[%]		7,5%	7,5%	7,5%	7,5%	7,5%	7,5%	7,5%	7,5%	7,5%	7,5%	7,5%	7,5%	7,5%
IGBC	Índice		1.245,45	1.270,45	1.295,45	1.320,45	1.345,45	1.370,45	1.395,45	1.420,45	1.445,45	1.470,45	1.495,45	1.520,45	1.545,45
Días /rmes	número		30	31	28	31	30	31	30	31	32	33	34	35	36
Retefuente s/rendimientos	[%]		7,0%	7,0%	7,0%	7,0%	7,0%	7,0%	7,0%	7,0%	7,0%	7,0%	7,0%	7,0%	7,0%
Variables del negocio		Unidades	BASE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Valor máximo cotización	s.m.m.l.v. [No]		20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
FSP [smly]	Número		4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Porcentaje ahorro	[%]		10,5%	10,5%	10,5%	10,5%	10,5%	10,5%	10,5%	10,5%	10,5%	10,5%	10,5%	10,5%	10,5%
Porcentaje comisión	[%]		1,7%	1,7%	1,7%	1,7%	1,7%	1,7%	1,7%	1,7%	1,7%	1,7%	1,7%	1,7%	1,7%
Porcentaje seguro	[%]		1,8%	1,8%	1,8%	1,8%	1,8%	1,8%	1,8%	1,8%	1,8%	1,8%	1,8%	1,8%	1,8%
TOTAL COTIZACION sin FSP	[%]		15,5%	15,5%	15,5%	15,5%	15,5%	15,5%	15,5%	15,5%	15,5%	15,5%	15,5%	15,5%	15,5%
Part. pensión empleado	[%]		25,0%	25,0%	25,0%	25,0%	25,0%	25,0%	25,0%	25,0%	25,0%	25,0%	25,0%	25,0%	25,0%
FSP [más 4 smly]	[%]		1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%
Fondo garantía Pensión mínima.	[%]		1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%	1,5%
Rentabilidad mín exigida [ea]	[%]		14,0%	14,0%	14,0%	14,0%	14,0%	14,0%	14,0%	14,0%	14,0%	14,0%	14,0%	14,0%	14,0%
Supuestos simulación		Unidades	BASE	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Afiliados	Número		3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
Saldo inicial [1]	Pesos [\$]		100.000	100.000	-	-	-	-	-	540.000	540.000	540.000	540.000	540.000	540.000
IBC [1]	Pesos [\$]		540.000	540.000	540.000	540.000	540.000	540.000	540.000	-	-	-	-	-	-
Ahorro voluntario/mes [1]	Pesos [\$]		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Saldo inicial [2]	Pesos [\$]		1.000.000	1.000.000	-	-	-	-	-	1.200.000	1.200.000	1.200.000	1.200.000	1.200.000	1.200.000
IBC [2]	Pesos [\$]		1.200.000	1.200.000	1.200.000	1.200.000	1.200.000	1.200.000	1.200.000	-	-	-	-	-	-
Ahorro voluntario/mes [2]	Pesos [\$]		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Saldo inicial [3]	Pesos [\$]		2.500.000	2.500.000	-	-	-	-	-	6.000.000	6.000.000	6.000.000	6.000.000	6.000.000	6.000.000
IBC [3]	Pesos [\$]		6.000.000	6.000.000	6.000.000	6.000.000	6.000.000	6.000.000	6.000.000	400.000	400.000	400.000	400.000	400.000	400.000
Ahorro voluntario/mes [3]	Pesos [\$]		400.000	400.000	400.000	400.000	400.000	400.000	400.000	-	-	-	-	-	-
Cuentas de AHORRO		Unidades	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Saldo inicial	Pesos [\$]		100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	100.000	
Aporte obligatorio [afiliado 1]	Pesos [\$]		56.700	56.700	56.700	56.700	56.700	56.700	56.700	56.700	56.700	56.700	56.700	56.700	
Aporte voluntario	Pesos [\$]		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
<b>Valor acumulado</b>	Pesos [\$]		<b>156.700</b>	<b>213.400</b>	<b>270.100</b>	<b>326.800</b>	<b>383.500</b>	<b>440.200</b>	<b>496.900</b>	<b>553.600</b>	<b>610.300</b>	<b>667.000</b>	<b>723.700</b>	<b>780.400</b>	
Saldo inicial	Pesos [\$]		1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	1.000.000	
Aporte obligatorio [afiliado 2]	Pesos [\$]		126.000	126.000	126.000	126.000	126.000	126.000	126.000	126.000	126.000	126.000	126.000	126.000	
Aporte voluntario	Pesos [\$]		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
<b>Valor acumulado</b>	Pesos [\$]		<b>1.126.000</b>	<b>1.252.000</b>	<b>1.378.000</b>	<b>1.504.000</b>	<b>1.630.000</b>	<b>1.756.000</b>	<b>1.882.000</b>	<b>2.008.000</b>	<b>2.134.000</b>	<b>2.260.000</b>	<b>2.386.000</b>	<b>2.512.000</b>	
Saldo inicial	Pesos [\$]		2.500.000	2.500.000	2.500.000	2.500.000	2.500.000	2.500.000	2.500.000	2.500.000	2.500.000	2.500.000	2.500.000	2.500.000	
Aporte obligatorio [afiliado 3]	Pesos [\$]		630.000	630.000	630.000	630.000	630.000	630.000	630.000	630.000	630.000	630.000	630.000	630.000	
Aporte voluntario	Pesos [\$]		400.000	400.000	400.000	400.000	400.000	400.000	400.000	400.000	400.000	400.000	400.000	400.000	
<b>Valor acumulado</b>	Pesos [\$]		<b>3.530.000</b>	<b>4.560.000</b>	<b>5.590.000</b>	<b>6.620.000</b>	<b>7.650.000</b>	<b>8.680.000</b>	<b>9.710.000</b>	<b>10.740.000</b>	<b>11.770.000</b>	<b>12.800.000</b>	<b>13.830.000</b>	<b>14.860.000</b>	
<b>VALOR TOTAL PORTAFOLIO ACUMULADO</b>			<b>4.812.700</b>	<b>6.025.400</b>	<b>7.238.100</b>	<b>8.450.800</b>	<b>9.663.500</b>	<b>10.876.200</b>	<b>12.088.900</b>	<b>13.301.600</b>	<b>14.514.300</b>	<b>15.727.000</b>	<b>16.939.700</b>	<b>18.152.400</b>	

**Cuadro N° 10.13. Distribución de los aportes entre seguro, administración, FSP y FGPM**

Valor SEGURO		Unidades	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Acumulado	
Afiliado 1	Pesos [\$]		9.720	9.720	9.720	9.720	9.720	9.720	9.720	9.720	9.720	9.720	9.720	9.720	9.720	116.640
Afiliado 2	Pesos [\$]		21.600	21.600	21.600	21.600	21.600	21.600	21.600	21.600	21.600	21.600	21.600	21.600	21.600	259.200
Afiliado 3	Pesos [\$]		108.000	108.000	108.000	108.000	108.000	108.000	108.000	108.000	108.000	108.000	108.000	108.000	108.000	375.840
<b>VALOR TOTAL SEGURO</b>	Pesos [\$]		139.320	139.320	139.320	139.320	139.320	139.320	139.320	139.320	139.320	139.320	139.320	139.320	139.320	1.671.840
Valor COMISIÓN		Unidades	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Acumulado	
Afiliado 1	Pesos [\$]		9.180	9.180	9.180	9.180	9.180	9.180	9.180	9.180	9.180	9.180	9.180	9.180	9.180	110.160
Afiliado 2	Pesos [\$]		20.400	20.400	20.400	20.400	20.400	20.400	20.400	20.400	20.400	20.400	20.400	20.400	20.400	244.800
Afiliado 3	Pesos [\$]		102.000	102.000	102.000	102.000	102.000	102.000	102.000	102.000	102.000	102.000	102.000	102.000	102.000	354.960
<b>VALOR TOTAL COMISIÓN</b>	Pesos [\$]		131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	1.578.960
Fondo de solidaridad P.		Unidades	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Acumulado	
Valor mensual	Pesos [\$]		60.000	60.000	60.000	60.000	60.000	60.000	60.000	60.000	60.000	60.000	60.000	60.000	60.000	720.000
<b>VALOR TOTAL ACUMULADO</b>	Pesos [\$]		60.000	120.000	180.000	240.000	300.000	360.000	420.000	480.000	540.000	600.000	660.000	720.000	720.000	4.680.000
Valor FGPM		Unidades	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Acumulado	
Afiliado 1	Pesos [\$]		8.100	8.100	8.100	8.100	8.100	8.100	8.100	8.100	8.100	8.100	8.100	8.100	8.100	97.200
Afiliado 2	Pesos [\$]		18.000	18.000	18.000	18.000	18.000	18.000	18.000	18.000	18.000	18.000	18.000	18.000	18.000	216.000
Afiliado 3	Pesos [\$]		90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	90.000	313.200
<b>VALOR TOTAL FGPM</b>	Pesos [\$]		116.100	116.100	116.100	116.100	116.100	116.100	116.100	116.100	116.100	116.100	116.100	116.100	116.100	1.393.200
Participación por afiliado		Unidades	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
Afiliado 1	[%]		3,3%	3,5%	3,7%	3,9%	4,0%	4,0%	4,1%	4,2%	4,2%	4,2%	4,3%	4,3%		
Afiliado 2	[%]		23,4%	20,8%	19,1%	17,8%	16,9%	16,2%	15,6%	15,2%	14,8%	14,5%	14,2%	13,9%		
Afiliado 3	[%]		73,3%	75,7%	77,2%	78,3%	79,1%	79,8%	80,3%	80,7%	81,0%	81,3%	81,6%	81,8%		
<b>TOTAL</b>	[%]		100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%		

**Gráfica N° 10.4. Evolución participación por afiliado en el total de ahorros netos. Períodos 1 y 12**



## Cuadro N° 10.14. Estado de aportes por nómina trabajador y distribución por empleador

Moviminetos de NOMINA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Acumulado
Salario/mes afiliado [1] Pesos [\$]	540.000	540.000	540.000	540.000	540.000	540.000	540.000	540.000	540.000	540.000	540.000	540.000	6.480.000
Deducciones pensiones obligatorias empleado													
Ahorro Pesos [\$]	14.175	14.175	14.175	14.175	14.175	14.175	14.175	14.175	14.175	14.175	14.175	14.175	170.100
Fondo Garantía pensión mínima Pesos [\$]	2.025	2.025	2.025	2.025	2.025	2.025	2.025	2.025	2.025	2.025	2.025	2.025	24.300
Comisión administración Pesos [\$]	2.295	2.295	2.295	2.295	2.295	2.295	2.295	2.295	2.295	2.295	2.295	2.295	27.540
Prima seguro Pesos [\$]	2.430	2.430	2.430	2.430	2.430	2.430	2.430	2.430	2.430	2.430	2.430	2.430	29.160
Fondo Solidaridad Pensional Pesos [\$]	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Total a cargo trabajador Pesos [\$]	20.925	20.925	20.925	20.925	20.925	20.925	20.925	20.925	20.925	20.925	20.925	20.925	251.100
Total a cargo empleador Pesos [\$]	62.775	62.775	62.775	62.775	62.775	62.775	62.775	62.775	62.775	62.775	62.775	62.775	753.300
Subtotal deducciones Pensiones obligatorias Pesos [\$]	83.700	83.700	83.700	83.700	83.700	83.700	83.700	83.700	83.700	83.700	83.700	83.700	1.004.400
<b>Valor neto afiliado [1] Pesos [\$]</b>	<b>519.075</b>	<b>6.228.900</b>											
Salario/mes afiliado [2] Pesos [\$]	1.200.000	1.200.000	1.200.000	1.200.000	1.200.000	1.200.000	1.200.000	1.200.000	1.200.000	1.200.000	1.200.000	1.200.000	14.400.000
Deducciones pensiones obligatorias empleado													
Ahorro Pesos [\$]	31.500	31.500	31.500	31.500	31.500	31.500	31.500	31.500	31.500	31.500	31.500	31.500	378.000
Fondo Garantía pensión mínima Pesos [\$]	4.500	4.500	4.500	4.500	4.500	4.500	4.500	4.500	4.500	4.500	4.500	4.500	54.000
Comisión administración Pesos [\$]	5.100	5.100	5.100	5.100	5.100	5.100	5.100	5.100	5.100	5.100	5.100	5.100	61.200
Prima seguro Pesos [\$]	5.400	5.400	5.400	5.400	5.400	5.400	5.400	5.400	5.400	5.400	5.400	5.400	64.800
Fondo Solidaridad Pensional Pesos [\$]	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Total a cargo trabajador Pesos [\$]	46.500	46.500	46.500	46.500	46.500	46.500	46.500	46.500	46.500	46.500	46.500	46.500	558.000
Total a cargo empleador Pesos [\$]	148.500	148.500	148.500	148.500	148.500	148.500	148.500	148.500	148.500	148.500	148.500	148.500	1.782.000
Subtotal deducciones Pensiones obligatorias Pesos [\$]	195.000	195.000	195.000	195.000	195.000	195.000	195.000	195.000	195.000	195.000	195.000	195.000	2.340.000
<b>Valor neto afiliado [2] Pesos [\$]</b>	<b>1.153.500</b>	<b>13.842.000</b>											
Salario/mes afiliado [3] Pesos [\$]	6.000.000	6.000.000	6.000.000	6.000.000	6.000.000	6.000.000	6.000.000	6.000.000	6.000.000	6.000.000	6.000.000	6.000.000	72.000.000
Deducciones pensiones obligatorias empleado													
Ahorro (obligatorio+Voluntario) Pesos [\$]	557.500	557.500	557.500	557.500	557.500	557.500	557.500	557.500	557.500	557.500	557.500	557.500	6.690.000
Fondo Garantía pensión mínima Pesos [\$]	22.500	22.500	22.500	22.500	22.500	22.500	22.500	22.500	22.500	22.500	22.500	22.500	270.000
Comisión administración Pesos [\$]	25.500	25.500	25.500	25.500	25.500	25.500	25.500	25.500	25.500	25.500	25.500	25.500	306.000
Prima seguro Pesos [\$]	27.000	27.000	27.000	27.000	27.000	27.000	27.000	27.000	27.000	27.000	27.000	27.000	324.000
Fondo Solidaridad Pensional Pesos [\$]	60.000	60.000	60.000	60.000	60.000	60.000	60.000	60.000	60.000	60.000	60.000	60.000	720.000
Total a cargo trabajador Pesos [\$]	692.500	692.500	692.500	692.500	692.500	692.500	692.500	692.500	692.500	692.500	692.500	692.500	8.310.000
Total a cargo empleador Pesos [\$]	742.500	742.500	742.500	742.500	742.500	742.500	742.500	742.500	742.500	742.500	742.500	742.500	8.910.000
Subtotal deducciones Pensiones obligatorias Pesos [\$]	1.435.000	1.435.000	1.435.000	1.435.000	1.435.000	1.435.000	1.435.000	1.435.000	1.435.000	1.435.000	1.435.000	1.435.000	17.220.000
<b>Valor neto afiliado [3] antes de Tx Pesos [\$]</b>	<b>5.307.500</b>	<b>63.690.000</b>											
Retención en la fuente													
Retención contingente por aporte FVP													
<b>TOTAL APORTE. Trabajador [T]:</b>	<b>359.925</b>	<b>4.319.100</b>											
Empleador [E]:	953.775	953.775	953.775	953.775	953.775	953.775	953.775	953.775	953.775	953.775	953.775	953.775	11.445.300
<b>GRAN TOTAL APORTES [T+E]</b>	<b>1.313.700</b>	<b>15.764.400</b>											

Cuadro N° 10.15. Movimiento mensual de las cuentas individuales por afiliado

AFILIADO No 1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
[+] SALDO INICIAL	100.000	157.694	215.747	274.166	332.955	392.116	451.651	511.563	571.853	632.525	693.581	755.024
[+] Aportes [Ahorro obligatorio+com+seg]	75.600	75.600	75.600	75.600	75.600	75.600	75.600	75.600	75.600	75.600	75.600	75.600
[+] Aportes [Ahorro voluntario]	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
[+] Rendimientos	994	1.353	1.719	2.089	2.461	2.835	3.212	3.591	3.972	4.356	4.742	5.131
[+] Prima de Seguros	9.720	9.720	9.720	9.720	9.720	9.720	9.720	9.720	9.720	9.720	9.720	9.720
[=] Sub total	166.874	224.927	283.346	342.135	401.296	460.831	520.743	581.033	641.705	702.761	764.204	826.035
[+] Comisión	9.180	9.180	9.180	9.180	9.180	9.180	9.180	9.180	9.180	9.180	9.180	9.180
[=] SALDO FINAL	157.694	215.747	274.166	332.955	392.116	451.651	511.563	571.853	632.525	693.581	755.024	816.855
AFILIADO No 2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
[+] SALDO INICIAL	1.000.000	1.133.146	1.267.081	1.401.854	1.537.467	1.673.926	1.811.235	1.949.399	2.088.422	2.228.311	2.369.071	2.510.706
[+] Aportes [Ahorro obligatorio+com+seg]	168.000	168.000	168.000	168.000	168.000	168.000	168.000	168.000	168.000	168.000	168.000	168.000
[+] Aportes [Ahorro voluntario]	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
[+] Rendimientos	7.146	7.935	8.773	9.613	10.459	11.309	12.164	13.024	13.889	14.759	15.635	16.516
[+] Prima de Seguros	21.600	21.600	21.600	21.600	21.600	21.600	21.600	21.600	21.600	21.600	21.600	21.600
[=] Sub total	1.153.546	1.287.481	1.422.254	1.557.867	1.694.326	1.831.635	1.969.799	2.108.822	2.248.711	2.389.471	2.531.106	2.673.622
[+] Comisión	20.400	20.400	20.400	20.400	20.400	20.400	20.400	20.400	20.400	20.400	20.400	20.400
[=] SALDO FINAL	1.133.146	1.267.081	1.401.854	1.537.467	1.673.926	1.811.235	1.949.399	2.088.422	2.228.311	2.369.071	2.510.706	2.653.222
AFILIADO No 3	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
[+] SALDO INICIAL	2.500.000	3.552.401	4.611.304	5.676.890	6.749.205	7.828.291	8.914.191	10.006.949	11.106.608	12.213.213	13.326.806	14.447.433
[+] Aportes [Ahorro obligatorio+com+seg]	840.000	840.000	840.000	840.000	840.000	840.000	840.000	840.000	840.000	840.000	840.000	840.000
[+] Aportes [Ahorro voluntario]	400.000	400.000	400.000	400.000	400.000	400.000	400.000	400.000	400.000	400.000	400.000	400.000
[+] Rendimientos	22.401	28.902	35.587	42.315	49.086	55.900	62.758	69.659	76.604	83.593	90.627	97.704
[+] Prima de Seguros	108.000	108.000	108.000	108.000	108.000	108.000	108.000	108.000	108.000	108.000	108.000	108.000
[=] Sub total	3.654.401	4.713.304	5.778.890	6.851.205	7.930.291	9.016.191	10.108.949	11.208.608	12.315.213	13.428.806	14.549.433	15.677.137
[+] Comisión	102.000	102.000	102.000	102.000	102.000	102.000	102.000	102.000	102.000	102.000	102.000	102.000
[=] SALDO FINAL	3.552.401	4.611.304	5.676.890	6.749.205	7.828.291	8.914.191	10.006.949	11.106.608	12.213.213	13.326.806	14.447.433	15.575.137
SALDO INICIAL TOTAL PORTAFOLIO	3.600.000	4.843.241	6.094.132	7.352.910	8.619.628	9.894.333	11.177.077	12.467.910	13.766.884	15.074.049	16.389.458	17.713.162
SALDO TOTAL ACUMULADO	4.843.241	6.094.132	7.352.910	8.619.628	9.894.333	11.177.077	12.467.910	13.766.884	15.074.049	16.389.458	17.713.162	19.045.214

**Cuadro N° 10.16. Composición y rentabilidad del portafolio**

Tipo inversión	Unidades	[%]	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A la vista	[%]	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%
CDT	[%]	20,0%	20,0%	20,0%	20,0%	20,0%	20,0%	20,0%	20,0%	20,0%	20,0%	20,0%	20,0%	20,0%
Cuenta ahorros	[%]	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%
Bonos	[%]	40,0%	40,0%	40,0%	40,0%	40,0%	40,0%	40,0%	40,0%	40,0%	40,0%	40,0%	40,0%	40,0%
TES	[%]	30,0%	30,0%	30,0%	30,0%	30,0%	30,0%	30,0%	30,0%	30,0%	30,0%	30,0%	30,0%	30,0%
TOTAL	[%]	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%
TOTAL PORTAFOLIO	[\$]		4.812.700	6.055.941	7.306.832	8.565.610	9.832.328	11.107.033	12.389.777	13.680.610	14.979.584	16.286.749	17.602.158	18.925.862
[+] INTERESES	[\$]		30.541	38.190	46.077	54.017	62.005	70.044	78.133	86.274	94.465	102.709	111.004	119.352
GRAN TOTAL ACUM	[\$]		4.843.241	6.094.132	7.352.910	8.619.628	9.894.333	11.177.077	12.467.910	13.766.884	15.074.049	16.389.458	17.713.162	19.045.214
<b>Tasa interés</b>	<b>[% ea]</b>													
IPC			5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%
DTF + ...	2,0%		8,9%	8,9%	8,9%	8,9%	8,9%	8,9%	8,9%	8,9%	8,9%	8,9%	8,9%	8,9%
Variación anual UVR			6,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%
TCC+...	1,0%		8,6%	8,6%	8,6%	8,6%	8,6%	8,6%	8,6%	8,6%	8,6%	8,6%	8,6%	8,6%
IPC + ...	2,0%		7,1%	7,1%	7,1%	7,1%	7,1%	7,1%	7,1%	7,1%	7,1%	7,1%	7,1%	7,1%
<b>Tasa interés Equivalente</b>	<b>[% mv]</b>													
IPC			4,9%	4,9%	4,9%	4,9%	4,9%	4,9%	4,9%	4,9%	4,9%	4,9%	4,9%	4,9%
DTF + 2			8,6%	8,6%	8,6%	8,6%	8,6%	8,6%	8,6%	8,6%	8,6%	8,6%	8,6%	8,6%
CM			5,8%	4,9%	4,9%	4,9%	4,9%	4,9%	4,9%	4,9%	4,9%	4,9%	4,9%	4,9%
TCC+1			8,3%	8,3%	8,3%	8,3%	8,3%	8,3%	8,3%	8,3%	8,3%	8,3%	8,3%	8,3%
IPC + 2			6,9%	6,9%	6,9%	6,9%	6,9%	6,9%	6,9%	6,9%	6,9%	6,9%	6,9%	6,9%
TASA PROMEDIO PONDERADA [% MV]			7,62%	7,57%	7,57%	7,57%	7,57%	7,57%	7,57%	7,57%	7,57%	7,57%	7,57%	7,57%
TASA PROMEDIO PONDERADA [% ea]			7,89%	7,84%	7,84%	7,84%	7,84%	7,84%	7,84%	7,84%	7,84%	7,84%	7,84%	7,84%
TASA PROMEDIO PONDERADA diaria %			0,0208%	0,0207%	0,0207%	0,0207%	0,0207%	0,0207%	0,0207%	0,0207%	0,0207%	0,0207%	0,0207%	0,0207%
<b>Interés ganado</b>	<b>unidad</b>													
Acumulado [tasa mv]	[\$]		30.541,14	38.190,44	46.078,90	54.017,10	62.005,37	70.044,02	78.133,35	86.273,71	94.465,39	102.708,74	111.004,07	119.351,71
Acumulado [tasa diaria]			31.128,75	35.147,34	46.965,44	53.274,85	63.198,33	69.081,53	79.636,61	90.779,53	102.515,87	114.851,24	127.791,29	141.341,73
<b>CALCULO RENTABILIDAD</b>														
Valor portafolio inicial			(4.812.700)	(6.055.941)	(7.306.832)	(8.565.610)	(9.832.328)	(11.107.033)	(12.389.777)	(13.680.610)	(14.979.584)	(16.286.749)	(17.602.158)	(18.925.862)
Valor portafolio final			4.843.241	6.094.132	7.352.910	8.619.628	9.894.333	11.177.077	12.467.910	13.766.884	15.074.049	16.389.458	17.713.162	19.045.214
TIR [EA] Bruta			7,89%	7,84%	7,84%	7,84%	7,84%	7,84%	7,84%	7,84%	7,84%	7,84%	7,84%	7,84%
Valor portafolio inicial			(4.812.700)	(6.055.941)	(7.306.832)	(8.565.610)	(9.832.328)	(11.107.033)	(12.389.777)	(13.680.610)	(14.979.584)	(16.286.749)	(17.602.158)	(18.925.862)
Descontando el seguro y comisión.			4.572.341	5.823.232	7.082.010	8.348.728	9.623.433	10.906.177	12.197.010	13.495.984	14.803.149	16.118.558	17.442.262	18.774.314
TIR [EA] Neta			-45,92%	-37,51%	-31,27%	-26,49%	-22,72%	-19,67%	-17,15%	-15,04%	-13,25%	-11,71%	-10,37%	-9,20%
<b>VALOR UNIDADES</b>														
Valor inicial			1.000,0000	1.006,3459	1.012,6922	1.019,0786	1.025,5052	1.031,9723	1.038,4802	1.045,0291	1.051,6194	1.058,2512	1.064,9248	1.071,6405
Valor final			1.006,3459	1.012,6922	1.019,0786	1.025,5052	1.031,9723	1.038,4802	1.045,0291	1.051,6194	1.058,2512	1.064,9248	1.071,6405	1.078,3986
<b>NUMERO DE UNIDADES</b>														
Valor PORTAFOLIO			4.812,70	6.017,75	7.215,25	8.405,25	9.587,79	10.762,92	11.930,68	13.091,13	14.244,30	15.390,25	16.529,02	17.660,64

**Cuadro N° 10.17. Balance General y estado de resultados del patrimonio autónomo**

PUC	PATRIMONIO AUTÓNOMO	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	<b>BALANCE GENERAL</b>												
<b>100000</b>	<b>ACTIVO</b>	<b>4.843.241</b>	<b>6.094.132</b>	<b>7.352.910</b>	<b>8.619.628</b>	<b>9.894.333</b>	<b>11.177.077</b>	<b>12.467.910</b>	<b>13.766.884</b>	<b>15.074.049</b>	<b>16.389.458</b>	<b>17.713.162</b>	<b>19.045.214</b>
110000	DISPONIBLE	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
110500	Caja	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
111500	BANCOS Y OTRAS ENTIDADES F	484.324	609.413	735.291	861.963	989.433	1.117.708	1.246.791	1.376.688	1.507.405	1.638.946	1.771.316	1.904.521
111505	Bancos	242.162	304.707	367.646	430.981	494.717	558.854	623.396	688.344	753.702	819.473	885.658	952.261
111520	Corporaciones de ahorro y vivienda	242.162	304.707	367.646	430.981	494.717	558.854	623.396	688.344	753.702	819.473	885.658	952.261
<b>130000</b>	<b>INVERSIONES</b>	<b>4.358.917</b>	<b>5.484.718</b>	<b>6.617.619</b>	<b>7.757.665</b>	<b>8.904.900</b>	<b>10.059.369</b>	<b>11.221.119</b>	<b>12.390.196</b>	<b>13.566.644</b>	<b>14.750.512</b>	<b>15.941.846</b>	<b>17.140.693</b>
130100	Inversiones admisibles acciones	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
130500	Otras inversiones admisibles	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
130508	Tit. Emitidos o aceptados por inst.	968.648	1.218.826	1.470.582	1.723.926	1.978.867	2.235.415	2.493.582	2.753.377	3.014.810	3.277.892	3.542.632	3.809.043
130509	Papeles comerciales y Bonos	1.937.296	2.437.653	2.941.164	3.447.851	3.957.733	4.470.831	4.987.164	5.506.754	6.029.620	6.555.783	7.085.265	7.618.086
130511	Tit. Derivados de titularizar cartera.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
130801	Tit. Deuda publica interna emit o gar.	1.452.972	1.828.239	2.205.873	2.585.888	2.968.300	3.353.123	3.740.373	4.130.065	4.522.215	4.916.837	5.313.949	5.713.564
<b>200000</b>	<b>PASIVO</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>
243010	Descubierto cuenta corriente	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>300000</b>	<b>PATRIMONIO</b>	<b>4.843.241</b>	<b>6.094.132</b>	<b>7.352.910</b>	<b>8.619.628</b>	<b>9.894.333</b>	<b>11.177.077</b>	<b>12.467.910</b>	<b>13.766.884</b>	<b>15.074.049</b>	<b>16.389.458</b>	<b>17.713.162</b>	<b>19.045.214</b>
310000	Cuentas individuales de ahorro p.	4.843.241	6.094.132	7.352.910	8.619.628	9.894.333	11.177.077	12.467.910	13.766.884	15.074.049	16.389.458	17.713.162	19.045.214
310500	Colizaciones de pensión	4.843.241	6.094.132	7.352.910	8.619.628	9.894.333	11.177.077	12.467.910	13.766.884	15.074.049	16.389.458	17.713.162	19.045.214
310505	Obligatorias	4.443.241	5.294.132	6.152.910	7.019.628	7.894.333	8.777.077	9.667.910	10.566.884	11.474.049	12.389.458	13.313.162	14.245.214
310510	Voluntarias	400.000	800.000	1.200.000	1.600.000	2.000.000	2.400.000	2.800.000	3.200.000	3.600.000	4.000.000	4.400.000	4.800.000
350000	Reserva estabilización rendimientos	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	<b>ESTADO DE RESULTADOS</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>
<b>400000</b>	<b>INGRESOS</b>	<b>30.541</b>	<b>38.190</b>	<b>46.079</b>	<b>54.017</b>	<b>62.005</b>	<b>70.044</b>	<b>78.133</b>	<b>86.274</b>	<b>94.465</b>	<b>102.709</b>	<b>111.004</b>	<b>119.352</b>
410000	Operacionales	30.541	38.190	46.079	54.017	62.005	70.044	78.133	86.274	94.465	102.709	111.004	119.352
410300	Valoración otras inv. Admisibles	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
410500	Intereses	30.541	38.190	46.079	54.017	62.005	70.044	78.133	86.274	94.465	102.709	111.004	119.352
420000	No operacionales	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>500000</b>	<b>GASTOS Y COSTOS</b>	<b>30.541</b>	<b>38.190</b>	<b>46.079</b>	<b>54.017</b>	<b>62.005</b>	<b>70.044</b>	<b>78.133</b>	<b>86.274</b>	<b>94.465</b>	<b>102.709</b>	<b>111.004</b>	<b>119.352</b>
510000	Operacionales:	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
570000	Rendimientos abonados.	30.541	38.190	46.079	54.017	62.005	70.044	78.133	86.274	94.465	102.709	111.004	119.352

**Cuadro N° 10.18. Balance General y estado de resultados de la SAFPC**

PUC	SOC. ADMINISTRADORA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
	<b>BALANCE GENERAL</b>													
<b>100000</b>	<b>ACTIVO</b>	<b>294.612</b>	<b>360.095</b>	<b>425.775</b>	<b>491.654</b>	<b>557.732</b>	<b>624.012</b>	<b>690.493</b>	<b>757.179</b>	<b>824.068</b>	<b>891.164</b>	<b>958.468</b>	<b>1.025.980</b>	
110000	DISPONIBLE	163.536	204.001	244.506	285.051	325.635	366.259	406.924	447.630	488.377	529.164	569.994	610.865	
110500	Caja	163.536	204.001	244.506	285.051	325.635	366.259	406.924	447.630	488.377	529.164	569.994	610.865	
111500	BANCOS Y OTRAS ENTIDADES F	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	
111505	Bancos	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	
180000	Propiedades planta y equipos	96.865	121.883	147.058	172.393	197.887	223.542	249.358	275.338	301.481	327.789	354.263	380.904	
190000	Otros activos	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
<b>200000</b>	<b>PASIVO</b>	<b>139.320</b>												
240000	Creditos bancos y otras oblig finan	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
250000	Cuentas por pagar [seguros]	139.320	139.320	139.320	139.320	139.320	139.320	139.320	139.320	139.320	139.320	139.320	139.320	
270000	Otros pasivos	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
<b>300000</b>	<b>PATRIMONIO</b>	<b>155.292</b>	<b>220.775</b>	<b>286.455</b>	<b>352.334</b>	<b>418.412</b>	<b>484.692</b>	<b>551.173</b>	<b>617.859</b>	<b>684.748</b>	<b>751.844</b>	<b>819.148</b>	<b>886.660</b>	
310000	Capital social	121.081	152.353	183.823	215.491	247.358	279.427	311.698	344.172	376.851	409.736	442.829	476.130	
320000	Reservas	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
340000	Superavit	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	
350000	Resultados ejercicios anteriores	-	34.211	68.422	102.632	136.843	171.054	205.265	239.476	273.686	307.897	342.108	376.319	
360000	Resultados del ejercicio	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	
	<b>PASIVO + PATRIMONIO</b>	<b>294.612</b>	<b>360.095</b>	<b>425.775</b>	<b>491.654</b>	<b>557.732</b>	<b>624.012</b>	<b>690.493</b>	<b>757.179</b>	<b>824.068</b>	<b>891.164</b>	<b>958.468</b>	<b>1.025.980</b>	
	<b>ESTADO DE RESULTADOS</b>												<b>Acumulado</b>	
<b>400000</b>	<b>INGRESOS</b>	<b>131.580</b>	<b>131.580</b>	<b>131.580</b>	<b>131.580</b>	<b>131.560</b>	<b>131.580</b>	<b>1.578.960</b>						
410000	Operacionales	131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	1.578.960
411500	Comisiones	131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	131.580	1.578.960
410500	Intereses	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
420000	No operacionales	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>500000</b>	<b>GASTOS Y COSTOS</b>	<b>78.948</b>	<b>947.376</b>											
510000	Operacionales [50% de ingresos]	65.790	65.790	65.790	65.790	65.790	65.790	65.790	65.790	65.790	65.790	65.790	65.790	789.480
520000	No operacionales [10% ingresos]	13.158	13.158	13.158	13.158	13.158	13.158	13.158	13.158	13.158	13.158	13.158	13.158	157.896
540000	Impuesto de renta y com. [35%]	18.421	18.421	18.421	18.421	18.421	18.421	18.421	18.421	18.421	18.421	18.421	18.421	221.054
590000	Ganancias [Excedentes] /Perdidas	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	34.211	410.530
	<b>INDICE DE SOLVENCIA [%]</b>	<b>40,0</b>												

### Cuadro N° 10.19. Rentabilidad, movimiento diario ahorros afiliado 1

I.B.C.	540.000	[%] Aportes totales	14,00%	FONDO OBLIGATORIO DE PENSIONES
IPC	5,0%	[%] seguro s/IBC	1,80%	
Rentabilidad [a]	7,89%	[%] comisión. s/IBC	1,70%	Tiempo de colización [meses teóricos (K+)]..... 0,2
Rentabilidad diaria	0,0208%	[%] ahorro	10,50%	Relación IBC/Vr. acum. cuent 4,0
Valor acumulado cuenta = VP	100.000			

Fecha	Valor de los Aportes	Valor del Seguro	Valor aportes sin seguro	Valor de la Comisión	Aporte neto [sin seg y com]	BRUTA Valor aportes sin seguro	NETA	Intereses	Vr. unidad	Resultados financieros
31-Dic-06	100.000	0	100.000	0	100.000	-100.000	-100.000	0	1.000	
01-Ene-07	75.600	9.720	165.901	9.180	156.721	-65.880	-65.880	21	1.000	
02-Ene-07	0	0	165.935	0	156.753	0	0	33	1.000	
03-Ene-07	0	0	165.970	0	156.786	0	0	33	1.001	
04-Ene-07	0	0	166.004	0	156.819	0	0	33	1.001	
05-Ene-07	0	0	166.039	0	156.851	0	0	33	1.001	
06-Ene-07	0	0	166.073	0	156.884	0	0	33	1.001	
07-Ene-07	0	0	166.108	0	156.916	0	0	33	1.001	
08-Ene-07	0	0	166.142	0	156.949	0	0	33	1.002	
09-Ene-07	0	0	166.177	0	156.982	0	0	33	1.002	
10-Ene-07	0	0	166.212	0	157.014	0	0	33	1.002	
11-Ene-07	0	0	166.246	0	157.047	0	0	33	1.002	
12-Ene-07	0	0	166.281	0	157.080	0	0	33	1.002	
13-Ene-07	0	0	166.315	0	157.112	0	0	33	1.003	
14-Ene-07	0	0	166.350	0	157.145	0	0	33	1.003	
15-Ene-07	0	0	166.385	0	157.178	0	0	33	1.003	
16-Ene-07	0	0	166.419	0	157.210	0	0	33	1.003	
17-Ene-07	0	0	166.454	0	157.243	0	0	33	1.004	
18-Ene-07	0	0	166.488	0	157.276	0	0	33	1.004	
19-Ene-07	0	0	166.523	0	157.309	0	0	33	1.004	
20-Ene-07	0	0	166.558	0	157.341	0	0	33	1.004	
21-Ene-07	0	0	166.592	0	157.374	0	0	33	1.004	
22-Ene-07	0	0	166.627	0	157.407	0	0	33	1.005	
23-Ene-07	0	0	166.662	0	157.440	0	0	33	1.005	
24-Ene-07	0	0	166.696	0	157.472	0	0	33	1.005	
25-Ene-07	0	0	166.731	0	157.505	0	0	33	1.005	
26-Ene-07	0	0	166.766	0	157.538	0	0	33	1.005	
27-Ene-07	0	0	166.800	0	157.571	0	0	33	1.006	
28-Ene-07	0	0	166.835	0	157.603	0	0	33	1.006	
29-Ene-07	0	0	166.870	0	157.636	0	0	33	1.006	
30-Ene-07	0	0	166.904	0	157.669	0	0	33	1.006	
31-Ene-07	0	0	166.939	0	157.702	0	0	33	1.006	
01-Feb-07	75.600	9.720	232.854	9.180	214.434	-65.880	-65.880	33	1.007	
02-Feb-07	0	0	232.902	0	214.479	0	0	45	1.007	
03-Feb-07	0	0	232.951	0	214.524	0	0	45	1.007	
04-Feb-07	0	0	232.999	0	214.568	0	0	45	1.007	
05-Feb-07	0	0	233.048	0	214.613	0	0	45	1.008	
06-Feb-07	0	0	233.096	0	214.658	0	0	45	1.008	
07-Feb-07	0	0	233.145	0	214.702	0	0	45	1.008	
08-Feb-07	0	0	233.193	0	214.747	0	0	45	1.008	
09-Feb-07	0	0	233.242	0	214.792	0	0	45	1.008	
10-Feb-07	0	0	233.290	0	214.836	0	0	45	1.009	
11-Feb-07	0	0	233.339	0	214.881	0	0	45	1.009	
12-Feb-07	0	0	233.387	0	214.926	0	0	45	1.009	
13-Feb-07	0	0	233.436	0	214.970	0	0	45	1.009	
14-Feb-07	0	0	233.484	0	215.015	0	0	45	1.009	
15-Feb-07	0	0	233.533	0	215.060	0	0	45	1.010	
16-Feb-07	0	0	233.581	0	215.104	0	0	45	1.010	
17-Feb-07	0	0	233.630	0	215.149	0	0	45	1.010	
18-Feb-07	0	0	233.679	0	215.194	0	0	45	1.010	
19-Feb-07	0	0	233.727	0	215.239	0	0	45	1.010	
20-Feb-07	0	0	233.776	0	215.283	0	0	45	1.011	
21-Feb-07	0	0	233.824	0	215.328	0	0	45	1.011	
22-Feb-07	0	0	233.873	0	215.373	0	0	45	1.011	
23-Feb-07	0	0	233.922	0	215.418	0	0	45	1.011	
24-Feb-07	0	0	233.970	0	215.463	0	0	45	1.012	
25-Feb-07	0	0	234.019	0	215.507	0	0	45	1.012	
26-Feb-07	0	0	234.068	0	215.552	0	0	45	1.012	
27-Feb-07	0	0	234.116	0	215.597	0	0	45	1.012	
28-Feb-07	0	0	234.165	0	215.642	0	0	45	1.012	
01-Mar-07	75.600	9.720	300.094	9.180	272.387	-65.880	-65.880	45	1.013	
02-Mar-07	0	0	300.156	0	272.443	0	0	57	1.013	
03-Mar-07	0	0	300.219	0	272.500	0	0	57	1.013	
04-Mar-07	0	0	300.281	0	272.557	0	0	57	1.013	
05-Mar-07	0	0	300.344	0	272.614	0	0	57	1.013	
06-Mar-07	0	0	300.406	0	272.670	0	0	57	1.014	
07-Mar-07	0	0	300.468	0	272.727	0	0	57	1.014	
08-Mar-07	0	0	300.531	0	272.784	0	0	57	1.014	
09-Mar-07	0	0	300.593	0	272.840	0	0	57	1.014	
10-Mar-07	0	0	300.656	0	272.897	0	0	57	1.014	
11-Mar-07	0	0	300.719	0	272.954	0	0	57	1.015	
12-Mar-07	0	0	300.781	0	273.011	0	0	57	1.015	
13-Mar-07	0	0	300.844	0	273.067	0	0	57	1.015	
14-Mar-07	0	0	300.906	0	273.124	0	0	57	1.015	
15-Mar-07	0	0	300.969	0	273.181	0	0	57	1.016	
16-Mar-07	0	0	301.031	0	273.238	0	0	57	1.016	
17-Mar-07	0	0	301.094	0	273.295	0	0	57	1.016	
18-Mar-07	0	0	301.157	0	273.352	0	0	57	1.016	
19-Mar-07	0	0	301.219	0	273.408	0	0	57	1.016	
20-Mar-07	0	0	301.282	0	273.465	0	0	57	1.017	
21-Mar-07	0	0	301.345	0	273.522	0	0	57	1.017	
22-Mar-07	0	0	301.407	0	273.579	0	0	57	1.017	
23-Mar-07	0	0	301.470	0	273.636	0	0	57	1.017	
24-Mar-07	0	0	301.533	0	273.693	0	0	57	1.017	
25-Mar-07	0	0	301.595	0	273.750	0	0	57	1.018	
26-Mar-07	0	0	301.658	0	273.807	0	0	57	1.018	
27-Mar-07	0	0	301.721	0	273.864	0	0	57	1.018	
28-Mar-07	0	0	301.784	0	273.921	0	0	57	1.018	
29-Mar-07	0	0	301.846	0	273.978	0	0	57	1.018	
30-Mar-07	0	0	301.909	0	274.035	0	0	57	1.019	
31-Mar-07	0	0	301.972	0	274.092	301.972	274.092	57	1.019	

Aporte	226.800	TIR [diaria]	0,0208%	-0,1193%	3.991,63
seguro	29.160	[a]	7,89%	-35,32%	
comisión	27.540	Comisión	66,79%		7,89%
Intereses	3.991,63	Administración.			

<b>Rentabilidad del período</b>
[Efectiva anual]
Bruta [RB]:
Neta [RN]: 7,89%
Comisión administración -35,32%
66,79%

<b>Flujo de fondos:</b>
[+] Saldo inicial: 100.000,00
[+] Aportes: 226.800
[+] Rendimientos: 3.991,63
[+] Prima de seguros: 29.160
[+] Sub total: 301.631,63
[+] Comisión: 27.540
[+] SALDO FINAL: 274.091,63

<b>Cálculo comisión:</b>
[1+RB]/[1+RN]-1 x 100

<b>Rentabilidad Bruta =</b>
[Vr. F. u]/[Vr. i. u] - 1 x 365/dj - 1
Donde:
Vr. F. u = Valor final unidad
Vr. i. u = Valor inicial unidad

1.000,00
1.018,99
<b>7,89%</b>

**Cuadro Nº 10.20. Rentabilidad, movimiento diario ahorros afiliado 2**

I.B.C.	1.200.000	% Aportes totales	14,00%	FONDO OBLIGATORIO DE PENSIONES	
IPC	5,0%	% seguro s/IBC	1,80%		
Rentabilidad [ea]	7,89%	% comisión. s/IBC	1,70%	Tiempo de cotización	
Rentabilidad diaria	0,0208%	% ahorro	10,50%	[meses teóricos (K+1)]	0,8
Valor acumulado cuenta = VP	1.000.000			Relación IBC/Vr. acum. cuent	4,0

Fecha	Valor de los Aportes	Valor del Seguro	Valor aportes sin seguro	Valor de la Comisión	Aporte neto (sin seg y com)	BRUTA Valor aportes sin seguro	NETA	Intereses	Vr. unidad	Resultados financieros
31-Dic-06	1.000.000	0	1.000.000	0	1.000.000	-1.000.000	-1.000.000	0	1.000	
01-Ene-07	168.000	21.600	1.146.608	20.400	1.126.208	-146.400	-146.400	208	1.000	
02-Ene-07			1.146.846	0	1.126.442	0	0	234	1.000	
03-Ene-07			1.147.085	0	1.126.677	0	0	234	1.001	
04-Ene-07			1.147.324	0	1.126.911	0	0	234	1.001	
05-Ene-07			1.147.562	0	1.127.145	0	0	234	1.001	
06-Ene-07			1.147.801	0	1.127.380	0	0	234	1.001	
07-Ene-07			1.148.040	0	1.127.614	0	0	234	1.001	
08-Ene-07			1.148.278	0	1.127.849	0	0	235	1.002	
09-Ene-07			1.148.517	0	1.128.083	0	0	235	1.002	
10-Ene-07			1.148.756	0	1.128.318	0	0	235	1.002	
11-Ene-07			1.148.995	0	1.128.553	0	0	235	1.002	
12-Ene-07			1.149.234	0	1.128.787	0	0	235	1.002	
13-Ene-07			1.149.473	0	1.129.022	0	0	235	1.003	
14-Ene-07			1.149.712	0	1.129.257	0	0	235	1.003	
15-Ene-07			1.149.951	0	1.129.492	0	0	235	1.003	
16-Ene-07			1.150.191	0	1.129.727	0	0	235	1.003	
17-Ene-07			1.150.430	0	1.129.962	0	0	235	1.004	
18-Ene-07			1.150.669	0	1.130.197	0	0	235	1.004	
19-Ene-07			1.150.908	0	1.130.432	0	0	235	1.004	
20-Ene-07			1.151.148	0	1.130.667	0	0	235	1.004	
21-Ene-07			1.151.387	0	1.130.902	0	0	235	1.004	
22-Ene-07			1.151.627	0	1.131.137	0	0	235	1.005	
23-Ene-07			1.151.866	0	1.131.373	0	0	235	1.005	
24-Ene-07			1.152.106	0	1.131.608	0	0	235	1.005	
25-Ene-07			1.152.345	0	1.131.843	0	0	235	1.005	
26-Ene-07			1.152.585	0	1.132.079	0	0	235	1.005	
27-Ene-07			1.152.825	0	1.132.314	0	0	235	1.006	
28-Ene-07			1.153.065	0	1.132.550	0	0	236	1.006	
29-Ene-07			1.153.305	0	1.132.785	0	0	236	1.006	
30-Ene-07			1.153.544	0	1.133.021	0	0	236	1.006	
31-Ene-07			1.153.784	0	1.133.257	0	0	236	1.006	
01-Feb-07	168.000	21.600	1.300.424	20.400	1.259.492	-146.400	-146.400	236	1.007	
02-Feb-07			1.300.695	0	1.259.754	0	0	262	1.007	
03-Feb-07			1.300.965	0	1.260.016	0	0	262	1.007	
04-Feb-07			1.301.236	0	1.260.278	0	0	262	1.007	
05-Feb-07			1.301.507	0	1.260.541	0	0	262	1.008	
06-Feb-07			1.301.777	0	1.260.803	0	0	262	1.008	
07-Feb-07			1.302.048	0	1.261.065	0	0	262	1.008	
08-Feb-07			1.302.319	0	1.261.327	0	0	262	1.008	
09-Feb-07			1.302.590	0	1.261.590	0	0	262	1.008	
10-Feb-07			1.302.861	0	1.261.852	0	0	262	1.009	
11-Feb-07			1.303.132	0	1.262.115	0	0	262	1.009	
12-Feb-07			1.303.403	0	1.262.377	0	0	263	1.009	
13-Feb-07			1.303.674	0	1.262.640	0	0	263	1.009	
14-Feb-07			1.303.945	0	1.262.902	0	0	263	1.009	
15-Feb-07			1.304.216	0	1.263.165	0	0	263	1.010	
16-Feb-07			1.304.487	0	1.263.428	0	0	263	1.010	
17-Feb-07			1.304.759	0	1.263.690	0	0	263	1.010	
18-Feb-07			1.305.030	0	1.263.953	0	0	263	1.010	
19-Feb-07			1.305.302	0	1.264.216	0	0	263	1.010	
20-Feb-07			1.305.573	0	1.264.479	0	0	263	1.011	
21-Feb-07			1.305.845	0	1.264.742	0	0	263	1.011	
22-Feb-07			1.306.116	0	1.265.005	0	0	263	1.011	
23-Feb-07			1.306.388	0	1.265.268	0	0	263	1.011	
24-Feb-07			1.306.660	0	1.265.531	0	0	263	1.012	
25-Feb-07			1.306.931	0	1.265.795	0	0	263	1.012	
26-Feb-07			1.307.203	0	1.266.058	0	0	263	1.012	
27-Feb-07			1.307.475	0	1.266.321	0	0	263	1.012	
28-Feb-07			1.307.747	0	1.266.585	0	0	263	1.012	
01-Mar-07	168.000	21.600	1.454.419	20.400	1.392.848	-146.400	-146.400	263	1.013	
02-Mar-07			1.454.722	0	1.393.138	0	0	290	1.013	
03-Mar-07			1.455.024	0	1.393.428	0	0	290	1.013	
04-Mar-07			1.455.327	0	1.393.717	0	0	290	1.013	
05-Mar-07			1.455.630	0	1.394.007	0	0	290	1.013	
06-Mar-07			1.455.932	0	1.394.297	0	0	290	1.014	
07-Mar-07			1.456.235	0	1.394.587	0	0	290	1.014	
08-Mar-07			1.456.538	0	1.394.877	0	0	290	1.014	
09-Mar-07			1.456.841	0	1.395.167	0	0	290	1.014	
10-Mar-07			1.457.144	0	1.395.458	0	0	290	1.014	
11-Mar-07			1.457.447	0	1.395.748	0	0	290	1.015	
12-Mar-07			1.457.750	0	1.396.038	0	0	290	1.015	
13-Mar-07			1.458.053	0	1.396.329	0	0	290	1.015	
14-Mar-07			1.458.357	0	1.396.619	0	0	290	1.015	
15-Mar-07			1.458.660	0	1.396.910	0	0	291	1.016	
16-Mar-07			1.458.963	0	1.397.200	0	0	291	1.016	
17-Mar-07			1.459.267	0	1.397.491	0	0	291	1.016	
18-Mar-07			1.459.570	0	1.397.781	0	0	291	1.016	
19-Mar-07			1.459.874	0	1.398.072	0	0	291	1.017	
20-Mar-07			1.460.178	0	1.398.363	0	0	291	1.017	
21-Mar-07			1.460.481	0	1.398.654	0	0	291	1.017	
22-Mar-07			1.460.785	0	1.398.945	0	0	291	1.017	
23-Mar-07			1.461.089	0	1.399.236	0	0	291	1.017	
24-Mar-07			1.461.393	0	1.399.527	0	0	291	1.017	
25-Mar-07			1.461.697	0	1.399.818	0	0	291	1.018	
26-Mar-07			1.462.001	0	1.400.109	0	0	291	1.018	
27-Mar-07			1.462.305	0	1.400.400	0	0	291	1.018	
28-Mar-07			1.462.609	0	1.400.691	0	0	291	1.018	
29-Mar-07			1.462.913	0	1.400.983	0	0	291	1.018	
30-Mar-07			1.463.218	0	1.401.274	0	0	291	1.019	
31-Mar-07			1.463.522	0	1.401.566	1.463.522	1.401.566	291	1.019	

Aporte seguro	504.000	TIR (diaria)	0,0208%	-0,0329%	23.565,63	
comisión	64.800	[ea]	7,8866%	-11,3238%	7,8866%	
Intereses	61.200	Comisión	21,6636%			
	23.565,63	Administración.				

<b>Rentabilidad del periodo</b>	
[efectiva anual]	
Bruta [RB]	7,8866%
Neta [RN]:	-11,3238%
Comisión administración	21,6636%
<b>Flujo de fondos:</b>	
[+] Saldo inicial:	1.000.000,00
[+] Aportes:	504.000
[+] Rendimientos:	23.565,63
[] Prima de seguros:	64.800
[=] Sub total:	1.462.765,63
[] Comisión:	61.200
[=] SALDO FINAL:	1.401.565,63
<b>Cálculo comisión:</b>	
[1+RB][1+RN]-1 x 100	
<b>Rentabilidad Bruta =</b>	
[Vr. F. u][Vr. lu][365/d]-1	
Donde:	
Vr. F. u = Valor final unidad	
Vr. lu = Valor inicial unidad	
	1.000,00
	1.018,89
RB =	7,8866%

### Cuadro N° 10.21. Rentabilidad, movimiento diario ahorros afiliado 3

I.B.C.	6.000.000	[%] Aportes totales	14,00%	FONDO OBLIGATORIO DE PENSIONES	
IPC	5,0%	[%] seguro s/IBC	1,80%		
Rentabilidad [ea]	7,89%	[%] comisión, s/IBC	1,70%	Tiempo de cotización	0,4
Rentabilidad diaria	0,20208%	[%] ahorro	10,50%	[meses teóricos (K+)]	0,4
Valor acumulado cuenta = VP	2.500.000			Relación IBC/Vr. acum. cuent.	4,0

Fecha	Valor de los Aportes	Valor del Seguro	Valor aportes sin seguro	Valor de la Comisión	Aporte neto (sin seg y com)	BRUTA Valor aportes sin seguro	NETA	Intereses	Vr. unidad	Resultados financieros
31-Dic-06	2.500.000	0	2.500.000	0	2.500.000	-2.500.000	-2.500.000	0	1.000	
01-Ene-07	840.000	108.000	3.232.520	102.000	3.130.520	-732.000	-732.000	520	1.000	
02-Ene-07	0	0	3.233.192	0	3.131.171	0	0	651	1.000	
03-Ene-07	0	0	3.233.865	0	3.131.822	0	0	651	1.001	
04-Ene-07	0	0	3.234.537	0	3.132.474	0	0	651	1.001	
05-Ene-07	0	0	3.235.210	0	3.133.125	0	0	652	1.001	
06-Ene-07	0	0	3.235.883	0	3.133.777	0	0	652	1.001	
07-Ene-07	0	0	3.236.556	0	3.134.429	0	0	652	1.001	
08-Ene-07	0	0	3.237.229	0	3.135.081	0	0	652	1.002	
09-Ene-07	0	0	3.237.903	0	3.135.733	0	0	652	1.002	
10-Ene-07	0	0	3.238.576	0	3.136.385	0	0	652	1.002	
11-Ene-07	0	0	3.239.250	0	3.137.037	0	0	652	1.002	
12-Ene-07	0	0	3.239.924	0	3.137.690	0	0	652	1.002	
13-Ene-07	0	0	3.240.597	0	3.138.343	0	0	653	1.003	
14-Ene-07	0	0	3.241.271	0	3.138.995	0	0	653	1.003	
15-Ene-07	0	0	3.241.946	0	3.139.648	0	0	653	1.003	
16-Ene-07	0	0	3.242.620	0	3.140.301	0	0	653	1.003	
17-Ene-07	0	0	3.243.294	0	3.140.954	0	0	653	1.004	
18-Ene-07	0	0	3.243.969	0	3.141.608	0	0	653	1.004	
19-Ene-07	0	0	3.244.644	0	3.142.261	0	0	653	1.004	
20-Ene-07	0	0	3.245.319	0	3.142.915	0	0	654	1.004	
21-Ene-07	0	0	3.245.994	0	3.143.568	0	0	654	1.004	
22-Ene-07	0	0	3.246.669	0	3.144.222	0	0	654	1.005	
23-Ene-07	0	0	3.247.344	0	3.144.876	0	0	654	1.005	
24-Ene-07	0	0	3.248.020	0	3.145.530	0	0	654	1.005	
25-Ene-07	0	0	3.248.695	0	3.146.185	0	0	654	1.005	
26-Ene-07	0	0	3.249.371	0	3.146.839	0	0	654	1.005	
27-Ene-07	0	0	3.250.047	0	3.147.494	0	0	655	1.006	
28-Ene-07	0	0	3.250.723	0	3.148.148	0	0	655	1.006	
29-Ene-07	0	0	3.251.399	0	3.148.803	0	0	655	1.006	
30-Ene-07	0	0	3.252.075	0	3.149.458	0	0	655	1.006	
31-Ene-07	0	0	3.252.752	0	3.150.113	0	0	655	1.006	
01-Feb-07	840.000	108.000	3.985.428	102.000	3.780.768	-732.000	-732.000	655	1.007	
02-Feb-07	0	0	3.986.257	0	3.781.555	0	0	786	1.007	
03-Feb-07	0	0	3.987.086	0	3.782.341	0	0	787	1.007	
04-Feb-07	0	0	3.987.915	0	3.783.128	0	0	787	1.007	
05-Feb-07	0	0	3.988.745	0	3.783.915	0	0	787	1.008	
06-Feb-07	0	0	3.989.575	0	3.784.702	0	0	787	1.008	
07-Feb-07	0	0	3.990.404	0	3.785.489	0	0	787	1.008	
08-Feb-07	0	0	3.991.234	0	3.786.276	0	0	787	1.008	
09-Feb-07	0	0	3.992.065	0	3.787.064	0	0	788	1.008	
10-Feb-07	0	0	3.992.895	0	3.787.852	0	0	788	1.009	
11-Feb-07	0	0	3.993.725	0	3.788.640	0	0	788	1.009	
12-Feb-07	0	0	3.994.556	0	3.789.428	0	0	788	1.009	
13-Feb-07	0	0	3.995.387	0	3.790.216	0	0	788	1.009	
14-Feb-07	0	0	3.996.218	0	3.791.004	0	0	788	1.009	
15-Feb-07	0	0	3.997.049	0	3.791.793	0	0	789	1.010	
16-Feb-07	0	0	3.997.881	0	3.792.581	0	0	789	1.010	
17-Feb-07	0	0	3.998.712	0	3.793.370	0	0	789	1.010	
18-Feb-07	0	0	3.999.544	0	3.794.159	0	0	789	1.010	
19-Feb-07	0	0	4.000.376	0	3.794.948	0	0	789	1.010	
20-Feb-07	0	0	4.001.208	0	3.795.738	0	0	789	1.011	
21-Feb-07	0	0	4.002.040	0	3.796.527	0	0	789	1.011	
22-Feb-07	0	0	4.002.872	0	3.797.317	0	0	790	1.011	
23-Feb-07	0	0	4.003.705	0	3.798.107	0	0	790	1.011	
24-Feb-07	0	0	4.004.538	0	3.798.897	0	0	790	1.012	
25-Feb-07	0	0	4.005.371	0	3.799.687	0	0	790	1.012	
26-Feb-07	0	0	4.006.204	0	3.800.477	0	0	790	1.012	
27-Feb-07	0	0	4.007.037	0	3.801.268	0	0	790	1.012	
28-Feb-07	0	0	4.007.870	0	3.802.058	0	0	791	1.012	
01-Mar-07	840.000	108.000	4.740.704	102.000	4.432.849	-732.000	-732.000	791	1.013	
02-Mar-07	0	0	4.741.690	0	4.433.771	0	0	922	1.013	
03-Mar-07	0	0	4.742.676	0	4.434.693	0	0	922	1.013	
04-Mar-07	0	0	4.743.663	0	4.435.616	0	0	922	1.013	
05-Mar-07	0	0	4.744.650	0	4.436.538	0	0	923	1.013	
06-Mar-07	0	0	4.745.636	0	4.437.461	0	0	923	1.014	
07-Mar-07	0	0	4.746.623	0	4.438.384	0	0	923	1.014	
08-Mar-07	0	0	4.747.611	0	4.439.307	0	0	923	1.014	
09-Mar-07	0	0	4.748.598	0	4.440.231	0	0	923	1.014	
10-Mar-07	0	0	4.749.586	0	4.441.154	0	0	924	1.014	
11-Mar-07	0	0	4.750.574	0	4.442.078	0	0	924	1.015	
12-Mar-07	0	0	4.751.562	0	4.443.002	0	0	924	1.015	
13-Mar-07	0	0	4.752.550	0	4.443.926	0	0	924	1.015	
14-Mar-07	0	0	4.753.539	0	4.444.850	0	0	924	1.015	
15-Mar-07	0	0	4.754.527	0	4.445.775	0	0	925	1.016	
16-Mar-07	0	0	4.755.516	0	4.446.699	0	0	925	1.016	
17-Mar-07	0	0	4.756.506	0	4.447.624	0	0	925	1.016	
18-Mar-07	0	0	4.757.495	0	4.448.549	0	0	925	1.016	
19-Mar-07	0	0	4.758.484	0	4.449.475	0	0	925	1.016	
20-Mar-07	0	0	4.759.474	0	4.450.400	0	0	925	1.017	
21-Mar-07	0	0	4.760.464	0	4.451.326	0	0	926	1.017	
22-Mar-07	0	0	4.761.454	0	4.452.252	0	0	926	1.017	
23-Mar-07	0	0	4.762.445	0	4.453.178	0	0	926	1.017	
24-Mar-07	0	0	4.763.435	0	4.454.104	0	0	926	1.017	
25-Mar-07	0	0	4.764.426	0	4.455.030	0	0	926	1.018	
26-Mar-07	0	0	4.765.417	0	4.455.957	0	0	927	1.018	
27-Mar-07	0	0	4.766.408	0	4.456.884	0	0	927	1.018	
28-Mar-07	0	0	4.767.400	0	4.457.811	0	0	927	1.018	
29-Mar-07	0	0	4.768.391	0	4.458.738	0	0	927	1.018	
30-Mar-07	0	0	4.769.383	0	4.459.666	0	0	927	1.019	
31-Mar-07	0	0	4.770.375	0	4.460.593	4.770.375	4.460.593	928	1.019	

Aporte seguro	2.520.000	TIR [diaria]	0,20208%	-0,0683%	70.593,15	
comisión	324.000	[ea]	7,8866%	-22,0576%		7,8866%
Intereses	306.000	Comisión	38,4183%			
	70.593,15	Administración				

<b>Rentabilidad del periodo</b>	
[E] Efectiva anual	
Bruta [RB]	
Neta [RN]	7,8866%
Comisión administración	-22,0576%
	38,4183%

<b>Flujo de fondos:</b>	
[+] Saldo inicial:	2.500.000,00
[+] Aportes:	2.520.000
[+] Rendimientos:	70.593,15
[+] Prima de seguros:	324.000
[=] Sub total:	4.766.593,15
[=] Comisión:	306.000
[=] SALDO FINAL:	4.460.593,15

<b>Cálculo comisión:</b>	
[1+RB]*[1+RN]-1 x 100	

<b>Rentabilidad Bruta =</b>	
[Vr F u] / [Vr. In] * [365 (a) - 1]	
Donde:	
Vr. F u = Valor final unidad	
Vr. In = Valor inicial unidad	

	1.000,00
	1.018,89
RB =	7,8866%

**Cuadro N° 10.22. Validación rentabilidad bruta y neta de los afiliados mediante TIR no periódica**

**Afiliado 1**

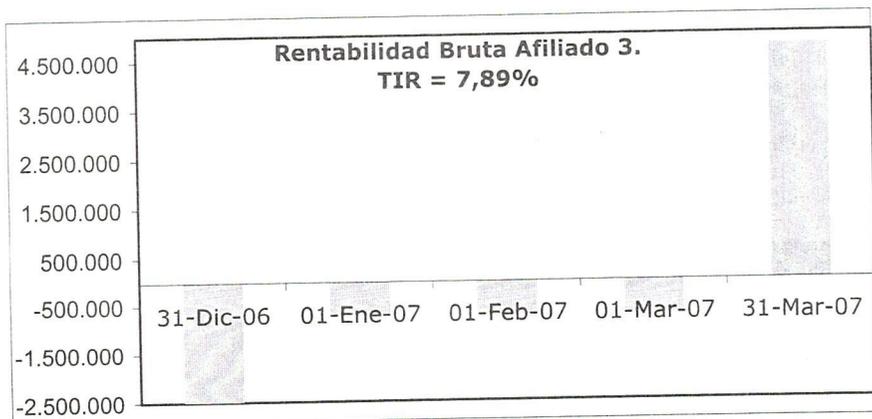
<b>CALCULO TIR NO PERIODICA</b>		
Rentabilidad		
Bruta	Neta	Períodos
-100.000	-100.000	31-Dic-06
-65.880	-65.880	01-Ene-07
-65.880	-65.880	01-Feb-07
-65.880	-65.880	01-Mar-07
301.972	274.092	31-Mar-07
<b>7,89%</b>	<b>-35,32%</b>	

**Afiliado 2**

-1.000.000	-1.000.000	31-Dic-06
-146.400	-146.400	01-Ene-07
-146.400	-146.400	01-Feb-07
-146.400	-146.400	01-Mar-07
1.463.522	1.401.566	31-Mar-07
<b>7,8866%</b>	<b>-11,3238%</b>	

**Afiliado 3**

-2.500.000	-2.500.000	31-Dic-06
-732.000	-732.000	01-Ene-07
-732.000	-732.000	01-Feb-07
-732.000	-732.000	01-Mar-07
4.770.375	4.460.593	31-Mar-07
<b>7,8866%</b>	<b>-22,0576%</b>	



### 10.4. Sociedad Fiduciaria, inversionista institucional o administradoras de portafolios de inversión

10.4.1. Volatilidad. Medida de riesgo de tasa de interés.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{t=1}^n (i_t - \bar{i})^2} ; \text{ con } i_j = \ln \left[ \frac{i_t}{i_{(t-1)}} \right] ; i = \text{tasa interés.}$$

**Cuadro N° 10.23. Coeficiente de volatilidad**

Día (t)	Tasa i(ea)	Ln[i <sub>t</sub> /i <sub>(t-1)</sub> ]	(Ln <sub>i</sub> -Ln <sub>p</sub> ) <sup>2</sup>	Evolución Tasa de interés.
1	0,050			
2	0,048	-0,04	0,00	
3	0,049	0,02	0,00	
4	0,047	-0,04	0,00	
5	0,050	0,06	0,00	
6	0,051	0,02	0,00	
7	0,052	0,02	0,00	
8	0,049	-0,06	0,00	
9	0,050	0,02	0,00	
10	0,048	-0,04	0,00	
11	0,049	0,02	0,00	
12	0,051	0,04	0,00	
13	0,052	0,02	0,00	
14	0,055	0,06	0,00	
15	0,060	0,09	0,01	
16	0,055	-0,09	0,01	
17	0,050	-0,10	0,01	
18	0,049	-0,02	0,00	
19	0,049	-	0,00	
20	0,048	-0,02	0,00	
21	0,050	0,04	0,00	
22	0,054	0,08	0,00	
23	0,051	-0,06	0,00	
24	0,055	0,08	0,00	
25	0,060	0,09	0,01	
26	0,058	-0,03	0,00	
27	0,057	-0,02	0,00	
28	0,058	0,02	0,00	
29	0,059	0,02	0,00	
30	0,060	0,02	0,00	
<b>σ</b>	<b>4,91%</b>	<b>0,01</b>	<b>7,00%</b>	

σ Cuantifica el riesgo de la tasa de interés en el período, calculado en 4.91%, correspondiente a la desviación estándar, medida relativa de probabilidad de desvío, respecto a la media esperada.

### 10.4.2. Optimización de portafolio.

Seleccionados siete títulos que cotizan en bolsa, a partir de una serie histórica de dos años mes a mes, se procede a calcular las respectivas rentabilidades de las acciones, tal como se presenta en el cuadro N° 10.24.

Para determinar la participación en cada valor en el portafolio, se calculan los rendimientos de cada acción, del mercado, la tasa libre de riesgo, la pendiente (beta) y luego se aplica el modelo CAPM, que dada la interacción y deducción del beta, iguala al rendimiento de la acción ( $R_j$ ), de acuerdo a las siguientes ecuaciones:

$$\text{Renta de la acción } j: R_j(x) = [P_f - P_0 + \sum D] / P_0$$

Donde  $P_f$  corresponde al precio final de cotización en bolsa,  $P_0$  al precio inicial o base y  $D$  es la sumatoria de los dividendos pagados durante el período tomado como referencia para estimar los valores respectivos de rendimiento.

$$\text{Renta del mercado (variación IGBC): } R_m = \left[ \frac{\text{IGBC}_t}{\text{IBBC}_{(t-1)}} \right]^{(1/n)} - 1$$

El rendimiento del mercado, calculado con base en la tasa de crecimiento geométrica por unidad de tiempo del Índice General de la Bolsa de valores de Colombia.

Tasa libre de riesgo,  $R_f$  está determinada por la renta de los títulos de participación.

Y la pendiente de la curva ( $\beta$ ) medido por la relación de cambio entre la tasa de renta de la acción ( $j$ ) y la tasa libre de riesgo y la diferencia entre el rendimiento del mercado y la tasa libre de riesgo.

$$\text{Beta: } \beta = \frac{[R_j - R_f]}{[R_m - R_f]}$$

$$\text{Rentabilidad esperada acción (j): } R_j = R_f + (R_m - R_f) \beta$$

Una vez calculadas la rentabilidad de cada acción, se determina el riesgo ( $\sigma$ ) base para estructurar la matriz de varianza covarianza, como se aprecia en el cuadro N° 10.25., luego se halla la inversa, resultado que pondera con los rendimientos expresados en valor absoluto. Finalmente se calcula la rentabilidad del portafolio, como resultado de la sumatoria de los productos de éstas dos variables, con un resultado del 34.80% anual.

Cuadro N° 10.24. Calculo de rentabilidad de los títulos según modelo CAPM

PERIODOS	Banco ABC				Cervecera DEF				Banco GHI			
	Precio (\$)	Divdo. (\$)	Rj	[Rj-Rm]^(2)	Precio (\$)	Divdo. (\$)	Rj	[Rj-Rm]^(2)	Precio (\$)	Divdo. (\$)	Rj	[Rj-Rm]^(2)
enero	116,10	1,88			2400,00	0,00			1010,00	0,00		
febrero	120,20	0,00	0,04	0,00	2520,00	0,00	0,05	0,00	1335,00	0,00	0,32	0,09
marzo	145,50	0,00	0,21	0,04	2600,00	0,00	0,03	0,00	1473,00	0,00	0,10	0,01
abril	162,50	1,88	0,13	0,01	2870,00	22,00	0,11	0,01	1565,00	0,00	0,06	0,00
mayo	165,00	0,00	0,02	0,00	2900,00	0,00	0,01	0,00	1515,00	0,00	-0,03	0,00
junio	180,50	0,00	0,09	0,01	3200,00	0,00	0,10	0,01	1760,00	0,00	0,16	0,02
julio	185,00	1,88	0,04	0,00	3861,00	0,00	0,21	0,04	2480,00	0,00	0,41	0,16
agosto	207,00	0,00	0,12	0,01	4320,00	22,00	0,12	0,01	2400,00	0,00	-0,03	0,00
septiembre	229,30	0,00	0,11	0,01	4600,00	0,00	0,06	0,00	2500,00	12,06	0,05	0,00
octubre	243,52	1,88	0,07	0,00	4386,00	0,00	-0,05	0,00	2445,00	0,00	-0,02	0,00
noviembre	226,00	0,00	-0,07	0,01	4150,00	0,00	-0,05	0,00	2450,00	0,00	0,00	0,00
diciembre	218,00	0,00	-0,04	0,00	4100,00	24,80	-0,01	0,00	2450,00	0,00	0,00	0,00
enero	220,00	1,88	0,02	0,00	4000,00	0,00	-0,02	0,00	2180,00	0,00	-0,11	0,02
febrero	219,91	0,00	0,00	0,00	3645,54	0,00	-0,09	0,01	2000,00	0,00	-0,08	0,01
marzo	247,00	0,00	0,12	0,01	3750,00	0,00	0,03	0,00	1900,00	0,00	-0,05	0,00
abril	273,99	1,88	0,12	0,01	2900,00	24,80	-0,22	0,05	1700,00	0,00	-0,11	0,01
mayo	211,00	0,00	-0,23	0,06	2950,00	0,00	0,02	0,00	1620,00	0,00	-0,05	0,00
junio	210,11	0,00	0,00	0,00	2993,30	0,00	0,01	0,00	1667,72	0,00	0,03	0,00
julio	220,00	1,88	0,06	0,00	3305,00	0,00	0,10	0,01	1800,00	0,00	0,08	0,00
agosto	220,00	0,00	0,00	0,00	3305,00	24,80	0,01	0,00	1800,00	0,00	0,00	0,00
septiembre	215,69	0,00	-0,02	0,00	3305,00	0,00	0,00	0,00	1800,00	0,00	0,00	0,00
octubre	220,00	2,00	0,03	0,00	3305,00	0,00	0,00	0,00	1800,00	0,00	0,00	0,00
noviembre	220,00	0,00	0,00	0,00	3305,00	0,00	0,00	0,00	1800,00	12,06	0,01	0,00
diciembre	206,00	0,00	-0,06	0,01	3305,00	24,80	0,01	0,00	1800,00	0,00	0,00	0,00
<b>Valoracion accion</b>												
Rj(x)=[Pf-Po+Df]/Po	34,10%	2,48%		0,1839	19,06%	1,46%		0,1556	31,24%	2,29%		0,3418
Rm=[IBB(t)/IBB(t-1)]	18,68%	1,44%	σ	0,80%	18,68%	1,44%	σ	0,68%	18,68%	1,44%	σ	1,49%
Rf[Tp]=	10,50%				10,50%				10,50%			
<b>B=[(Rj-Rf)/(Rm-Rf)]</b>	<b>2,88</b>				<b>1,05</b>				<b>2,54</b>			
Rj=Rf+(Rm-Rf)B	34,10%				19,06%				31,24%			

**Cuadro N° 10.24. ... Continuación. Cálculo de rentabilidad de los títulos según modelo CAPM**

Banco JKL				Empresa MNO				EMPRESA PQR				Banco STU			
Precio (\$)	Divdo. (\$)	Rj	[Rj-Rm]^(2)	Precio (\$)	Divdo. (\$)	Rj	[Rj-Rm]^(2)	Precio (\$)	Divdo. (\$)	Rj	[Rj-Rm]^(2)	Precio (\$)	Divdo. (\$)	Rj	[Rj-Rm]^(2)
0,04	0,00			2100,00	8,00			3000,00	5,00			2650,00	18,00		
0,04	0,00	-0,07	0,01	2450,00	8,00	0,17	0,02	3500,00	5,00	0,17	0,02	2910,00	0,00	0,10	0,01
0,04	0,00	0,00	0,00	2550,00	8,00	0,04	0,00	3650,00	5,00	0,04	0,00	3170,00	0,00	0,09	0,01
0,04	0,00	0,00	0,00	2900,00	8,00	0,14	0,02	4050,00	5,00	0,11	0,01	3600,00	0,00	0,14	0,01
0,04	0,00	0,07	0,00	3050,00	8,00	0,05	0,00	4205,00	5,00	0,04	0,00	3900,00	0,00	0,08	0,00
0,05	0,00	0,16	0,02	3600,00	8,00	0,18	0,03	4900,00	5,00	0,17	0,02	4900,00	0,00	0,26	0,06
0,07	0,00	0,40	0,15	4300,00	12,00	0,20	0,03	5690,00	5,00	0,16	0,02	6000,00	0,00	0,22	0,04
0,09	0,00	0,29	0,07	4310,00	12,00	0,01	0,00	6910,00	5,00	0,22	0,04	6055,00	0,00	0,01	0,00
0,08	0,00	-0,11	0,02	4550,00	12,00	0,06	0,00	7200,00	5,00	0,04	0,00	6200,00	18,00	0,03	0,00
0,07	0,00	-0,13	0,02	4610,00	12,00	0,02	0,00	7450,00	5,00	0,04	0,00	5798,00	0,00	-0,06	0,01
0,06	0,00	-0,14	0,02	4600,00	12,00	0,00	0,00	8000,00	7,00	0,07	0,00	5600,00	0,00	-0,03	0,00
0,06	0,03	0,53	0,27	4400,00	12,00	-0,04	0,00	8700,00	7,00	0,09	0,01	5200,00	0,00	-0,07	0,01
0,06	0,00	-0,05	0,00	4100,00	12,00	-0,07	0,01	9400,00	7,00	0,08	0,00	5550,00	0,00	0,07	0,00
0,05	0,00	-0,12	0,02	3400,00	12,00	-0,17	0,03	8450,00	7,00	-0,10	0,01	4800,00	0,00	-0,14	0,02
0,05	0,00	0,06	0,00	3485,17	12,00	0,03	0,00	8700,00	7,00	0,03	0,00	5100,00	0,00	0,06	0,00
0,05	0,00	-0,08	0,01	3200,00	12,00	-0,08	0,01	8000,00	7,00	-0,08	0,01	5000,00	0,00	-0,02	0,00
0,04	0,00	-0,06	0,01	2800,00	12,00	-0,12	0,02	7370,00	7,00	-0,08	0,01	4500,00	0,00	-0,10	0,01
0,04	0,00	0,02	0,00	3145,40	12,00	0,13	0,01	7535,17	7,00	0,02	0,00	4582,96	0,00	0,02	0,00
0,04	0,00	0,00	0,00	3100,00	14,00	-0,01	0,00	8000,00	7,00	0,06	0,00	4800,00	0,00	0,05	0,00
0,04	0,00	0,00	0,00	3100,00	14,00	0,00	0,00	8000,00	7,00	0,00	0,00	4800,00	0,00	0,00	0,00
0,04	0,00	0,02	0,00	3100,00	14,00	0,00	0,00	8000,00	7,00	0,00	0,00	4800,00	22,00	0,00	0,00
0,04	0,00	0,00	0,00	3100,00	14,00	0,00	0,00	8000,00	9,00	0,00	0,00	4800,00	0,00	0,00	0,00
0,04	0,00	0,00	0,00	3100,00	14,00	0,00	0,00	8000,00	9,00	0,00	0,00	4800,00	0,00	0,00	0,00
0,04	0,00	0,00	0,00	3100,00	14,00	0,00	0,00	8000,00	9,00	0,00	0,00	4800,00	0,00	0,00	0,00
32,83%	2,39%		0,6248	25,03%	1,88%		0,1907	53,31%	3,62%		0,1688	32,04%	2,34%		0,19
18,68%	1,44%	σ	0,0272	18,68%	1,44%	σ	0,0083	18,68%	1,44%	σ	0,73%	18,68%	1,44%	σ	0,85%
10,50%				10,50%				26,47%				26,47%			
<b>2,73</b>				<b>1,78</b>				<b>-3,44</b>				<b>-0,72</b>			
32,83%				25,03%				53,31%				32,04%			

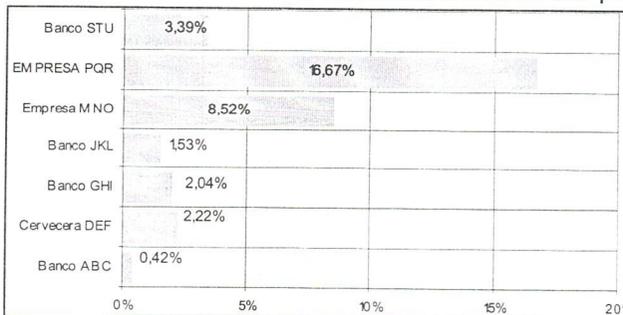
**Cuadro N° 10.25. Estructura de portafolio y rentabilidad esperada**

MATRIZ VARIANZA COVARIANZA								
	1	2	3	4	5	6	7	
Banco ABC	1	0,0080	0,0014	0,0023	0,0013	0,0035	0,0034	0,0045
Cervecera DEF	2	0,0014	0,0068	0,0074	0,0072	0,0054	0,0053	0,0054
Banco GHI	3	0,0023	0,0074	0,0149	0,0076	0,0096	0,0070	0,0085
Banco JKL	4	0,0013	0,0072	0,0047	0,0272	0,0047	0,0081	0,0054
Empresa MNO	5	0,0035	0,0054	0,0096	0,0047	0,0083	0,0059	0,0077
EMPRESA PQR	6	0,0034	0,0053	0,0070	0,0081	0,0059	0,0073	0,0058
Banco STU	7	0,0045	0,0054	0,0085	0,0054	0,0077	0,0058	0,0085

MATRIZ INVERSA							
1	242,53	97,06	72,39	15,34	7,70	-113,92	-200,87
2	97,06	521,47	-126,48	-30,35	91,44	-183,62	-193,21
3	72,39	-126,48	324,18	-20,04	-424,16	26,34	84,07
4	15,34	-30,35	12,74	62,90	12,74	-79,01	-21,02
5	7,70	91,44	-424,16	12,74	1398,99	-248,87	-831,76
6	-113,92	-183,62	26,34	-79,01	-248,87	535,35	40,39
7	-200,87	-193,21	84,07	-21,02	-831,76	40,39	1003,22

	Rendimiento (R <sub>j</sub> )	Composicion Portafolio	Rendimiento Portafolio
1	34,10%	1,23%	0,42%
2	19,06%	11,67%	2,22%
3	31,24%	6,52%	2,04%
4	32,83%	4,67%	1,53%
5	25,03%	34,06%	8,52%
6	53,31%	31,28%	16,67%
7	32,04%	10,58%	3,39%
Rentabilidad portafolio [E]			<b>34,80%</b>

Contribución de cada título a la rentabilidad total del portafolio.



### **Bibliografía consultada**

**FELABAN – BANK ADMINISTRATION INSTITUTE.** *Costos bancarios para planificación y control.* Deloitte Haskins & Sells. USA. 1983.

**MÁRQUEZ DIEZ-CANEDO, Javier.** *Carteras de inversión. Fundamentos teóricos y modelos de selección óptima.* ed. Limusa. México 1981.

**THUESEN , G.T. & FABRYCKY.** *Engineering economy.* PHI, 1.993.

**VAN HORNE, James.** *Administración Financiera.* Prentice Hall, 2ª Ed. México, 1993.

## Anexo N° 1. Repaso general de álgebra

Esta sección busca que los lectores retomen elementos de álgebra, los cuales permiten abordar ciertos temas y problemas básicos de finanzas aquí tratados, sin dejar de reconocer por supuesto, que las computadoras y calculadoras financieras registran los resultados en forma directa.

**Factorización:** factorizar una ecuación es agruparla en expresiones de dos o más productos conocidos como factores, para lograr generar procesos más sencillos. Está fundamentada en la ley distributiva de la adición y multiplicación.

**Ley distributiva:** Si existen números reales definidos como  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , se tiene que:

- $xy + xz = x[y + z]$
- $x^2 - 4 = ?$

Recordemos que la ley distributiva implica que:

$$[x + a][x + b] = x^2 + [a + b]x + ab$$

En este caso se busca que la expresión inicial se escriba en factores de la forma:

$$x^2 - 4 = [x + a][x + b] \text{ por ende el objetivo es hallar enteros donde:}$$

$$a + b = 0 \text{ y } ab = -4. \text{ Cumplen esta condición: } a = 2 \text{ y } b = -2$$

$$x^2 - 4 = [x + 2][x - 2] \text{ Corresponde a la diferencia de dos cuadrados perfectos.}$$

**Diferencia de dos cuadrados:** sean  $a$  y  $b$  números reales, entonces:

$$a^2 - b^2 = [a + b][a - b]$$

**Ecuaciones cuadráticas:** son de la forma:  $ax^2 + bx + c = 0$  y  $a \neq 0$  puede tener hasta 2 soluciones.

ECUACIÓN	SOLUCIÓN
$X^2 - X - 6 = 0$	$[X + 2][X - 3] = 0 \Rightarrow X = -2 \text{ y } X = 3$
$X^2 + 10X + 25 = 0$	$[X + 5]^2 = 0 \Rightarrow X = -5$

Fórmula para resolver una ecuación cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{[b^2 - 4ac]}}{2a}$$

**Notación exponencial:** Es una expresión de la forma:  $a^x$  [léase  $a$  elevado a la equis] para  $a > 0$  y todos los valores racionales de  $x$ .

Reglas:

Exponentes enteros: Si  $n$  es un entero positivo,  $a^n = a \cdot a \dots a$  donde el producto  $a \cdot a \dots a$  contiene  $n$  factores.

$[1+i]^n = [1+i][1+i] \dots$  hasta n factores.

Exponentes fraccionarios: Si n y m son enteros positivos,  $a^{n/m} = [\sqrt[m]{a}]^n$  [léase raíz n-ésima de a elevado a la m-ésima], donde  $\sqrt[m]{a}$  representa la raíz m-ésima positiva. Esta expresión es equivalente a:  $a^{1/m}$

Ejemplo.  $\sqrt[3]{27}$  [Raíz cúbica de 27] =  $27^{1/3}$  [27 elevado a un tercio].

Exponentes negativos:  $a^{-x}$  [a elevado a la menos equis] =  $\frac{1}{a^x}$

Exponente cero:  $a^0 = 1$ .

Leyes de los exponentes:

- Ley del producto:  $a^n a^m = a^{[n+m]}$ ;  $(ab)^n = a^n b^n$
- Ley del cociente:  $\frac{a^n}{a^m} = a^{[n-m]} = \frac{1}{a^{(m-n)}}$ ,  $a \neq 0$ ,  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ ,  $b \neq 0$
- Ley de la potencia:  $[a^n]^m = a^{nm}$

**Propiedades de la función logarítmica**: logaritmos naturales o neperianos base e = 2.718281..

$$\ln[a \cdot b] = \ln a + \ln b$$

$$\ln(a/b) = \ln a - \ln b$$

$$\ln a^b = b \ln a$$

$$\ln 1 = 0$$

$$\ln e = 1$$

$$e^{\ln x} = x, \text{ si } x > 0$$

$$\ln e^x = x$$

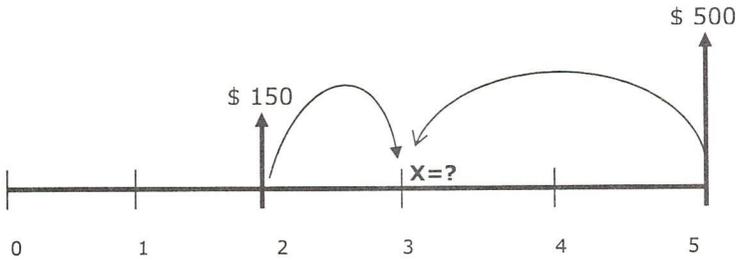
**Cociente entre enteros y quebrados**: Es igual al producto de extremos y al producto de medios.

Ejemplo: El cociente  $1/[1/4] = [1/1]/[1/4] = 4$

**Ecuaciones de valor**: Se obtiene al igualar en una fecha determinada flujos de fondos estructurados y que desde el punto de vista financiero son equivalentes o reflejan el valor de negociación de algún valor, cuando se trata de descontarlos en el mercado secundario.

En el caso de tener un flujo de fondos a cinco años, con un interés del 30% S.V., en el cual se deben cancelar \$ 150 mm al finalizar el segundo año y \$500 mm al culminar el quinto.

Se quiere reestructurar ésta operación con un pago único al final del tercer año. ¿Cuál es el monto de la deuda en esa fecha?



$$X = 150 (1+(0.30/2))^2 + 500(1+(0.30/2))^{-4}$$

$$X = 198.38 + 285.87; X = \$ 484.25 \text{ mm.}$$

Al tomar como fecha de referencia el inicio del período, se tiene:

$$X = 150 (1+(0.30/2))^{-4} + 500(1+(0.30/2))^{-10}$$

$$X = 85.76 + 123.60 \quad X = \$ 209.36 \text{ mm.}$$

al final del año quinto se tendrá:

$$X = 150 (1+(0.30/2))^{-6} + 500.$$

$$X = 346.96 + 500$$

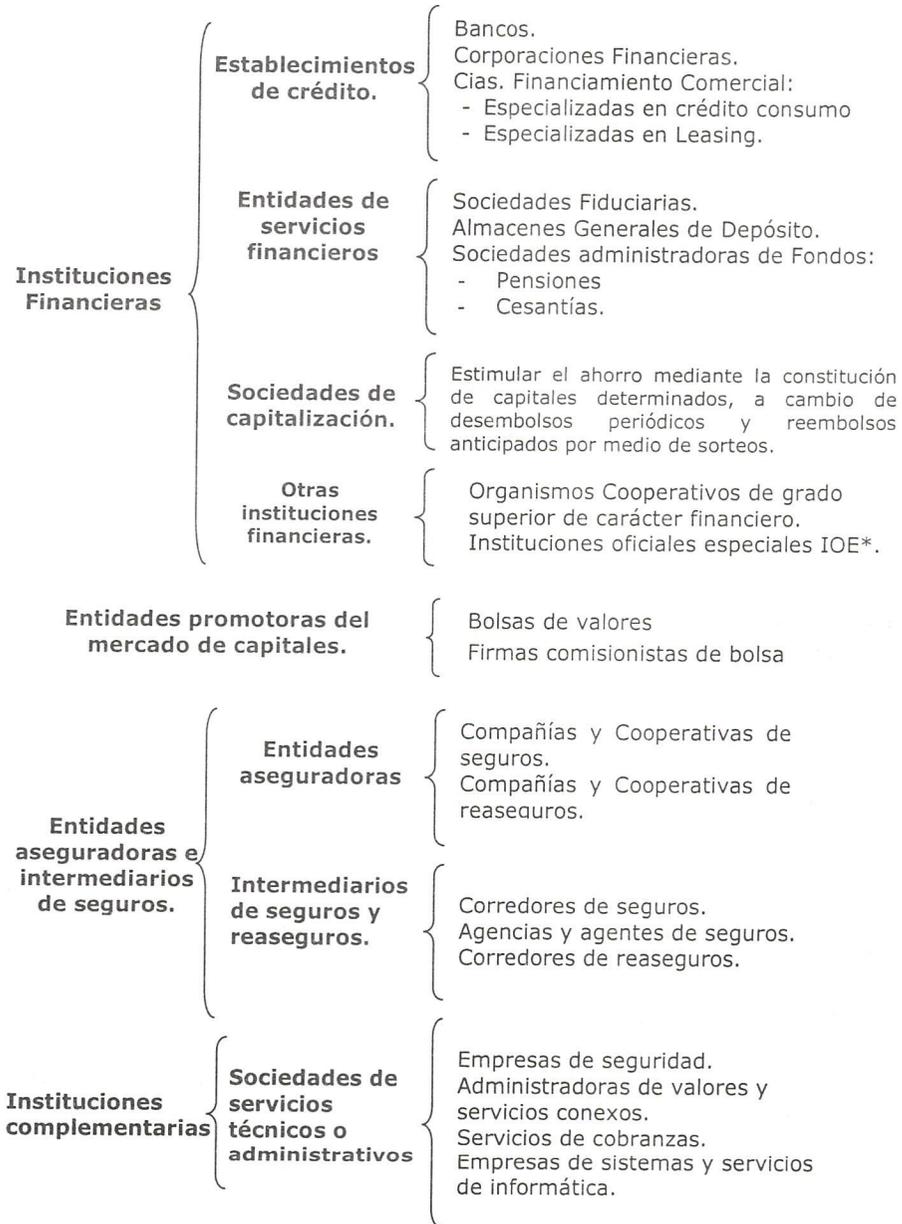
$$X = \$ 846.96 \text{ mm.}$$

## AXIOMAS

**Nº 1:** En todos los casos cuando se quiere relacionar, comparar o realizar cualquier operación matemática con tasas de interés, siempre deben estar expresadas en los mismos términos de modalidad y/o periodicidad; es decir, comparar en igual unidad de medida. Nominales -periodo y modalidad- o efectivas. (Fresas con fresas y manzanas con manzanas).

**Nº 2:** Toda tasa de interés o de referencia (Tasa de inflación, DTF, etc.), debe hacerse explícito los términos en los cuales está expresada, salvo en los casos que por definición así se entiende, como la tasa de inflación dada en términos anuales vencidos o en la DTF que por definición en la norma, se expresa anual por trimestre anticipado (TA).

## Anexo N° 2 Estructura del sistema financiero colombiano



Autoridad monetaria. BANCO de la REPUBLICA.

Vigilancia, control y apoyo: SUPERFINANCIERA y SUPERSOLIDARIA.

\*FINAGRO, FINDETER, BANCOLDEX, FEN, ICETEX, FONADE, FNA, FNG, FOGACOO, FOGAFIN, CAPROVIM

## **Anexo N° 3. Funciones financieras bajo ambiente Windows - EXCEL**

Con el propósito de dar aplicación práctica en las diferentes operaciones y en la estructuración de modelos financieros, a continuación se presenta una clasificación de las fórmulas disponibles en Excel ver 2003  bajo ambiente Windows. Se detalla su funcionamiento a partir de la información disponible en la herramienta de ayuda en las hojas de cálculo, de tal manera que el lector puede referirse directamente a esta **Opción ayuda**, si así lo prefiere.

Siguiendo la estructura de este libro, la clasificación de las formulas son:

### **1. Conversión de tasas de interés:**

INT.EFECTIVO y TASA.NOMINAL

### **2. Flujos de fondos:** (Periódicos/A anualidades)

NPER, PAGO, PAGOPRIN, PAGOINT, TASA, VA, VF, VFPLAN, PAGO.INT.ENTRE, PAGO.PRIN.ENTRE, INT.PAGO.DIR

### **3. Evaluación de proyectos/inversión:**

TIR, TIR.NOPER, TIRM, VNA, VNA.NOPER

### **4. Negociación de valores:**

TASA.INT, PRECIO, PRECIO.DESCUENTO, PRECIO.VENCIMIENTO, CANTIDAD.RECIBIDA, RENDTO.DESC, RENDTO.VENCTO

### **5. Depreciación:**

AMORTIZ.PROGRE, AMORTIZ.LIN, DB, DDB, SYD, DVS, SLN

### **6. Riesgos:**

DURACION, DURACION.MODIF

### **7. Otras herramientas de gran ayuda para análisis en finanzas:**

Buscar objetivo  
Análisis de sensibilidad  
Optimización (Solver).

**Notación y generalidades:**

Para efectos de resolver o calcular los valores de las diferentes variables incluidas en la aplicación de formulas financieras y por generalidad, la notación aplicada en la hoja de cálculo Excel se presenta a continuación.

Cada formula indica las variables a utilizar referida a la notación. Si se trata de un caso particular, la variable se hará explícita.

**1. Conversión de tasas de interés:** Nominal y efectivo.

Notación variable	Concepto
núm_per	Número de períodos de interés compuesto por año. (Base TASA.NOMINAL).
núm_per_año	Número de períodos de interés compuesto por año. (Base INT.EFECTIVO).
Int_nominal	Tasa de interés nominal
tasa_efectiva	Tasa de interés efectiva anual.

**INTERES EFECTIVO:** Calcula la tasa de interés efectiva anual, a partir de la tasa de interés nominal anual y del número de períodos de capitalización de interés por año. La tasa de interés **efectiva anual**, mide la rentabilidad de una operación financiera asumiendo la reinversión en los intereses a la misma tasa y por un tiempo determinado.

Esto significa que una inversión se puede realizar por un período menor o igual a un año corrido (de uno a 365 días) y expresar su rendimiento en términos efectivos anuales. De hecho, para evitar asimetrías de información en el sistema financiero a favor de los usuarios, la difusión de tasas de interés debe realizarse siempre en estos términos y luego hallar la equivalencia por el período respectivo.

**Período de interés compuesto:** Tiempo transcurrido entre dos fechas de pago de interés. En el caso de estas funciones se supone que el interés pagado no es retirado ni consumido, sino reinvertido.

**Sintaxis:** INT.EFECTIVO(int\_nominal;núm\_per\_año)

INT.EFECTIVO se calcula como:

$$INT.EFECTIVO = \left( 1 + \frac{Tasa\_nominal}{Número\_per} \right)^{Número\_per} - 1$$

**Ejemplo:**

	A	B
<b>1</b>	<b>Datos</b>	<b>Descripción</b>
<b>2</b>	5.25%	Tasa de interés nominal anual
<b>3</b>	4	Número de períodos de interés compuesto por año

<b>Fórmula</b>	<b>Descripción (Resultado)</b>
=INT.EFECTIVO(A2;A3)	Tasa de interés efectivo (5,35%)

$$i_{ef} = \left( 1 + \frac{0.0525}{4} \right)^4 - 1 = 5.35 \%$$

**TASA.NOMINAL:** Calcula la tasa de interés nominal anual partiendo de la tasa efectiva y del número de períodos de interés compuesto por año.

**Sintaxis:** TASA.NOMINAL (tasa\_efectiva; núm.\_per.)

- TASA.NOMINAL está relacionado con INT.EFECTIVO por lo tanto despejando la tasa nominal anual se llega a la siguiente expresión:

$$i_{nom\ anual} = \left( \sqrt[n]{(i_{ef} + 1)} - 1 \right) \times n$$

**Ejemplo:**

	A	B
<b>1</b>	<b>Datos</b>	<b>Descripción</b>
<b>2</b>	5.35%	Tasa de interés efectiva anual
<b>3</b>	4	Número de períodos de interés compuesto por año

<b>Fórmula</b>	<b>Descripción (Resultado)</b>
=TASA.NOMINAL(A2;A3)	Tasa de interés nominal anual trimestre vencido (5,25%)

$$i_{nom\ anual} = \left( \sqrt[4]{1.0535} - 1 \right) * 4 = 5.25\%$$

**Nota:** Para mayor exactitud se recomienda utilizar tasas con 4 cifras decimales.

**Observación.** Hasta este momento se ha realizado conversión con tasas vencidas. ¿Cómo se calcula las tasas efectivas a partir de anticipadas?

**De anticipada a vencida**

**De vencida a anticipada.**

$$i_v = \left( (i_a / n) / (1 - i_a / n) \right) n$$

$$i_a = \left( (i_v / n) / (1 + i_v / n) \right) n$$

**2. Flujos de fondos:** (Periódicos/Anualidades) NPER, PAGO, PAGOPRIN, PAGO.INT, TASA, VA, VF, VFPLAN, PAGO.INT.ENTRE, PAGO.PRIN.ENTRE, INT.PAGO.DIR

Son funciones utilizadas para calcular variables (periodicidad, alícuotas, valor futuro, presente, etc.) en las cuales entre el valor inicial y el valor final de una operación financiera, existe un flujo de caja conformado por ingresos y egresos o desembolsos.

Los procesos financieros con series uniformes, supone que los valores recibidos o pagados durante el tiempo del negocio son reinvertidos, razón por la cual debe restarse del plazo total, en las mismas condiciones existentes para la inversión original. Las series uniformes reúnen las siguientes condiciones en su totalidad: El monto, periodicidad y tasa de interés de liquidación de los pagos efectuados dentro del tiempo de la inversión son constantes.

Notación variable	Concepto
<b>Tasa</b>	Es la tasa de interés por período
<b>Pago</b>	Es el pago efectuado en cada período; debe permanecer constante durante la vida de la anualidad. Por lo general, pago incluye el capital y el interés, pero no incluye ningún otro arancel o impuesto.
<b>Va</b>	Es el valor actual, presente o la suma total de una serie de pagos futuros
<b>Vf</b>	Es el valor futuro o un saldo en efectivo que desea lograr después de efectuar el último pago. Si el argumento vf se omite, se asume que el valor es 0 (por ejemplo, el valor futuro de un préstamo es 0).
<b>Tipo</b>	Es el número 0 (Al final del período) ó 1 (Al inicio del período) e indica el vencimiento de los pagos
<b>Nper</b>	Número total de pagos/abonos/etc. del flujo de caja.

**Nota.** Se debe mantener la consistencia en el uso del tiempo en las variables tasa y nper. Ejemplo: Con movimientos financieros mensuales de un flujo de caja de cuatro años con una tasa de interés anual del 12% mv, use 12%/12 para tasa y 4x12 para el argumento nper. Si los flujos de caja son anuales, encuentre la tasa de interés equivalente del 12 por ciento nominal m.v. a efectiva anual (12.68%) y use 4 (son años) para el argumento nper.

**NPER:** Devuelve el número de períodos de una inversión basada en pagos periódicos constantes (anualidades) y en una tasa de interés constante.

**Sintaxis:** NPER(tasa; pago; va; vf; tipo)

Se especifican los argumentos no definidos en generalidades como notación.

**tipo:** Número 0 ó 1 e indica el vencimiento de los pagos.

Defina tipo como:	Si los pagos vencen:
Cero (0) o se omite	Al final del período
1	Al inicio del período

**Ejemplo:** ¿En cuántos años, un inversionista logra acumular un capital de 10,000 unidades monetarias (pesos), si realiza el día de hoy un depósito por \$964 en su banco que remunera sus ahorros a una tasa de interés del 12,68% efectiva anual y al comienzo de cada mes abona a su cuenta \$100 (no hay retiros durante este tiempo)?

El flujo de esta operación se representa como:

$$=NPER(12\%/12;-100;-964;10.000;1) = 60$$

Dado que la periodicidad de pagos es mensual, la tasa debe expresarse en los mismos términos. La unidad de medida del resultado (60) por consistencia de la expresión corresponde a meses, equivalente a 5 años.

Si el abono de los \$100 se realiza por período vencido, el valor presente se debe incrementar a \$1.009, para conservar el mismo plazo, en consecuencia la expresión queda:

$$=NPER(12\%/12;-100;-1.009;10.000;0) = 60$$

**Nota:** En esta ecuación, si se omite el término final, es decir el momento de realizar el pago/abono se entiende que este es vencido, de tal manera que se puede o no colocar el cero (0) al final.

Si se omite el valor futuro, el algoritmo entiende que es cero (0), en este caso el resultado no tiene sentido por cuanto arroja un valor negativo de períodos (-9.25). Se calcula para efectos de operatividad de la fórmula.

	A	B
1	Datos	Descripción
2	12%	Tasa de interés nominal anual mes vencida.
3	-100	Pago efectuado en cada período.
4	-964	Valor actual.
5	10.000	Valor futuro.
6	1	Pago anticipado en cada período.

Fórmula	Descripción (Resultado)
=NPER(A2/12;A3;A4;A5;1)	Períodos de la inversión con abonos anticipados <b>(60)</b>
=NPER(A2/12;A3;A4;A5)	Períodos de la inversión con abonos al final de cada período <b>(60,41)</b>
=NPER(A2/12;A3;A4)	Períodos de la inversión con los términos anteriores, con valor futuro de 0. <b>(-9,25)</b>

**PAGO:** calcula el pago periódico o anualidad basándose en un valor inicial o presente y/o un valor futuro y tasa de interés constantes.

**Sintaxis:** PAGO (tasa; nper; va; vf;tipo)

**Observaciones:** la alícuota calculada con la función PAGO, incluye capital e interés, en la estructuración de planes de amortización. Los impuestos, otras deducciones, reserva, gastos de administración y seguros entre otros asociados con flujos no se incluyen en forma implícita en este cálculo; sin embargo pueden formar parte de un flujo de caja para valoración de un proyecto o inversión.

**Ejemplo:**

	A	B
<b>1</b>	<b>Datos</b>	<b>Descripción</b>
<b>2</b>	8%	Tasa de interés nominal anual m.v..
<b>3</b>	10	Número de meses de pagos.
<b>4</b>	10.000	Importe del préstamo.

Fórmula	Descripción (Resultado)
=PAGO(A2/12;A3;A4)	Valor del pago/anualidad. -1.037
=PAGO(A2/12;A3;A4;0;1)	Valor del pago/anualidad, con vencimiento al principio del período (-1.030,16)

**Ejemplo 2:**

Puede utilizar PAGO para determinar otros pagos anuales.

A	B
<b>Datos</b>	<b>Descripción</b>
6%	Tasa de interés anual
18	Años de ahorro previstos
50.000	Cantidad que desea ahorrar en 18 años

Fórmula	Descripción (Resultado)
=PAGO(A2/12;A3*12;0;A4)	Cantidad que tendrá que ahorrar cada mes para disponer de 50.000 después de 18 años (-129,08)

**Nota:** La tasa de interés se divide por 12 para obtener una tasa mensual. El número de años de duración del préstamo se multiplica por 12 para obtener el número de pagos.

**PAGOPRIN:** Devuelve el pago sobre el capital de una inversión durante un período determinado basado en pagos periódicos y constantes, y en una tasa de interés constante.

**Sintaxis:** PAGOPRIN (tasa;período;nper;va;vf;tipo)

**Nota:** Mantener uniformidad en el uso de las unidades con las que especifica los argumentos tasa y nper. Si realiza pagos mensuales de un préstamo de cuatro años con un interés anual del 12 por ciento, use 12%/12 para tasa y 4\*12 para nper. Si realiza pagos anuales del mismo préstamo, use 12% para tasa y 4 para nper.

### Ejemplo 1:

A	B
Datos	Descripción (Resultado)
10%	Tasa de interés anual
2	Número de años del préstamo
2000	Importe del préstamo

Fórmula	Descripción (Resultado)
=PAGOPRIN(A2/12;1;A3*12;A4)	Pago del principal para el primer mes del préstamo (-75,62)

**Nota:** La tasa de interés se divide por 12 para obtener una tasa mensual. El número de años de duración del préstamo se multiplica por 12 para obtener el número de pagos.

### Ejemplo 2:

A	B
Datos	Descripción (Resultado)
8%	Tasa de interés anual
10	Número de años del préstamo
200.000	Importe del préstamo

Fórmula	Descripción (Resultado)
=PAGOPRIN(A2;A3;10;A4)	Pago del principal para el último año del préstamo con los términos anteriores. (-27.598,05)

**PAGOINT:** Devuelve el interés pagado en un período específico por una inversión basado en pagos periódicos constantes y en una tasa de interés constante.

**Sintaxis:** PAGOINT (tasa;período;nper;va;vf;tipo)

Período: Período para el que desea calcular el interés y que debe estar entre 1 y el argumento nper.

**Observaciones:** En todos los argumentos el efectivo que paga, por ejemplo depósitos en cuentas de ahorros, se representa con números negativos; el efectivo que recibe, por ejemplo cheques de dividendos, se representa con números positivos.

**Ejemplo:**

A	B
Datos	Descripción
10%	Interés anual
1	Período para el cual desea calcular el interés
3	Años del préstamo
8000	Valor actual del préstamo

Fórmula	Descripción (Resultado)
=PAGOINT(A2/12;A3*3;A4;A5)	Interés que se pagará el primer mes para un préstamo con los términos anteriores (-22,41)
=PAGOINT(A2;3;A4;A5)	Interés que se pagará el último año para un préstamo con los términos anteriores, cuyos pagos se efectúan de forma anual (-292,45)

**TASA:** Devuelve la tasa de interés por período de una anualidad. TASA se calcula por iteración y puede tener cero o más soluciones. Si los resultados consecutivos de TASA no convergen en 0,0000001 después de 20 iteraciones, TASA devuelve el valor de error # iNUM!

**Sintaxis: TASA (nper; pago; va; vf; tipo; estimar)**

**Estimar:** TASA generalmente converge si el argumento estimar se encuentra entre 0 y 1.

**Ejemplo:**

A	B
Datos	Descripción
4	Años del préstamo
-200	Pago mensual
8000	Importe del préstamo

Fórmula	Descripción (Resultado)
=TASA(A2*12;A3;A4)	Tasa mensual del préstamo con los términos anteriores (1%)
=TASA(A2*12;A3;A4)*12	Tasa anual del préstamo con los términos anteriores (0,09241767 ó 9,24%)

**VA:** Devuelve el valor actual de una inversión. El valor actual es la suma de una serie de pagos que se efectuarán en el futuro. Por ejemplo, cuando toma dinero prestado, la cantidad del préstamo es el valor actual para el prestamista.

**Sintaxis:** VA (tasa;nper;pago;vf;tipo)

**Observaciones**

- En las funciones de anualidades, el efectivo que paga, por ejemplo, depósitos en cuentas de ahorros, se representa con números negativos; el efectivo que recibe, por ejemplo, cheques de dividendos, se representa con números positivos. Por ejemplo, un depósito de 1.000 \$ en el banco, se representaría con el argumento -1000 si usted es el depositario y con el argumento 1000 si usted es el banco.
- Microsoft Excel resuelve un argumento financiero en función de otros. Si el argumento tasa no es 0, entonces:

$$VA \times (1 + \text{tasa})^{\text{nper}} + \text{pago}(1 + \text{tasa} \times \text{tipo}) * \left( \frac{(1 + \text{tasa})^{\text{nper}}}{\text{tasa}} \right) + \text{vf} = 0$$

Si el argumento tasa es 0, entonces:

$$(\text{pago} \times \text{nper}) + \text{va} + \text{vf} = 0$$

**Ejemplo:**

A	B
Datos	Descripción
500	Dinero pagado por una póliza de seguros al final de cada mes
8%	Interés ganado por el dinero pagado
20	Número de años durante los cuales se efectuarán los pagos
Fórmula	Descripción (Resultado)
=VA(A3/12; 12*A4; A2; ; 0)	Valor actual de una anualidad con los términos anteriores (-59.777,15)

El resultado es negativo porque representa el dinero que pagaría, un flujo de caja saliente. Si requieren (60.000) para la anualidad, podrá determinar que ésta no es una buena inversión, puesto que el valor actual de la anualidad (59.777,15) es inferior a lo que tendría que pagar.

**VF:** Devuelve el valor futuro de una inversión basado en pagos periódicos constantes y en una tasa de interés constante.

**Sintaxis: VF (tasa;nper;pago;va;tipo)**

**Ejemplo:**

A	B
Datos	Descripción
6%	Tasa de interés anual
10	Número de pagos
-200	Importe del pago
-500	Valor actual
1	El pago vence al principio del período (vea lo anterior)
Fórmula	Descripción (Resultado)
=VF(A2/12;A3;A4;A5;A6)	Valor futuro de una inversión con los términos anteriores (2581,40)

**VF.PLAN:** Devuelve el valor futuro de un capital inicial después de aplicar una serie de tasas de interés compuesto. Utilizar VF.PLAN para calcular el valor futuro de una inversión con una tasa variable o ajustable.

**Sintaxis: VF.PLAN (capital;plan\_serie\_de\_tasas)**

**Capital:** Valor actual.

**Plan\_serie\_de\_tasas:** Matriz con las tasas de interés que se aplican.

**Observación:** Los valores del argumento `plan_serie_de_tasas` pueden ser números o celdas en blanco; cualquier otro valor generará el valor de error #¡VALOR! para `VF.PLAN`. Las celdas en blanco se interpretan como ceros (sin interés).

**Ejemplo:**

A	B
Fórmula	Descripción (Resultado)
<code>=VF.PLAN(1;{0,09;0,11;0,1})</code>	Futuro valor de 1 con tasas de interés compuesto de 0,09, 0,11, 0,1 (1,33089)

**PAGO.INT.ENTRE:** Devuelve la cantidad de interés pagado de un préstamo entre los argumentos `per_inicial` y `per_final`.

**Sintaxis:** `PAGO.INT.ENTRE (tasa;nper;vp;per_inicial;per_final;tipo)`

**per\_inicial:** Primer período en el cálculo. Los períodos de pago se numeran a partir de 1.

**per\_final:** Último período en el cálculo.

**Per\_inicial y Per\_final:** Especifica el número ordinal de la primera y la última cuota del período en el cual se analiza las cuotas pagadas.

**Ejemplo:**

A	B
Datos	Descripción
9%	Tasa de interés anual
30	Años del préstamo
125.000	Valor actual

Fórmula	Descripción (Resultado)
<code>=PAGO.INT.ENTRE(A2/12;A3*12;A4;13;24;0)</code>	Interés total pagado en el segundo año, entre los períodos 13 y 24 (-11135,23)
<code>=PAGO.INT.ENTRE(A2/12;A3*12;A4;1;1;0)</code>	Interés pagado el primer mes en un pago único (-937,50)

**PAGO.PRINC.ENTRE:** Devuelve la cantidad acumulada de capital pagado de un préstamo entre los períodos (`per_inicial` y `per_final`).

**Sintaxis:** `PAGO.PRINC.ENTRE (tasa;nper;vp;per_inicial;per_final;tipo)`

**Ejemplo:**

A	B
<b>Datos</b>	<b>Descripción</b>
9,00%	Tasa de interés por año
30	Período en años
125.000	Valor actual

Fórmula	Descripción (Resultado)
=PAGO.PRINC.ENTRE(A2/12;A3*12;A4;13;24;0)	Pago total de capital en el segundo año entre los período 13 y 24 (-934,1071)
=PAGO.PRINC.ENTRE(A2/12;A3*12;A4;1;1;0)	Capital pagado el primer mes en un único pago (-68,27827)

**INT.PAGO.DIR:** Calcula el interés pagado durante un período específico de una inversión.

**Sintaxis:** INT.PAGO.DIR (tasa;período;núm\_per;va)

**Período:** Período cuyo interés desea averiguar y que debe estar comprendido entre 1 y el número total de períodos.

**Núm\_per:** Número total de períodos de pago de la inversión.

**Va:** Valor actual de la inversión. Para un préstamo, va es la cantidad del préstamo.

**Ejemplo:**

A	B
<b>Datos</b>	<b>Descripción</b>
10%	Tasa de interés anual
1	Período
3	Número de años de la inversión
8000000	Importe del préstamo

Fórmula	Descripción (Resultado)
=INT.PAGO.DIR(A2/12;A3;A4*12;A5)	Interés abonado para el primer pago mensual de un préstamo con los términos anteriores (-64814,8)
=INT.PAGO.DIR(A2;1;A4;A5)	Interés pagado en el primero año de un préstamo con los términos anteriores (-533333)

### 3. Evaluación de proyectos de inversión: TIR, TIR.NOPER, TIRM, VNA, VNA.NOPER.

**TIR:** Devuelve la tasa interna de retorno de una inversión, sin costos de financiación o las ganancias por reinversión representadas por los números del argumento valores. Estos flujos de caja no tienen por que ser constantes, como es el caso en una anualidad. La tasa interna de retorno equivale a la tasa de interés producida por un proyecto de inversión con pagos (valores negativos) e ingresos (valores positivos) que ocurren en períodos regulares (flujos de caja con intervalos iguales, como meses o años)

**Sintaxis:** TIR (valores; estimar)

**Valores:** Matriz o referencia a celdas que contienen los números para los cuales desea calcular la tasa interna de retorno. (Flujo de fondos)

El argumento valores debe contener al menos un valor positivo y uno negativo para calcular la tasa interna de retorno.

TIR interpreta el orden de los flujos de caja siguiendo el orden del argumento valores. Asegurar introducir los valores de los pagos e ingresos en el orden correcto.

Si un argumento matricial o de referencia contiene texto, valores lógicos o celdas vacías, esos valores se pasan por alto.

**Estimar:** Número que el usuario estima que se aproximará al resultado de TIR.

En la mayoría de los casos no necesita proporcionar el argumento estimar para el cálculo de TIR. Si se omite el argumento estimar, se asume que es 0,1 (10%).

Si TIR devuelve el valor de error # ¡NUM!, o si el valor no se aproxima a su estimación, realice un nuevo intento con un valor diferente de estimar.

#### Observaciones:

TIR está íntimamente relacionado a VNA, la función valor neto actual. La tasa de retorno calculada por TIR es la tasa de interés correspondiente a un valor neto actual 0 (cero). La fórmula siguiente demuestra la relación entre VNA y TIR:  $VNA(TIR(B1:B6), B1:B6)$  es igual a 3,60E-08 [Dentro de la exactitud del cálculo TIR, el valor 3,60E-08 es en efecto 0 (cero).]

**Ejemplo:**

A	B
Datos	Descripción
-70.000	Costo inicial de un negocio
12.000	Ingresos netos del primer año
15.000	Ingresos netos del segundo año
18.000	Ingresos netos del tercer año
21.000	Ingresos netos del cuarto año
26.000	Ingresos netos del quinto año

Formula	Descripción (Resultado)
=TIR(A2:A6)	Tasa interna de retorno de la inversión después de cuatro años (-2%)
=TIR(A2:A7)	Tasa interna de retorno después de cinco años (9%)
=TIR(A2:A4;-10%)	Para calcular la tasa interna de retorno de la inversión después de dos años, tendrá que incluir una estimación (-44%

**TIR.NO.PER:** Devuelve la tasa interna de retorno para un flujo de caja que no es necesariamente periódico. Para calcular la tasa interna de retorno de una serie de flujos de caja periódicos, utilice la función TIR.

**Sintaxis:** TIR.NO.PER (valores;fechas;estimar)

**Valores:** Serie de flujos de caja que corresponde a un calendario de pagos determinado por el argumento fechas. El primer pago es opcional y corresponde al costo o pago en que se incurre al principio de la inversión. Si el primer valor es un costo o un pago, debe ser un valor negativo. Todos los pagos sucesivos se descuentan basado en un año de 365 días. La serie de valores debe incluir al menos un valor positivo y un valor negativo.

**Fechas:** Es un calendario de fechas de pago que corresponde a los pagos del flujo de caja. La primera fecha de pago indica el principio del calendario de pagos. El resto de las fechas deben ser posteriores a ésta, pero pueden ocurrir en cualquier orden. Las fechas deben introducirse mediante la función FECHA o como resultados de otras fórmulas o funciones. Por ejemplo, utilice FECHA(2008;5;23) para el día 23 de mayo de 2008. Pueden producirse problemas si las fechas se introducen como texto.

**Estimar:** Número que el usuario estima que se aproximará al resultado de TIR.NO.PER.

**Observaciones:**

TIR.NO.PER espera al menos un flujo de caja positivo y otro negativo. De lo contrario, TIR.NO.PER devuelve el valor de error #iNUM!

Si alguno de los números del argumento fechas no es una fecha válida, TIR.NO.PER devuelve el valor de error #iVALOR!

Si alguno de los números del argumento fechas precede a la fecha de inicio, TIR.NO.PER devuelve el valor de error #iNUM!

Si valores y fechas contienen un número distinto de valores, TIR.NO.PER devuelve el valor de error #iNUM!

En la mayoría de los casos no es necesario proporcionar el argumento estimar para el cálculo de TIR.NO.PER. Si se omite el argumento estimar, se supone que es 0,1 (10%).

TIR.NO.PER está íntimamente relacionada con VNA.NO.PER, función del valor neto actual. La tasa de retorno calculada por TIR.NO.PER es la tasa de interés que corresponde a VNA.NO.PER = 0.

Excel utiliza una técnica iterativa para el cálculo de TIR.NO.PER. Al utilizar una tasa variable (comenzar con el argumento estimar), TIR.NO.PER reitera el cálculo hasta que el resultado obtenido tenga una exactitud del 0,000001%. Si TIR.NO.PER no llega a un resultado después de 100 intentos, devuelve el valor de error #iNUM! La tasa cambia hasta:

$$0 = \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{(1 + \text{tasa})^{(d_i - d_1)/365}}$$

Donde:

$d_i$  = es la  $i$ ésima o última fecha de pago.

$d_1$  = es la fecha de pago 0.

$P_i$  = es el  $i$ ésimo o último pago.

**Ejemplo:**

A	B
<b>Valores</b>	<b>Fechas</b>
-10.000	1 de enero de 2008
2.750	1 de marzo de 2008
4.250	30 de octubre de 2008
3.250	15 de febrero de 2009
2.750	1 de abril de 2009

Fórmula	Descripción (Resultado)
=TIR.NO.PER(A2:A6;B2:B6;0,1)	Tasa interna de retorno (0,373362535 ó 37,34%)

**TIRM:** Devuelve la tasa interna de retorno modificada para una serie de flujos de caja periódicos. TIRM toma en cuenta el costo de la inversión y el interés obtenido por la reinversión del dinero.

**Sintaxis:** TIRM(valores;tasa\_financiamiento;tasa\_reinversión)

**valores:** Matriz o referencia a celdas que conforman un flujo de caja, de pagos (valores negativos) e ingresos (valores positivos) que se realizan en períodos regulares.

El argumento valores debe contener por lo menos un valor positivo y uno negativo para poder calcular la tasa interna de retorno modificada. De lo contrario, TIRM devuelve el valor de error #¡DIV/0!

Si el argumento matricial o de referencia contiene texto, valores lógicos o celdas vacías, estos valores se pasan por alto; sin embargo, se incluirán las celdas con el valor cero.

**tasa\_financiamiento:** Tasa de interés que se paga por el dinero utilizado en los flujos de caja.

**tasa\_reinversión:** Tasa de interés obtenida por los flujos de caja a medida que se reinvierten.

**Observaciones**

TIRM usa el orden de valores para interpretar el orden de los flujos de caja. Asegúrese de introducir los valores de los pagos e ingresos en el orden deseado y con los signos correctos (valores positivos para ingresos y valores negativos para pagos).

Si  $n$  es el número de flujos de caja en valores,  $tasaf$  es la tasa\_financiamiento y  $tasar$  es la tasa\_reinversión, la fórmula de TIRM es:

$$\left[ \frac{-VNA(tasar, \text{valores (positivos)}) \times (1 + tasar)^n}{VNA(tasaf, \text{valores (negativos)}) \times (1 + tasaf)} \right]^{\frac{1}{n-1}} - 1$$

**Ejemplo:**

A	B
Datos	Descripción
-120.000 \$	Coste inicial
39.000	Rendimiento del primer año
30.000	Rendimiento del segundo año
21.000	Rendimiento del tercer año
37.000	Rendimiento del cuarto año
46.000	Rendimiento del quinto año
10,00%	Tasa de interés anual del préstamo de 120.000
12,00%	Tasa de interés anual de los beneficios reinvertidos

Fórmula	Descripción (Resultado)
=TIRM(A2:A7;A8;A9)	Tasa de retorno modificada de la inversión después de cinco años (13%)
=TIRM(A2:A5;A8;A9)	Tasa de retorno modificada después de tres años (-5%)
=TIRM(A2:A7;A8;14%)	Tasa de retorno modificada después de cinco años basada en una tasa de reinversión del 14 por ciento (14%)

**VNA:** Devuelve el valor presente neto de una inversión o proyecto a partir de una tasa de descuento y de flujos futuros de caja que no tienen que ser constantes, correspondientes al valor que tienen una serie de pagos futuros (valores negativos) e ingresos (valores positivos).

**Sintaxis:** VNA(tasa;valor1;valor2; ...)

Valor1; valor2;... deben tener la misma duración y ocurrir al final de cada período.

VNA usa el orden de valor1; valor2;... para interpretar el orden de los flujos de caja. Asegúrese de introducir los valores de los pagos y de los ingresos en el orden adecuado.

Los argumentos que consisten en números, celdas vacías, valores lógicos o representaciones textuales de números se cuentan; los argumentos que

consisten en valores de error o texto que no se puede traducir a números se pasan por alto.

Si un argumento es una matriz o referencia, sólo se considerarán los números en esa matriz o referencia. Se pasan por alto las celdas vacías, valores lógicos, texto o valores de error en la matriz o en la referencia.

**Observaciones**

La inversión VNA comienza un período antes de la fecha del flujo de caja de valor1 y termina con el último flujo de caja de la lista. El cálculo VNA se basa en flujos de caja futuros. Si el primer flujo de caja ocurre al inicio del primer período, el primer valor se deberá agregar al resultado VNA, que no se incluye en los argumentos valores. Si n es el número de flujos de caja de la lista de valores, la fórmula de VNA es:

$$VNA = \sum_{i=1}^n \frac{\text{valores}_i}{(1 + \text{tasa})^i}$$

VNA es similar a la función VA (valor actual). La principal diferencia entre VA y VNA es que VA permite que los flujos de caja comiencen al final o al principio del período. A diferencia de los valores variables de flujos de caja en VNA, los flujos de caja en VA deben permanecer constantes durante la inversión.

VNA también está relacionado con la función TIR (tasa interna de retorno). TIR es la tasa para la cual VNA es igual a cero: VNA(TIR(...), ...) = 0.

**Ejemplo 1**

<b>A</b>	<b>B</b>
<b>Datos</b>	<b>Descripción</b>
10%	Tasa anual de descuento
-10.000	Costo inicial de la inversión un año después de la fecha actual
3.000	Rendimiento del primer año
4.200	Rendimiento del segundo año
6.800	Rendimiento del tercer año
<b>Fórmula</b>	<b>Descripción (Resultado)</b>
=VNA(A2;A3;A4;A5;A6)	Valor neto actual de esta inversión (1.188,44)

En el ejemplo anterior se incluye el costo inicial de 10.000 \$ como uno de los valores porque el pago ocurre al final del primer período.

**Ejemplo 2:**

A	B
Datos	Descripción
8%	Tasa anual de descuento. Esto puede representar la tasa de inflación o la tasa de interés de una inversión de la competencia.
-40.000	Costo inicial de la inversión
8.000	Rendimiento del primer año
9.200	Rendimiento del segundo año
10.000	Rendimiento del tercer año
12.000	Rendimiento del cuarto año
14.500	Rendimiento del quinto año

Fórmula	Descripción (Resultado)
=VNA(A2;A4:A8)+A3	Valor neto actual de esta inversión (1.922,06)
=VNA(A2;A4:A8;-9000)+A3	Valor neto actual de esta inversión, con una pérdida en el sexto año de 9000 (-3.749,47)

En el ejemplo anterior no se incluye el costo inicial de 40.000 \$ como uno de los valores porque el pago ocurre al principio del primer período.

**VNA.NO.PER:** Devuelve el valor neto actual para un flujo de caja que no es necesariamente periódico.

**Sintaxis:** VNA.NO.PER (tasa;valores;fechas)

**Valores:** Serie de flujos de caja que corresponde a un calendario de pagos determinado por el argumento fechas. El primer pago es opcional y corresponde al costo o pago en que se incurre al principio de la inversión. Si el primer valor es un costo o un pago, debe ser un valor negativo. Todos los pagos sucesivos se descuentan basados en un año de 365 días. La serie de valores debe incluir al menos un valor positivo y un valor negativo.

**Fechas:** Calendario de fechas de pago que corresponde a los pagos del flujo de caja. La primera fecha de pago indica el principio del calendario de pagos. El resto de las fechas deben ser posteriores a ésta, pero pueden ocurrir en cualquier orden.

**Observaciones:**

- Tener en cuenta las observaciones de TIR.NO.PER

- VNA.NO.PER se calcula como sigue:

$$\text{VNA NO PER} = \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{(1 + \text{tasa})^{(d_i - d_1)/365}}$$

Donde:

$d_i$  = es la  $i$ ésima o última fecha de pago.

$d_1$  = es la fecha de pago 0.

$P_i$  = es el  $i$ ésimo o último pago.

**Ejemplo:**

A	B
Valores	Fechas
-10.000	1 de enero de 2008
2.750	1 de marzo de 2008
4.250	30 de octubre de 2008
3.250	15.02.09
2.750	1 de abril de 2009

Fórmula	Descripción (Resultado)
=VNA.NO.PER(0,09; A2:A6;B2:B6)	Valor neto actual de una inversión con el costo y el retorno anteriores. Los flujos de caja se descuentan al 9 por ciento (2086,65).

**4. Negociación de valores**

**PRECIO:** Devuelve el precio por \$ 100 de valor nominal de un valor bursátil que paga una tasa de interés periódica.

**Sintaxis:** PRECIO (liq;vencto;tasa;rendto;valor\_de\_rescate;frec;base)

**Observaciones:** PRECIO se calcula como:

$$\text{PRECIO} = \left[ \frac{\text{valor\_rescate}}{\left(1 + \frac{\text{rendto}}{\text{frec}}\right)^{N-1} \cdot \frac{\text{DLC}}{E}} \right] + \left[ \sum_{k=1}^N \frac{100 * \text{tasa} / \text{frec}}{\left(1 + \frac{\text{rendto}}{\text{frec}}\right)^{k-1} \cdot \frac{\text{DLC}}{E}} \right] - \left( 100 * \frac{\text{tasa}}{\text{frec}} * \frac{A}{E} \right)$$

Donde:

DLC = número de días desde liquidación hasta la fecha del próximo cupón.

E: Número de días en el período de un cupón en el que se encuentra la fecha de liquidación.

N: N° de cupones pagaderos entre las fechas de liquidación y de rescate.

A: Número de días desde el inicio del período del cupón hasta la fecha de liquidación.

### Ejemplo:

A	B
Datos	Descripción
15 de febrero de 2008	Fecha de liquidación
15 de noviembre de 2017	Fecha de vencimiento
5,75%	Porcentaje de interés del cupón semestral
6,50%	Tasa de rendimiento
100 \$	Valor de rescate
2	La frecuencia es semestral (vea lo anterior)
0	Base de 30/360 (vea lo anterior)
Fórmula	Descripción (Resultado)
=PRECIO(A2;A3;A4;A5;A6;A7;A8)	Precio de un bono con los términos anteriores (94,63436)

**PRECIO.DESCUENTO:** Devuelve el precio por \$ 100 de valor nominal de un valor bursátil con descuento.

**Sintaxis:** PRECIO.DESCUENTO(liq; vencto; descuento; valor\_de\_rescate; base)

**Observaciones:** PRECIO.DESCUENTO se calcula como:

$$\text{PRECIO.DESCTO} = \text{valor\_ resc} - \text{descto} \times \text{valor\_ resc} \times \frac{\text{DLV}}{\text{B}}$$

Donde:

B = número de días en un año, dependiendo de la base anual que se use.

DLV = número de días entre liquidación y vencimiento.

### Ejemplo:

A	B
Datos	Descripción
16 de febrero de 2008	Fecha de liquidación
1 de marzo de 2008	Fecha de vencimiento
5,25%	Tasa de descuento
100 \$	Valor de rescate
2	Base real/360 (vea lo anterior)

Fórmula	Descripción (Resultado)
=PRECIO.DESCUENTO(A2;A3;A4;A5;A6)	Precio de un bono con los términos anteriores (99,79583)

**PRECIO.VENCIMIENTO:** Devuelve el precio por 100 \$ de valor nominal de un valor bursátil que paga interés a su vencimiento.

**Sintaxis:** PRECIO.VENCIMIENTO(liq;vencto;emisión;tasa;rendto;base)

**Observaciones:** PRECIO.VENCIMIENTO se calcula como:

$$\text{PRECIO.VTO} = \frac{100 + \left(\frac{\text{DEM}}{\text{B}}\right) * \text{tasa} * 100}{1 + \left(\frac{\text{DEM}}{\text{B}}\right) * \text{rdto}} - \left(\frac{\text{A}}{\text{B}} * \text{tasa} * 100\right)$$

Donde:

B = número de días en un año, dependiendo de la base anual que se use.

DLV = número de días entre liquidación y vencimiento.

DEM = número de días entre la fecha de emisión y la fecha de vencimiento.

A = número de días entre emisión y liquidación.

**Ejemplo:**

A	B
Datos	Descripción
15 de febrero de 2008	Fecha de liquidación
13 de abril de 2008	Fecha de vencimiento
11 de noviembre de 2007	Fecha de emisión
6,1%	Porcentaje de interés del cupón semestral
6,1%	Tasa de rendimiento
0	Base de 30/360 (vea lo anterior)

Fórmula	Descripción (Resultado)
=PRECIO.VENCIMIENTO(A2;A3;A4;A5;A6;A7)	Precio de un bono con los términos anteriores (99,98449888)

**CANTIDAD.RECIBIDA:** Devuelve la cantidad recibida al vencimiento de un valor bursátil completamente invertido.

**Sintaxis:** CANTIDAD.RECIBIDA(liq;venc;inversión;descuento;base)

**Observaciones:** CANTIDAD.RECIBIDA se calcula de la siguiente manera:

$$\text{CANT. REC} = \frac{\text{inversión}}{1 - \left(\frac{\text{descuento} \times \text{DEM}}{B}\right)}$$

Donde:

B = número de días en un año, dependiendo de la base anual que se use.

DEM = número de días entre la fecha de emisión y la fecha de vencimiento.

**Ejemplo:**

A	B
Datos	Descripción
15 de febrero de 2008	Fecha de liquidación (emisión)
15 de mayo de 2008	Fecha de vencimiento
1.000.000	Inversión
5,75%	Tasa de descuento
2	Base real/360 (vea lo anterior)

Fórmula	Descripción (Resultado)
=CANTIDAD.RECIBIDA (A2;A3;A4;A5;A6)	Cantidad total que se va a recibir en la fecha de vencimiento para el bono con los términos anteriores (1014584,654)

**RENTDO.DESC:** Devuelve el rendimiento anual de un valor bursátil con descuento. Por ejemplo para una letra de tesorería (US Treasury bill).

**Sintaxis:** RENTDO.DESC(liq;venc;precio;valor\_de\_rescate;base)

**Ejemplo:**

A	B
Datos	Descripción
16 de febrero de 2008	Fecha de liquidación
01.03.08	Fecha de vencimiento
99.795	Precio
\$100	Valor de rescate
2	Base: real/360

Fórmula	Descripción (Resultado)
=RENDTO.DESC(A2, A3, A4, A5, A6)	El rendimiento para el bono con las condiciones anteriores (0,052823 o 5,28%)

**RENDTO.VENCTO:** Devuelve el rendimiento anual de un valor bursátil que paga intereses al vencimiento.

**Sintaxis:** RENDTO.VENCTO(liq;vencto;emisión;tasa;precio;base)

**Ejemplo:**

A	B
Datos	Descripción
15.03.08	Fecha de liquidación
03.11.08	Fecha de vencimiento
08.11.07	Fecha de emisión
6.25%	Interés semestral
100.0123	Precio
0	Base 30/360 (vea anteriormente)

Fórmula	Descripción (Resultado)
=RENDTO.VENCTO (A2,A3,A4,A5,A6,A7)	El rendimiento para el bono con las condiciones anteriores (0,060954 o 6,09%)

## 5. Depreciación

**AMORTIZ.PROGRE:** Devuelve la amortización lineal de un bien al final de un ejercicio fiscal determinado. Esta función se proporciona para el sistema contable francés. Si se compra un activo durante el período contable, la regla de prorrata temporis se aplica al cálculo de la amortización. Esta función es similar a AMORTIZ.LIN, excepto que el coeficiente de amortización se aplica al cálculo de acuerdo a la vida esperada del bien.

**Sintaxis:** AMORTIZ.PROGRE(costo,fecha\_compra,primer\_período,costo \_residual,período,tasa;base)

**Importante:** Las fechas deben introducirse mediante la función FECHA o como resultado de otras fórmulas o funciones. Utilizar FECHA(2008;5;23) para el día 23 de mayo de 2008. Pueden producir problemas si las fechas se introducen como texto.

**Costo:** Costo o valor de compra del bien.

**Fecha\_compra:** Fecha de compra del bien.

**Primer\_período:** Fecha del final del primer período.

**Costo\_residual:** Valor residual o valor del bien al final del período de la amortización.

**Período:** período.

**Tasa:** Tasa de amortización.

**Base:** Base anual utilizada.

Base	Base para contar días
0 u omitido	360 días (Método NASD)
1	Real
3	365 al año
4	360 al año (Sistema europeo)

### Observaciones:

Esta función devuelve la amortización hasta el último período de vida del bien o hasta que el valor acumulado de dicha amortización sea mayor que el valor inicial del bien menos el valor residual.

Los coeficientes de amortización son:

#### Vida del bien (1/tasa) Coeficiente de amortización

Entre 3 y 4 años	1.5
Entre 5 y 6 años	2
Más de 6 años	2.5

La tasa de amortización crecerá un 50% para el período que precede al último período y crecerá un 100% para el último período.

Si la vida del bien está entre 0 y 1, 1 y 2, 2 y 3 ó 4 y 5; la función devuelve el valor de error #iNUM!

### Ejemplo:

A	B
Datos	Descripción
2400	Costo
19-8-2008	Fecha de compra
31-12-2008	Final del primer período
300	Valor residual
1	Período
15%	Tasa de amortización
1	Base real (vea lo anterior)

Fórmula	Descripción (Resultado)
=AMORTIZ.PROGRE(A2;A3;A4;A5;A6;A7;A8)	Amortización del primer período (776)

**AMORTIZ.LIN:** Devuelve la amortización lineal de un bien al final de un ejercicio fiscal determinado. Esta función se proporciona para el sistema contable francés. Si se compra un activo durante el período contable, la regla de prorata temporis se aplica al cálculo de la amortización.

**Sintaxis:** AMORTIZ.LIN(costo;fecha\_compra;primer\_período;costo\_residual;período;tasa;base)

**Ejemplo:**

A	B
Datos	Descripción
2400	Costo
19-8-2008	Fecha de compra
31-12-2008	Final del primer período
300	Valor residual
1	Período
15%	Tasa de amortización
1	Base real (vea lo anterior)

Fórmula	Descripción (Resultado)
=AMORTIZ.LIN(A2;A3;A4;A5;A6;A7;A7)	Amortización del primer período (360)

**DB:** Devuelve la depreciación de un bien durante un período específico al emplear el método de depreciación de saldo fijo.

**Sintaxis:** DB(costo;valor\_residual;vida;período;mes)

**Valor\_residual:** Valor al final de la depreciación.

**Vida:** Número de períodos durante los cuales se produce la amortización del bien (también conocido como vida útil del bien).

**Período:** Período para el que se desea calcular la depreciación. Debe usar los mismos valores que el argumento vida.

**Mes:** Número de meses en el primer año. Si se omite el argumento mes, se supondrá que es 12.

**Observaciones:** El método de depreciación de saldo fijo calcula la depreciación a tasa fija. La función DB usa las fórmulas siguientes para calcular la depreciación durante un período:

**(costo - depreciación total de períodos anteriores) x tasa**

Donde:

tasa =  $1 - ((\text{valor\_residual}/\text{costo})^{(1/\text{vida})})$ , redondeado hasta tres posiciones decimales.

La depreciación del primer y último períodos son casos especiales. La función DB usa la fórmula siguiente para calcular el primer período:

**costo x tasa x mes/12**

Para calcular el último período, DB usa la fórmula siguiente:

$((\text{costo} - \text{depreciación total de períodos anteriores}) \times \text{tasa} \times (12 - \text{mes}))/12$

**Ejemplo:**

A	B
Datos	Descripción
1.000.000	Costo inicial
100.000	Valor residual
6	Vida en años

Fórmula	Descripción (Resultado)
=DB(A2;A3;A4;1;7)	Amortización del primer año, calculado para sólo 7 meses (186.083,33)
=DB(A2;A3;A4;2;7)	Amortización del segundo año (259.639,42)
=DB(A2;A3;A4;3;7)	Amortización del tercer año (176.814,44)
=DB(A2;A3;A4;4;7)	Amortización del cuarto año (120.410,64)
=DB(A2;A3;A4;5;7)	Amortización del quinto año (81.999,64)
=DB(A2;A3;A4;6;7)	Amortización del sexto año (55.841,76)
=DB(A2;A3;A4;7;7)	Amortización del séptimo año, calculando sólo 5 meses (15.845,10)

**DDB:** Devuelve la depreciación de un bien en un período específico con el método de depreciación por doble disminución de saldo u otro método que se especifique.

**Sintaxis:** DDB(costo,valor\_residual,vida,período,factor)

**Período:** Período para el que se desea calcular la depreciación. Debe usar los mismos valores que el argumento vida.

**Factor:** Tasa a la que disminuye el saldo. Si el argumento factor se omite, se calculará como 2 (el método de amortización con una tasa doble de disminución del saldo).

**Importante:** Los cinco argumentos deben ser números positivos.

Observaciones:

El método de depreciación por doble disminución del saldo calcula la depreciación a una tasa acelerada. La depreciación es más alta durante el primer período y disminuye en períodos sucesivos. La función DDB usa la fórmula siguiente para calcular la depreciación para un período:

**costo-valor\_residual(depreciación total períodos ant) x factor/vida**

Si no desea usar el método de depreciación por doble disminución del saldo, cambie el argumento factor.

Utilice la función DVS si desea pasar al método de depreciación lineal cuando la depreciación sea mayor que el cálculo de disminución del saldo.

**Ejemplo:**

A	B
Datos	Descripción
2400	Costo inicial
300	Valor residual
10	Vida en años

Fórmula	Descripción (Resultado)
=DDB(A2;A3;A4*365;1)	Amortización del primer día. Microsoft Excel asume automáticamente que factor es 2 (1,32)
=DDB(A2;A3;A4*12;1;2)	Amortización del primer mes (40,00)
=DDB(A2;A3;A4;1;2)	Amortización del primer año (480,00)
=DDB(A2;A3;A4;2;1,5)	Amortización del segundo año, con factor de 1,5 en lugar del método de depreciación por doble disminución del saldo
=DDB(A2;A3;A4;10)	Amortización del décimo año. Microsoft Excel asume automáticamente que factor es 2 (22,12).

**Nota:** Los resultados se redondean con dos decimales.

SYD: Devuelve la depreciación por suma de dígitos de los años de un bien durante un período específico.

**Sintaxis:** SYD(costo;valor\_residual;vida;período)

**Observación:** SYD se calcula como:

$$\text{SYD} = \frac{(\text{costo} - \text{valor\_residual}) \times (\text{vida} - \text{período} + 1) \times 2}{(\text{vida}) \times (\text{vida} + 1)}$$

**Ejemplo:**

A	B
<b>Datos</b>	<b>Descripción</b>
30.000	Costo inicial
7.500	Valor residual
10	Vida en años

Fórmula	Descripción (Resultado)
=SYD(A2;A3;A4;1)	Depreciación anual permitida para el primer año (4.090,91)
=SYD(A2;A3;A4;10)	Depreciación anual permitida para el décimo año (409,09)

**DVS:** Devuelve la amortización de un bien durante un período específico, inclusive un período parcial, con uso del método de amortización acelerada con una tasa doble y según el coeficiente que especifique. Las iniciales DVS corresponden a disminución variable del saldo.

**Sintaxis:** DVS(costo;valor\_residual;vida;período\_inicial;período\_final;

Factor; sin\_cambios)

**Factor:** Tasa a la que disminuye el saldo. Si el argumento factor se omite, se calculará como 2 (el método de amortización con una tasa doble de disminución del saldo). Si no desea usar el método de depreciación por doble disminución del saldo, cambie el argumento factor. Para obtener una descripción del método de amortización o de depreciación por doble disminución del saldo, consulte DDB.

**Sin\_cambios:** Valor lógico que especifica si deberá cambiar al método directo de depreciación cuando la depreciación sea mayor que el cálculo del saldo en disminución.

Si el argumento sin\_cambios es VERDADERO, Microsoft Excel no cambia al método directo de depreciación aun cuando ésta sea mayor que el cálculo del saldo en disminución.

Si el argumento `sin_cambios` es `FALSO` o se omite, Excel cambia al método directo de depreciación cuando la depreciación es mayor que el cálculo del saldo en disminución.

Todos los argumentos, excepto el argumento `sin_cambios`, deben ser números positivos.

**Ejemplo:**

A	B
Datos	Descripción
2400	Coste inicial
300	Valor residual
10	Vida en años

Fórmula	Descripción (Resultado)
<code>=DVS(A2;A3;A4*365;0;1)</code>	Depreciación del primer día. Excel supone automáticamente que factor es 2 (1,32).
<code>=DVS(A2;A3;A4*12;0;1)</code>	Depreciación del primer mes (40,00)
<code>=DVS(A2;A3;A4;0;1)</code>	Depreciación del primer año (480,00)
<code>=DVS(A2;A3;A4*12;6;18)</code>	Depreciación entre los meses seis y dieciocho (396,31)
<code>=DVS(A2;A3;A4*12;6;18;1,5)</code>	Depreciación entre los meses seis y dieciocho con factor de 1,5 en lugar del método de doble disminución del saldo (311,81)

<code>=DVS(A2;A3;A4;0;0,875;1,5)</code>	Depreciación del primer ejercicio fiscal en el que ha poseído el bien, suponiendo que las leyes fiscales limiten su depreciación al 150 por ciento del saldo en disminución. El bien se adquiere en medio del primer trimestre del ejercicio fiscal. (315,00)
---	---

**Nota:** Los resultados se redondean a dos decimales.

**SLN:** Devuelve la depreciación por método directo de un bien en un período dado.

**Sintaxis:** `SLN(costo;valor_residual;vida)`

**Ejemplo:**

A	B
Datos	Descripción
30.000	Costo
7.500	Valor residual
10	Años de vida útil

Fórmula	Descripción (Resultado)
=SLN(A2;A3;A4)	Depreciación permitida para cada año (2.250)

## 6. Riesgos:

**DURACION:** Devuelve la duración de Macauley de un valor de valor nominal supuesto de \$100. La duración se define como el promedio ponderado del valor presente de los recursos generados y se usa como una medida de la respuesta del precio de un bono a los cambios en el rendimiento.

**Sintaxis:** DURACION(liq;vencto;cupón;rendto;frec;base)

**Importante:** Las fechas deben introducirse mediante la función FECHA o como resultado de otras fórmulas o funciones.

**Liq:** Fecha de liquidación del valor bursátil. La fecha de liquidación del valor bursátil es la fecha posterior a la fecha de emisión en la que el comprador adquiere el valor bursátil.

**Vencto:** Fecha de vencimiento del valor bursátil. La fecha de vencimiento es cuando expira el valor bursátil.

**Cupón:** Tasa de interés nominal anual (interés en los cupones) de un valor bursátil.

**Rendto:** Rendimiento anual de un valor bursátil.

**Frec:** Número de pagos de cupón al año. Para pagos anuales, frec = 1; para pagos semestrales, frec = 2; para pagos trimestrales, frec = 4.

**Base:** Determina en qué tipo de base deben contarse los días.

**Base            Base para contar días**

0 u omitido US (NASD) 30/360

1            Real/real

2            Real/360

3            Real/365

4            Europea 30/360

## Observaciones:

La fecha de liquidación es la fecha en que se compra el cupón, como un bono. La fecha de vencimiento es la fecha en que expira el cupón. Por

ejemplo, supongamos que se emite un bono a treinta años el 1 de enero de 2008 y, seis meses más tarde, lo adquiere un comprador. La fecha de emisión será el 1 de enero de 2008, la de liquidación, el 1 de julio de 2008 y la de vencimiento, el 1 de enero de 2038, es decir, treinta años después del 1 de enero de 2008, fecha de emisión.

Los argumentos liq, vencto, frec y base se truncan a enteros.

Si los argumentos liq o vencto no son fechas válidas, DURACION devuelve el valor de error #iVALOR!

Si el argumento cupón < 0 o si rendto < 0, DURACION devuelve el valor de error #iNUM!

Si el argumento frec es un número distinto de 1, 2 ó 4, DURACION devuelve el valor de error #iNUM!

Si base < 0 o si base > 4, DURACION devuelve el valor de error #iNUM!

Si el argumento liq ≥ vencto, DURACION devuelve el valor de error #iNUM!

**Ejemplo:**

A	B
Datos	Descripción
1 de enero de 2008	Fecha de liquidación
1 de enero de 2016	Fecha de vencimiento
8%	Porcentaje de la tasa de interés nominal anual (del cupón)
9,0%	Tasa de rendimiento
2	La frecuencia es semestral (vea lo anterior)
1	Base real/real (vea lo anterior)

Fórmula	Descripción (Resultado)
=DURACION(A2;A3;A4;A5;A6;A7)	Duración de un bono con los términos anteriores (5,993775)

**DURACION.MODIF:** Devuelve la duración de Macauley modificada de un valor bursátil con un valor nominal supuesto de \$100.

**Sintaxis:** DURACION.MODIF(liq; vencto; cupón; rendto; frec; base)

**Liq:** Fecha de liquidación del valor bursátil. La fecha de liquidación del valor bursátil es la fecha posterior a la fecha de emisión en la que el comprador adquiere el valor bursátil.

**Vencto:** Fecha de vencimiento del valor bursátil. La fecha de vencimiento es cuando expira el valor bursátil.

**Cupón:** Tasa de interés nominal anual (interés en los cupones) de un valor bursátil.

**Rendto:** Rendimiento anual de un valor bursátil.

**Frec:** Número de pagos de cupón al año. Para pagos anuales,  $frec = 1$ ; para pagos semestrales,  $frec = 2$ ; para pagos trimestrales,  $frec = 4$ .

**Base** determina en qué tipo de base deben contarse los días.

<b>Base</b>	<b>Base para contar días</b>
-------------	------------------------------

0 u omitido	US (NASD) 30/360
-------------	------------------

1	Real/real
---	-----------

2	Real/360
---	----------

3	Real/365
---	----------

4	Europea 30/360
---	----------------

### **Observaciones:**

La fecha de liquidación es la fecha en que se compra el cupón, como un bono. La fecha de vencimiento es la fecha en que expira el cupón. Por ejemplo, supongamos que se emite un bono a treinta años el 1 de enero de 2008 y, seis meses más tarde, lo adquiere un comprador. La fecha de emisión será el 1 de enero de 2008, la de liquidación, el 1 de julio de 2008 y la de vencimiento, el 1 de enero de 2038, treinta años después del 1 de enero de 2008, fecha de emisión.

Los argumentos *liq*, *vencto*, *frec* y *base* se truncan a enteros.

Si el argumento *frec* es cualquier número distinto de 1, 2 ó 4, *DURACION.MODIF* devuelve el valor de error #iNUM!

Si  $base < 0$  o  $base > 4$ , *DURACION.MODIF* devuelve el valor de error #iNUM!

Si  $liq \geq vencto$ , *DURACION.MODIF* devuelve el valor de error #iNUM!

La duración modificada se define como se indica a continuación:

$$DM = \frac{D}{1 + \left( \frac{\text{Rendimiento mercado}}{\text{Cupones a pagar por año}} \right)}$$

**Ejemplo:**

A	B
Datos	Descripción
1 de enero de 2008	Fecha de liquidación
1 de enero de 2016	Fecha de vencimiento
8%	Porcentaje de la tasa de interés nominal anual (del cupón)
9,0%	Tasa de rendimiento
2	La frecuencia es semestral (vea lo anterior)
1	Base real/real (vea lo anterior)

Fórmula	Descripción (Resultado)
=DURACION.MODIF (A2;A3;A4;A5;A6;A7)	La duración modificada de un bono con los términos anteriores (5,73567)

**TASA.INT:** Devuelve la tasa de interés para la inversión total en un valor bursátil.

**Sintaxis:** TASA.INT(liq; vencio; inversión; valor\_de\_rescate; base)

**Inversión:** Cantidad de dinero que se ha invertido en el valor bursátil.

**Valor\_de\_rescate:** Valor que se recibirá en la fecha de vencimiento.

**Observaciones:**

La fecha de liquidación es la fecha en que se compra el cupón, como un bono. La fecha de vencimiento es la fecha en que expira el cupón. Por ejemplo, supongamos que se emite un bono a treinta años el 1 de enero de 2008 y, seis meses más tarde, lo adquiere un comprador. La fecha de emisión será el 1 de enero de 2008, la de liquidación, el 1 de julio de 2008 y la de vencimiento, el 1 de enero de 2038, es decir, treinta años después del 1 de enero de 2008, fecha de emisión.

TASA.INT se calcula como se indica a continuación:

$$TASA.INT = \frac{\text{valor de rescate} - \text{inversión}}{\text{inversión}} \times \frac{B}{DIM}$$

Donde:

B = número de días en un año, dependiendo de la base anual que se use.

DIM = Número de días entre el argumento liq y el argumento vencido.

### Ejemplo:

A	B
Datos	Descripción
15 de febrero de 2008	Fecha de liquidación
15 de mayo de 2008	Fecha de vencimiento
1.000.000	Inversión
1.014.420	Valor de rescate
2	Base real/360 (vea lo anterior)

Fórmula	Descripción (Resultado)
=TASA.INT(A2;A3;A4;A5;A6)	Tasa de descuento para los términos del valor bursátil anterior (0,05768 ó 5,77%)

## 7. Otras herramientas de gran ayuda para análisis en finanzas:

**Buscar objetivo:** Forma parte de una serie de comandos denominados herramientas de **análisis Y si** (proceso de cambio de los valores de celdas para ver cómo afectan esos cambios al resultado de fórmulas de la hoja de cálculo. Por ejemplo, variar la tasa de interés que se utiliza en una tabla de amortización para determinar el importe de los pagos). En el caso de conocer el resultado deseado de una **fórmula** sencilla, pero no la variable que determina el resultado, podrá utilizar la función Buscar objetivo haciendo clic en **Buscar objetivo** en el menú **Herramientas**. Al realizar una **búsqueda de objetivo** (método para buscar un valor específico para una celda ajustando el valor de otra celda. Cuando se busca un objetivo, Excel varía el valor de una celda que especifique hasta que una fórmula que sea dependiente de esa celda devuelva el resultado deseado). Excel varía el valor de celda específica hasta que una fórmula dependiente de dicha celda devuelve el resultado deseado.

Ajustar el valor de una celda para obtener un resultado específico para otra celda, seguir la secuencia:

1. En el menú **Herramientas**, haga clic en **Buscar objetivo**.
2. En el cuadro **Definir celda**, escriba la referencia de la celda que contenga la **fórmula** que desee resolver.
3. En el cuadro **Con el valor**, introduzca el resultado que desee.

4. En el cuadro **Para cambiar la celda**, introduzca la referencia de la celda que contenga el valor que desee ajustar. A esta celda debe hacer referencia la fórmula en la celda especificada del cuadro **Definir celda**
5. Haga clic en **Aceptar**.

**Solver:** Comando de las herramientas de análisis Y si. Con Solver, puede buscarse el valor óptimo para una fórmula de celda, denominada celda objetivo, en una hoja de cálculo. Solver funciona en un grupo de celdas que estén relacionadas, directa o indirectamente, con la fórmula de la celda objetivo. Solver ajusta los valores en las celdas cambiantes que se especifiquen, denominadas celdas ajustables, para generar el resultado especificado en la fórmula de la celda objetivo. Pueden aplicarse restricciones (restricciones: limitaciones aplicadas a un problema de Solver. Puede aplicar restricciones a celdas ajustables, la celda de destino u otras celdas que estén directa o indirectamente relacionadas con la celda de destino.) para restringir los valores que puede utilizar Solver en el modelo y las restricciones pueden hacer referencia a otras celdas a las que afecte la fórmula de la celda objetivo.

Utilice Solver para determinar el valor máximo o mínimo de una celda cambiando otras celdas, por ejemplo, puede cambiar el importe del presupuesto previsto para publicidad y ver el efecto sobre el margen de beneficio.

Microsoft Excel incluye un libro, Solvsamp.xls en la carpeta Office\Samples, que demuestra los tipos de problemas que pueden resolverse.

**Notas:**

**Anexo N° 4. Tablas de conversión de tasas de interés, negociación y descuento de títulos.**

**Tabla N° 4.1.  
Equivalencias de tasas de interés de efectivas a nominales.**

INTERESES NOMINALES [%]									
INTERES EFECTIVO	ANTICIPADOS					VENCIDOS			
	Mes	bimestral	Trimestral	Semestral	Anual	Mes	bimestral	Trimestral	Semestral
2,0%	1,9786	1,9770	1,9754	1,9705	1,9608	1,9819	1,9835	1,9852	1,9901
3,0%	2,9522	2,9486	2,9450	2,9341	2,9126	2,9595	2,9632	2,9668	2,9778
4,0%	3,9157	3,9093	3,9029	3,8839	3,8462	3,9285	3,9349	3,9414	3,9608
5,0%	4,8691	4,8592	4,8494	4,8200	4,7619	4,8889	4,8989	4,9089	4,9390
6,0%	5,8128	5,7987	5,7847	5,7428	5,6604	5,8411	5,8553	5,8695	5,9126
7,0%	6,7468	6,7279	6,7090	6,6527	6,5421	6,7850	6,8042	6,8234	6,8816
8,0%	7,6715	7,6470	7,6225	7,5499	7,4074	7,7208	7,7457	7,7706	7,8461
9,0%	8,5869	8,5562	8,5256	8,4347	8,2569	8,6488	8,6800	8,7113	8,8061
10,0%	9,4933	9,4557	9,4184	9,3075	9,0909	9,5690	9,6071	9,6455	9,7618
11,0%	10,3908	10,3458	10,3010	10,1684	9,9099	10,4815	10,5273	10,5733	10,7131
12,0%	11,2795	11,2265	11,1738	11,0178	10,7143	11,3866	11,4406	11,4949	11,6601
13,0%	12,1597	12,0981	12,0369	11,8558	11,5044	12,2842	12,3471	12,4104	12,6029
14,0%	13,0316	12,9608	12,8905	12,6828	12,2807	13,1746	13,2469	13,3198	13,5416
15,0%	13,8951	13,8147	13,7348	13,4990	13,0435	14,0579	14,1402	14,2232	14,4761
16,0%	14,7506	14,6599	14,5700	14,3047	13,7931	14,9342	15,0271	15,1208	15,4066
17,0%	15,5981	15,4967	15,3962	15,0999	14,5299	15,8035	15,9076	16,0126	16,3331
18,0%	16,4378	16,3252	16,2137	15,8851	15,2542	16,6661	16,7818	16,8987	17,2556
19,0%	17,2699	17,1456	17,0225	16,6603	15,9664	17,5220	17,6500	17,7791	18,1742
20,0%	18,0943	17,9579	17,8229	17,4258	16,6667	18,3714	18,5120	18,6541	19,0890
21,0%	18,9114	18,7624	18,6150	18,1818	17,3554	19,2142	19,3681	19,5235	20,0000
22,0%	19,7212	19,5592	19,3989	18,9285	18,0328	20,0508	20,2183	20,3877	20,9072
23,0%	20,5239	20,3484	20,1749	19,6661	18,6992	20,8810	21,0627	21,2465	21,8107
24,0%	21,3195	21,1301	20,9430	20,3947	19,3548	21,7051	21,9014	22,1001	22,7106
25,0%	22,1082	21,9045	21,7034	21,1146	20,0000	22,5231	22,7345	22,9485	23,6068
26,0%	22,8900	22,6717	22,4562	21,8258	20,6349	23,3352	23,5620	23,7919	24,4994
27,0%	23,6652	23,4319	23,2016	22,5287	21,2598	24,1413	24,3842	24,6302	25,3886
28,0%	24,4338	24,1851	23,9397	23,2233	21,8750	24,9417	25,2009	25,4637	26,2742
29,0%	25,1959	24,9314	24,6706	23,9098	22,4806	25,7363	26,0123	26,2922	27,1563
30,0%	25,9517	25,6711	25,3945	24,5884	23,0769	26,5253	26,8185	27,1160	28,0351
31,0%	26,7012	26,4041	26,1114	25,2592	23,6641	27,3088	27,6196	27,9350	28,9105
32,0%	27,4445	27,1306	26,8216	25,9223	24,2424	28,0868	28,4155	28,7493	29,7825
33,0%	28,1817	27,8508	27,5250	26,5780	24,8120	28,8595	29,2065	29,5591	30,6513
34,0%	28,9129	28,5646	28,2219	27,2263	25,3731	29,6268	29,9925	30,3643	31,5167
35,0%	29,6383	29,2723	28,9123	27,8674	25,9259	30,3889	30,7737	31,1649	32,3790
36,0%	30,3579	29,9739	29,5963	28,5014	26,4706	31,1458	31,5500	31,9612	33,2381
37,0%	31,0717	30,6694	30,2741	29,1285	27,0073	31,8976	32,3216	32,7530	34,0940
38,0%	31,7800	31,3591	30,9457	29,7487	27,5362	32,6445	33,0885	33,5406	34,9468
39,0%	32,4826	32,0430	31,6113	30,3622	28,0576	33,3864	33,8508	34,3239	35,7965
40,0%	33,1799	32,7212	32,2709	30,9691	28,5714	34,1234	34,6086	35,1029	36,6432
41,0%	33,8717	33,3937	32,9247	31,5696	29,0780	34,8556	35,3618	35,8778	37,4868
42,0%	34,5583	34,0607	33,5726	32,1637	29,5775	35,5830	36,1106	36,6486	38,3275

**Tabla N° 4.2. Equivalencia de tasas de interés nominales a efectivas.**

INTERESES EFECTIVOS [%]									
INTERES NOMINAL	ANTICIPADOS					VENCIDOS			
	Mes	bimestral	Trimestral	Semestral	Anual	Mes	bimestral	Trimestral	Semestral
2,0%	2,0218	2,0235	2,0253	2,0304	2,0408	2,0184	2,0167	2,0151	2,0100
3,0%	3,0493	3,0532	3,0571	3,0689	3,0928	3,0416	3,0378	3,0339	3,0225
4,0%	4,0880	4,0950	4,1020	4,1233	4,1667	4,0742	4,0673	4,0604	4,0400
5,0%	5,1381	5,1491	5,1602	5,1940	5,2632	5,1162	5,1053	5,0945	5,0625
6,0%	6,1996	6,2157	6,2319	6,2812	6,3830	6,1678	6,1520	6,1364	6,0900
7,0%	7,2728	7,2950	7,3173	7,3854	7,5269	7,2290	7,2074	7,1859	7,1225
8,0%	8,3577	8,3870	8,4166	8,5069	8,6957	8,3000	8,2715	8,2432	8,1600
9,0%	9,4545	9,4921	9,5300	9,6461	9,8901	9,3807	9,3443	9,3083	9,2025
10,0%	10,5634	10,6103	10,6577	10,8033	11,1111	10,4713	10,4260	10,3813	10,2500
11,0%	11,6844	11,7418	11,7999	11,9789	12,3596	11,5719	11,5167	11,4621	11,3025
12,0%	12,8178	12,8869	12,9570	13,1734	13,6364	12,6825	12,6162	12,5509	12,3600
13,0%	13,9636	14,0457	14,1290	14,3870	14,9425	13,8032	13,7248	13,6476	13,4225
14,0%	15,1221	15,2184	15,3163	15,6203	16,2791	14,9342	14,8425	14,7523	14,4900
15,0%	16,2933	16,4052	16,5191	16,8736	17,6471	16,0755	15,9693	15,8650	15,5625
16,0%	17,4775	17,6063	17,7376	18,1474	19,0476	17,2271	17,1054	16,9859	16,6400
17,0%	18,6747	18,8218	18,9720	19,4422	20,4819	18,3892	18,2506	18,1148	17,7225
18,0%	19,8851	20,0521	20,2227	20,7584	21,9512	19,5618	19,4052	19,2519	18,8100
19,0%	21,1089	21,2972	21,4899	22,0964	23,4568	20,7451	20,5692	20,3971	19,9025
20,0%	22,3463	22,5574	22,7738	23,4568	25,0000	21,9391	21,7426	21,5506	21,0000
21,0%	23,5974	23,8329	24,0747	24,8400	26,5823	23,1439	22,9255	22,7124	22,1025
22,0%	24,8623	25,1240	25,3928	26,2467	28,2051	24,3597	24,1180	23,8825	23,2100
23,0%	26,1413	26,4307	26,7286	27,6772	29,8701	25,5864	25,3201	25,0609	24,3225
24,0%	27,4345	27,7534	28,0821	29,1322	31,5789	26,8242	26,5319	26,2477	25,4400
25,0%	28,7421	29,0923	29,4538	30,6122	33,3333	28,0732	27,7534	27,4429	26,5625
26,0%	30,0642	30,4476	30,8439	32,1178	35,1351	29,3334	28,9848	28,6466	27,6900
27,0%	31,4010	31,8195	32,2527	33,6496	36,9863	30,6050	30,2260	29,8588	28,8225
28,0%	32,7528	33,2083	33,6805	35,2082	38,8889	31,8881	31,4772	31,0796	29,9600
29,0%	34,1196	34,6142	35,1277	36,7942	40,8451	33,1826	32,7383	32,3089	31,1025
30,0%	35,5017	36,0374	36,5945	38,4083	42,8571	34,4889	34,0096	33,5469	32,2500
31,0%	36,8992	37,4782	38,0812	40,0511	44,9275	35,8069	35,2909	34,7936	33,4025
32,0%	38,3123	38,9369	39,5882	41,7234	47,0588	37,1367	36,5825	36,0489	34,5600
33,0%	39,7413	40,4136	41,1158	43,4257	49,2537	38,4784	37,8843	37,3130	35,7225
34,0%	41,1862	41,9087	42,6644	45,1589	51,5152	39,8321	39,1964	38,5859	36,8900
35,0%	42,6474	43,4223	44,2343	46,9238	53,8462	41,1980	40,5189	39,8676	38,0625
36,0%	44,1250	44,9549	45,8258	48,7210	56,2500	42,5761	41,8519	41,1582	39,2400
37,0%	45,6191	46,5066	47,4394	50,5514	58,7302	43,9665	43,1954	42,4577	40,4225
38,0%	47,1301	48,0777	49,0753	52,4158	61,2903	45,3693	44,5495	43,7661	41,6100
39,0%	48,6580	49,6685	50,7340	54,3150	63,9344	46,7847	45,9142	45,0835	42,8025
40,0%	50,2032	51,2792	52,4158	56,2500	66,6667	48,2126	47,2897	46,4100	44,0000
41,0%	51,7657	52,9103	54,1211	58,2216	69,4915	49,6533	48,6759	47,7455	45,2025
42,0%	53,3459	54,5619	55,8504	60,2307	72,4138	51,1069	50,0730	49,0902	46,4100

**Tabla N° 4.3. Tasas de descuento en negociación de títulos.**

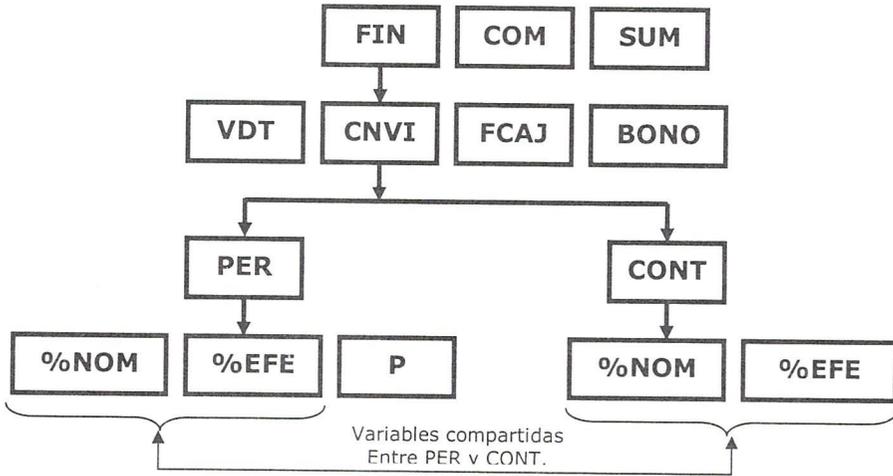
TABLA DE DESCUENTO EN NEGOCIACION DE TITULOS VALORES [%]																		
TASA EFECTIVA DE NEGOCIACION	NUMERO DE DIAS AL VENCIMIENTO																	
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
2,0%	99,97	99,95	99,92	99,89	99,86	99,84	99,81	99,78	99,76	99,73	99,70	99,68	99,65	99,62	99,59	99,57	99,54	99,51
3,0%	99,96	99,92	99,88	99,84	99,80	99,76	99,72	99,68	99,64	99,60	99,56	99,52	99,47	99,43	99,39	99,35	99,31	99,27
4,0%	99,95	99,89	99,84	99,79	99,73	99,68	99,62	99,57	99,52	99,46	99,41	99,36	99,30	99,25	99,20	99,14	99,09	99,04
5,0%	99,93	99,87	99,80	99,73	99,67	99,60	99,53	99,47	99,40	99,33	99,27	99,20	99,13	99,07	99,00	98,94	98,87	98,80
6,0%	99,92	99,84	99,76	99,68	99,60	99,52	99,44	99,36	99,28	99,20	99,13	99,05	98,97	98,89	98,81	98,73	98,65	98,57
7,0%	99,91	99,81	99,72	99,63	99,54	99,45	99,35	99,26	99,17	99,08	98,99	98,89	98,80	98,71	98,62	98,53	98,44	98,35
8,0%	99,89	99,79	99,68	99,58	99,47	99,37	99,26	99,16	99,06	98,95	98,85	98,74	98,64	98,53	98,43	98,33	98,22	98,12
9,0%	99,88	99,76	99,65	99,53	99,41	99,29	99,18	99,06	98,94	98,83	98,71	98,59	98,48	98,36	98,24	98,13	98,01	97,90
10,0%	99,87	99,74	99,61	99,48	99,35	99,22	99,09	98,96	98,83	98,70	98,57	98,45	98,32	98,19	98,06	97,93	97,80	97,68
11,0%	99,86	99,71	99,57	99,43	99,29	99,15	99,00	98,86	98,72	98,58	98,44	98,30	98,16	98,02	97,88	97,74	97,60	97,46
12,0%	99,84	99,69	99,54	99,38	99,23	99,07	98,92	98,77	98,61	98,46	98,31	98,15	98,00	97,85	97,70	97,55	97,40	97,24
13,0%	99,83	99,67	99,50	99,33	99,17	99,00	98,83	98,67	98,50	98,34	98,18	98,01	97,85	97,68	97,52	97,36	97,19	97,03
14,0%	99,82	99,64	99,46	99,28	99,11	98,93	98,75	98,57	98,40	98,22	98,04	97,87	97,69	97,52	97,34	97,17	96,99	96,82
15,0%	99,81	99,62	99,43	99,24	99,05	98,86	98,67	98,48	98,29	98,10	97,92	97,73	97,54	97,36	97,17	96,98	96,80	96,61
16,0%	99,80	99,59	99,39	99,19	98,99	98,79	98,59	98,39	98,19	97,99	97,79	97,59	97,39	97,19	97,00	96,80	96,60	96,41
17,0%	99,79	99,57	99,36	99,14	98,93	98,72	98,51	98,29	98,08	97,87	97,66	97,45	97,24	97,03	96,83	96,62	96,41	96,20
18,0%	99,77	99,55	99,32	99,10	98,87	98,65	98,43	98,20	97,98	97,76	97,54	97,32	97,10	96,88	96,66	96,44	96,22	96,00
19,0%	99,76	99,52	99,29	99,05	98,82	98,58	98,35	98,11	97,88	97,65	97,41	97,18	96,95	96,72	96,49	96,26	96,03	95,80
20,0%	99,75	99,50	99,25	99,01	98,76	98,51	98,27	98,02	97,78	97,53	97,29	97,05	96,81	96,56	96,32	96,08	95,84	95,60
21,0%	99,74	99,48	99,22	98,96	98,70	98,45	98,19	97,93	97,68	97,42	97,17	96,92	96,66	96,41	96,16	95,91	95,66	95,41
22,0%	99,73	99,46	99,19	98,92	98,65	98,38	98,11	97,84	97,58	97,31	97,05	96,78	96,52	96,26	96,00	95,74	95,47	95,22
23,0%	99,72	99,43	99,15	98,87	98,59	98,31	98,03	97,76	97,48	97,20	96,93	96,65	96,38	96,11	95,84	95,56	95,29	95,02
24,0%	99,71	99,41	99,12	98,83	98,54	98,25	97,96	97,67	97,38	97,10	96,81	96,53	96,24	95,96	95,68	95,39	95,11	94,83
25,0%	99,69	99,39	99,09	98,78	98,48	98,18	97,88	97,58	97,29	96,99	96,69	96,40	96,10	95,81	95,52	95,23	94,94	94,65
26,0%	99,68	99,37	99,05	98,74	98,43	98,12	97,81	97,50	97,19	96,88	96,58	96,27	95,97	95,66	95,36	95,06	94,76	94,46
27,0%	99,67	99,35	99,02	98,70	98,38	98,05	97,73	97,41	97,10	96,78	96,46	96,15	95,83	95,52	95,21	94,90	94,59	94,28
28,0%	99,66	99,33	98,99	98,66	98,32	97,99	97,66	97,33	97,00	96,67	96,35	96,02	95,70	95,38	95,05	94,73	94,41	94,09
29,0%	99,65	99,30	98,96	98,61	98,27	97,93	97,59	97,25	96,91	96,57	96,24	95,90	95,57	95,23	94,90	94,57	94,24	93,91
30,0%	99,64	99,28	98,93	98,57	98,22	97,87	97,52	97,17	96,82	96,47	96,12	95,78	95,44	95,09	94,75	94,41	94,07	93,74
31,0%	99,63	99,26	98,90	98,53	98,17	97,81	97,44	97,08	96,73	96,37	96,01	95,66	95,31	94,95	94,60	94,25	93,91	93,56
32,0%	99,62	99,24	98,87	98,49	98,12	97,74	97,37	97,00	96,64	96,27	95,90	95,54	95,18	94,81	94,45	94,10	93,74	93,38
33,0%	99,61	99,22	98,83	98,45	98,07	97,68	97,30	96,92	96,55	96,17	95,79	95,42	95,05	94,68	94,31	93,94	93,57	93,21
34,0%	99,60	99,20	98,80	98,41	98,02	97,62	97,23	96,84	96,46	96,07	95,69	95,30	94,92	94,54	94,16	93,79	93,41	93,04
35,0%	99,59	99,18	98,77	98,37	97,97	97,56	97,16	96,76	96,37	95,97	95,58	95,19	94,80	94,41	94,02	93,63	93,25	92,87
36,0%	99,58	99,16	98,74	98,33	97,92	97,50	97,09	96,69	96,28	95,88	95,47	95,07	94,67	94,27	93,88	93,48	93,09	92,70
37,0%	99,57	99,14	98,71	98,29	97,87	97,45	97,03	96,61	96,19	95,78	95,37	94,96	94,55	94,14	93,74	93,33	92,93	92,53
38,0%	99,56	99,12	98,69	98,25	97,82	97,39	96,96	96,53	96,11	95,68	95,26	94,84	94,43	94,01	93,60	93,18	92,77	92,37
39,0%	99,55	99,10	98,66	98,21	97,77	97,33	96,89	96,46	96,02	95,59	95,16	94,73	94,30	93,88	93,46	93,04	92,62	92,20
40,0%	99,54	99,08	98,63	98,17	97,72	97,27	96,83	96,38	95,94	95,50	95,06	94,62	94,18	93,75	93,32	92,89	92,46	92,04
41,0%	99,53	99,06	98,60	98,13	97,67	97,22	96,76	96,30	95,85	95,40	94,95	94,51	94,06	93,62	93,18	92,75	92,31	91,88
42,0%	99,52	99,04	98,57	98,10	97,63	97,16	96,69	96,23	95,77	95,31	94,85	94,40	93,95	93,50	93,05	92,60	92,16	91,72

**Tabla N° 4.4. Tasas efectivas en negociación de títulos.**

TABLA DE TASAS EFECTIVAS DE NEGOCIACIÓN DE TÍTULOS [%]																		
[%] DESCUENTO TÍTULO	NUMERO DE DIAS AL VENCIMIENTO																	
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
99,50%	44,18	20,08	12,97	9,58	7,59	6,29	5,37	4,68	4,15	3,73	3,38	3,10	2,85	2,65	2,47	2,31	2,18	2,05
99,25%	73,25	31,62	20,10	14,73	11,62	9,59	8,17	7,11	6,30	5,65	5,12	4,69	4,32	4,00	3,73	3,49	3,29	3,10
99,00%		44,32	27,71	20,13	15,80	13,01	11,05	9,60	8,49	7,61	6,90	6,30	5,81	5,38	5,01	4,69	4,41	4,16
98,75%		58,27	35,81	25,80	20,16	16,54	14,02	12,16	10,74	9,62	8,71	7,95	7,32	6,78	6,31	5,91	5,55	5,23
98,50%		73,61	44,45	31,76	24,69	20,19	17,07	14,79	13,04	11,66	10,55	9,63	8,86	8,20	7,63	7,14	6,71	6,32
98,25%		90,49	53,66	38,02	29,40	23,96	20,22	17,48	15,40	13,76	12,43	11,34	10,42	9,64	8,97	8,39	7,88	7,42
98,00%			63,49	44,59	34,31	27,86	23,45	20,24	17,81	15,89	14,35	13,08	12,01	11,11	10,33	9,66	9,06	8,54
97,75%			73,98	51,48	39,41	31,90	26,79	23,08	20,27	18,07	16,30	14,85	13,63	12,60	11,71	10,94	10,27	9,67
97,50%			85,16	58,73	44,72	36,07	30,22	25,99	22,80	20,30	18,30	16,65	15,28	14,11	13,11	12,24	11,48	10,81
97,25%			97,10	66,35	50,25	40,39	33,75	28,98	25,38	22,58	20,33	18,49	16,95	15,65	14,53	13,57	12,72	11,97
97,00%				74,35	56,00	44,86	37,39	32,04	28,03	24,90	22,40	20,36	18,65	17,21	15,98	14,91	13,97	13,15
96,75%				82,76	61,99	49,48	41,14	35,19	30,73	27,28	24,52	22,26	20,39	18,80	17,44	16,27	15,24	14,34
96,50%				91,59	68,23	54,26	45,00	38,42	33,51	29,70	26,67	24,20	22,15	20,41	18,93	17,65	16,53	15,54
96,25%				74,72	59,21	48,97	41,73	36,34	32,18	28,87	26,18	23,94	22,05	20,44	19,05	17,84	16,77	
96,00%				81,48	64,32	53,07	45,14	39,25	34,72	31,12	28,19	25,76	23,72	21,98	20,47	19,16	18,00	
95,75%				88,53	69,62	57,29	48,63	42,23	37,31	33,40	30,24	27,62	25,41	23,54	21,91	20,50	19,26	
95,50%				95,86	75,10	61,64	52,22	45,28	39,95	35,74	32,33	29,51	27,14	25,12	23,38	21,86	20,53	
95,25%							80,78	66,11	55,90	48,40	42,65	38,12	34,45	31,43	28,89	26,72	24,86	23,24
95,00%							86,65	70,73	59,69	51,60	45,42	40,55	36,62	33,38	30,66	28,35	26,37	24,64
94,75%							92,73	75,49	63,57	54,87	48,24	43,03	38,83	35,37	32,47	30,01	27,90	26,06
94,50%							99,03	80,39	67,57	58,23	51,13	45,56	41,08	37,39	34,31	31,69	29,45	27,50
94,25%								85,44	71,67	61,66	54,08	48,14	43,37	39,45	36,18	33,40	31,02	28,96
94,00%								90,65	75,88	65,18	57,10	50,78	45,70	41,55	38,08	35,14	32,62	30,43
93,75%								96,02	80,20	68,79	60,18	53,46	48,08	43,68	40,01	36,90	34,24	31,93
93,50%								84,65	72,48	63,33	56,21	50,51	45,85	41,97	38,69	35,89	33,46	31,33
93,25%								89,21	76,27	66,56	59,01	52,98	48,06	43,97	40,51	37,56	35,00	32,77
93,00%								93,91	80,15	69,85	61,87	55,50	50,31	46,00	42,36	39,25	36,56	34,22
92,75%								98,73	84,13	73,22	64,78	58,07	52,60	48,06	44,24	40,97	38,15	35,69
92,50%									88,20	76,67	67,76	60,68	54,93	50,16	46,14	42,72	39,76	37,19
92,25%									92,38	80,20	70,80	63,35	57,30	52,29	48,08	44,49	41,40	38,70
92,00%									96,66	83,80	73,91	66,07	59,71	54,46	50,05	46,29	43,05	40,24
91,75%										87,49	77,08	68,84	62,17	56,67	52,05	48,12	44,74	41,79
91,50%										91,26	80,31	71,67	64,68	58,91	54,08	49,97	46,44	43,37
91,25%										95,12	83,62	74,55	67,23	61,20	56,15	51,86	48,17	44,97
91,00%										99,07	86,99	77,49	69,82	63,52	58,25	53,77	49,93	46,59
90,75%										90,43	80,48	72,47	65,88	60,38	55,71	51,71	48,24	
90,50%										93,95	83,54	75,16	68,29	62,55	57,69	53,52	49,90	
90,25%										97,55	86,65	77,90	70,73	64,75	59,69	55,35	51,60	
90,00%										89,83	80,69	73,22	66,99	61,72	57,21	53,31		
89,75%										93,07	83,54	75,75	69,26	63,79	59,10	55,05		
89,50%										96,37	86,44	78,32	71,58	65,89	61,02	56,81		

**Anexo N° 5. Casos aplicados Calculadora HP.**

**DIAGRAMA DE CONVERSIÓN DE TASAS DE INTERÉS [CNVI]**  
[Calculadora HP17B]



**PER** = Capitalización periódica.

**CONT** = Capitalización continua o diaria.

**P** = Número de períodos de capitalización al año. [365/d].

Donde d = número de días en que se quiere dividir cada período del año.

Antecediendo el signo (-) registra la tasa en modalidad **ANTICIPADA**, sin signo o (+) **VENCIDA**.

**Ejemplo:** Cuál de las siguientes alternativas de inversión es más rentable para un inversionista?

[A]: 24% anual T.V.

[B]: 23% anual M.V.

[C]: 23% anual D.V. [continuo].

Solución:

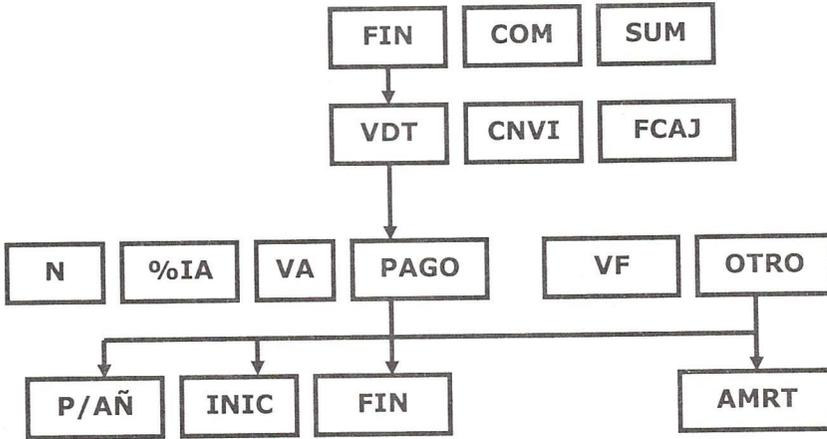
[A] = FIN, CNVI, PER, 4 P, 24 %NOM, => %EFE = **26.24% E.A.**

[B] = FIN, CNVI, PER, 12 P, 23 %NOM, => %EFE = 25.58% E.A.

[C] = EXIT, CONT => %EFE = 25.85% E.A.

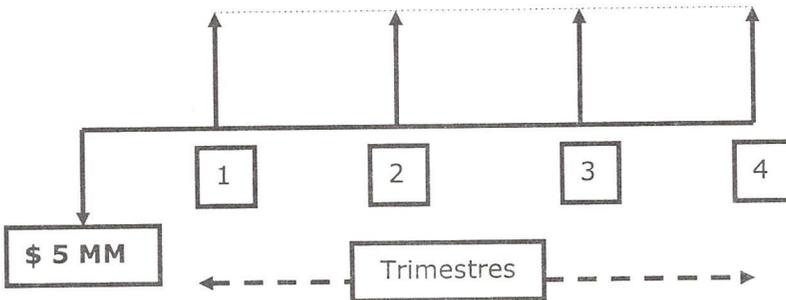
En Consecuencia, la mejor alternativa es la [A] dado que tiene la tasa de interés más alta, frente a las restantes.

**DIAGRAMA DE EQUIVALENCIA DE FLUJOS.**  
**Menú: Valor dinero en función del tiempo [VDT]**



Aplicación: Flujos de caja con pagos periódicos iguales en tiempo y monto.  
 [Anualidades]

**Ejemplo:** Un préstamo por valor de \$5 millones de pesos, pagadero en un año a una tasa de interés del 10% ea. Calcular el valor de la anualidad trimestre vencido.



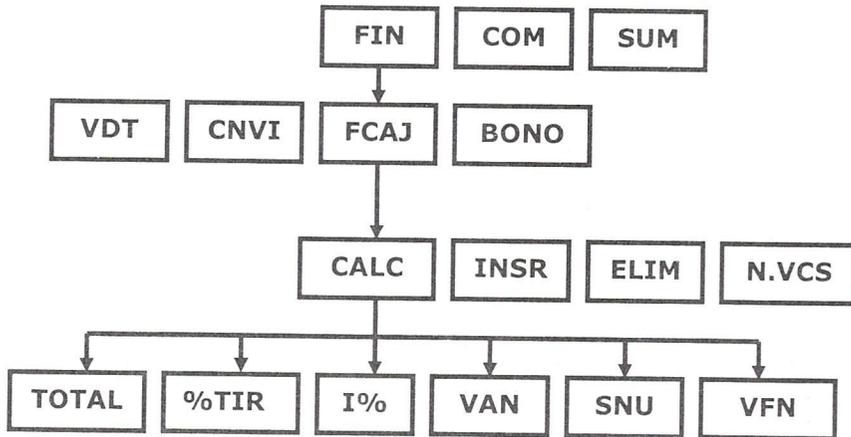
%IA = Tasa de interés = 10% ea, equivalente al 9.65% TV. N=4 trimestres.  
 P/AÑ = 4 modo FIN. PAGO = ?

**Solución:**

FIN ,VDT, ■ CLEAR DATA, OTRO ■ CLEAR DATA, 4 EXIT, 4 N, 9.65%IA,  
 5.000.000 VA, PAGO = -1.326.253.

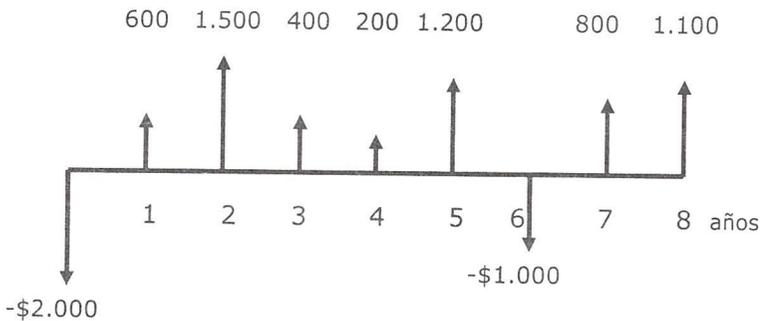
Calcular la nueva tasa si el pago periódico se reduce en \$100.000.

**EVALUACIÓN FINANCIERA**  
Menú: Flujos de caja. [F.CAJ]



Permite realizar cálculos con flujos de caja AGRUPADOS y/o DESAGRUPADOS.

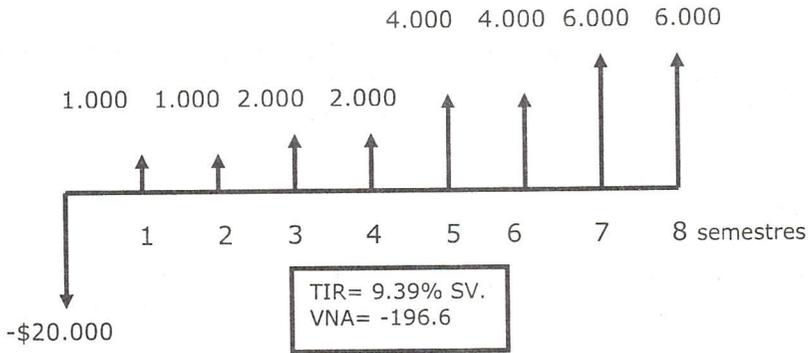
**Ejemplo 1.** Calcular la TIR del siguiente flujo de fondos.



**NOTA:** los períodos de capitalización deben ser iguales.

FIN, F.CAJ., ■ CLEAR DATA [Confirmar **SI**], N.VCS. [PEDIDO, APAG.]  
 2.000[+/-][INPUT] FLUJO (1) =? -2.000, 600 [INPUT], 1500 [INPUT], 400  
 [INPUT], 200 [INPUT], 1200 [INPUT], 1.000 [+/-] [INPUT], 800 [INPUT],  
 1100 [INPUT],[EXIT][CALC] [%TIR]= **29.51% EA.**

**Ejemplo 2.** Calcular la TIR y VPN del siguiente flujo de fondos, tomando como tasa de descuento el 10% EA.



**TASA INTERNA DE RETORNO MODIFICADA:**

Cuando un flujo de caja está estructurado con más de un cambio en ingresos [+] y egresos [-], es decir **NO CONVENCIONAL** [Un flujo es convencional, cuando la secuencia del flujo de caja, cambia de signo únicamente una vez y cuando la sumatoria de los flujos es mayor que cero] se presentan varias TIR.

**Ejemplo:**

PERIODO	VALOR	10000	TIR
0	-1.600	0	25%
1	10.000	1	400%
2	-10.000	2 años	
		-1600	
		-10000	

ALTERNATIVA. Utilizar TIRM, empleando los siguientes criterios:

- 1) Para los flujos positivos [+] ingresos por reinversión tasas oportunidad/otra alterna según inversionista manteniendo igual riesgo.
- 2) Para los flujos negativos [-] costos pagados por uso de recursos -tasas tipo capital de trabajo [financiación].

PERIODOS	FLUJO DE CAJA	VALORES	FLUJO EQUIVALENTE
0	[-]	VA	+VF
N	[+]	VF	-VP

**TIRM = ?**

### Ejemplo modificación de la TIR

Dado el siguiente flujo de fondos:

n	VALOR	CARACTERÍSTICAS	SUPUESTOS	e.a %	Valores
0	-1.600	Cambio de signo	Tasa reinversión	25	VF
1	10.000	Sumatoria menor a cero	Tasa financiación	39	VP
2	-10.000				

Procedimiento:

FIN, F.CAJ ■ CLEAR DATA, [SI] 1600 [+/-] [INPUT],0 [INPUT] [INPUT],10.000 [+/-][INPUT] [INPUT][EXIT], [CALC],39% %I, VAN = -6.775.7

FIN, F.CAJ ■ CLEAR DATA, [SI] 0 [INPUT],10000 [INPUT] [INPUT],0[INPUT] [INPUT][EXIT], [CALC],25% %I, VFN = 12.500

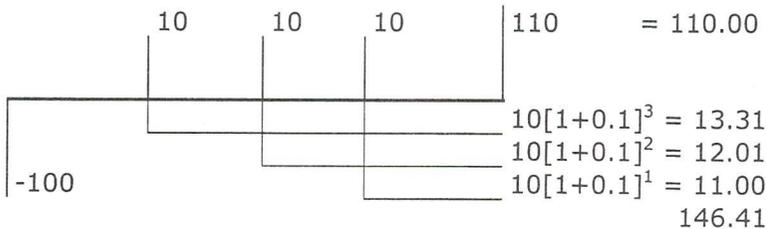
FLUJO EQUIVALENTE +VF= 12.500

**TIRM = ?**  
-VP = 6.775.7

■ CLEAR DATA, FIN, VDT, [1 NO.P AÑO/MODO FINAL] [EXIT] -6.775.7 VA, 12.500 VF, %IA = **35.82% E.A. = TIRM**

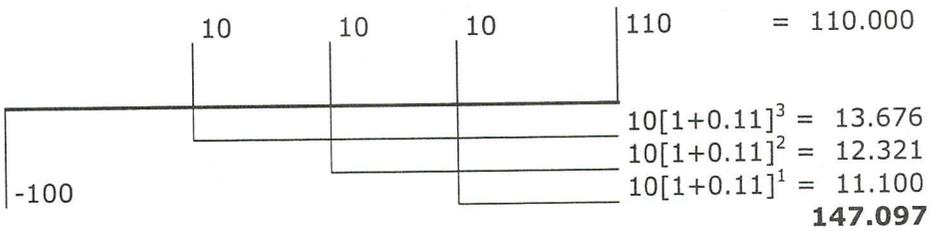
### Falacia de la reinversión.

a)



Tasa de interés = 46.41% e.a. = 40% t.v.

b)



Tasa de reinversión: 44% t.v. =>TIR= 47.097% ea

FIN, F.CAJ ■ CLEAR DATA [SI][N.VCS][...ENC] 0 [INPUT], 10[INPUT]3  
 [INPUT], 110 [INPUT][INPUT],[EXIT][CALC]11 [Y%] VFN = 147.097.

**TIR = 47.097% EA, = 40.51% T.V.**

## **Anexo N° 6. Principales aspectos relacionados con las tasas de interés, reguladas por la Superintendencia Financiera de Colombia.**

Texto circular externa N° 007 de Enero 19 /1996. (Circular básica jurídica).

**Titulo segundo.** Instrucciones generales relativas a las operaciones activas comunes a los establecimientos de crédito capitulo primero:

...

1. Condiciones generales aplicables a cualquier operación activa de crédito.
- 1.1. Condiciones generales para el otorgamiento y ejecución de los créditos.

...

### **f. Tasas máximas de interés**

Las tasas de interés en Colombia pueden ser libremente acordadas por las partes siempre que se sujeten a los límites legales. Teniendo en cuenta lo anterior, y para los efectos de lo dispuesto en el artículo 884 del C.Co, aquellas obligaciones que pacten las entidades vigiladas, en las cuales hayan de pagarse réditos de un capital, deben sujetarse a las siguientes reglas:

**-Tasa máxima de interés remuneratorio:** Las tasas máximas de interés remuneratorio que los establecimientos de crédito pueden cobrar o pagar a su clientela sobre todas las operaciones activas y pasivas son las que indique la Junta Directiva del Banco de la República de acuerdo con lo dispuesto en el literal e) del artículo 16 de la Ley 31 de 1992. En tanto la autoridad monetaria no señale las tasas máximas remuneratorias, las mismas deben responder a lo pactado libremente por las partes, teniendo en cuenta en todo caso que no pueden superar la tasa constitutiva del delito de usura, es decir, aquella que exceda en la mitad el interés bancario corriente.

**-Tasa máxima de interés moratorio:** Las tasas máximas de interés moratorio no pueden ser superiores a una y media veces el interés bancario corriente certificado por la SBC de acuerdo con lo dispuesto en el artículo 884 del C.Co. modificado mediante el artículo 111 de la Ley 510 de 1999.

Para los efectos de lo dispuesto en el artículo 19 de la Ley 546 de 1999, cuando las partes no hayan pactado intereses moratorios, los mismos no se presumirán; sin embargo, cuando se pacten no podrán exceder una y media veces el interés remuneratorio pactado y solamente podrán cobrarse por cuotas vencidas.

Una vez precisados los límites, éstos deben corresponder a tasas reales efectivas, ya que estas últimas son las indicadas para reflejar la verdadera rentabilidad obtenida.

**-Sanción por cobro en exceso:** De acuerdo con lo dispuesto en el artículo 72 de la Ley 45 de 1990, el deudor se encuentra facultado para solicitar la devolución de los intereses pagados en exceso, aumentados en una suma igual que el acreedor debe entregar a título de sanción. Los establecimientos de crédito deben demostrar que efectivamente hicieron entrega de las sumas cobradas en exceso al haberse presentado esta situación.

Si se pactan sistemas de capitalización de intereses o de interés compuesto, los intereses remuneratorios estipulados en cualquiera de esas modalidades no pueden exceder el interés bancario corriente más la mitad de éste, de conformidad con lo previsto en el artículo 64 de la Ley 45 de 1990.

**-Modificaciones tasas de interés:** Teniendo en cuenta que las partes no pueden desconocer en sus contratos las disposiciones legales de orden público y dado que las normas que imponen límites a las tasas de interés que se cobren o reciban por préstamos de dinero son normas de esta naturaleza, los contratantes de estos negocios jurídicos deben atender la siguiente regla:

Las modificaciones que presenten las tasas de interés durante la vida de préstamos pactados con los establecimientos de crédito, deben reflejarse en la correspondiente reducción de los montos convenidos al momento de la celebración de los contratos, cuando quiera que al momento de la causación de los réditos aquellos sobrepasen los límites correspondientes.

**-Cobros que conforman intereses:** dado que los intereses son réditos de un capital, debe entenderse incluido en ellos tanto lo que se cobra por ceder el beneficio de hacer uso del dinero, como por asumir el riesgo que ello representa y en general todas las cargas de tipo accesorio que se derivan para el acreedor respectivo, con excepción de los impuestos directos que se causen, como podrían ser los estudios de crédito y los costos de control y cobranza normal u ordinaria, resultando así remunerada con tales réditos y en su integridad, la operación financiera.

Así las cosas, para efectos de lo dispuesto en el artículo 1168 del C. Co y el artículo 68 de la Ley 45 de 1990, debe entenderse comprendido en el concepto de interés, toda suma que reciba el acreedor directamente o por interpuesta persona, teniendo como causa la entrega de dinero, a título de depósito o de mutuo, así como aquellas sumas que el deudor pague por concepto de servicios vinculados directamente con el crédito

En relación con las operaciones relativas al crédito empresarial, de acuerdo con lo señalado por el artículo 39 de la Ley 590 de 2000, los honorarios y comisiones que se cobren en los mismos no se reputan como intereses.

### **g. Contratación de tasas de interés en operaciones activas en moneda legal.**

Por mandato del artículo 97 del Estatuto Orgánico del Sistema Financiero, las entidades vigiladas deben suministrar a los usuarios de los servicios que prestan la información necesaria para lograr la mayor transparencia en las operaciones que realicen, de suerte que les permita, a través de elementos de juicio claro y objetivo, escoger las mejores opciones del mercado. En concordancia con la referida norma, el literal c) del numeral 3. del artículo 326 faculta al Superintendente Bancario para velar porque las instituciones vigiladas suministren a los usuarios del servicio la información necesaria para los fines del artículo 97 citado.

Por su parte el artículo 326, numeral 3., literal a) faculta a la Superintendencia Bancaria para instruir a las instituciones vigiladas sobre la manera como deben cumplirse las disposiciones que regulan su actividad, fijar los criterios técnicos y jurídicos que faciliten el cumplimiento de tales normas y señalar los procedimientos para su cabal aplicación.

Con el propósito de que las normas reseñadas tengan una real aplicación y que las tasas de interés de las operaciones activas sean consignadas en los contratos con total transparencia, de modo que los intervinientes en la operación cuenten con la información suficiente y real sobre su costo, se imparten las siguientes instrucciones:

#### **Contratación de tasas de interés en operaciones activas.**

En los contratos que instrumenten operaciones activas, las tasas de interés fijas o variables deben expresarse en términos efectivos anuales, independientemente de que se mencione su equivalencia en tasas nominales de acuerdo con la periodicidad de pago convenida.

En los eventos en que se pacten tasas de interés variables, **la tasa** de referencia debe ser expresada en términos efectivos anuales y el margen o *spread*, también calculado en términos efectivos anuales, debe adicionarse a la tasa de referencia.

### **h. Publicidad sobre costos y rendimientos de operaciones activas y pasivas.**

...

#### **4) Información de tasas de interés**

Para la publicación de las tasas de interés activas que realice una entidad para información de sus clientes, se observarán los siguientes lineamientos:

Deberá utilizarse el concepto de tasa de interés efectiva anual, independientemente de la posibilidad de expresar su equivalencia en tasas nominales.

- Se distinguirán las tasas entre activas y pasivas.
- Se entiende por **TASA DE INTERES PREFERENCIAL** aquella que la entidad ha cobrado a sus clientes corporativos de menor riesgo en operaciones de crédito en moneda legal de corto plazo (hasta 12 meses), cualquiera que sea la modalidad utilizada y sin que ella constituya necesariamente una oferta. En consecuencia y con arreglo al criterio antes expuesto, dicha tasa deberá reflejar la realidad comercial del momento para los usuarios del servicio, permitiéndoles seleccionar uno u otro intermediario a partir de la información suministrada.
- **Es fundamental que las tasas efectivas activas y pasivas se expresen incluyendo conceptos tales como comisiones, estudios, vigilancia, descuentos de crédito y cualquier otro costo análogo. Los emolumentos que obedezcan a servicios adicionales e independientes y que, en consecuencia, no se cobren de manera uniforme a los usuarios del mismo servicio, deberán excluirse del cálculo de la mencionada tasa efectiva y mostrarse en forma individual, en cuyo caso se identificarán por separado con expresión de su costo en términos de tasa.**

...

## 10) Definiciones

A continuación se define cada uno de los tipos de interés aceptables con su significado y ejemplos, definiciones que deberán ser aplicadas por las entidades vigiladas tanto en los rendimientos que pagan por los recursos captados, como en el cobro de intereses anticipados o vencidos de los préstamos efectuados por éstas, de conformidad con la tasa fijada por la ley en cada caso.

**Tipo de interés:** La tasa efectiva de interés es la que se refiere a la unidad de tiempo y a la unidad de capital y se liquida por unidad de tiempo. El símbolo internacional que se utiliza para el tipo efectivo de interés es letra minúscula "i".

**Ejemplos:**  $i = 24\%$  efectivo anual. Significa que el inversionista obtiene, después de un año sobre cada peso depositado, 24 centavos de interés.

$i = 12\%$  efectivo semestral. Significa que el inversionista obtiene después de un semestre sobre cada 100 pesos, 12 pesos de interés.

- **Tipo nominal de interés:** El tipo nominal de interés es el que se refiere a la unidad de tiempo y a la unidad de capital y se liquida por fracción de unidad de tiempo.

El símbolo internacional que se utiliza para el tipo nominal de interés es la letra minúscula  $j(m)$ , donde  $m$  significa el número de pagos del interés por unidad de tiempo.

**Ejemplos:**  $j(12) = 24\%$  nominal anual pagado por meses. Significa que el inversionista obtiene, sobre cada peso depositado, un interés mensual de 2 centavos.

$j(6) = 9\%$  nominal semestre pagado por meses. Significa que el inversionista obtiene sobre cada 100 pesos depositados, un interés mensual de un peso con cincuenta centavos. La unidad de tiempo es aquí el semestre.

• **Tipos equivalentes de interés:** La unidad de capital se convierte, después de la unidad de tiempo, en el capital  $1+i$ , si se liquida el tipo efectivo de interés  $i$ . Al mismo tiempo, se convierte la unidad de capital, después de la unidad de tiempo, en el capital  $[1 + j(m)]^m$  decimos que  $i$  es el tipo efectivo equivalente al tipo nominal  $j(m)$  y viceversa.

**Ejemplos:** Cuál es el tipo efectivo de interés anual  $i$ , equivalente a un tipo nominal de interés  $j(12)$  de 24% anual pagado por mes?

$j(12) = 24\%$  nominal anual pagado por meses  $i = 26,82\%$  efectiva anual.

Lo que significa que no importa si se paga al inversionista de conformidad con una tasa efectiva anual de 26.82% o si se paga mensualmente 2%, o sea 24% nominal anual pagado por meses. Las dos tasas son equivalentes.

Cuál es el tipo de interés nominal semestral pagado por meses, equivalente a un tipo efectivo semestral de 12%?

$i = 12\%$  efectivo semestral.

$j(6) = 11.44\%$  nominal semestral pagado por meses.

Significa que no importa si se paga al inversionista de conformidad con una tasa efectiva semestral del 12% o si se le paga semestralmente 1.907% o sea 11.44% nominal semestral, pagado por meses. Las dos tasas son equivalentes.

• **Tipo efectivo de descuento.**

El tipo efectivo de descuento es el que se refiere a la unidad de tiempo y a la unidad de capital y se reconoce por unidad de tiempo, es decir, que se paga anticipadamente por unidad de tiempo. El símbolo internacional que se utiliza para el tipo efectivo de descuento es la letra minúscula "d".

**Ejemplo:**  $d = 24\%$  efectivo anual.

Significa que sobre cada 100 pesos de valor nominal que vence en un año se deducen 24 pesos por anticipado.

- **Tipo nominal de descuento**

El tipo nominal de descuento es el que se refiere a la unidad de tiempo y a la unidad de capital y se deduce por fracción de unidad de tiempo, o sea que se paga anticipadamente por fracción de unidad de tiempo.

El símbolo internacional que se utiliza para el tipo nominal de descuento es la letra minúscula  $f(m)$ , donde  $m$  significa el número de pagos por unidad de tiempo nominal que vence en un año; se deducen en forma anticipada dos centavos mensuales.

...

## **12) Cobro de cláusula penal**

Algunos establecimientos de crédito han adoptado en sus pagarés de cartera ordinaria la utilización de una cláusula por medio de la cual se prevé el cobro de una pena adicional a los intereses moratorios para el caso de incumplimiento del deudor.

Al respecto, cabe anotar que este tipo de cláusula corresponde a la denominada por el artículo 1592 de nuestro Código Civil como cláusula penal y que la finalidad de esta figura es idéntica a la de los intereses moratorios por cuanto las dos procuran sancionar al deudor que incumple en el pago. Como sabemos, tanto la cláusula penal como los intereses moratorios tienen la característica de exonerar al acreedor de la carga de probar que sufrió un perjuicio, así como la cuantía del mismo, por cuanto la cantidad pactada entre los contratantes a título de sanción constituye la estimación convencional y anticipada de tales perjuicios y así se estará a esa estimación convencional antes que a la legal y aún a la judicial. En el sentido indicado es que debe darse aplicación al artículo 65 de la Ley 45 de 1990, ya que esta norma aclara cuáles sumas deben entenderse incorporadas en el concepto de intereses moratorios.

Por todo lo anterior, resulta incompatible la existencia simultánea de cláusula penal e intereses moratorios, por cuanto ello constituiría la aplicación para el mismo caso de dos figuras que tienen idéntica finalidad y se estaría así cobrando al deudor dos veces una misma obligación, como es la de pagar por su retardo o incumplimiento.

En consecuencia, se impondrán las sanciones pertinentes cada vez que se compruebe su utilización por parte de algún establecimiento de crédito.

**Título tercero.** Disposiciones especiales relativas a las operaciones de los establecimientos de crédito en particular.

...

**Capítulo cuarto:** disposiciones aplicables a los créditos de vivienda.

## 1. Sistema especializado de financiación de vivienda.

La Ley 546 de 2000 o Ley de Vivienda creó un sistema especializado para la financiación de vivienda individual a largo plazo...

### 1.1 Ámbito de aplicación

### 1.2 Unidad de Valor Real, UVR

La Unidad de Valor Real, UVR, es una unidad de cuenta, creada por la Ley 546 de 1999, que refleja el poder adquisitivo de la moneda, con base exclusivamente en el índice de precios al consumidor certificado por el DANE. De conformidad con lo resuelto por la Honorable Corte Constitucional en Sentencia C-955 de julio 26 de 2000, el valor de la UVR lo deberá establecer la Junta Directiva del Banco de la República "de tal manera que ella incluya exclusiva y verdaderamente la inflación, como tope máximo, sin elemento ni factor adicional alguno, correspondiendo exactamente al IPC".

#### 1.2.1 Metodología para el cálculo del valor en pesos de la UVR

La Resolución Externa N° 13 de 2000 de la Junta Directiva del Banco de la República establece en el Artículo 1°. que el valor en moneda legal colombiana de la UVR se determinará diariamente durante el período de cálculo, con base en la siguiente formula:

$$UVR_t = UVR_{15} * (1+i)^{t/d}$$

Donde:

**UVR<sub>t</sub>**: Valor en moneda legal colombiana de la UVR del día t del período de cálculo.

**UVR<sub>15</sub>**: Valor en moneda legal colombiana de la UVR el día 15 de cada mes.

**i**: Variación mensual del índice de precios al consumidor certificada por el DANE durante el mes calendario inmediatamente anterior al mes del inicio del período de cálculo.

**t**: Número de días calendario transcurridos desde el inicio de un período de cálculo hasta el día de cálculo de la **UVR**. Por lo tanto, **t** tendrá valores entre 1 y 31, de acuerdo con el número de días calendario del respectivo período de cálculo.

**d**: Número de días calendario del respectivo período de cálculo.

**Período de cálculo**: Se entiende como período de cálculo el comprendido entre el día 16 inclusive de un mes, hasta el día 15, inclusive, del mes siguiente

...

### **1.2.3 Informe del valor de reajuste:**

Con el objeto de determinar que la tasa de interés efectiva cobrada durante cada período para los créditos en UVR no sobrepase la tasa de usura, el Decreto 234 de 2000 señala que la UVR se reajustará con la inflación ocurrida durante el año, es decir, de los doce meses inmediatamente anteriores a cada período, y no con variaciones de cada mes anualizadas.

Dicha disposición asigna a la Superintendencia Bancaria la función de informar mensualmente el valor de reajuste en cada período de la inflación registrada durante los doce meses inmediatamente anteriores, de acuerdo con las certificaciones publicadas por el DANE. Esta función es cumplida por la Superintendencia mediante la expedición de Cartas Circulares mensuales.

...

## **3. Tasas de interés en créditos de vivienda.**

### **3.1 Tasas máximas de interés remuneratorias.**

#### **3.1.1 Para créditos en UVR.**

De conformidad con el artículo 1° de la Resolución N° 14 de 2000 de la Junta Directiva del Banco de la República, la tasa de interés remuneratoria para los créditos de vivienda individual a largo plazo y para los créditos destinados a financiar proyectos de construcción de vivienda denominados en UVR otorgados a partir del 3 de septiembre de 2000, no podrá exceder 13.1 puntos porcentuales nominales anuales, pagaderos mes vencido sobre UVR.

Los créditos otorgados a tasas superiores con anterioridad a la vigencia de la citada Resolución, deberán ajustar y mantener la tasa como máximo al tope señalado.

#### **3.1.2 Para créditos en pesos.**

De conformidad con el artículo 2° de la Resolución N° 14 de 2000 de la Junta Directiva del Banco de la República, para los créditos denominados en pesos a tasa nominal fija que se otorguen a partir del 3 de septiembre de 2000, la tasa máxima de interés remuneratoria será equivalente a 13.1 puntos porcentuales nominales anuales, pagaderos mes vencido, adicionados con la variación de la UVR de los últimos 12 meses vigente al perfeccionarse el contrato.

Para los créditos perfeccionados antes del 3 de septiembre de 2000, la tasa máxima de interés remuneratoria será equivalente a 13,1 puntos porcentuales nominales anuales, pagaderos mes vencido, adicionados con la variación de la UVR de los últimos 12 meses, tomando como fecha de partida el 3 de septiembre de 2000 y hasta el mismo día del año 1999, es decir,  $13,92\% + 9,45\% = 23,37\%$  efectivo anual.

### **3.1.3 Para créditos de vivienda de interés social.**

Tal como lo establece la Resolución Externa N° 20 de 2000 de la Junta Directiva del Banco de la República, la tasa de interés remuneratoria de los créditos denominados en UVR para financiar la construcción, mejoramiento y adquisición de vivienda de interés social se mantendrá igual a la prevista en la ley 546 de 1999, es decir no podrá exceder de once (11) puntos porcentuales adicionales a la UVR.

De acuerdo con la misma disposición, para los créditos denominados en pesos a tasa nominal fija, la tasa máxima de interés remuneratoria será equivalente a once (11) puntos porcentuales, adicionados con la variación de la UVR de los últimos 12 meses vigente al perfeccionamiento del contrato.

### **3.2 Expresión de las tasas en términos efectivos.**

La información que se suministre a los clientes de los establecimientos de crédito, tanto al momento de la celebración del contrato, como la que se registre en los correspondientes extractos o cuentas de cobro, deberá expresarse en términos de interés efectivo anual.

No computarán para efectos de determinar las tasas efectivas, los pagos individuales que se causen y cobren por concepto de primas de seguros.

### **3.3 Oportunidad para el inicio del cobro de intereses.**

El cobro de intereses remuneratorios en créditos destinados a financiación de vivienda individual a largo plazo sólo podrá causarse y hacerse efectivo a partir del momento y sobre el monto por el cual se efectúe el desembolso.

De otra parte, y dado que no se pueden capitalizar intereses, los réditos corrientes mensuales y el abono a capital correspondiente en cada una de las cuotas periódicas serán iguales a los valores consignados en la última proyección del crédito en UVR o en pesos, de acuerdo con el sistema de amortización elegido y de conformidad con los resultados obtenidos de aplicar las fórmulas contenidas en el numeral 5 de este capítulo.

### **3.4 Interés de mora.**

En caso de presentarse mora en el pago de cuotas periódicas y de haber sido pactado el pago de intereses por mora, éstos se liquidarán en forma simple sobre las cuotas vencidas, por el tiempo de la mora, a la tasa pactada que, en todo caso, no podrá exceder de una y media veces el interés remuneratorio pactado.

#### **4. Aplicación de los pagos.**

Cada pago se aplicará en el siguiente orden: primas de seguros, intereses de mora si fueron pactados y se han causado, y cuota o cuotas predeterminadas vencidas o causadas en orden de antigüedad, es decir, cubriendo todos los componentes de las cuotas mas atrasadas. Salvo manifestación expresa en contrario del deudor, si después de cancelar la última cuota causada hasta la fecha de pago queda un excedente inferior a la cuota subsiguiente, éste se abonará como pago parcial de la misma, si el excedente es mayor o igual al valor de una cuota, se aplicará como abono a capital.

Teniendo en cuenta que los créditos pueden prepagarse total o parcialmente sin castigo, y que en caso de prepago parcial el deudor tiene derecho a elegir si el monto abonado disminuye el valor de la cuota o el plazo de la obligación, después de cada prepago y de conformidad con la voluntad del deudor, la entidad crediticia deberá actualizar la proyección de las cuotas y su correspondiente distribución.

Todas las primas de seguros deben liquidarse en pesos. Para el caso del seguro de vida deudores, la entidad deberá informar periódicamente al deudor la tasa con la cual se liquida la prima. Para los demás seguros deberá informar adicionalmente el valor asegurado.

#### **5. Sistemas de amortización.**

Sobre este tema en particular es necesario indicar que a partir de la expedición de la Circular Externa 068 de 2000, esta Superintendencia autorizó con carácter general los sistemas de amortización que se señalan en el presente numeral, los cuales a partir del 15 de septiembre de 2000 constituyen los únicos aprobados para utilización de las entidades vigiladas en el sistema de crédito de vivienda a largo plazo y deberán aplicarse tanto para los créditos que se encontraban vigentes a tal fecha como para aquellos que se otorguen en adelante.

No obstante lo anterior e independientemente del sistema de amortización adoptado para cada crédito, a partir del 1º de enero de 2000, fecha de entrada en vigencia de la UVR, en la aplicación de las cuotas las vigiladas deberán dar estricto cumplimiento a las disposiciones contenidas en la Ley 546 de 1999. En consecuencia, a partir de esa fecha los créditos que no hubieren sido redenominados en moneda legal colombiana han debido estar expresados en UVR y en cualquier caso, no puede haber capitalización de intereses ni sanciones por prepago total o parcial de la obligación.

## 5.1. Sistemas en Unidades de Valor Real UVR:

### 5.1.1. Cuota constante en UVR (Sistema de Amortización Gradual).

La cuota mensual es constante en UVR por todos los meses del plazo del crédito. Se calcula como una anualidad uniforme en UVR a la tasa sobre UVR pactada y por los meses del plazo mediante la siguiente fórmula:

$$Cu = D / a_{\overline{n}|i}$$

donde:

**Cu** = Cuota mensual en UVR

**D** = Monto del préstamo en UVR

**n** = Plazo en meses

**i** = tasa efectiva mensual equivalente a la tasa remuneratoria efectiva anual  $i_a$ ,

$$i = ((1+i_a)^{(1/12)})-1$$

$a_{\overline{n}|i}$  = Valor presente de n pagos unitarios periódicos a la tasa i por período

Como la UVR se reajusta diariamente con la tasa de inflación, las cuotas en pesos variarán en la misma proporción. De igual manera, aunque el saldo de la deuda valorada en UVR es siempre decreciente, al convertirlo a pesos normalmente crece durante aproximadamente las dos terceras partes del plazo.

### 5.1.2. Amortización Constante a Capital en UVR.

Durante cada uno de los meses del plazo se amortiza a la deuda una cantidad uniforme en UVR igual al monto del préstamo en UVR dividido por el plazo en meses. La cuota mensual a pagar es la amortización constante más los intereses del mes sobre el saldo insoluto.

La cuota para cada mes se obtiene de aplicar la siguiente fórmula:

$$C_{tu} = \frac{D}{n} + S_{t-1} * i$$

donde:

**C<sub>tu</sub>** = Cuota en UVR a la altura t, t=1,2,3.....n

**D** = Monto de la deuda en UVR

**S<sub>t-1</sub>** = saldo a la altura t-1 igual a

$$S_0 - (t-1) \frac{D}{n}$$

$i$  = tasa efectiva mensual equivalente =  $((1+i_a)^{(1/12)}) - 1$ ,  $i_a$  tasa efectiva anual remuneratoria sobre UVR

$n$  = Número de meses del plazo

De esta forma, la cuota mensual en UVR es decreciente pero variable en pesos en una proporción inferior al IPC.

### 5.1.3. Cuota decreciente mensualmente en UVR cíclica por períodos anuales.

Las cuotas mensuales durante cada anualidad (aniversario) del crédito son decrecientes en UVR. Para cada período anual del crédito se repite la serie de doce cuotas decrecientes. El decremento anual equivalente debe ser igual a la inflación proyectada y no podrá modificarse durante el plazo.

$$C = D \left/ R \ddot{a}_{\overline{N}|i} \right.$$

donde:

$C$  = Cuota del primer mes de cada año del crédito en UVR

$C_t = C(1-g)^{t-1}$  para  $t = 2, 3, 4, \dots, 11, 12$

$g$  = decremento mensual equivalente a la inflación proyectada  $g = (1 + \text{Inf})^{1/12} - 1$

$\ddot{a}_{\overline{N}|i}$  = El valor presente de  $N$  pagos anuales unitarios anticipados a la tasa efectiva anual  $i$

$D$  = Monto de la Deuda en UVR

$N$  = Plazo en años

$i$  = tasa efectiva anual remuneratoria sobre UVR

$R$  = Valor presente de 12 pagos mensuales decrecientes a una tasa mensual equivalente a la inflación proyectada que no podrá modificarse durante el plazo con primer pago igual a una unidad.

## 5.2. Sistemas en Pesos.

### 5.2.1. Cuota Constante (Amortización Gradual en pesos).

La cuota mensual es fija en pesos por todo el plazo del crédito. Se calcula como una anualidad uniforme ordinaria

$$C = D \cdot \frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}$$

donde:

**C** = Valor de la cuota mensual uniforme en pesos.

$a_{\overline{n}|i}$  = Valor presente de n pagos unitarios periódicos a la tasa i por período

**D** = Monto del préstamo en pesos

**n** = Plazo en meses

**i** = tasa efectiva mensual equivalente a la tasa efectiva anual  $i_a$  sobre pesos

$$i = ((1+i_a)^{(1/12)})-1$$

### 5.2.2. Amortización Constante a Capital

Las cuotas mensuales son iguales a la enésima parte de la deuda más los intereses del mes calculados sobre el saldo insoluto. De esta forma, las cuotas mensuales en pesos son decrecientes.

$$C_t = \frac{D}{n} + S_{t-1} * i$$

donde

**C<sub>t</sub>** = Cuota en pesos a la altura t, t=1,2,3.....n

**D** = Monto de la deuda en pesos

**S<sub>t-1</sub>** = saldo a la altura t-1 igual a

$$D - (t-1) \frac{D}{n}$$

**i** = tasa efectiva mensual equivalente =  $((1+i_a)^{(1/12)})-1$ ,  $i_a$  tasa efectiva anual sobre pesos que no podrá incrementarse durante el plazo.

**n** = Número de meses del plazo

Las cuotas definidas en el presente numeral corresponden única y exclusivamente al servicio de la deuda en condiciones normales, es decir no incluyen primas de seguros ni recargos por mora.

## Glosario

**Anualidad:** Serie de pagos iguales en monto y en el intervalo de tiempo en que éstos transcurren. Ej. Pago de \$100 cada trimestre vencido, durante un año.

**Basis point (puntos básicos):** Voz inglesa, que denota una cantidad porcentual como margen que se adiciona a una tasa generalmente flotante tipo DTF. Cien puntos básicos equivalen al 1%.

**Bono de prenda:** Título que incorpora un crédito prendario sobre mercancías amparadas por certificado de depósito que expide un Almacén General de Depósito y que conlleva implícitamente derechos y privilegios de la prenda.

**Canasta básica:** Conjunto de bienes y servicios que definen los patrones de consumo habitual y representativo de los hogares en el país, en los segmentos de ingresos bajos, medios y altos que forman la base metodológica para medir el incremento periódico en los precios.

**Canasta familiar:** Conjunto de bienes y servicios consumidos por segmentos de población trabajadora que devengan un salario mínimo mensual legal vigente.

**DTF:** Tasa promedio ponderada de captación de Depósitos a Término Fijo, por parte de bancos, corporaciones financieras y compañías de financiamiento comercial, a un plazo de 90 días. Esta tasa la certifica El Banco de la República semanalmente, con base en el promedio móvil de las últimas cuatro semanas. Por definición, es una tasa nominal trimestre anticipada. [ $x\%$  T.A.].

**Devaluación:** Pérdida de valor de una moneda –poder de compra- con respecto a una divisa base de referencia. Generalmente respecto al dólar americano.

**Deflactor:** Índice o factor numérico que convierte a precios constantes de un período base o año determinado una serie de valores expresados a precios corrientes; es decir, descontar el efecto inflacionario. Esta conversión emplea índices de precios al consumidor o productor según el caso.

**Delito de usura:** Según el artículo 305 del Código Penal, el delito de usura se configura cuando “El que reciba o cobre, directa o indirectamente, a cambio de préstamo de dinero o por concepto de venta de bienes o servicios a plazo, utilidad o ventaja que exceda en la mitad del interés bancario corriente que para el período correspondiente estén cobrando los bancos, según certificación de la Superintendencia Financiera, cualquiera sea la forma utilizada para hacer constar la operación, ocultarla o disimularla, incurrirá en prisión de dos (2) a cinco (5) años y multa de cincuenta (50) a doscientos (200) salarios mínimos legales mensuales vigentes. El que compre cheque, sueldo, salario o prestación social en los términos y condiciones previstos en este artículo, incurrirá en prisión de tres (3) a siete (7) años y multa de cien (100) a cuatrocientos (400) salarios mínimos legales mensuales vigentes”.

**Economías de escala:** Situación registrada cuando la producción aumenta más que proporcional con relación al cambio de los insumos. Pueden resultar tanto de

rendimientos crecientes a escala (fenómeno tecnológico dentro de la empresa), como de cambios ajenos a la empresa (disminución precios de insumos).

**Economías de alcance:** Resultado de ahorros en costos que se presentan gracias a la posibilidad de combinar dos o más líneas de producción dentro de una empresa, frente a alternativas de producción individual o en forma separada.

**Factoring:** Instrumento financiero de corto plazo en el que se atiende oportunamente necesidades de liquidez. Por medio de esta operación, una empresa cede títulos por vencer como facturas cambiarias, letras de cambio, pagares, cheques posdatados y facturas comerciales a una entidad financiera que efectúa el descuento o la compra de los títulos.

**Flujo de caja libre (FCL):** Relación de ingresos y egresos en el tiempo que se usa para determinar la conveniencia o no de una alternativa –proyecto- de inversión o base para aplicar una de las metodologías para valorar una firma. No todos los movimientos de dinero se incluyen en este Flujo de Caja Libre. Cuando se calcula a partir del Estado de pérdidas y ganancias, no entran en su conformación los siguientes renglones: aportes de capital, préstamos recibidos, pagos de préstamos, pagos de intereses (y su equivalente en el pago de arriendo), ahorros en impuestos por intereses y utilidades o dividendos pagados. Es lo que reciben efectivamente los dueños del capital (deuda y patrimonio) ajustado por los ahorros en impuestos.

**Flujo de fondos:** Serie de pagos [ingresos o egresos por cualquier concepto], que se genera durante un período  $n$  de tiempo, independiente de que sean iguales o no y del momento en que se generen.

**Forward:** Contrato bilateral, mediante el cual se genera compromisos de aceptar/recibir o entregar una cantidad específica de un producto o bien sobre el activo subyacente objeto de este tipo de contrato, en las cantidades y calidades previamente definidas y acordadas incluyendo un precio, fecha, lugar y forma de entrega. Entre otros, cuenta tasas de interés, valores de renta fija, tasa de cambio, precio del petróleo.

**Índice Bancario de referencia (IBR):** El Indicador Bancario de Referencia (IBR), es una tasa de interés de referencia de corto plazo, representativa de las condiciones de liquidez del mercado interbancario colombiano. Fue creado a finales del año 2007 por iniciativa del sector privado, como elemento integral del proceso de desarrollo del mercado monetario y reflejo de los mecanismos de transmisión de la política monetaria. Inició su operación a partir del 2 de enero de 2008. El IBR, refleja el precio al que un grupo de bancos (en número de ocho, pero no menor de cinco), ofrecen o esperan captan recursos del mercado monetario.

El punto central de este nuevo índice, es medir el costo real del dinero en el mercado monetario. Se espera que reemplace la DTF para convertirse en el eje central de referencia de las operaciones de renta fija; además, se convertirá en una tasa clave de referencia para el desarrollo de productos derivados. En este orden de ideas, entidades financieras y empresas del sector real puedan pactar los intereses de sus papeles y realizar emisiones de títulos de renta fija a tasa variable, indexados al IBR. (ver mayor detalle capítulo 2, numeral 2.10.)

**Interés:** Costo del dinero a través del tiempo.

**Interés simple:** Aplicación de interés sobre capital sin reinversión de intereses.

**Interés compuesto:** Capitalización periódica de intereses.

**Inflación:** Alza continua y progresiva en el nivel general de los precios de los artículos que conforman la canasta básica o de referencia, en un período de tiempo determinado. El DANE es la institución encargada de realizar los cálculos mensualmente y para tal efecto expresa este fenómeno económico por medio del índice de precios al consumidor [IPC]. Es común encontrar el IPC del mes, del año completo, corrido o móvil.

**Leasing financiero:** Tomar en arrendamiento un activo productivo (generador de renta) para la empresa. La titularidad del bien (maquinaria, equipo, vehículos...) está en cabeza de una Compañía de Financiamiento Comercial especializada. Se paga un canon de arrendamiento no gravado con IVA, calculado a tasa del mercado financiero. Según las condiciones del contrato, el mantenimiento esta a cargo del beneficiario del crédito. Al final se tiene la opción de adquirir o no el bien.

**Leasing operativo:** La compañía dueña del bien no necesariamente es una Compañía de Financiamiento Comercial y la opción de compra del bien se da de manera excepcional y cuando existe el valor se tasa a precio comercial. Las partes pactan las condiciones de la operación financiera conforme lo establece la norma. Mayor uso en casos de maquinaria o equipos especializados.

**Leasing de importación:** Con base en las necesidades del cliente, informa a la Compañía el tipo de bien a importar quien realiza dicha gestión, hasta la nacionalización y entrega física del bien en calidad de arrendamiento con opción de compra de acuerdo a las condiciones del mercado.

**Lease back:** Contrato donde proveedor y cliente es uno solo. La empresa transfiere la propiedad del activo productivo (puede ser nuevo o usado) al intermediario financiero, con un precio acordado por las partes (según peritazgo) dando liquidez inmediata a la empresa, generalmente para capital de trabajo. La empresa formaliza la documentación y su proceso productivo no se ha detenido.

**Leasing de infraestructura:** Contrato de mutuo donde el empresario incursiona en un proyecto a largo plazo, la Compañía de financiamiento Comercial especializada, adquiere los equipos y maquinaria y los entrega en calidad de arrendamiento con opción de compra. El costo de arrendamiento es deducible para el locatario.

**Leasing inmobiliario:** Las entidades autorizadas para realizar estas operaciones financieras, intermedian en la adquisición de bienes inmuebles tipo habitacional o no habitacional, según plazos y costos financieros establecidos en la ley, con opción de compra.

**Libor:** [London interbank offered rate]. Tasa de interés interbancaria de la bolsa de Londres. Generalmente, se expresa en términos nominales semestre vencido (a 180 días).

**Mercado monetario:** Medios de financiación otorgados a corto plazo a través de instrumentos clásicos. Entre estos, se encuentran los préstamos para capital de trabajo, de consumo o libre inversión, préstamos de redescuento, leasing e incluso préstamos hipotecarios que si bien es cierto sus plazos alcanzan 15 o más años para su amortización, son otorgados producto de la intermediación financiera tradicional de la banca comercial. El conjunto de estas operaciones, conforman los activos productivos institucionales. Estas operaciones de intermediación, son típicas de los establecimientos de crédito. La dinámica del negocio financiero, ha ampliado su radio de acción para movilizar activos y estructurar operaciones de fondeo tipo titularización y/o emisión de deuda, en su función transformadora de plazos. Estas circunstancias, llevan a clasificar estas operaciones, como propias del mercado de capitales, dentro de la banca convencional.

**Mercado de capitales:** Operaciones financieras no intermediadas y de libre cotización y negociación, tales como acciones, bonos, títulos de deuda pública entre otros y cuya emisión es susceptible de colocarla en el mercado publico de valores (bolsa). Soporta esta categoría la banca de inversión, como ente estructurador de operaciones de financiamiento, entre otras competencias propias de la ingeniería financiera.

**M-1 (oferta monetaria).** Corresponde a los medios de pago, es decir el efectivo en poder del público, los depósitos en cuenta corriente y los depósitos transferibles mediante cheques.

**M-2 (oferta monetaria ampliada).** Incluye los medios de pago (M-1) mas los depósitos que devengan intereses en depósitos a plazo, acuerdos de recompra día a día, es decir los cuasidineros.

**M-3** Involucra el M-2, más los depósitos a plazo y los acuerdos de recompra a plazo.

**Margen de tasas de interés:** Diferencial de tasas de interés -tasa activa o de préstamos y la tasa pasiva o de los depósitos- del sistema financiero.

**OMA:** Las Operaciones de Mercado Abierto son unos de los principales instrumentos con que cuenta el Banco de la República para inyectar o retirar liquidez de la economía. Para aumentar la liquidez, el Banco compra (temporal o permanentemente) títulos al sector financiero y viceversa.

**Papel comercial:** Son pagares ofrecidos públicamente en el mercado de valores y emitidos por sociedades anónimas, limitadas y entidades publicas, no sujetas a inspección y vigilancia de la Superintendencia Financiera. La rentabilidad la determina el emisor de acuerdo con las condiciones del mercado

**Papeles con descuento:** Valores representativos de deuda, que no generan interés explícito. Su rendimiento se obtiene de la diferencia entre su valor de adquisición y su valor nominal. Caso de las aceptaciones bancarias.

**Papeles de renta variable:** Títulos que por sus características solo permiten conocer la rentabilidad de la inversión en el momento de su redención. Para efectos de estimar la rentabilidad, se considera el precio de compra, el flujo de dividendos y el precio de mercado. Estos componentes están dados de acuerdo al desempeño económico de la entidad emisora. El título por excelencia lo conforman las acciones.

**Ponderación de tasas:** Participación relativa que tiene una serie de activos o inversiones dentro de una mezcla de recursos financieros y en función de las respectivas rentabilidades. Es el caso de los portafolios administrados por las AFP, producto de ahorros pensionales de sus afiliados, o la mezcla de captación de recursos del mercado de los intermediarios financieros. La ponderación aplica el axioma 1 (anexo N° 1) de tasas de interés, que indica las equivalencias que deben tener las tasas.

**Precios constantes:** Metodología que expresa unidades monetarias referidas a los precios de un determinado año, de tal manera que se elimina las probables distorsiones, causadas por la inflación -cambios de precios-. La variación relativa permite calcular crecimientos reales.

**Precios corrientes:** Forma de expresar unidades monetarias representativas de alguna variable a precios de cada período de cálculo o análisis; es decir, sin descontar el efecto de precios o inflación.

**Prime Rate:** "Teóricamente es la tasa de interés más baja para préstamos dadas por bancos de los EEUU a sus mejores clientes" Generalmente, se expresa en términos nominales por trimestre vencido (utiliza la terminología a 90 días).

**Proyecto:** "Es un conjunto coherente e integral de actividades tendientes a alcanzar objetivos específicos que contribuyan al logro de un objetivo general o de desarrollo, en un período de tiempo determinado, con unos insumos y costos definidos. Todo proyecto busca mejorar una situación, solucionar una necesidad sentida o un problema existente. Por ello, es necesario tener en cuenta que la formulación de un proyecto debe partir de una adecuada identificación de la necesidad o problema y contar con el respectivo diseño de las condiciones necesarias para su óptima solución"<sup>1</sup>.

**Plan de amortización:** Estructura financiera del pago de una obligación, dado un plazo, una tasa de interés, abonos o no extraordinarios, crecientes o decrecientes en forma aritmética o geométrica.

**Repo:** Operación cuyo fin es la consecución de recursos líquidos y por plazos relativamente cortos, mediante la venta física de valores con el compromiso de revenderlo al vendedor original en una fecha cierta, a un precio pactado entre las partes. La rentabilidad de la operación resulta de la diferencia entre el valor de compra y venta, de tal manera que la rentabilidad intrínseca del título utilizado es irrelevante en esta operación. Dado que se puede comprar o vender repos, estos se

---

<sup>1</sup> DNP. "Manual metodológico para la presentación de proyectos" Primer curso internacional de identificación y formulación de proyectos de cooperación técnica internacional. Bogotá, Colombia 1996. Pág. 15.

distinguen como pasivos o activos respectivamente. Estas operaciones son comunes entre instituciones financieras, con empresas o entre estas últimas en forma directa o a través de mesas de dinero. Para dar liquidez al mercado vía sistema financiero, el Banco de la República adquiere temporalmente valores emitidos por el mismo Banco Central y adquiridos por la banca a título de inversión.

**Repo intradía:** Es una operación de compraventa transitoria de títulos con pacto de recompra, cuya compra debe efectuarse necesariamente durante el mismo día en el que se pacta la operación. El propósito de los repos intradía es proporcionar a las entidades financieras recursos líquidos del banco central para que cumplan con las operaciones diarias con cargo a la cuenta de depósito que tienen en el emisor.

**Repo automático:** Es una operación de compraventa transitoria de títulos con pacto de recompra entre el Banco de la república y las entidades financieras. Dichas operaciones se activan de manera automática en el evento en que un establecimiento de crédito llegue a quedar con saldo rojo después del proceso de compensación que tiene lugar a diario en las cuentas de depósito en el emisor. Estas operaciones cuentan con las mismas garantías exigidas en los repos tradicionales, salvo que en este caso deben estar disponibles de manera continúa para activar la operación en el momento requerido.

**Riesgo de liquidez:** Mide la exposición de una entidad a las pérdidas para cubrir las brechas de vencimiento de los flujos sus pasivos y activos. Las brechas de liquidez surgen de la labor de transformación de plazos del sector financiero.

**Riesgo de tasa de interés:** Mide la posibilidad de que una entidad incurra en pérdidas como consecuencia de cambios en el valor de instrumentos financieros en los que la entidad mantenga posiciones dentro o fuera de balance. Estos cambios en el valor de los instrumentos se dan como resultado de la volatilidad de las tasas de interés.

**Riesgo de contraparte:** Mide las pérdidas en que se puede incurrir por la posibilidad de que un vendedor o comprador de un instrumento financiero, incumpla con sus obligaciones en los plazos estipulados. Se califica de igual manera, a los riesgos generados en operaciones crediticias, por la probabilidad de incumplimiento o pago de la deuda respectiva.

**Riesgo operativo:** Generado cuando NO se toman precauciones del caso en los registros de las transacciones financieras y contabilización adecuadamente hasta su expiración. La probable inconsistencia entre el "debe ser" y lo que "realmente es", materializa el riesgo operativo. Esta categoría incluye fraudes y riesgos tecnológicos.

**Riesgo soberano:** Mide el riesgo de *default* de un gobierno central o de alguna agencia respaldada por este. La situación típica es una declaratoria de no pago.

**Riesgo de tasa de cambio:** Mide las pérdidas por eventos probables de ocurrencia en que puede incurrir una institución financiera, con posición propia en divisas (moneda extranjera) por variaciones adversas en sus tasas de cambio.

**Riesgo legal:** Probabilidad de error en la redacción de los contratos y/o por su interpretación diferente a su espíritu e intención o por cambios de normatividad que afecte negocios estructurados y en marcha. (Prohibición o restricción de actividades o usos de alguna materia prima, por ejemplo)

**Riesgo país:** Catalogado como un riesgo de incumplimiento de obligaciones externas, como consecuencia de circunstancias económicas y/o políticas adversas ocurridas en un país. Su dimensión es mayor que el riesgo soberano, dado que toma en cuenta la probabilidad de pago de los sectores privados y central.

**Riesgos de mercado:** Mide las probabilidades de pérdidas que se pueden generar en activos financieros que forman parte de portafolios por efecto de cambios adversos de los precios de los instrumentos en el mercado.

**Swaps:** Contrato de permuta financiera, en virtud del cual las partes acuerdan intercambiar flujos futuros de caja, generados en operaciones tanto activas como pasivas, en una fecha determinada, producto de la variación de las tasas de interés contratadas o de cambio y, que en esencia, es el riesgo que se busca mitigar. En materia de tasa de interés, se trata de establecer relación entre tasas fijas y flotantes, y en tasa de cambio establecer la moneda -divisa- según comportamiento (devaluación/revaluación).

**Tasa de cambio real:** Es la tasa de cambio entre dos monedas (pesos por dólar, por ejemplo) luego de descontada la inflación interna y externa. En general, marca la diferencia entre la devaluación de una moneda y su pérdida de valor adquisitivo. Sirve como medida de competitividad de la producción nacional en comparación con los productos del resto del mundo. La tasa de cambio real refleja el verdadero poder de compra de la moneda nacional frente a una o varias monedas extranjeras

**Tasa de usura:** Límite máximo de tasa de interés que se puede cobrar para no incurrir en delito de usura. Se calcula como 1.5 veces el interés bancario corriente. Ver delito de usura.

**Tasa spot:** Es la tasa de cambio a la cual se perfeccionan los contratos de compraventa de divisas en el mercado cambiario. Es la tasa de las operaciones del mercado cambiario de contado.

**TRM:** La Tasa Representativa del Mercado es el indicador que revela el nivel diario de la tasa de cambio oficial del mercado colombiano de divisas. Corresponde al promedio aritmético de las tasas promedio ponderadas de compra y venta de divisas de las operaciones interbancarias y de transferencias, desarrolladas por los intermediarios plenos del mercado cambiario. La divisa de referencia es el dólar americano.

**Tasa de interés:** Es la expresión porcentual del interés aplicado sobre un capital. Las tasas de interés pueden estar expresadas en términos nominales o efectivos. Las nominales son aquellas en que el pago de intereses no se capitaliza, mientras que las efectivas corresponden a las tasas de intereses anuales equivalentes a la capitalización de los intereses periódicos, bien sea anticipadas o vencidas. La tasa de interés efectiva es el instrumento apropiado para medir y comparar el rendimiento de distintas alternativas de inversión.

**Tasas de interés nominal:** Aquellas que expresadas anualmente capitalizan más de una vez al año. Están conformadas por tres elementos, un porcentaje, una modalidad y una periodicidad.

Modalidad: Anticipadas y vencidas. Operan al inicio o fin del período tomando en referencia, respectivamente.

Periodicidad: Van desde diaria hasta año vencido. Las más comunes son mensuales, trimestrales, semestrales, etc. Esto significa que el año se puede fraccionar en el número de períodos que se requieran: Por lo tanto la expresión general queda:  $n=365/(\text{número de días vencidos o transcurridos})$ .

**Tasa de interés efectivo:** Tasa que significa liquidación al fin del período de referencia. Cuando el año es fraccionado en más de un período para liquidar intereses, el proceso de calcular la tasa efectiva asume la reinversión de los intereses. Por manejo y claridad, la tasa de interés efectiva se expresa en términos anuales. En todo caso es entendida por período vencido (final del período), de tal manera que la tasa efectiva anual, es igual a la tasa año vencido.

**Tasas equivalentes:** Tasas de interés que expresadas en diferente modalidad y/o periodicidad producen el mismo resultado final; es decir, la misma tasa efectiva anual.

**Tasas reales:** Aquellas que reflejan variaciones o rendimientos descontando el factor inflacionario. Se obtiene por el cociente entre la tasa de interés y el deflactor respectivo. A cada factor se le adiciona la unidad para luego expresarlo en términos porcentuales.

**TBS:** Promedio ponderado de las tasas de interés efectivas que reconocen los establecimientos bancarios por las captaciones mediante CDT y CDAT. Se calculan para varios plazos. En los CDAT, entre 2 y 14 días, y entre 15 y 29. En los CDT, se registran a 1, 2, 3, 6 meses un año y más de un año. El indicador diario es TBS MOVIL-10 que es el promedio de los 10 últimos días hábiles de operaciones. Por su menor volatilidad, la TBS se constituyó en una herramienta apropiada en su momento para la valoración de portafolios a precios de mercado. Esta tasa fue divulgada hasta el 27 junio/03 por la hoy Superfinanciera.

**Tasas de descuento:** Tasas de negociación de valores en el mercado secundario, la cual esta directamente relacionada con la duración del papel y su tasa facial, de tal manera que garantice una rentabilidad deseada por el inversionista en el momento de la negociación.

**Tasa facial:** Tasa que aparece registrada en el documento o valor físico.

**Tasa de oportunidad:** También conocida como tasa de rentabilidad mínima atractiva -TREMA- o interés mínimo atractivo -IMA-, es aquella que el inversionista espera recibir como mínimo por la inversión que realiza o para la evaluación de un proyecto, teniendo en cuenta que está bajo los mismos niveles de riesgo. Generalmente se habla de puntos reales, bien sea sobre inflación, corrección monetaria, DTF o cualquier otra tasa de referencia variable.

**Tasa interna de retorno:** Técnicamente se define como aquella que iguala el valor presente de los ingresos con el valor presente de los egresos, en un flujo de fondos determinado. O bien, la que hace igual a cero el Valor presente neto de un flujo de caja o fondos.

**Tasa de interés preferencial:** Aquella que la entidad ha cobrado a sus clientes corporativos de menor riesgo en operaciones de crédito en moneda legal de corto plazo (hasta 12 meses), cualquiera que sea la modalidad utilizada y sin que ella constituya necesariamente una oferta. En consecuencia y con arreglo al criterio antes expuesto, dicha tasa deberá reflejar la realidad comercial del momento para los usuarios del servicio permitiéndoles seleccionar uno u otro intermediario a partir de la información suministrada.

**Tasa de interés continua:** Es la tasa de interés efectiva cuando el número de períodos de liquidación es infinito.

**Tasa de interés libre de riesgo, (Rate free):** Tasa que no presenta riesgo alguno para los inversionistas, como es el caso en Colombia de los Títulos de Tesorería (TES) del Gobierno o los Bonos del Tesoro de Estados Unidos.

**Títulos de tesorería TES:** En Colombia son los títulos de deuda pública emitidos por la Tesorería General de la Nación (en pesos, en UVR's - Unidades de Valor Real Constante - o en pesos ligados a la TRM) que son subastados por el Banco de la República. Se caracterizan por ser una de las mayores fuentes de financiación del Gobierno.

**Títulos de tesorería primarios:** TES ofrecidos en la primera subasta.

**TCC:** Tasa promedio ponderada de captación de recursos obtenidos por las corporaciones financieras privadas a través de CDT's a 90 días; se expresa en términos nominales por modalidad anticipada y periodicidad trimestral.

**Tasa mínima o lombarda de contracción:** Es la tasa a la cual el Banco de la República recoge los excedentes de liquidez de las entidades financieras, de manera ilimitada, es decir, sin tener en cuenta un límite de monto. Desde el 20 de diciembre/04, el Banco de la República suspendió la ventanilla de contracción (tanto subasta como lombarda)

**Tasa máxima o lombarda de expansión:** Es la tasa a la cual el Banco de la República, da liquidez a las entidades financieras de manera ilimitada, es decir, sin tener en cuenta un límite de monto.

**Tasa interbancaria (TIB):** Es la tasa a la cual se prestan los bancos entre sí para cubrir sus necesidades de liquidez (requerimientos de encaje) de muy corto plazo (un día, siete días, etc.) en operaciones repo. Los datos corresponden a la tasa diaria del mercado bancario, promedio mensual ponderado, y los valores anuales son el promedio simple de los doce meses. Dada la volatilidad de éstas tasas, la autoridad monetaria estableció un corredor para ejercer una libertad administrada de este tipo de costo de dinero.

**Unidad de valor real UVR:** Unidad de cuenta creada por el gobierno nacional en reemplazo de la UPAC. LA UVR (base) más un margen (puntos porcentuales) es la tasa empleada para calcular los intereses por créditos de vivienda. Esta unidad se calcula con la variación del IPC y la certifica la Superfinanciera.

**Underwriting:** Operación de intermediación financiera que se lleva cabo mediante una estrategia de banca de inversión, para colocar en el mercado una emisión de títulos o valores. Cuando el compromiso del banquero es colocar toda la emisión, se dice que es una operación en firme y si es una cuota parte determinada, al mejor esfuerzo.

**Valor presente:** Expresar flujo(s) futuro(s) en pesos de hoy, descontados a la tasa (i) por período.

**Valor presente neto [VPN]:** Es el valor que resulta de descontar flujos futuros de fondos [ingresos o egresos] a una tasa de oportunidad dada en un período definido como cero (0). Técnicamente se expresa como:

$$VPN_0 = -I_0 + ([\text{flujos}_N]) / [1+i]^N.$$

**Valor futuro:** Pesos de hoy y/o de un(os) flujo(s) futuro(s) expresados dentro de un período n.

**Valoración de inversiones a precios de mercado:** Procedimiento que busca valorar las inversiones de títulos a los precios vigentes en el mercado, de manera tal que se aproxime lo más real posible, entendido como el importe en efectivo que se puede obtener por liquidar una posición en un fecha dada.